ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN

Digitized by Google

35
W
1746

Digitized by Google

Wolff, Christian freiherr von, 1679-

CHRISTIANI WOLFII

POTENTISSIMI BORUSSIÆ REGIS CONSILIARII INTIMI, CONSILIARII AULICI HASSIACI, ACADEMIÆ HALLENSI CANCELLARII, MATHEMATUM ET PHILOSOPHIÆ IN ACADEMIA MARBURGENSI PROFESSORIS PRIMARII, PROFESSORIS PETROPOLITANI HONORARII, ACADEMIÆ REGIÆ SCIENTIARUM PARISINÆ, SOCIETATUMQUE REGIARUM BRITANNICÆ ATQUE BORUSSIÆ SODALIS

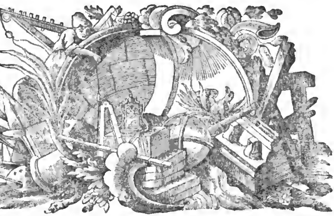
ELEMENTA MATHESEOS UNIVERSÆ.

TOMUS TERTIUS

Qui OPTICAM, PERSPECTIVAM, CATOPTRICAM, DIOPTRICAM, SPHÆRICA & TRIGONOMETRIAM SPHÆRICAM ASTRONOMIAM tam SPHÆRICAM, quam THEORICAM complectitur.

EDITIO NOVA

PRIORIBUS MULTO CORRECTIOR.



VERONA, MDCCXLVI.

TYPIS DIONYSII RAMANZINI BIBLIOPOLÆ APUD S. THOMAM.

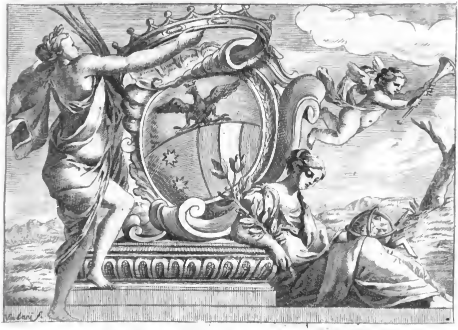
SUPERIORUM PERMISSU.

Ac Privilegio Illuſtriſſ. & Excellentiſſ. Senatus Veneti ad decennium.

Digitized by Google

Hist. of Sci.
Perrucca
3-5-24
10231

Digitized by Google



NOBILI VIRO ET COMITI

JOANNI BAPTISTÆ SALVI

DIONYSIUS RAMANZINUS.

T*Ertium Matheſeos Volumen editurus a præſtantiſſimo hujus ætatis Philoſopho Chriſtiano Wolfio, atque ubique gentium celeberrimo conſcriptum, cuinam potius, quam Tibi,* NOBILIS VIR, *inſcribendum putem, quum tam multa tamque præ-*

Digitized by Google

clara de te mihi ſe ſe offerant, ut verendum ſane non ſit, ne quis hujuſmodi meum conſilium audeat improbare? Neque enim, maxima tuæ Nobilitatis ornamenta commemorare animus eſt, quæ grandiorem certe quidem orationem deſiderant, quum pulchre intelligam te ſplendidiſſimo Medunæ Comitatu inſignitum eminere, cujus ea dignitas, atque auctoritas eſt, ut mero mixtoque cum imperio ſex & triginta Pagis præſis, eorumque Gentibus jura dicas, ſingularemque judicii & gladii auctoritatem exerceas, ejuſque te in Forojulienſi Patria ampliſſimi conſilii participem eſſe, in quod neminem, niſi qui ſit & generis claritate, & Feudorum amplitudine, & ſapientia ſpectatiſſimus, cooptatum invenias. Quæ quidem quum non ad te modo, verum etiam ad tuam Gentem pertineant, tacitus ac lubens prætereo. Illud tamen de te uno mihi liceat prædicare, te iis virtutibus ornatum, atque inſtructum eſſe, ut ſummo te ſtudio Concives tui complectantur, & cæteris omnibus carus plane ſis, atque acceptus. Te enim magna commendat in Deum pietas, te mira humanitas, te eximia in omne genus hominum liberalitas, atque beneficentia. Et quamvis a Deo Optimo Maximo bonorum omnium largitore magnis copiis, atque

opibus

Digitized by Google

opibus cumulatus, atque auctus ſis, ex quo nonnulli ſæpenumero ſe ſe inſolentius efferre conſueſcunt, tamen tanta eſt animi tui moderatio, ut vel infimo cuique facilitate par eſſe videaris. Accedit, ut hujuſmodi Fratres habeas, qui ſuis & ipſi virtutibus clari exiſtant, atque ſpectabiles. Quid *enim attinet me in fratris tui* LUDOVICI *laudes excurrere, qui jam tum cum* Cleri*cali militiæ nomen dedit, egregia ſui ingenii argumenta præbuit, quemque graviorum diſciplinarum ſtudiis apprime eruditum, atque excultum nemo non ſuſpicit?* Quid *de* JOANNE ANTONIO *altero fratre dicam, in quo ſingularis comitas, & prudentia mirifice elucet, quibus nominibus maximam ſibi laudem apud omnes comparavit?* Quid *etiam de tuis cariſſimis* Filiis*, quorum ingenium, ac præclara indoles certiſſimam in omnium animis ſpem excitavit futurum aliquando, ut quæ nunc in iis adumbratæ inchoatæque virtutes ſunt, firmata jam ætate perfectæ ſe ſe latius explicent, & domeſticis exemplis incitati ſibi poſteriſque ſuis decus & ornamentum acquirant? Sed nolo plura; neque enim modeſtia tua, quæ inter cæteras tuas virtutes poſticum non obtinet locum, me ſibi mo-*

leſtum

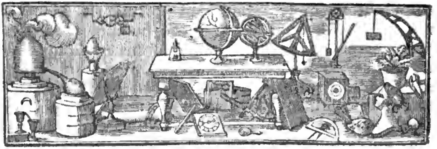
Digitized by Google

leſtum laudatorem æquo animo ferre poteſt. Reliquum igitur eſt, ut te orem, obteſterque, ut hoc qualecumque obſequii erga te mei teſtimonium pro tua ſumma humanitate libenter accipias, mihique, ut facis, favere pergas. Vale.

Veronæ ex meis Typis XII. Kal. Febr. MDCCLI.

PRÆ-

Digitized by Google



PRÆFATIO.

QUem nobis in conſcribendis hiſce Matheſeos Elementis propoſuimus finem, eundem ut in hoc Tertio quoque eorundem Tomo conſequeremur, operam dedimus. Quamobrem non minus in ſingulis Opticæ partibus, quam in Trigonometria Sphærica & Aſtronomia ea adjecimus, quæ adhuc jure deſiderari poſſe videbantur, ut ſatis inſtructus accedas ad alios quoſcunque Autores legendos, vel etiam ad theſauros ſcientiæ propriis inventis ditandos, ſiquidem id ferant vires, ſi ferat otium, ſi volupe fuerit. Hinc utique fa-

Digitized by Google

ctum, ut in molem majorem excreverit hic Tomus ceteris & quarta ſui propemodum parte ſuperet partem Tomi ſecundi priorem editionis primæ, quæ in eodem continetur. Prolixum nimis foret indicare ſingula, quæ acceſſere: ſuffecerit itaque ſpeciminis loco quædam commemoraſſe. In Optica theoriam colorum Nevvtonianam exhibuimus auctiorem, ne deſiderentur ea, quæ extra dubitationem eandem ponunt, & principia de viſione magnitudinis ac immiſſione luminis uberiora. Ita præter alia Catoptricæ adjecimus caput integrum quintum, de Catoptrica analytica, & Dioptricæ novum, de perſpicillis & Dioptrica analytica; tum etiam in hac teleſcopium catadioptricum Nevvtonianum una cum mechanico Hadleji apparatu uberius explicavimus, propterea quod ejuſdem uſus in obſervatoriis Aſtronomicis hodie invaleſcat. In Trigonometria Sphærica adjecimus varia ad ſolutionem problematis de angulis ex tribus lateribus datis inveniendis. Maxima vero incrementa acceſſere Aſtronomiæ, præſertim parti ejuſdem theorice, tum quod interea temporis, quo primæ editioni hæc altera ſuccedit, varia notatu digna fuere detecta, tum quod olim in iis acquieveramus, quæ Keplerus ipſa de ſua planetarum theoria tradiderat, omiſſis iis, quæ ad eam perficiendam attulere recentiores. Hiſce incrementis accenſeri debent, quæ de atmoſphæra ſolari, de maculis Veneris, de tentata obſervatione paralaxeos fixarum annua & detectis earundem aberra-

ticni-

Digitized by Google

tionibus annuis, de obſervando ſolſtitio ope gnomonis, de anomalia coæquata ex media directe invenienda, de nova forma Tabularum aſtronomicarum, de eccentricitate orbitæ ellipticæ Telluris, & planetarum primariorum una cum poſitione lineæ apſidum invenienda, de motu vertiginis Lunæ aliiſque traduntur. Cum in editione prima eclipſium ſolarium calculum per parallaxes, utpote maxime uſitatum tantummodo expoſuiſſemus, hodie vero invaleſcat modus a Keplero excogitatus, conſiderandi eclipſes ſolares tanquam eclipſes Terræ a Selenitis obſervandas, igitur integro capite elegans hoc inventum explicare voluimus. Nulli igitur dubitamus fore, ut hiſce ſubſidiis inſtructus opera quæcunque optica & aſtronomica citra ullam difficultatem perluſtret, ac ſi qua occurrant a nobis non tradita, ea cum noſtris, ideoque primæ Matheſeos principiis connectat. Hunc enim fructum ſperare debet, qui noſtra Matheſeos elementa familiaria experitur, ut, quæcunque jam reperta ſunt, vel in poſterum reperientur, ea ſingula citra ullum circuli metum, ſervato ubique rigore demonſtrandi, cum primis Matheſeos notionibus connectat: id quod num fieri poſſit, ſi cui defuerit ſyſtema, in quo omnium diſciplinarum veritates palmariæ inter ſe connectuntur, illorum eſto judicium, qui methodi vires intimius perſpexere. Jam porro nemo non novit, quæcunque in Opticis atque Aſtronomia traduntur, ad naturæ cognitionem mathematicam

ejuſ-

Digitized by Google

ejuſque uſum in vita humana pertinere. Qui vero ſcientiam propius adſpiciunt, ultro fatebuntur, cognitionis mathematicæ primam ideam ex Opticis atque Aſtronomia derivari, per Aerometriam & Hydroſtaticam ampliandam, per Mechanicam vero ulterius perficiendam. Quamobrem qui in ſcientia rerum naturalium eo uſque progredi voluerit, ut cognitionem mathematicam eidem jungat, & hujus auxilio ſubinde utatur in cauſarum inveſtigatione, ei ſuademus, ut ad modum quo Geometria ex Arithmetica, tum etiam Algebra, in Opticis diſciplinis ad obſervationes communes, in Aſtronomia tam ad communes, quam aſtronomicas applicatur majorem attentionem afferat, quam qua utuntur illi, quibus tantummodo animus eſt res ſolas cognoſcendi. Ita enim futurum confidimus, ne cognitionem naturæ mathematicam promoturus in quacunque hypotheſi, quam tanquam poſſibilem ſumit, analyſin mathematicam exerceat, parum ſollicitus num ea ſit hypotheſis naturæ, quam ſupponit, an vero ab ea aliena, & utrum aliena citra erroris aſſignabilis metum veræ ſubſtitui poſſit nec ne. Immo non minus futurum pro explorato habeo atque comperto, ne ſcientiæ Phyſica cum naturæ cognitione mathematica confundatur & illius cultura prorſus negligatur, cum tamen longe plurimi ſint uſus, quos illa promittit, ab hac vero non ſine temeritate expectaremus. In parte theorica Aſtronomiæ, ſi methodum ſpectes, ſingulare quid occurrit. Hæc enim ex parte conjecturalis eſt, atque liquido monſtrat, quomodo conjecturæ leviſſimæ initio ſatisfacere debeant, ne deſit meditandis materia ulterius progreſſuris, mox collatis viribus continuo emendandæ,

expo-

Digitized by Google

expoliendæ ac perficiendæ; donec tandem ad liquidam perveniatur veritatem. Docuimus in horis Subſecivis (a) quomodo Aſtronomum imitari debeat Medicus: eodem vero modo eundem etiam imitari tenetur Phyſicus. Quicunque igitur eum imitari decreverit, ei lectio Elementorum Aſtronomiæ, præmiſſis ceteris diſciplinis, unde principia mutuatur, imitamentum reddet facile: immo proderit, ut quæ de hoc imitamento præcepimus, plene intelligantur & vires imitandi conferet, non adeo facile alio modo acquirendas. Ceterum ſcientia Optica plurima habet, quæ oblectant, ac ideo technaſmata quoque varia hinc inde adjecimus, ut conſtaret apertius naturæ cognitionem mathematicam & prodeſſe, & delectare. Ipſa vero ſiderum ſcientia per ſe animum ſciendi cupidum voluptate perfundit, quam geminari experieris, ubi ad modum, quo ex obſervationibus eruuntur dogmata, animum adverteris. Abſit vero ut tibi perſuadeas, hanc voluptatem ſolam ab Opticæ atque Aſtronomiæ tractatione ſperandam eſſe. Modo enim oſtendimus utilitates longe majores ex eadem propullulare. Equidem Geographia, Chronologia & Gnomonica adeo firmo nexu cum Aſtronomia cohærent, ut non defuerint, qui iſtarum diſciplinarum palmarias propoſitiones ipſi Aſtronomiæ inſeruerint: non tamen fieri potuit, ut has ipſas diſciplinas cum Aſtronomia eidem Tomo insererentur, propterea quod Tomus tertius jam in molem majorem ceteris excrevit,

Tomo

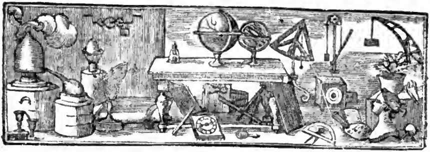
(a) Anni 1729. Trim. brum. n. IV. p. 154. & ſeqq.

Digitized by Google

Tomo autem quarto non ſuffeciſſet Architectura civilis & militaris cum Pyrotechnia. Aſt molis hic habendam eſſe rationem haud facile quiſquam inficiabitur. Cum Matheſi edendæ unice vacare haud quaquam liceat, ſed danda quoque opera eſt, ne operum philoſophicorum editio nimis differatur, ideo Tomus hic tertius tardius prodit, quam alias proditurus fuerat. In id tamen incumbemus, quantum quidem per nos ſtabit, ut quartus horum Elementorum Tomus minori temporis intervallo tertium excipiat, quam is ſecundum ſecutus. Dabam Marburgi Cattorum d. 13. Aprilis A. 1735.

ELEMENTA

Digitized by Google



ELEMENTA OPTICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Opticæ.

DEFINITIO 1.

1. OPTICA eſt Scientia Viſionis directæ.

SCHOLION.

2. *Interdum latius ſumitur pro Scientia Viſibilium, quatenus viſibilia ſunt; ita ut* Captotricam *atque* Dioptricam *una comprehendat.*

DEFINITIO 2.

3. *Viſio directa* dicitur, quam efficit radius directus.

DEFINITIO 3.

4. Per *Lumen* vel *Lucem* intelligo id quod corpora circumjecta viſibilia efficit.

SCHOLION.

5. *Tum enim dicimus lumen eſſe præſens, quando corporea circumjecta videre poſſumus.*

DEFINITIO 4.

6. *Radius* eſt lumen a puncto radiante per medium non reſiſtens protenſum.

DEFINITIO 5.

7. *Radius directus* eſt, cujus omnes partes a puncto radiante uſque ad oculum in directum jacent.

DEFINITIO 6.

8. *Punctum radians* eſt quodlibet viſibile punctum, unde radii emanant.

DEFINITIO 7.

9. Corpus *Luminoſum* vel *Lucidum* eſt id, quod ſui luminis diffuſivum, ſeu quod ſuo lumine radiat.

DEFINITIO 8.

10. Corpus *Illuminatum* eſt, quod alieni luminis diffuſivum, ſeu quod lumine aliunde accepto radiat.

DEFINITIO 9.

11. Corpus *Diaphanum, Pellucidum* ſeu *Perſpicuum* eſt, quod radios tranſmittit.

Digitized by Google

Definitio 10.

12. Corpus *Opacum* eſt, quod radios intercipit, ſeu tranſitum radiis negat.

Definitio 11.

13. Viſibile *radiare* dicitur, quando lumen diffundit.

Corollarium.

14. Nullum ergo corpus radiat, niſi luminoſum aut illuminatum. Aut enim proprium lumen diffundit, aut alienum. In illo caſu eſt luminoſum (§. 9); in hoc illuminatum (§. 10).

Definitio 12.

15. *Radiaturæ locus* eſt intervallum in diaphano, per quod viſibile radiat.

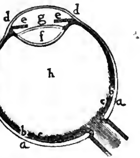
Definitio 13.

16. *Oculus* eſt organum corporis viſibilia repræſentans. Conſtat ex tunicis quinque, Cornea, Sclerotica, Uvea, Choroide, Retina, & tribus humoribus, Aqueo, Cryſtallino, Vitreo.

Scholion.

17. *Per repræſentationem intelligimus delineationem viſibilium in oculo factam: quam mox experimentis confirmaturi ſumus. Sed ut ea diſtinctive intelligatur, ſtructuram oculi ante exponi fas eſt.*

Definitio 14.



18. *Cornea* eſt tunica externa anterior *dd*, inſtar cornu pellucida valdeque firma, figuræ vel ſphericæ, vel potius ſphærodicæ, ultra reliquam oculi globoſitatem in anteriora protuberans oculumque una cum Scelerotica conſolidans.

Corollarium.

19. Cornea radios luminis tranſmittit (§. 11).

Scholion.

20. *In multas lamellas facili negotio ſeparatur; ſed quod ad præſentem ſcopum nil facit. Ipſi vulgo ab Anatomiæ imperitis colores adjudicantur, qui tunicæ Uveæ ſubſtratæ inſunt & per eam tantummodo tranſparent.*

Definitio 15.

21. *Sclerotica* eſt tunica externa poſterior (*Vid. Fig. §. 18*) *aa*, opaca valdeque firma, majoris ſphæræ aut ſphæroidis ſegmentum quam Cornea, cum qua oculum conſolidat, ejuſque figuram pariter ac in ſitu ſuo ſingulas partes conſervat.

Scholion 1.

22. *Ideo tam tenaces ſunt tunicæ* Cornea *& Sclerotica, ne oculus, tam nobile organon, facile lædatur.*

Scholion 2.

23. *Veſtitur autem Sclerótica anteriore ſui parte membrana alba, quam* Adnatam *vocant Anatomici, tum ad decorem, tum ad volubilitatem oculo conciliandum.*

Definitio 16.

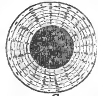
24. *Uvea* eſt tunica interna anterior (*Vid. Fig. §. 18*) *ee*, Corneæ ſubſtrata, humori aqueo innatans & in medio perforata, figuram annuli vel zonæ habens, intus aſpera & nigra, foris lævis & diverſicolor, radios ad viſionem neceſſarios in interiorem oculi concamerationem intromittens, ſuperfluos vero arcens.

Scho-

Digitized by Google

SCHOLION.

25. *Pars Uveæ, quæ per Corneam tranſparet, a varietate colorum dicitur* Iris. *Et quia Solis depicti imaginem referre videtur, radiis quaſi innumeris circa orbiculum nigrum diffuſis,* Solem *nonnulli vocant.*



G

DEFINITIO 17.

26. *Pupilla* eſt foramen rotundum (*Vid. Fig. §.* 18) tunicæ Uveæ g, inſtar orbiculi nigricantis in oculo conſpicuum & aditum radiis in oculi interiora concedens.

DEFINITIO 18.

27. *Choroides* eſt tunica interna poſterior *bb*, Scleroticæ contigua ideoque eandem cum ipſa figuram, ſuperficiem vero concavam politam habens, tenuis atque mollis, ſuaque nigredine oculum opacans.

SCHOLION I.

28. *In pecudibus non æque ac in hominibus tota nigra eſt Choroides, ſed in ſuperficie concava colore livido tincta apparet. Unde & pupilla in animalibus non prorſus nigricat.*

SCHOLION 2.

29. *Cornea Sclerotica, Uvea Choroidi connectitur mediante ligamento membranaceo, quod* Ciliare *vocant: unde tenuia quædam filamenta uſque ad humorem chryſtallinum undiquaque procedunt, quibus* Proceſſuum Ciliarium *nomen impoſuerunt Anatomici.*

DEFINITIO 19.

30. *Retina* ſeu *Amphibleſtroides* eſt tunica intima *cc*, Choroidi contigua, tenuis ac mucoſa, ſubalba, inter diaphanum & opacum fere media, cum fibrilis nervi optici fortiter connexa.

SCHOLION I.

31. *Retina intra aquam agitata facile expanditur, a Choroide autem ſeparata in maſſam mucoſam conglobatur.*

SCHOLION 2.

32. *Equidem* Ruyſchius *contendit, inter Choroidem & Retinam dari adhuc tunicam aliam, quam a ſe repertam* Ruſchianam *vocat, Choroidi tam firmiter connatam (ipſa ejus verba recito) ut vulgari ſectione Anatomica in oculos non incurrat. Enimvero* Verheyenus *in oculo ovino Choroidem duabus lamellis conſtantem haud difficulter invenit; in humano autem interiorem lamellam nullo modo obſervare potuit. Quoniam vero tunica multæ ac membranæ duplici lamella conſtant, quemadmodum ego ope ſiphonis mei Anatomici (§. 52* Hydroſt.*) tunicas veſicæ in duas lamellas facile ſeparo; non ſine ratione judicat Anatomicus peritiſſimus* Verheyenus (a) *etſi in omnium viventium oculis duplex Choroidis lamella inveniretur, non tamen ideo de novo nomine laborandum eſſe.*

DEFINITIO 20.

33. *Humor Aqueus* (*Vid. Fig. §.* 18) g eſt, qui anteriorem Oculi cavitatem inter Corneam & Proceſſus Ciliares replet, inſtar aquæ fluidus, tenuis ac limpidus.

DEFINITIO 21.

34. *Humor Chryſtallinus f* eſt maſſa conſiſtens, ſed pellucida, figuræ lenticularis; inæqualiter convexa, pellicula tenui ac pellucida involuta, quam *Araneam* ſeu *Arachnoidem* vocant.

SCHOLION I.

35. *Partem humoris Chryſtallini anteriorem* Keplerus (b) *ſegmentum Sphæroidis rotatione Ellipſis circa axem geniti; poſteriorem vero ſegmentum Conoidis Hyperbolici rotatione Hyperbolæ circa axem geniti eſſe ſuſpicatur.*

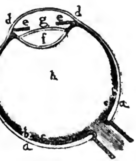
SCHOLION 2.

36. *Humorem Chryſtallinum nec in omnibus hominibus, nec in omnibus ejuſdem hominis ætatibus ejuſdem eſſe figuræ; in aliquibus enim magis, in aliis minus ad rotunditatem tendere; in ætate integra eſſe turgidum, in fracta quaſi planum, auctor eſt* Schottus (c).

(a) In Corporis humani Anatom. lib. 1. Tract. 4. cap. 14. p. 248. Edit. Bat. ſecundæ An. 1720.
(b) In Paralip. in Vitellionem cap. 5. p. 167.
(c) Magiæ Univerſ. Nat. & Art. part. 1. lib. 2. præſul. 1. art. 3. pag. 64.

Digitized by Google

Definitio 22.



37. *Humor Vitreus* h eſt, qui poſteriorem oculi cavitatem replet, vitro fuſo ſimilis, aliqualis conſiſtentiæ, admodum diaphanus, pellicula tenui (quam *Hyaloïdem* vocant Anatomici) veſtitus.

Definitio 23.

38. *Reflexio Luminis* eſt propagatio in partes anteriores corpori opaci, in quod incidit, ob ejus reſiſtentiam.

Definitio 24.

39. *Refractio Luminis* eſt deviatio a linea, per quam propagari debebat, ob diverſam medii denſitatem.

Definitio 25.

40. *Viſio diſtincta* eſt, quæ partes a ſe invicem diſtinctas diſcernit.

Definitio 26.

41. *Viſio confuſa* eſt, quæ partes a ſe invicem diſtinctas non diſcernit, ſeu confundit.

Axioma 1.

42. *Nihil videtur ſine lumine* (§. 4).

Axioma 2.

43. *Si Oculus eodem modo afficitur, viſio eadem.*

Scholion.

44. *Veritas Axiomatis manifeſta eſt per Axioma fundamentale quod nihil ſit ſine ratione ſufficiente* (§. 25 Mech.). *Si enim Oculus eodem modo afficitur in duobus caſibus; nulla ſane eſt ratio, cur in uno caſu alia eſſe debeat Viſio, quam in altero. Videtur equidem Axioma adhuc aliquid obſcuritatis habere; ſed quicquid ejus reſtat, totum diſparebit, ubi in ſequentibus explicatum fuerit, quomodo Oculus eodem modo afficiatur. Cæterum hinc colligitur, cur in rerum natura præcaveri non potuerit, quin viſibilia interdum aliter appareant, quam ſunt.*

Observatio 1.

45. *Si per exiguum foramen, quod ipſi magnitudinem non adæquat, lumen Solare in cameram obſcuram intromittatur, per totum, qua patet, medium a foramine uſque ad corpus opacum ulteriori propagationi reſiſtens, linea recta lucida comparebit in directum jacens rectæ inter foramen & Solem interjectæ.*

Corollarium 1.

46. Lumen ergo propagatur per lineam rectam, conſequenter radii per lineas rectas repræſentari poſſunt (§. 6).

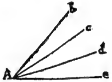
Corollarium 2.

47. Cum nihil videatur ſine Lumine (§. 42), lumen vero per lineas rectas propagetur (§. 46); nullum objecti punctum videbitur, niſi quod pupillæ in directum jacet (§. 26).

Scholion.

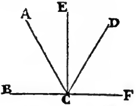
48. *Suppono nempe radios ab objecto per idem medium ad oculos trajici.*

Corollarium 3.



49. Radii Ab, Ac, Ad, Ae, &c. ex eodem puncto A emanantes continuo divergunt.

Observatio 2.



50. *Si lumen per exiguum foramen in cameram obſcuram intromiſſum* AC *ſpeculo* BF *excipiatur; in partes anteriores ſpeculi per rectam* CD *propagabitur.*

Corollarium.

51. Lumen ergo a corporibus reflectitur, quæ ulteriori progreſſui obſtant (§. 38).

Scholion.

52. *Non injucundum eſt ſpectaculum, dum verſo ſpeculo* BF*, radii* AC & DC *una ad perpendiculum* EC *accedunt, iterumque ab eo digrediuntur aut prorſus cum eodem coaleſcunt: imprimis cum radii ſub forma linearum rectarum compareant, quales in Optica (§. 46) repræſentantur.*

Observatio 3.



53. *Si lumen per exiguum foramen in cameram obſcuram intromiſſum* LM *oblique incidat in vitrum concium* HMK *aqua plenum, vel etiam in vitrum ſolidum, non recta ex* M *in* O *tendet, ſed a recta* LO *deviabit per* MN.

Corollarium.

54. Cum aer & aqua, itemque vitrum ſint diverſæ gravitatis ſpecificæ (§. 37 *Aerom.*), ideoque etiam diverſæ denſitatis (§. 20 *Hydroſt.*); radius ex uno medio in aliud diverſæ denſitatis tranſiens refringitur (§. 39).

Observatio 4.

55. *Si in ſpeculo ad feneſtram collocato magnitudinem pupillæ obſerves; manibus ad tempora applicatis, ut lumen a lateribus affluens ab oculo arceatur, eam dilatari; manibus vero remotis, denuo coarctari videbis. Eandem variationem notabis, ſi noctu candelam ardentem oculo alterius nunc admoveris, nunc ab eodem removeris.*

Corollarium 1.

56. Creſcente ideo lumine, pupille coarctatur ut decreſcente, dilatatur.

Corollarium 2.

57. Hinc minor eſt in luce meridiana, quam in crepera.

Observatio 5.

58. *Quodlibet punctum objecti* (Vid. Fig. §. 49) A *videtur omnibus in locis* b, c, d, e, &c. *ad quæ ex eo linea recta duci poteſt.*

Corollarium 1.

59. Qule nihil videtur ſine lumine (§. 41); quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaverſum diffundit.

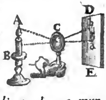
Corollarium 2.

60. Quare cum radii per lineas rectas propagentur (§. 46; a puncto radiante radius emittitur in quodlibet punctum, ad quod ex eo linea recta duci poteſt.

Digitized by Google

OBSERVATIO 6.

61. *Quodſi humor chryſtallinus* C *candelæ ardenti* AB, *aut feneſtræ objiciatur, & poſt eum incerta diſtantia (quæ tentando*



facile definitur) folium chartæ mundæ DE *ſtatuatur, ſuper eo imago candelæ aut feneſtræ ſitu inverſo* ba *comparebit & flamma mobilis, uti eſt, repræſentabitur. Quodſi candela retrabatur, imago* ba *diſparebit, reditura ſi chartam* DE *propius admoveris, ſed minor priore. Si ab oculo bovino poſticam Scleroticæ ac Choroidis, imo etiam Retinæ partem, humore vitreo illæſo ſæpares & candelam ardentem ante pupillam conſtituas; ejus imaginem ſitu inverſo videbis in extima ſuperficie humoris vitrei vel ipſius Retinæ, ubi non fuerit ſeparata. Eadem omnia eodem modo ſe habebunt, ſi humori chryſtallino ſubſtituas vitrum politum convexum* C.

COROLLARIUM 1.

62. A quibus objectis radii in oculum illabuntur, eorum imagines admodum exiguæ, ſed valde diſtinctæ pone humorem chryſtallinum delineantur.

COROLLARIUM 2.

63. Imago objecti majoris in eadem diſtantia major eſt, quam minoris.

COROLLARIUM 3.

64. Imago objecti vicini majore intervallo ab humore Chryſtallino diſtat, quam remoti.

COROLLARIUM 4.

65. Imago objecti vicini major eſt; imago remoti minor.

COROLLARIUM 5.

66. Cum ideo objecta remota videantur minora, vicina vero majora; objectum magnum apparet, ſi magna in oculo delineatur imago; parvum vero, ſi parva (§. 43).

COROLLARIUM 6.

67. Quæ ergo æqualia apparent; eorum imagines in oculo æquales ſint neceſſe eſt.

COROLLARIUM 7.

68. Si objectum movetur; imago quoque in oculo movetur, ſeu ſucceſſive alias aliaſque Retinæ partes occupat (§. 61). Moveri ideo videntur, quorum imagines alias, aliaſque Retinæ partes ſucceſſive occupant (§. 43).

COROLLARIUM 8.

69. Orbium vitreorum in feneſtra contiguorum imagines etiam in oculo contiguæ ſunt (§. 61). Quorum ideo imagines in oculo contiguæ ſunt, ea contigua videntur (§. 43). Eodemque modo patet, quod continua videri debeant, quorum imagines continuæ ſunt.

COROLLARIUM 9.

70. Viſio igitur convenit repræſentationi objectorum in oculo, hoc eſt, talia apparent objecta, qualia in oculo repræſentantur, ſeu ex imaginibus in oculo ratio reddi poteſt, cur tale appareat objectum.

COROLLARIUM 10.

71. Cum imago in oculo delineata objecto ipſo multo minor exiſtat; fieri poteſt ut vel ob hujus parvitatem (§. 63), vel diſtantiam (§. 65) individuum in oculo punctum occupet. Quoniam ideo objectum non amplius repræſentatur; in utroque caſu videri nequit (§. 70).

COROLLARIUM 11.

72. Quia igitur nec objecti vicini partes omnes exiguæ, nec remoti ſatis magnæ videri poſſunt; neque vicina neque remota prorſus diſtincte nudo oculo videmus (§. 40) diſtinctius tamen vicina, quam remota (§. 65. 71) cernimus.

OBSERVATIO 7.



73. *Si vitrum utrinque convexum & politum* AB *charta obducas, nonniſi duobus*

bus foraminulis ſive quadratis, ſive rotundis apertis, radiis a Sole lucente S in chartam CD ad certam diſtantiam, tentando definiendam, collocatam per utrumque traſmiſſi coaleſcunt in F, mox tamen a ſe invicem receſſuri, ſi chartam CD vel propius ad lentem AB admoveas. Si idem vitrum ita tectum feneſtræ obvertas, imagines ejus in unam coaleſcent: nec diſparebit imago, etiamſi foramen alterutrum tegas, niſi quod claritas minuatur.

Corollarium 1.

74. Quilibet radius fert ſecum integram ſpeciem puncti radiantis.

Corollarium 2.

75. Radii ab eodem puncto objecti egreſſi per refractionem in vitro convexo, conſequenter etiam in humore chryſtallino (§. 61), factam, in uno puncto iterum uniuntur.

Corollarium 3.

76. Tum ergo objectum in charta CD, conſequenter etiam in Retina (§. 61) repræſentatur, ſi radii diverſorum punctorum radiantium ſpecies ſecum ferentes (§. 74) non confunduntur.

Corollarium 4.

77. Imago in oculo clarior eſt, ſi pluribus radiis delineatur, quam ſi paucioribus (§. 73).

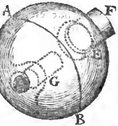
Scholion.

78. *Patet jam ratio univerſæ ſtructuræ oculi. Sclerotica nempe cum Cornea concamerationem efficit; Uvea cum Choroide oculum opacat, ne radii peregrini ab ea reflexi imaginem in Retina delineandam confundant (§. 76). Humor Chryſtallinus per refractionem radios eandem ſpeciem ſecum ferentes unit (§. 75), ut objectum clare ac diſtincte pone eum repræſentetur: quam refractionem humores aqueus & vitreus juvant (§. 54). Pupilla dilatabilis, ut nunc coarctari nunc ampliari poſſit (§. 56); quo lumen ad repræſentationem ſatis claram ſufficiens (§. 77) illabatur. Hinc non difficilis eſt* Oculi artificialis *conſtructio, in quo objecta eodem modo repræſentantur, quo in vero. Quare cum is utilis ſit ad veritates hactenus propoſitas confirmandas; ejus ſtructuram paucis exponemus.*

Problema I.

79. *Oculum artificialem conſtruere.*

Resolutio.



1. Fiant duo Hemiſphæria cava ex ligno duriori, mediante aliqua commiſſura facile conjungenda.
2. Hemiſphærium anterius ſit in medio perforatum foramine rotundo C, quod pupillæ vices ſuſtineat & vitro tenui plano, vel (quod perinde eſt) convexo concavo, tanquam tunica Cornea, muniendum.
3. Interius in tubum brevem efformetur, & alius ductilis G cum Lenticula vitrea polita ac utrinque convexa (quæ humoris chryſtallini munere fungitur) eidem immittatur.
4. Hemiſphærio poſteriori immittatur tubus ductilis EF, cui inditum ſit vitrum planum, cujus ſuperficies interior lævigata quidem, ſed non polita, Retinam cum Nervo Optico repræſentans.

Quodſi igitur foramen C objecto cuidam obvertas & tubum ductilem FE, ſenſim ſenſimque extrahas; videbis tandem objectum in vitro plano accuratiſſime ſuis quidem coloribus nativis, ſed ſitu inverſo, delineatum. Et hac machina ea explorare licebit, quæ in antece-

recedentibus de viſibilium in oculo naturali repræſentatione dicta ſunt (§. 62 & *ſeqq.*

ALITER.

Quoniam perinde eſt, quæcunque fuerit cavitatis internæ figuræ; conclave quodcunque ita obſcurare poteris, ut nonniſi per exiguum foramen, vitro polito utrinque convexo muniendum, luci aditus pateat. Quodſi enim linteum album in certa diſtantia expandas; omnium objectorum foramini oppoſitorum imagines quam diſtinctiſſime ſuis nativis coloribus ſuper eodem depinguntur. Erunt autem imagines tanto majores, quo lens vitrea fuerit majoris ſphæræ ſegmentum.

SCHOLION.

80. *Hæc eſt decantata illa* Camera obſcura, *cum qua hodie Philoſophi oculum conferre ſolent, rationes Phænomenorum opticorum reddituri. Equidem ſi foramen ipſi magnitudinem non excedat; objecta quoque delineantur, Lente remota: non tamen tam diſtincta ſunt Imagines, quam altero in caſu. Primus hoc Phænomenon obſervavit* Joannes Baptiſta Porta (a). *Demonſtrationem damus in ſequentibus.*

CAPUT II.

De Luce.

DEFINITIO 27.

81. **I***Ntenſitas luminis* eſt quantitas vis illuminatricis.

SCHOLION.

82. *Vim illuminatricem ut Phænomenon conſidero, non ut peculiarem entitatem lumini ſuperadditam, aut ut qualitatem occultam. Licet autem eam non pro inexplicabili habeam; Mathematici tamen non eſſe exiſtimo, ut ejus naturam explicet, ſeu rationes phyſicas reddat. Abſit itaque ut quis arbitretur, me ſcholaſticorum figmenta ex philoſophia feliciter profligata in eam reducere velle.*

COROLLARIUM.

83. Quoniam radius perpendicularis fortius ferit, quam obliquus, in ratione ſinus totius ad ſinum anguli obliquitatis (§. 552 *Mechan.*); radius quoque perpendicularis obliquo in eadem ratione intenſior eſt.

AXIOMA 3.

84. *Si ſingulorum radiorum vires illuminatrices fuerint æquales, aut radii fortes ac debiles in conſtante ratione miſceantur; Intenſitates luminis habent rationem multitudinis radiorum æqualia plana ferientium.*

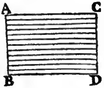
COROLLARIUM.

85. Quia denſitas luminis ex multitudine radiorum per datum medium una transmiſſorum æſtimatur (§. 14 *Hydroſt.*); intenſitates luminis in hypotheſi virium illuminatricium æqualium aut in conſtante ratione mixtarum, in ratione denſitatum erunt.

THEOREMA I.

86. *Si lumen propagatur per radios parallelos in medio non reſiſtente, intenſitas non variatur.*

DEMONSTRATIO.



Quoniam radii per ſpatium ABDC tranſmiſſi ſunt paralleli *per hypoth.* ſinguli a ſingulis eandem diſtantiam conſtanter tuentur (§. 81 *Geom.*). Quare cum lumen propagetur in medio non reſiſtente *per hypoth.* nullus radius intercipitur, nec ullius

(a) Magiæ Naturalis lib. 4. cap. 2.

ullius vis immutatur (§. 20 *Mechan.*). Intenſitas igitur variari nequit (§. 81). *Q. e. d.*

Theorema 2.

87. *Si lumen propagatur per radios divergentes æqualium virium in medio non reſiſtente, intenſitas luminis decreſcit in ratione duplicata diſtantiarum a puncto radiante reciproce.*

Demonstratio.



Cum enim lumen in medio non reſiſtente propagetur *per hypoth.* nec radius ullus intercipitur, nec vis ſingulorum minuitur, ideoque radii qui in diſtantia AC per Hemiſphærium a ſemicirculo FCG deſcriptum diffundebantur, in diſtantia AB per Hemiſphærium a ſemicirculo DBE deſcriptum diffunduntur. Sunt igitur denſitates luminis reciproce ut ſuperficies Hemiſphæriorum a ſemicirculis FCG & DBE deſcriptorum (§. 23 *Hydroſt.*), conſequenter etiam intenſitates luminis in eadem ratione exiſtunt (§. 85). Sunt vero ſuperficies illorum Hemiſphæriorum in ratione ſemicirculorum FCG & DBE (§. 554 *Geom.* & §. 181 *Arith.*), hoc eſt in ratione duplicata diſtantiarum AC & AB (§. 409 *Geom.*). Ergo intenſitas luminis in C eſt ad intenſitatem in B, in ratione duplicata ipſius AB ad AC (§. 167 *Arith.*). *Q. e. d.*

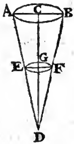
Corollarium.

88. Si itaque fuerit AB = 2AC; erit intenſitas luminis in B = $\frac{1}{4}$ intenſitatis in C. Si AB = 3AC; Intenſitas in B erit $\frac{1}{9}$ intenſitatis in C. Intenſitas ideo luminis per radios divergentes æqualium virium propagati, decreſcit ſecundum progreſſionem 1 · $\frac{1}{4}$ · $\frac{1}{9}$ · $\frac{1}{16}$ · $\frac{1}{25}$ · $\frac{1}{36}$ &c.

Theorema 3.

89. *Si lumen propagatur per radios convergentes æqualium virium in medio non reſiſtente; intenſitas luminis creſcit in ratione duplicata diſtantiarum a puncto concurſus reciproce.*

Demonstratio.



Eodem, quo in demonſtratione Theorematis præcedentis, modo oſtenditur, intenſitates luminis in C & G eſſe in ratione circulorum EF & AB reciproce, conſequenter in ratione duplicata ipſius GF ad CB (§. 409 *Geom.*). Quoniam vero GF ipſi CB ſupponitur parallela; erit GF : CB = DG : DC (§. 268 *Geom.*), conſequenter $GF^2 : CB^2 = DG^2 : DC^2$ (§. 260 *Arith.*). Eſt igitur intenſitas luminis in C ad intenſitatem in G, in ratione duplicata diſtantiæ GD ad diſtantiam CD (§. 167 *Arith.*). *Q. e. d.*

Theorema 4.

90. *Aer intenſitatem luminis minuit, quod per ipſum propagatur.*

Demonstratio.

Si enim per exiguum foramen in conclave obſcurum, vel etiam per exiguam rimam lumen intromittitur, a latere ſtantes lucidum tramitem vident (§. 45). Quare cum trames iſte appareat continuus, nec tantummodo videantur particulæ huc illucque agitatæ, & nihil videatur ſine lumine (§. 42);

Digitized by Google

neceſſe eſt, ut a particulis tum aëris, tum aliis in eodem circumvolitantibus radii in oculum reflectantur; conſequenter ut in ulteriori progreſſu radiorum numerus continuo minuatur. Quoniam itaque ſingulis radiis ineſt vis ſua illuminandi; minuto radiorum numero, vis quoque illuminatrix, hoc eſt, intenſitas luminis (§. 81) minuitur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

91. *Eodem modo oſtenditur luminis intenſitatem multo magis minui, dum per aquam aut vitrum, aliaque media aëre denſiora propagatur, id quod etiam ſenſui ſatis manifeſtum: videmus enim lumen per vitrum planum tranſmiſſum non ita fortiter illuminare chartam objectam, quam quod ad latera vitri in eandem incidit. Alia vero eſt ratio, ſi per refractionem radii condenſentur: de quo luminis incremento agemus in* Dioptrica.

COROLLARIUM.

92. Luminis ideo per radios parallelos in aëre propagati intenſitas continuo minuitur, conſequenter ipſum tandem extinguitur, nec per immenſum intervallum propagatur.

THEOREMA 5.

93. *Si latitudo plani illuminati* IK *ad diſtantiam puncti radiantis* IH *vel* KH, *fuerit ut* 1 *ad* 2000000, *perinde eſt ac ſi radii* HI *&* HK *inciderent in planum paralleli.*



DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ad IK perpendicularis *per hypoth.* reperietur tangens anguli IHK 50 (§. 40 *Trigon.*). Eſt vero tangens unius minuti ſecundi major 48, tangens duorum fere major 96 nimirum 97, *vi Canonis ſinuum majoris.* Ergo angulus H unius circiter ſecundi, certe multo minor quam duorum ſecundorum; conſequenter anguli I & K junctim ſumti non differunt ad ſenſum a duobus rectis (§. 240 *Geom.*). Radii igitur HI & HK incidunt in IK ad ſenſum paralleli (§. 255 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

94. Ergo Radii HI & HK a puncto procul diſſito H advenientes, multo magis incident in IK ad ſenſum paralleli, ſi IK ad IH minorem habuerit rationem quam 1 ad 2000000.

COROLLARIUM 2.

95. Quoniam diameter pupillæ ſatis ampliatæ vix 2‴ ſeu $\frac{1}{5}$ unius digiti excedit; radii in pupillam fere paralleli incidunt, ſi diſtantia puncti radiantis ab oculo fuerit 4000000‴, ſeu 40000 pedum, hoc eſt, (quia juxta *Varenium* (a) quantitas unius milliaris Germanici eſt 22800 pedum Rhenanorum) fere $1\frac{1}{4}$ milliaris Germanici.

SCHOLION.

96. *Suppoſui in demonſtratione, duos angulos* I *&* K *junctim ſumtos a duobus rectis non differre ad ſenſum, ſi angulus* H *non excedat quantitatem unius minuti ſecundi. Sed vix different ad ſenſum, etiamſi* H *fuerit dimidii ſcrupuli primi. Tum vero ratio ipſius* IK *ad* HI *erit*, vi Canonis, *ut* 1454 *ad* 10000000, *hoc eſt, fere ut* 1 *ad* 6877. *Quodſi diameter pupillæ denuo ponatur* 2‴, *reperietur* IH 13754‴ *ſeu* 137 *pedum. Unde id ſaltem liquet, quam primum diſtantia objecti excedit intervallum* 140 *pedum, incidentiam radiorum in pupillam ſenſim ſenſimque fieri quaſi parallelorum.*

AXIOMA 4.

97. ***Quæ a luminoſis ejuſdem intenſitatis æqualiter diſtant loca, in iis æquale lumen producitur.***

SCHOLION.

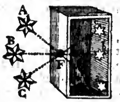
98. *Patet ex ipſa notione luminoſorum ejuſdem intenſitatis. Cum nimirum intenſitas ſit quantitas vis illuminatricis* (§. 81), *luminoſa ejuſdem intenſitatis dicenda ſunt, quando in diſtantiis æqualibus æquale lumen producunt.*

OBSER-

(a) Geogr. Gener. part. abſol. lib. 1. cap. 4. prop. 29.

Digitized by Google

Observatio 8.



99. *Si tria vel plura luminoſa* A, B, C *per exiguum foramen* F *in locum obſcurum radient; ſingulorum imagines in charta objecta in* a, b, *&* c *eodem modo delineantur ac ſi ſingula ſola per foramen illud* F *radiarent. Idem quoque accidit corporibus per ſe opacis, ſed illuminatis.*

Corollarium.

100. Lumen igitur unum non officit propagationi alterius.

Scholion.

101. *Idem non minus evidenter ex Aſtronomia conſtat. Cum enim ibi oſtendatur, lumen ſolare nocturno tempore diffundi per vaſta illa ſpatia, in quibus planetæ vagantur; id tamen minime impedit, quo minus lumen fixarum per eadem ſpatia ad nos propagetur.*

Theorema 6.



102. *Si duo corpora luminoſa* L *&* M *ejuſdem intenſitatis per commune intervallum* PQ *radient; in locis* N *&* O *ab utroque luminoſo* L *&* M *æqualiter diſtantibus æquale lumen producitur.*

Demontratio.

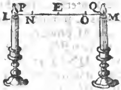
Quoniam NP $=$ OQ & lucida L & M ejuſdem intenſitatis *per hypoth.* quantum luminis L producit in N, tantundem etiam M producit in O (§. 97). Porro quoniam PN $=$ QO *per hypoth.* erit PO $=$ QN (§. 91 *Arith.*). Cum ideo lumen unum non officiat propagationi alterius (§. 100), ideoque luminoſum M in N & alterum L in O eodem modo lumen producant, ac ſi alterum abeſſet; tantum luminis M in N producit, quantum L in O (§. 97). In locis ideo N & O æquale lumen producitur (§. 88 *Arith.*). *Q. e. d.*

Theorema 7.

103. *Si duo lucida* (Vid. Fig. 2 hujus pag.) L *&* M *ejuſdem intenſitatis per commune intervallum* PQ *radient; lumen in medio* E *productum erit ad lumen in loco quocunque* N *alterutri luminoſo* L *viciniori productum, in ratione compoſita quadrati dimidiæ diſtantiæ lucidorum* PE *ad rectangulum ex ſegmentis* PN *&* NQ, *& aggregati ex quadratis iſtorum ſegmentorum ad duplum ejuſdem rectanguli.*

Demonstratio.

Sit PE $=$ EQ $= a$, PN $= b$, NQ $= c$, lumen in E a luminoſo L productum $= l$. Quoniam intenſitates lucidorum L & M ſunt æquales *per hypoth.* erit lumen in E a lucido M productum itidem $= l$ (§. 102). Porro lumen in N a lucido L productum $= a^2 l : b^2$ & lumen in N a lucido M productum $= a^2 l : c^2$ (§. 87). Quare cum lumen a lucido L in N productum non impediat, quo minus lucidum M lumen vi ſuæ proportionatum ibidem producat (§. 100), erit lumen in N a duobus lucidis L & M junctim productum $= a^2 l : b^2 +$



$a^2 l : c^2 = (a^2 c^2 l + a^2 b^2 l) : b^2 c^2$ (§. 235 *Arith.*). Quod vero ab iiſdem in E producitur $= 2l$, conſequenter illud ad hoc eſt, ut $(a^2 c^2 l + a^2 b^2 l) : b^2 c^2$ ad $2l$, ſeu ut $a^2 (b^2 + c^2)$ ad $2 b^2 c^2$ (§. 178. 181 *Arith.*), nempe in ratione compoſita PE^2 ad $PN . NQ$ & $PN^2 + NQ^2$ ad $2 PN . NQ$ (§. 159 *Arith.*). *Q. e. d.*

C O R O L L A R I U M.

104. Quodſi fiat $NE = d$, erit $PN = b = a - d$ & $NQ = c = a + d$; conſequenter his valoribus ſubſtitutis, reperitur lumen in N ad lumen in E, ut $2a^4 + 2a^2 d^2$ ad $2a^4 - 4a^2 d^2 + 2d^4$, ſeu ut $a^4 + a^2 d^2$ ad $a^4 - 2a^2 d^2 + d^4$ (§. 181 *Arith.*). Quoniam itaque $a > d$, erit quoque $a^2 d^2 > d^4$ (§. 180 *Arith.*), ideoque $a^4 + a^2 a^2 > a^4 + d^4$ (§. 90 *Arith.*) & hinc multo magis $a^4 + a^2 d^2 > a^4 - 2a^2 d^2 + d^4$: Lumen ideo omnium minimum in E producitur.

T H E O R E M A 8.

A B C

105. *Si duo lucida L & l a punctis B & C æqualiter diſtent; erit lumen in B productum ad lumen in C productum in ratione duplicata diſtantiarum reciproce.*

D E M O N S T R A T I O.

Sint diſtantiæ lucidorum a punctis B & C ut rectæ AB & AC. Sit porro $AB = a$, $AC = b$, lumen a lucido L in B productum $= m$, quod vero ibidem producitur a lucido $l = n$; erit lumen a lucido L in C productum $= a^2 m : b^2$, & quod ibidem producitur a lucido $l = a^2 n : b^2$ (§. 87). Eſt itaque lumen, ab utroque productum in $B = m + n$, in C vero $= (a^2 m + a^2 n) : b^2$ (§. 100), ideoque lumen in B ad lumen in C, ut $m + n$ ad $(a^2 m + a^2 n) : b^2$, hoc eſt, ut b^2 ad a^2 (§. 178. 181 *Arith.*), nempe in ratione duplicata diſtantiæ AC ad diſtantiam AB. *Q. e. d.*

C O R O L L A R I U M.

106. Ergo & ejuſdem lucidi diverſæ partes, a duobus punctis ſigillatim fere æqualiter diſtantes, producunt in iis lumen diſtantiarum reciproce ſumtarum quadratis proportionatum.

S C H O L I O N.

107. *Hoc corollario in Aſtronomia utimur, ubi quantitatem illuminationis a Sole in diverſis planetis definimus.*

P R O B L E M A 2.

108. *Data diſtantia* (Vid. Fig. §. 105) AB, *ad quam luminoſum ſimplex lumen datæ intenſitatis producit; definire diſtantiam* AC, *ad quam luminoſum in data ratione auctum lumen priori æquale producit.*

R E S O L U T I O.

Sit ratio data $= a : b$, diſtantia $AB = a$, quæſita $AC = x$, lumen in C a luminoſo ſimplici productum $= l$; erit ab eodem in diſtantia x producendum $= a^2 l : x^2$ (§. 87), conſequenter quod ad eandem diſtantiam a luminoſo aucto in ratione $a : b$ producitur $= abl : x^2$ (§. 530 *Mechan.*). Eſt vero lumen in C a luminoſo aucto productum æquale ei, quod producitur a ſimplici in B *per hypoth.* Ergo

$$abl : x^2 = l$$
$$ab : x^2 = 1$$
$$ab = x^2$$

conſequenter $a : x = x : b$

Theo-

Digitized by Google

Theorema. Diſtantia AC, ad quam luminoſum auctum lumen ejuſdem intenſitatis producit, quod a ſimplici in data diſtantia producebatur, eſt media proportionalis inter hanc diſtantiam datam & aliam, quæ ad eam habet rationem luminis aucti ad lumen ſimplex.

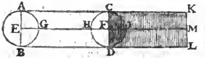
COROLLARIUM.

109. Sphæra igitur activitatis in minore ratione augetur, quam vires luminoſi.

SCHOLION.

110. *Eodem ſane modo reperitur diſtantia, ad quam luminoſum fortius idem lumen producit, quod a debiliori in data diſtantia producebatur & contra. Nec difficulter hac methodo Problemata agnata alia ſolvuntur.*

THEOREMA 9.



111. *Si ſphæra luminoſa* AGB *aliam opacam* CHD *illuminat; radii extremi ſphæram utramque tangunt.*

DEMONSTRATIO.

Recta AC, quæ utramque peripheriam AGB & CHD in A & C tangit, tota extra circulum cadit (§. 47 *Geom.*). Quare cum lumen per lineas rectas propagetur (§. 46); fieri ſane nequit, ut ullus radiorum, qui ultra tangentem AC propagantur, a luminoſo AGB ad opacum CHD pertingant. Radii ergo extremi ſphæram utramque tangunt. *Q. e. d.*

THEOREMA 10.

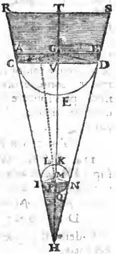
112. *Si ſphæra luminoſa* (Vid. Fig. §. 111) AB *fuerit opacæ* CD *æqualis; dimidia partem opacæ dimidiam illuminabit.*

DEMONSTRATIO.

Jungantur centra ſphærarum E & F recta EF, ducanturque diametri AB & CD ad EF perpendiculares. Agantur præterea per A & C, itemque per B & D rectæ CA & DB (§ 20 *Geom.*). Quia CF & AE, itemque FD & EB ad EF perpendiculares atque æquales *per hypoth.* erunt AC & BD ipſi EF parallelæ (§. 226 *Geom.*), conſequenter anguli ad A & C, itemque ad B & D recti (§. 230 *Geom.*). Tangit ideo AC peripheriam AGB in A, peripheriam vero CHD in C, & BD illam in B, hanc vero in D tangit (§. 304 *Geom.*). Sunt igitur A & B puncta ſphæræ luminoſæ extrema, quæ in opacam radiant, & C atque D puncta ſphæræ opacæ extrema, quæ illuminantur (§. 111). Quare cum AGB & CHD ſint ſemicirculi (§. 135 *Geom.*); ſphæra luminoſa dimidia dimidiam opacæ partem illuminat. *Q. e. d.*

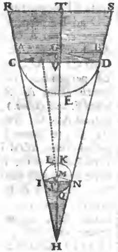
THEOREMA 11.

113. *Si ſphæra luminoſa* AB *fuerit major opaca* IN; *pars minor quam dimidia luminoſæ illuminat partem majorem dimidia opacæ.*



DEMONSTRATIO.

Radius extremus CI utramque ſphæram tāgit (§. 111), ideoque ad ſemidiametros CG & IM perpendicula-



cularis (§. 304 *Geom.*), conſequenter GC & MI ſunt diſtantiæ punctorum G & M, ſeu rectæ GM, a recta CI (§. 225 *Geom.*). Quare cum IM < GC *per hypoth.* diſtantia rectæ GM a recta CI continuo decreſcit, ideoque radius luminis CI cum recta GM centra ſphærarum G & M conjungente convergit (§. 83 *Geom.*). Anguli igitur *o* & *u* ſunt recto minores (§. 241 *Geom.*) conſequenter IMK recto major (§. 147 *Geom.*). Eſt ergo CE quadrante minor; IK quadrante major (§. 143 *Geom.*). Quare cum eodem modo demonſtretur, eſſe DE quadrante minorem, KN vero quadrante majorem; erit CED ſemicirculo minor, IKN ſemicirculo major; conſequenter minor quam dimidia pars ſphæræ luminoſæ majorem dimidia partem ſphæræ opacæ illuminat. *Q. e. d.*

Theorema 12.

114. *Si ſphæra luminoſa* (Vid. Fig. ut ſup.) IN *fuerit minor ſphæra opaca* AB; *pars major quam dimidia luminoſæ illuminat partem opacæ dimidia minorem.*

Demonstratio.

Eadem eſt, quæ Theorematis præcedentis.

Problema 3.

115. *Datis ſemidiametris ſphæræ luminoſæ* (Vid. Fig. ut ſup.) CG *& ſphæræ opacæ* IM *una cum diſtantia centrorum* GM; *invenire quantitatem partis illuminatæ pariter ac illuminantis.*

Resolutio.

Ducatur FM ipſi CI parallela. Quoniam MI & CF ad CI perpendiculares (§. 111 *Optic.* & §. 304 *Geom.*); erit IM = CF (§. 226 *Geom.*), conſequenter FG differentia ſemidiametrorum CG & IM, quæ ob has datas etiam datur. Et quia IM etiam ad FM perpendicularis (§. 230 *Geom.*), erit IL quadrans (§. 143 *Geom.*), ideoque LK exceſſus partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem.

Quoniam vero in triangulo GFM ad F rectangulo (§. 230 *Geom.*) datur latus FG differentia ſemidiametrorum IM & CG, itemque GM diſtantia centrorum G & M; angulus M inveniri poteſt (§. 38 *Trigon.*), cujus menſura eſt arcus deſideratus KL.

Dato vero angulo FMG datur etiam FGM (§. 241 *Geom.*), cujus menſura eſt arcus CE, qui dimidiam partem illuminantem ſphæræ luminoſæ manifeſtat.

E. gr. Juxta *Ricciolum* (a) diameter telluris ad diametrum ſolis ut 1 ad 33, nempe IM = 1 & CG = 33, ideoque FG = 32; diſtantia ſolis a tellure GM = 7300. Quare

Log. GM	38633229
Log. ſin. tot.	100000000
Log. FG	15051500
Log. Sin. FMG	76418271

Log. Sin. FMG 76418271, cui in canone ſinuum artificialium reſpondent 15′ fere.

Eſt ergo IK = 90° 15′, conſequenter IKN 180° 30′. Porro CGM = 89° 45′, conſequenter CED 179° 30′.

Corol.

(a) Aſtronom. Reform. lib. 1. cap. 29. f. 70. b.

COROLLARIUM.

116. Cum eodem modo inveniatur tam arcus IKN, quam CED, ſi ſphæra minor IN fuerit luminoſa, major vero AB opaca; per Problema præſens etiam determinatur pars ſphæræ majoris a ſphæra minore illuminata, itemque pars ſphæræ minoris in majorem radians.

THEOREMA 13.

117. *Si ſphæra lucida major* (Vid. Fig. pag. præc.) AB *propior opacæ minori* IN; *minor illius pars in hanc radiat, hujus tamen pars major illuminatur, quam in longinquiori diſtantia.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut GM ad FG, ita ſinus totus ad ſinum exceſſus partis dimidiæ illuminatæ ultra quadrantem LK (§. 115): Quamobrem ſi GM minuitur, FG exiſtente eadem, ratio ſinus totius ad ſinum arcus LK minor fit (§. 203 *Arith.*); conſequenter ſinus arcus LK, ideoque ipſe arcus LK augetur (§. 206 *Arith.*). Major ergo ſphæræ opacæ pars illuminatur. *Quod erat unum.*

Dum vero arcus LK ſeu angulus LMK augetur; angulus CGE, conſequenter arcus CE neceſſario minuitur (§. 241 *Geom.*). Minor ideo ſphæræ lucidæ pars in opacam radiat. *Quod erat alterum.*

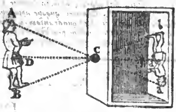
THEOREMA 14.

118. *Si ſphæra lucida* (Vid. Fig. pag. præc.) *minor* IN *majori opacæ* AB *propior fuerit, major ejus pars in eam radiabit, minorem tamen hujus partem illuminabit.*

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ Theorematis præcedentis.

THEOREMA 15.



119. *Si objectum* AB *radiet per exiguum foramen* C *in parietem album ipſi oppoſitum, ſitque radiaturæ locus poſt foramen* bCa *obſcurus; ſitu inverſo in pariete depingetur.*

DEMONSTRATIO.

Quia enim foramen C valde exiguum, radii a puncto B dimanantes parietem in *b* contingunt; qui vero a punctis A & D emanant, in parietis puncta *a* & *d* incidunt. Quare cum radii a diverſis punctis emanantes non confundantur; a pariete reflexi ſpeciem adhuc objecti ſecum afferunt (§. 74), conſequenter objectum in pariete ſpectandum exhibent (§. 43). Quia vero radii AC & BC in foramine ſe mutuo ſecant; ſitus objecti invertatur neceſſe eſt, cum radius ab infimo puncto in locum ſupremum perveniat & contra. Objectum ideo ſitu inverſo depingitur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

120. Quia anguli ad D & *d* recti, *per hypoth.* verticales autem ad C æquales (§. 156 *Geom.*), erunt etiam *b* & B, itemque *a* & A æquales (§. 246 *Geom.*); conſequenter, ſi paries in quo delineatur objectum fuerit huic parallelus, *ab* : AB = *d*C : DC (§. 396 *Geom.*). hoc eſt, altitudo imaginis eſt ad altitudinem objecti, ut hujus diſtantia a foramine ad diſtantiam illius ab eodem.

SCHO-

Digitized by Google

Scholion.

121. *Ut picturæ ſint claræ, objecta lumine ſolari colluſtrata ſint opus eſt. Clariores quoque apparebunt, ſi ſpectator per horæ circiter quadrantem in tenebris commoratus fuerit. Cavendum præterea ne ſorte per rimulas lumen illabatur, nec cælum parietem nimis illuſtret. Image equidem fit major atque diſtinctior, ſi major fuerit parietis a foramine diſtantia* (§. 120): *ſed dum radii nimis dilatantur, lumen debilitatur peritque claritas imaginis, ut tandem non amplius diſcerni poſſit. Atque hinc apparet defectum claritatis efficere quoque viſioni diſtinctæ.*

CAPUT III.

De Umbra.

Definitio 28.

122. Umbra eſt privatio luminis interpoſito corpore opaco. Privatio totalis omnis luminis dicuntur *tenebræ*, ſubinde *umbra mera*.

Corollarium.

123. Quoniam nihil videtur ſine lumine (§. 42), umbra mera videri nequit.

Scholion.

124. *Quando itaque umbram videre dicimus; partim corpora videmus in umbra quidem collocata, ſed lumine a collateralibus corporibus reflexo adhuc colluſtrata; partim confinia lucis & umbræ, atque luminis imminuti minorem vim percipimus.*

Theorema 16.

125. *Quodlibet corpus opacum projicit umbram in directum cum radiis a quibus illuminatur, ſeu in partem luci oppoſitam.*

Demonstratio.

Cum enim corpus opacum radiis tranſitum neget (§. 12), radii autem per lineam rectam propagentur (§. 46); per intervalla cum ipſis in directum jacentia a tergo corporis non progrediuntur. Hæc ergo lumine privantur, conſequenter in iis umbra eſt (§. 122). *Q. e. d.*

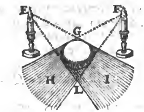
Corollarium 1.

126. Moto ergo luminoſo, umbra locum mutat.

Corollarium 2.

127. Moto corpore illuminato, umbra locum mutat.

Theorema 17.



128. *Quodlibet opacum G tot habet umbras H, I &c. quot ſunt lucida E & F ipſum illuminantia.*

Demonstratio.

Quoniam corpus opacum G intercipit radios (§. 12), radii autem per lineam rectam propagantur (§. 46), lucidum F per ſpatium H ipſi oppoſitum radiare nequit. Privabitur ergo illud intervallum lumine luminoſi F. Eodem modo oſtenditur, ſpatium I privari lumine lucidi E: ad ſpatium vero L a neutro lucidorum E & F lumen diffundi. Quamvis vero opacum G non obſtet,

obſtet, quo minus luminoſum E in ſpatio H & luminoſum F in ſpatio I lumen ſuum producat (§.46); cum tamen ſpatia illa ab uno luminoſo minus illuminentur quam a duobus (§.100), minus luminis in iis exiſtit, quam in aliis contiguis, ideoque luminis quadam parte carent. Opacum igitur G tot umbras habet, quot ſunt lucida ipſum illuminantia. *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

129. Quodſi ergo luminoſa ad eandem opaci partem multiplicentur, multiplicabuntur quoque ejus umbræ.

SCHOLION.

130. *Si lumen a luminoſo* F *in ſpatio* H *producendum inſenſibilem habuerit rationem ad lumen in eodem ſpatio a luminoſo altero* E *productum; erit equidem in ſpatio iſto* H *aliqua luminis carentia, remoto opaco* G *adfuturi, ideoque umbra aliqua* (§. 122): *ſed illam oculus diſcernere nequit.*

THEOREMA 18.

131. *Si lumen luminoſi fuerit intenſius, umbra quoque intenſior eſt.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim umbra ſit privatio luminis ob interpoſitum corpus opacum (§. 122); majore lumine privabitur ſpatium aliquod, ſi lumen luminoſi intenſius, quam ubi remiſſius extiterit. Unde umbra obſcurior videbitur, ſi corpora contigua majori lumine colluſtrentur, quam ſi minore reſplendeant; hoc eſt, umbra intenſior eſt, ſi lumen interceptum ab opaco fuerit intenſius, quam ſi remiſſius extiterit. *Q.e.d.*

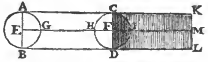
COROLLARIUM.

132. Si plures umbræ coaleſcunt, opaco a pluribus luminoſis colluſtrato; umbra multiplicata intenſior eſt.

SCHOLION.

133. *Intenſitas ideo umbra æſtimatur ex gradibus luminis, quibus ſpatium aliquod privatur, relate quidem ad lumen, quo privatur.*

THEOREMA 19.



134. *Si ſphæra luminoſa* AB *fuerit æqualis opacæ* CD, *quam illuminat; umbra hujus* CDLK *erit cylindrica.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim radii extremi CK & DL umbram terminantes peripheriam CHD in C & D tangant (§. 111) & diametro CD inſiſtant (§. 112); erunt ad eandem rectam CD perpendiculares (§. 304 *Geom.*), ideoque inter ſe paralleli (§. 256 *Geom.*). Quare ſi ex centro F perpendicularis FM erigatur; erit eadem radiis CK & DL parallela (§. *cit.*); conſequenter facta CK = DL, CFMK rectangulum (§. 100 *Geom.*). Quodſi jam concipiamus ſemicirculum CHI una cum rectangulo CKMF circa rectam HM gyrari; ille ſphæram parte ſui antica illuminatam (§. 470 *Geom.*), ideoque hoc ſpatium umbroſum deſcribet. Figura igitur umbræ cylindrica eſt (§. 465 *Geom.*). *Q.e.d.*

COROLLARIUM 1.

135. Sphæræ igitur opacæ CD luminoſæ AB æqualis umbra ad eam diſtantiam extenditur, ad quam agere apta eſt luminoſa.

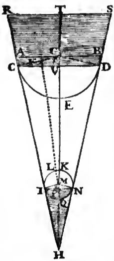
COROLLARIUM 2.

136. Si igitur ejus umbra ſecatur, ſectionis planum circulus eſt circulo maximo ſphæræ opacæ æqualis (§. 466 *Geom*).

Digitized by Google

THEOREMA 20.

137. *Si ſphæra luminoſa* AB *major fuerit opaca* IN, *quam illuminat; umbra* IHN *erit Conica.*



DEMONSTRATIO.

Quia radius CH ſphæras AB & NI in C & I tangit (§.111); radii GC & MI ad eundem perpendiculares ſunt (§. 304 *Geom.*). Quare cum GC > IM *per hypoth.* radius CH ad rectam GH per centra ſphærarum G & M tranſeuntem convergit (§.83 *Geom.*). Ducta igitur ſubtenſa IN; triangulum IHP erit ad P rectangulum (§. 291 *Geom.*). Quodſi jam concipiamus figuram KIH circa KH rotari; KIQ ſphæram, quæ illuminatur (§. 470 *Geom.*), triangulum vero IPH figuram umbræ, nempe conum (§. 467 *Geom.*) deſcribit. Patet ideo, figuram umbræ eſſe conicam. *Q.e.d.*

COROLLARIUM 1.

138. Si igitur umbra ſecatur plano baſi parallelo; planum ſectionis erit circulus, tanto quidem minor, quo longiori intervallo a baſi diſtat (§. 468 *Geom.*).

COROLLARIUM 2.

139. Sphæræ igitur opacæ a luminoſa majore illuminatæ umbra continuo decreſcit, tandemque in H finitur.

THEOREMA 21.

140. *Si ſphæra luminoſa* (Vid. Fig. §.137) IN *minor fuerit opaca* AB, *quam illuminat; umbra* CDSR *calathiformis eſt, ſeu coni truncati figuram habet.*

DEMONSTRATIO.

Quia radius IR ſphæras AB & IN in C & I tangit (§. 111); ſemidiametri GC & IM ad eundem perpendiculares ſunt (§. 304 *Geom.*). Quare cum GC > IM *per hypoth.* radius IR a recta MT per centra ſphærarum M & G tranſeunte divergit (§. 84 *Geom.*). Quodſi ergo RS agatur cum chorda CD parallela; erit RCVT trapezium parallelarum baſium (§. 103 *Geom.*). Quodſi jam concipiamus figuram TECR circa rectam TE rotari; quadrans AEG deſcribet hemiſphærium illuminatum (§.470 *Geom.*), trapezium vero RCVT, tanquam ſegmentum trianguli rectanguli RHT, ob rectos ad V (§. 291 *Geom.*) & T (§. 230 *Geom.*), conum truncatum (§.467 *Geom.*): quæ cum ſit figura umbræ, patet umbram eſſe calathiformem, ſeu figuram coni truncati habere. *Q.e.d.*

COROLLARIUM 1.

141. Umbra igitur ſphæræ opacæ majoris a lucido ſpharico minore illuminatæ continuo dilatatur & ad eam diſtantiam extenditur, ad quam agere aptum eſt luminoſum.

COROLLARIUM 2.

142. Si umbra ſecetur plano baſi parallelo; erit illud circulus tanto quidem major, quo a baſi remotior (§. 468 *Geom.*).

PROBLEMA 4.

143. *Data ſemidiametro ſphæræ lucidæ majoris* (Vid. Fig. §. 137) CG, *una cum*

Digitized by Google

cum ſemidiametro opacæ minoris IM, *& diſtantia centrorum* GM; *invenire longitudinem umbræ* PH *ſeu axem coni umbroſi*.

Resolutio.

1. Ducatur FM ipſi CH parallela, erit IM = CF (§. 226 *Geom.*), ideoque FG differentia ſemidiametrorum GC & IM; conſequenter (§. 268 *Geom.*),

   Ut FG differentia ſemidiametrorum; ad GM diſtantiam centrorum;

   Ita CF ſemidiameter ſphæræ opacæ, ad MH diſtantiam verticis coni umbroſi a centro ſphæræ opacæ.

2. Quodſi ratio PM ad MH valde exigua fuerit, ita ut MH & PH notabiliter non differant; MH pro axe coni umbroſi aſſumi poteſt. Alias mulctanda eſt parte PM: quæ ut inveniatur,

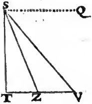
3. Quæri debet angulus KML (§. 115). Cum enim in triangulis MGF, PMI anguli ad F & P ſint recti (*per conſtruct.*), & inſuper $o = v$ (§. 233 *Geom.*), erit etiam KML = MIP (§. 246 *Geom.*); ideoque cum in triangulo MIP ad P rectangulo, præter angulum MIP inventum, etiam detur latus IM ſemidiameter corporis opaci; reperietur MP (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Si ſemidiameter telluris MI = 1, erit juxta *Ricciolum* ſemidiameter ſolis AG = 33, diſtantia ſolis a terra GM = 7300, ideoque GF = 32. Unde MH = $228\frac{1}{8}$. Porro KML ſeu MIP = 15′ fere (§. 115) ideoque ſinus MIP = 43635 fere. Hinc MP ad MI ut 43635 ad 10000000 (§. 33 *Trigon.*), ſeu ut 1 ad 229 fere. Cum ideo PM non ſit niſi $\frac{1}{229}$ ipſius IM, aſt MH = $228\frac{1}{8}$ IM; poterit PM tuto negligi, ideoque etiam PH $228\frac{1}{8}$ ſemidiametrorum terreſtrium aſſumi poteſt.

Corollarium.

144. Quoniam ratio diſtantiæ corporis opaci a luminoſo GM ad longitudinem umbræ MH conſtans eſt, nempe in omni caſu ut differentia ſemidiametrorum GF ad ſemidiametrum ſphæræ opacæ CF vel MI (§. 173 *Arith.*); ſi diſtantia minuitur, longitudo quoque umbræ minor evadere debet (§. 203 *Arith.*). Opaci igitur ſphærici ad luminoſum ſphæricum majus accedentis umbra decreſcit.

Definitio 29.



145. Si per extremitates objecti opaci S & T ducantur parallelæ TV & SQ; angulus TVS, quem radius per verticem S tranſiens & umbram in V terminans cum recta TV efficit, dicitur *altitudo luminoſi*. Perinde vero eſt, ſive recta ST jungens extremitates opaci ſit ad rectam TV, quæ extremitatem unam objecti T cum extremitate umbræ V jungit, perpendicularis, ſive ſub quocunque angulo ad eandem inclinata, veluti ſi fuerit SZ.

Problema 5.

146. *Data altitudine corporis opaci* (Vid. Fig. §. 145) TS *& altitudine luminoſi e. gr. ſolis ſupra horizontem, hoc eſt,* SVT; *invenire longitudinem umbræ in plano horizontali* TV.

Resolutio.

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo (§. 227 *Geom.*) datur angulus V una cum latere TS *per hypoth.* invenietur longitudo umbræ TV (§. 36 *Trigon.*).

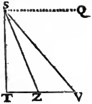
E. gr. Sit altitudo Solis 37° 45′, altitudo turris 187 pedum; reperietur TV $241\frac{1}{3}$ pedum. Nimirum

Digitized by Google

Log. Sin. V.	97869036
Log. TS.	22718416
Log. Sin. S.	98980060
	12.1698476
Log. TV	2.3829420

, cui in canone quam in proxime reſpondent 2415″.

PROBLEMA 6.



147. *Data altitudine corporis opaci* TS, *una cum longitudine umbræ* TV; *invenire altitudinem Solis ſupra horizontem*.

RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo STV ad T rectangulo dantur crura TV & TS, invenietur angulus V, qui metitur altitudinem ſolis, inferendo (§. 40 *Trigon.*).

Ut longitudo umbræ TV,
ad altitudinem corporis opaci TS;
ita ſinus totus,
ad tangentem altitudinis Solis ſupra horizontem.

E. gr. Sit TS 30 pedum, TV 45′; reperietur TVS 33° 41′. Nempe

Log. TV	16532125
Log. TS	14771212
Log. Sin. Tot.	100000000
Log. Tang. TVS	9.8239087

, cui in canone quam proxime reſpondent 33° 41′.

THEOREMA 22.

148. *Si altitudo luminoſi, v. gr. Solis ſupra horizontem* TVS *fuerit* 45°; *longitudo umbræ* TV *altitudini corporis opaci* TS *æqualis eſt*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus ad T rectus eſt, ſi TVS fuerit 45° ſeu ſemirectus, etiam alter TSV ſemirectus erit (§. 241 *Geom.*), conſequenter TV = TS (§. 253 *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 23.

149. *Longitudines umbrarum* TZ & TV *ejuſdem corporis opaci* TS *in plano horizontali, pro diverſa altitudine luminoſi, ſunt ut cotangentes altitudinum luminoſorum*.

DEMONSTRATIO.

Sint enim TZ & TV longitudines umbrarum: erunt TZS & TVS altitudines luminoſi (§. 145). Quodſi TS ſumatur pro ſinu toto, erunt TZ & TV tangentes angulorum TSZ & TSV (§. 7 *Trig.*), conſequenter cotangentes altitudinum TZS & TVS (§. 11 *Trig.*). Sunt itaque umbrarum longitudines ut cotangentes altitudinum. *Q. e. d.*

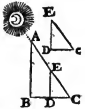
COROLLARIUM 1.

150. Quoniam cotangentes anguli majoris minor eſt cotangente anguli minoris (§. 11 *Trigon.*); luminoſo aſcendente umbra decreſcit.

COROLLARIUM 2.

151. Hinc umbræ corporum meridianæ hieme longiores ſunt quam æſtate, & ſingulis diebus umbræ meridianæ breviores ſunt antemeridianis & pomeridianis.

THEOREMA 24.



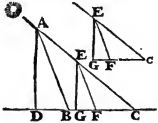
152. *Si duorum opacorum parallelorum & ad horizontem perpendicularium* AB & DE *umbra* BC & DC *eodem radio* AC, *vel diverſis æque-altis terminentur; altitudinibus opacorum* AB & DE, &, *ſi opaca fuerint ad lineam horizontalem ſimiliter inclinata, etiam longitudinibus eorum proportionales ſunt*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim DE eſt ipſi AB paralle-

Digitized by Google

rallela *per hypoth.* ſi umbræ eodem radio AC terminantur, erit in caſu opacorum perpendicularium ad horizontem CD:CB = DE:BA (§. 268 *Geom.*). *Quod erat primum.*

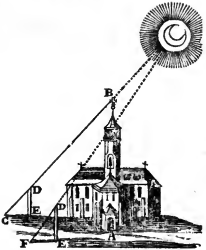


Quodſi vero fuerint opaca AB & EF ad horizontem BC inclinata, erit angulus ABC = EFC (§. 233 *Geom.*) &, cum præterea angulus C utrique triangulo ABC & EFC communis ſit; CB:CF = BA:FE & CB:CF = AD:EG (§. 396 *Geom.*). *Quod erat ſecundum.*

Si umbræ radiis æque-altis (*Vid. Fig.* §. 152) AC & E*c* terminentur; erunt in caſu opacorum AB & ED ad horizontem perpendicularium in utroque triangulo ABC & ED*c* anguli B & D recti, anguli vero obliqui C & *c* æquales (§. 145), ideoque denuo D*c*:BC = DE:AB (§. 267 *Geom.*). *Quod erat tertium.*

Denique ſi umbræ radiis æque-altis (*Vid. Fig.* 1 *hujus pag.*) AC & E*c* terminentur & plana AB atque EF ad horizontem ſimiliter inclinata; erit angulus ABC = EF*c* & ACB = E*c*F, conſequenter cum △ ABC ∽ △ EF*c* (§. 267 *Geom.*), BC:F*c* = BA:FE = DA:GE (§. 396 *Geom.*). *Quod erat quartum.*

PROBLEMA 7.



153. *Mediante umbra in planum horizontale projecta, metiri altitudinem objecti cujuſcunque opaci, e. gr. turris* AB.

RESOLUTIO.

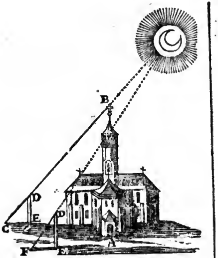
1. In termino umbræ turris C baculo infixo, fune aut catena horizontaliter extenſa metire longitudinem umbræ AC (§. 126 *Geom.*).
2. Defigatur in terra baculus notæ altitudinis DE ad horizontem perpendicularis, &
3. Inveſtigetur ut ante longitudo umbræ EF.

Dico eſſe EF : AC = DE : AB.

E. gr. Sit AC = 45′, ED = 5′, EF = 7; erit AB = 45 · 5 : 7 = 32$\frac{1}{7}$.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ob ingentem diſtantiam lunæ & ſolis a terra angulus F æqualis



lis deprehenditur ipſi C, ſi baculus prope turrim in terra defixus umbram EF projicit, umbra turris AC & baculi EF radiis terminantur æque-altis (§. 145). Eſt ergo EF : AC = DE : AB (§. 152). *Q.e.d.*

SCHOLION.

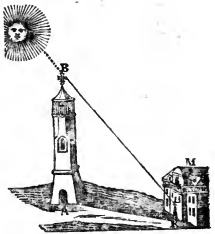
154. *Si alio lumine, quam ſolari aut lunari, colluſtratum objectum* AB *umbram projiceret in* C; *baculus* DE *ita infigi deberet, ut ejus umbra etiam in* C *terminaretur* (§. 152).

PROBLEMA 8.

155. *Mediante umbra, partim in planum horizontale, partim in verticale, hoc eſt, in planum ad prius perpendiculare projecta, altitudinem objecti opaci e. gr. turris metiri.*

RESOLUTIO.

1. Metire primum umbram horizontalem (*Vid. Fig. ſeq.*) AK (§. 126 *Geom.*).



2. Pertica ad planum verticale applicata, inveſtiga altitudinem umbræ verticalis KL.
3. Hac in terra ita defixa, ut nonniſi pars ipſi KL æqualis emineat, metire longitudinem umbræ ejus.
4. Quoniam hæc addita umbræ AK conficit longitudinem umbræ a turri projiciendam, remota domo MK; erit (§. 153), ut longitudo umbræ perticæ ad longitudinem umbræ turris modo inventam, ita altitudo LK ad altitudinem turris AB.

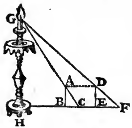
E. gr. Sit AK = 20′, KL = 12′, umbra a pertica 12 pedum projecta = 8; erit AB = 28 . 12 : 8 = 7 . 6 = 42.

THEOREMA 25.

156. *Æqualium opacorum ad horizontem perpendicularium umbræ habent longitudines diſtantiis ſuis ab eodem luminoſo vel luminoſis æque-altis proportionales.*

DEMON-

Demonstratio.



Sit EF longitudo umbræ opaci DE, BC longitudo umbræ opaci AB, & tam GH, quam AB & DE ad HF perpendiculares, erit BH diſtantia opaci AB a luminoſo G & EH diſtantia opaci DE ab eodem luminoſo G (§. 225 *Geom.*). Et quia tum AB, tum DE ipſi HG parallela (§. 256 *Geom.*); erit porro $AB : GH = BC : CH$ & $DE : GH = EF : FH$ (§. 268 *Geom.*); conſequenter ob $AB = DE$ *per hypoth.* $AB : GH = DE : GH$ (§. 168 *Arith.*) ac ideo $BC : CH = EF : FH$ (§. 167 *Arith.*). Unde porro $BH : BC = EH : EF$ (§. 193 *Arith.*), ideoque tandem $BH : EH = BC : EF$ (§. 173 *Arith.*). *Q. e. d.*

Corollarium.

157. Luminoſo igitur ad opacum, vel opaco ad luminoſum accedente, umbra minuitur; recedente alterutro, augetur.

Scholion.

158. *Ex diverſa igitur longitudine umbrarum ejusdem opaci in eadem altitudine Solis, Lunæ, Jovis ac Veneris ſupra horizontem, colligere licet diverſam eorundem a terra diſtantiam: quamvis ad hanc diverſitatem diſtincte cognoſcendam non ſufficiat hæc methodus, ut ex Aſtronomia inferius conſtabit.*

Definitio 30.

159. *Umbra recta* eſt, quam projicit corpus opacum ad horizontem perpendiculare in planum horizontale.

Scholion.

160. *Tales ſunt umbræ hominum erectorum, ædificiorum, montium, arborum.*

Definitio 31.

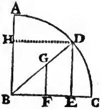
161. *Umbra verſa* eſt, quam projicit opacum perpendiculariter affixum plano ad horizontem perpendiculari in hoc planum.

Scholion.

162. *Talis eſt umbra, quam projiciunt brachia hominis extenſa: talis quoque eſt ſtyli muro perpendiculariter infixi umbra.*

Theorema 26.

163. *Umbra recta BF eſt ad altitudinem opaci* GF, *ut coſinus altitudinis luminoſi* DH *ad ſinum* DE.



Demonstratio.

Quoniam BF eſt umbra recta opaci GF *per hypoth.* erit GF ad BC perpendicularis (§. 159): & cum angulus B ſit altitudo luminoſi (§. 145), erit DE ſinus, DH vel BE coſinus altitudinis luminoſi (§. 2. 11 *Trigon.*), & DE etiam perpendicularis ad BC (§. 3 *Trigon.*); conſequenter DE ipſi GF parallela (§. 256 *Geom.*), ideoque $BE : ED = BF : GF$ (§. 268 *Geom.*), hoc eſt, ut coſinus ad ſinum altitudinis luminoſi, ita umbra recta ad altitudinem opaci. *Q. e. d.*

Corollarium.

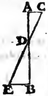
164. Jam cum ſinus coſinui æqualis ſit, altitudine luminoſi DBC 45 graduum exiſtente (§. 241. 253 *Geom.*), in minore autem altitudine major, in majore minor (§. 189 *Geom.*); patet umbram rectam fieri in altitudine luminoſi 45° altitudini objecti æqualem; in minori altitudine vero majorem, in majori minorem, quorum prius jam ſupra (§. 248) demonſtratum.

Theo-

Digitized by Google

THEOREMA 27.

165. *Si altitudo luminoſi fuerit eadem, erit opacum* AC *ad umbram verſam* AD, *ut umbra recta* EB *ad opacum ſuum* DB.



DEMONSTRATIO.

Sint AC & EB ad AB perpendiculares, ducaturque recta EC. Quodſi CE fuerit radius luminoſi; erit AD umbra verſa ipſius AC (§. 161) & EB umbra recta ipſius DB (§. 159). Quare cum verticales ad D ſint æquales (§. 156 *Geom.*); erit EB : DB = AC : AD (§. 267 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

166. Quoniam umbra recta ad opacum ſuum, ut coſinus ad altitudinem luminoſi (§. 163); erit etiam opacum ad umbram verſam, ut coſinus altitudinis luminoſi ad ejus ſinum (§. 167 *Arith.*), conſequenter umbra verſa AD ad opacum ſuum AC, ut ſinus altitudinis luminoſi ad ejus coſinum (§. 173 *Arith.*).

SCHOLION.

167. *Idem quoque inde patet, quod per demonſtrata angulus* C *ſit altitudini luminoſi* E *æqualis. Quodſi enim* CD *ſumatur pro ſinu toto, erit* AD *ſinus,* AC *coſinus altitudinis luminoſi* (§. 2. 11 Trigon.).

COROLLARIUM 2.

168. Si DB = AC ſeu longitudo opacorum eadem; erit tum DB media proportionalis inter EB & AD (§. 156 *Arith.*), hoc eſt, longitudo opaci eſt media proportionalis inter umbram ejus rectam & verſam ſub eadem luminoſi altitudine.

COROLLARIUM 3.

169. Quando angulus C eſt 45°, ſinus & coſinus æquales ſunt, ideoque umbra verſa longitudini opaci æqualis: quod idem de recta ſupra oſtenſum (§. 164).

THEOREMA 28.

170. *Umbra recta eſt ad verſam ejuſdem opaci, ſub eadem altitudine luminoſi, in ratione duplicata coſinus ad ſinum altitudinis luminoſi.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim umbra recta ad longitudinem opaci, ut longitudo opaci ad umbram verſam (§. 168); conſequenter ut prima proportionalium ad tertiam (§. 155 *Arith.*). Quamobrem umbra recta ad umbram verſam eſt in ratione duplicata umbræ rectæ ad longitudinem opaci (§. 216 *Arith.*), ſeu ut quadratum umbræ rectæ ad quadratum longitudinis opaci (§. 259 *Arith.*). Eſt vero umbra recta ad longitudinem opaci, ut coſinus altitudinis luminoſi ad ſinum ejuſdem (§. 163); conſequenter & quadratum illius ad quadratum hujus, ut quadratum coſinus altitudinis luminoſi ad quadratum ſinus (§. 260 *Arith.*). Ergo etiam umbra recta ad verſam, ut quadratum coſinus altitudinis luminoſi ad ſinum ejuſdem (§. 167 *Arith.*); conſequenter in ratione duplicata coſinus altitudinis luminoſi ad ſinum ejuſdem (§. 259 *Arith.*). *Q. e. d.*

SCHOLION.

171. *Umbrarum rectarum & verſarum uſus eſt in Geodeſia: earum enim ope commode metimur altitudines tum acceſſibiles, tum inacceſſas, etiam cum corpus nullam umbram projicit. Utimur autem umbris rectis, quamdiu umbra corporis altitudinem ejus non excedit, umbris autem verſis, quando umbra altitudine major: quod quomodo fiat, Problemata ſequentia exponunt.*

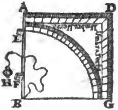
PROBLEMA 9.

172. *Quadratum Geometricum conſtruere, hoc eſt, inſtrumentum, cujus ope ratio umbræ rectæ atque verſæ ad altitudinem objecti inveſtigari poteſt.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.



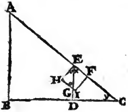
1. Paretur quadratum ADGB vel ex orichalco, vel ex ligno, arbitrariæ magnitudinis. Latus orichalcei communiter unius pedis; lignei vero pedis unius cum dimidio eſſe ſolet.
2. Rectis AD & DG in 100 particulas æquales diviſis (vel in plures, ſi majus fuerit; vel etiam in pauciores, ſi minus fuerit, e. gr. more veterum in 12) ducantur rectæ iis æquidiſtantes, & ad puncta diviſionum ſingula ducantur inter eas rectæ verſus centrum B convergentes.
3. Ad latus AB aptentur pinnulæ E & F; in centro vero B alligetur filum BH cum appenſo pondere H.
4. Denique ad latus DG, è regione minutorum, ſcribatur *umbra recta*; ad latus vero alterum AD *umbra verſa* numerenturque partes umbræ rectæ a G verſus D; umbræ verſæ ab A verſus idem D.

Dico, ſi per pinnulas E & F in verticem objecti collimes; centro B eidem oppoſito, partem lateris DG a filo abſciſſam eſſe ad latus integrum DG, uti umbra recta eſt ad altitudinem objecti; ſimiliterque partem lateris AD ab eodem filo reſectam eſſe ad latus integrum AD, uti eſt umbra verſa ad altitudinem objecti, vel etiam latus integrum ad partem AD ab eodem filo reſectam, ut umbra recta ad altitudinem objecti.

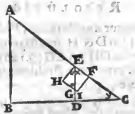
DEMONSTRATIO.



I. Concipiamus enim radium viſualem AC per pinnulas E & F tranſeuntem protendi uſque in C donec longitudinem umbræ rectæ BC definiat & reſecare in hoc inſtrumenti ſitu partem umbræ rectæ GF. Quoniam angulus E utrique triangulo EGF & EDC communis, angulus F rectus (§. 98 *Geom.*), D itidem rectus (§. 215 *Mechan.*), erit GF : FE = DC : DE (§. 267 *Geom.*). Quoniam vero DE perpendicularis ad BC *per demonſtr.* & AB objecti altitudo *per hypoth.* ad eandem BC perpendicularis (§. 227 *Geom.*), ideoque DE ipſi AB parallela (§. 256 *Geom.*); DC : DE = BC : AB (§. 268 *Geom.*), ideoque GF : FE = BC : AB (§. 167 *Arith.*). *Quod erat unum.*



II. Concipiamus ſimiliter radium viſualem AF continuari, donec in C

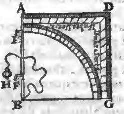


umbram rectam BC opaci AB in hoc ſitu inſtrumenti definiat & filum EG reſecare partem umbræ verſæ HG. Quoniam angulus H rectus eſt (§. 98 *Geom.*) & D itidem rectus (§. 215 *Mechan.*), ob paralleliſmum vero linearum HI & EF (§. 336 *Geom.*) $o = x$ (§. 233 *Geom.*); erit etiam $u = y$ (§. 246 *Geom.*), conſequenter u altitudini luminoſi æqualis (§. 145). Quodſi jam EG ſumatur pro ſinu toto, erit HG ſinus (§. 2 *Trigon.*), HE coſinus (§. 11 *Trigon.*) altitudinis luminoſi. Eſt ideo HG ad HE, ut ſinus altitudinis luminoſi ad ejus coſinum; conſequenter ut umbra verſa ad longitudinem opaci (§. 166). *Quod erat alterum.*

III. Denique quoniam triangula HEG & DEC ſibi mutuo æquiangula *per demonſtr.* erit EH : HG = DC : DE (§. 267 *Geom.*). Et quoniam eodem modo, quo *num.* 1 patet, eſſe DC : DE = CB : BA; erit etiam EH : HG = BC : BA (§. 167 *Arith.*). *Quod erat tertium.*

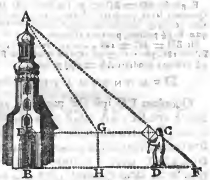
Tertium infertur etiam hoc modo: latus quadrati HE ad partem umbræ verſæ a filo reſectæ HG, ut altitudo objecti ad umbram verſam *vi num.* 2. Ergo etiam ut umbra recta ad altitudinem objecti (§. 165). *Q. e. d.*

S c h o l i o n.



173. *Plerumque quadratum Geometricum cum quadrante conjungunt: quo in caſu prætereà opus eſt regula cum dioptris circa centrum* B *mobili.*

P r o b l e m a 10.



174. *Altitudinem acceſſibilem* AB *tam per umbram rectam, quam verſam, metiri.*

R e s o l u t i o.

Statione in D ad arbitrium electa; & ejus ab altitudine AB diſtantia DB inveſtigata (§. 126 *Geom.*). Quadratum Geometricum huc illucque vertatur, donec per pinnulas collineanti apex altitudinis A occurrat. Quodſi filum umbram rectam ſecet, inferatur:

Ut pars umbræ rectæ reſecta
ad latus quadrati Geometrici;
ita diſtantia ſtationis DB
ad

ad partem altitudinis AE.

Quodſi vero filum umbram verſam ſecet, inferatur:

Ut latus quadrati Geometrici
ad partem umbræ verſæ reſectam,
ita diſtantia ſtationis DB
ad partem altitudinis AE.

Cum ideo in utroque caſu AE per regulam trium inveniri poſſit, ſi ipſi repertæ partem altitudinis BE, hoc eſt in planitie horizontali altitudinem oculi tui addas; prodibit altitudo quæſita integra AB.

E. gr. Sit BD = EC = 36′; umbra recta 64. Quoniam latus quadrati eſt 100; erit EA = 100. 36 : 64 = $56\frac{1}{4}$ pedum. Quare ſi addatur EB, quæ ſit $5\frac{1}{4}$ pedum; prodibit altitudo AB = 62′.

Sit BD = EC = 188′, umbra verſa 50: erit EA = 188. 50 : 100 = 94′. Quare ſi addatur EB $5\frac{1}{4}$ pedum; prodibit AB = $99\frac{1}{4}$ pedum.

Demonstratio.

Quoniam EC ipſi BF parallela *per hypoth.* erit BF : BA = CE : EA (§. 268 *Geom.*). Eſt vero etiam BF : BA, ut umbra recta a filo reſecta ad latus quadrati (§. 172). Ergo ut umbra recta a filo reſecta ad latus quadrati, ita EC ad EA (§. 167 *Arith.*). *Quod erat unum.*

Porro latus quadrati eſt ad partem umbræ verſæ a filo reſectam, ut umbra recta ad altitudinem AB (§. 172). Ergo etiam ut CE ad EA *per demonſtr. Quod erat alterum.*

Corollarium.

175. Quodſi ergo filum in diagonalem quadrati cadit; erit EC = EA, ſeu altitudo objecti, dempta altitudine oculi, eſt diſtantiæ ab objecto æqualis.

Problema II.

176. *Metiri altitudinem inacceſſam per umbram rectam, itemque per umbram verſam.*

Resolutio.

1. Eligantur duæ ſtationes (*Vid. Fig.* §. 174) in D & H inveſtigeturque diſtantia DH vel CG (§. 126 *Geom.*).
2. Obſervetur, ut in Problemate præcedente, quamnam partem umbræ vel rectæ, vel verſæ in quadrato Geometrico filum reſecet.
3. Quodſi filum in utraque ſtatione umbram rectam ſecet, inferatur.

   Ut differentia umbrarum rectarum in utraque ſtatione deſignatarum
   ad latus quadrati;
   ita diſtantia ſtationum GC
   ad altitudinem EA.
4. Si filum in utraque ſtatione umbram verſam ſecet, inferatur:

   Ut differentia umbrarum verſarum in utraque ſtatione deſignatarum
   ad umbram verſam minorem;
   ita diſtantia ſtationum GC
   ad intervallum GE.

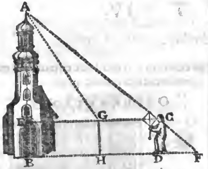
   Quo dato, ope umbræ verſæ in G repertæ, altitudinem EA invenies ut in Problemate præcedente.
5. Si denique filum in prima ſtatione G ſecet umbram rectam, in altera C umbram verſam; inferatur:

   Ut differentia facti ex umbra recta in verſam a quadrato lateris quadrati
   ad factum ex latere quadrati in umbram verſam;
   Ita diſtantia ſtationum GC
   ad altitudinem quæſitam AE.

E. gr. Sit in caſu primo diſtantia ſtationum GC = 25, umbra recta in G 20, in C 35; erit EA = 25. 100 : (35 − 20) = $166\frac{2}{3}$.

Sit in caſu ſecundo diſtantia ſtationum GC = 200, umbra verſa in G 66, in C vero 33; erit EG 33. 200 : 33 = 200. Unde per Problema præcedens reperitur EA = 66. 200 : 100 = 132.

Digitized by Google



Sit in caſu tertio diſtantia ſtationum GC $=$ 150, umbra recta in G $=$ 88, umbra verſa in C $=$ 60; EA $=$ 100 . 60 . 150 : (10000 — 60 . 88) $=$ $190\frac{40}{59}$ ſeu fere 191.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut umbra recta in G ad latus quadrati, ita EG ad EA, & ut umbra recta in C ad latus quadrati, ita CE ad EA (§. 174); ideoque umbra recta in G ad umbram rectam in C, ut GE ad CE (§. 195 *Arith.*); conſequenter ut differentia umbrarum rectarum ad umbram rectam in G, ita diſtantia ſtationum GC ad GE (§. 193 *Arith.*). Quare cum etiam ſit ut umbra recta in G ad latus quadrati, ita EG ad EA (§. 174); erit ut differentia umbrarum rectarum ad latus quadrati, ita diſtantia ſtationum GC ad altitudinem EA (§. 194 *Arith.*). *Quod erat primum.*

Porro ut latus quadrati Geometrici ad umbram verſam in G, ita GE ad EA, & ut latus quadrati ad umbram verſam in C, ita CE ad EA (§. 174). Ergo umbra verſa in G eſt ad umbram verſam in C, ut CE ad EG (§. 200 *Arith.*), conſequenter differentia umbrarum verſarum eſt ad umbram verſam in C, ut diſtantia ſtationum GC ad diſtantiam ſtationis primæ ab altitudine quæſita EG (§. 193 *Arith.*) *Quod erat ſecundum.*

Denique ſit umbra recta in G $= r$; verſa in C $= v$, GC $= d$, EG $= x$: latus quadrati $= l$ erit ob $r : l = x :$ EA & $l : v = d + x :$ EA (§. 174).

$$lx : r = (vd + vx) : l$$

$$l^2x = rvd + rvx$$

$$l^2x - rvx = rvd$$

$$x = rvd : (l^2 - rv).$$

Quare cum ſit EA $= lx : r$ *per demonſtr.* valore ipſius x ſubſtituto, reperitur EA $= lvd : (l^2 - rv)$, conſequenter $l^2 - rv : lv = d :$ EA. *Quod erat tertium.*

CAPUT

CAPUT IV.

De Coloribus.

DEFINITIO 32.

177. *Radius rubeus* eſt, qui efficit ſenſum coloris rubri. *Radius flavus* eſt, qui efficit ſenſum coloris flavi. Unde patet, quinam porro dicantur ***virides***, ***cærulei***, ***violacei*** aut alio modo colorati.

SCHOLION.

178. *Si radii luminis a corporibus illuminatis reflexi eodem modo oculum afficerent, fieri ſane nullo modo poſſet, ut aliorum color appareret ruber, aliorum flavus, aliorum viridis, aliorum cæruleus, aliorum violaceus & ita porro* (§. 43). *Alia igitur eſſe debet diſpoſitio radiorum, qui efficiunt, ut objecta videantur rubra; alia vero eorum, qui objecta exhibent flava, viridia, cærulea, violacea, vel alio colore tincta. Quamvis autem a propoſito noſtro alienum exiſtimemus ut inquiramus, in quonam diſpoſitio illa conſiſtat; nil tamen obſtat, quominus per eam, licet obſcure cognitam, doctrinæ gratia radios diſtinguamus & hoc intuitu alios rubeos, alios flavos, alios virides &c. appellemus.*

DEFINITIO 33.

179. *Refrangibilitas radiorum* eſt diſpoſitio patiendi refractionem.

DEFINITIO 34.

180. *Refrangibilitas major* eſt diſpoſitio ad majorem refractionem ſub eodem angulo incidentiæ. *Minor* vero eſt diſpoſitio ad minorem refractionem ſub eodem angulo incidentiæ.

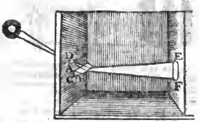
DEFINITIO 35.

181. *Reflexibilitas radiorum* eſt diſpoſitio patiendi reflexionem.

DEFINITIO 36.

182. *Reflexibilitas major* eſt diſpoſitio ad majorem reflexionem ſub eodem angulo incidentiæ. *Reflexio* autem *major* cenſetur, ſi radii aut copioſiores aut citius in totum reflectuntur.

OBSERVATIO 9.



183. *Si radius luminis per exiguum foramen rotundum, cujus latitudo quartam digiti partem haud excedit, in conclave obſcurum intromiſſus priſmate vitreo trigono* ABC *ita excipiatur, ut prope angulum* C *per illud tranſeat; in charta alba* EF *colores iridis vivaciſſimi conſpiciuntur, nempe in* F *rubeus, deinde flavus, proxime viridis, poſtea cæruleus, & tandem purpureus ſeu violaceus: In quacunque a priſmate diſtantia lumen exceperis charta aut corpore alio; iidem conſtanter apparebunt colores. Quemadmodum vero hoc lumen coloratum per lineas rectas inſtar reliqui propagatur; ita quoque a ſpeculo reflectitur & per lentem vitream convexam refringitur, ſuoſque colores tam poſt reflexionem, quam refractionem retinet. Cum tamen radii in foco coarctantur, in lumen ſplendidum degenerant, mox, ubi poſt focum rurſus divergunt, colores priſtinos recuperantes. Neque injucundum*

eſt,

Digitized by Google

eſt, ſpectare particulas in aere volitantes eodem colore reſplendentes, quo imbuti ſunt radii ipſas illuſtrantes. Nempe in lumine viridi virides, in cæruleo cæruleæ, in rubro rubræ apparent & coloratæ ſplendorem retinent.

COROLLARIUM 1.

184. Cum lumini in tranſitu per priſma nil accidat, niſi quod refringatur tum in ingreſſu, tum in egreſſu (§. 54) (utraque refractio oculis ipſis admodum diſtincte obvia, dum experimentum capitur); per ſolam refractionem lumen in colores mutari poteſt.

COROLLARIUM 2.

185. Quoniam radii colorati adhuc per lineas rectas propagantur, ſi a ſpeculis reflectantur, imo etiam in lentibus vitreis refringantur (§. 183); omnes luminis proprietates retinent (§. 46. 51. 54), conſequenter adhuc lumen ſunt.

COROLLARIUM 3.

186. Et quia radii colorati poſt focum invertuntur, ſuumque colorem ſtatim recuperant, quem ante focum habuerant (§. 183); in foco decuſſantur, ideoque invicem permiſcentur, conſequenter radii colorati, ſpeciatim rubri, flavi, virides, cærulei, purpurei ſeu violacei, ſub convenienti proportione commixti lumen album reſplendens generant.

COROLLARIUM 4.

187. Radii colorati non mutantur, etiamſi a corporibus opacis reflectantur. Reflexio igitur eorum diſpoſitionem non immutat.

SCHOLION 1.



188. *Iidem colores comparent, ſi radius Solis* LM *oblique incidat in vitrum conicum* HKM.

SCHOLION 2.

189. *Experimentum quidem ſuccedit, etiamſi conclave non fuerit obſcurum; in obſcuro tamen colores non modo clariores, verum etiam magis diſtincti apparent.*

OBSERVATIO 10.



190. *Priſma* DEF *ita collocetur, ut refractiones luminis ad ingreſſum & egreſſum ſint inter ſe æquales: id quod obtinetur, ſi illud circa axem lente convertas, donec lumen coloratum, quod nunc aſcendit, nunc deſcendit, inter aſcenſum & deſcenſum ſtationarium videatur. Hunc enim ſitum convenientiſſimum judicat vir ſummus* Nevvtonus (a). *In medio ſpatio inter priſma* DEF *& lumen coloratum in pariete depictum* NO (§. 183) *collocetur priſma alterum* GH, *quod excipiat lumen coloratum* LM *ſibi parallelum. Poſt alteram refractionem in hoc ſecundo priſmate factam, lumen coloratum in pariete depictum* IK *inclinabitur ad ſimile lumen* NO, *quod remoto priſmate* GH *ibidem cernitur, ita ut extremitates cæruleæ* N & I *longiori intervallo a ſe invicem diſtent rubris* O & K.

COROLLARIUM 1.

191. Neceſſe igitur eſt, ut radii cærulei magis refringantur quam rubri, & diſpar etiam ſit refractio in radiis intermediis.

COROLLARIUM 2.

192. Radii igitur luminis Solaris non ejuſdem ſunt refrangibilitatis (§. 179); conſequenter cum ratio diverſæ refrangibilitatis intrinſeca ſit, nec ejuſdem naturæ.

OBSER-

(a) Optic. lib. 1. part. 1. prop. 2. pag. 23. Edit. Lat. ſec.

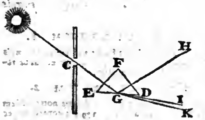
Observatio 11.

193. *Si faſciæ chartæ oblongæ & rigidæ, lateribus inter ſe parallelis definitæ, cujus dimidia pars colore rubro, altera cæruleo infecta, filum ſerici nigrum atque tenue aliquoties circumvolvas & ante eam in ſitu ad horizontem perpendiculari collocatam candellam accenſam ſtatuas, tandem in diſtantia 6 circiter pedum lentem vitream totidem fere pedum, eamque utrinque convexam & uncias circiter* $4\frac{1}{4}$ *latam, opponas, ut chartæ coloratæ imago poſt eam in charta alia alba depingatur* (§. 61); *animadvertes, ubi imago cærulea diſtincta comparet, ibi confuſam eſſe rubram, ita ut fila ſericea vix diſcerni poſſint & contra; majoremque requiri diſtantiam chartæ albæ a lente, ſi rubræ imago diſtincta eſſe debet, quam ubi cæruleam diſtinctam deſideraveris.*

Corollarium.

194. Quoniam imago ibi videtur diſtincta, ubi radii ab uno objecti puncto emanantes in uno iterum uniuntur (§. 75. 76); radii cærulei citius convergunt, quam rubri (§. 83 *Geom.*). Majorem igitur refractionem patiantur neceſſe eſt (§. 39) conſequenter radii ab objectis diverſimode coloratis reflexi non ſunt æque refrangibiles (§. 180).

Observatio 12.



195. *Si priſma* DFE, *cujus anguli* D & E *ſemirecti, foramini* C *ita objiciatur, ut lumen coloratum a baſi in* G *reflectatur; primo lumen cæruleum* HG *totum reflecti obſervabitur, cum reliquum adhuc in* I & K *refringetur, & ultimo tandem loco reflectetur rubrum.*

Corollarium 1.

196. Radii igitur diverſi coloris differunt gradibus reflexibilitatis (§. 181).

Corollarium 2.

197. Et quoniam lumen cæruleum celerius reflectitur ceteris, rubrum vero tardiſſime omnium (§. 195); lumen cæruleum reflexibilius eſt ceteris, rubrum vero reflexibilitatem minimam habet (§. 182).

Corollarium 3.

198. Sunt igitur iidem radii magis reflexibiles, qui magis refrangibiles exiſtunt (§. 191).

Scholion.

199. *Refrangibilitatis & reflexibilitatis diverſitatem ignorarunt philoſophi, donec eandem in apricum produceret vir ingenioſiſſimus magnoque ſuo merito celeberrimus* Iſaacus Newtonus (a). *Ab anno 1675 in Tranſactionibus Anglicanis eam cum eruditis communicavit & ab objectionibus nonnullorum ita vindicavit, ut ipſi Antagoniſtæ ſibi ſatisfactum eſſe confiterentur* (b). *Demum clarius eandem expoſuit & magna experimentorum copia confirmavit in præclaro* Optices *opere. Ac poſtea eadem experimenta coram ſocietate regia repetiit*, Monmortio *Gallo tunc in Anglia agente, aliiſque ex Academia Regia Scientiarum Pariſina præſentibus*, Cel. Deſagulierius (c). *Deſcribit quoque eadem experimenta* Cel. Guliel. Jac. 's Graveſande, *& modum eadem facile repetendi exponit, omni apparatu huc neceſſario accurate deſcripto* (d). *Id vero palmarium eſt in hac doctrina, ut evincatur, radios ſua natura eſſe diverſimode refrangibiles, nec coloratos in aliud lumen iterata refractione tranſmutari poſſe: quod ut oſtendatur, radios luminis heterogeneos a ſe invicem ſeparari neceſſe eſt, quemadmodum Problemate ſequente docetur.*

Problema 12.

200. *Luminis Solaris radios heterogeneos a ſe invicem ſeparare.*

Reso-

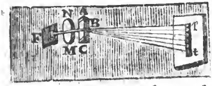
(a) Tranſact. Anglic. num. 80. pag. 3075 item num. 83 pag. 4061. & ſeqq. &c.

(b) Vid. Tranſact. Anglican. 85 pag 5018

(c) Tranſact. Anglic. num. 34 pag. 4 3 & ſeqq.

(d) In Phyſic. Element. Mathem. Tom. 2. cap. 19. 20 pag 84 & ſeqq.

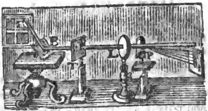
RESOLUTIO.



1. Per parvulum operculi feneſtræ foramen rotundum F *v. gr.* $\frac{1}{10}$ unius digiti in cameram obſcuram contra omnem luminis acceſſum optime munitam immittatur radius Solis. Quodſi lumen coloratum latius deſideres, foramen præſtat eſſe oblongum, *v. gr.* ut longitudo ſit digiti unius vel duorum, latitudo vero $\frac{1}{10}$ vel $\frac{1}{20}$ ejuſdem digiti.
2. In diſtantia decem vel duodecim pedum excipiatur is lente convexa MN, imaginem Solis in diſtantia ſex, octo, decem duodecimve pedum delineatura, pro diverſa ejus forma, juxta ea, quæ in Dioptricis demonſtranda hic tanquam a poſteriori nota ſupponi poſſunt (§. 75).
3. Pone lentem collocatur priſma ABC, quod lumen per illam tranſmiſſum refractione tranſmutat in imaginem Solis oblongam & coloratam *pt* (§. 183); eadem fere diſtantia charta alba excipiendam, qua Imago rotunda *num.* 2 excipiebatur, huc tamen illucve movenda, donec rectilinea imaginis latera quam maxime diſtincta appareant.

ALITER.

1. Foramen majus, cujus latitudo 2



circiter pollicum lamina metallica muniatur, in quo nonniſi exiguum admodum ſit foramen F, veluti $\frac{1}{10}$ unius digiti.
2. Quodſi radius luminis per id in cameram obſcuram incidens fuerit admodum declivis, ope ſpeculi B ita reflectatur, ut pavimento ſit ad ſenſus parallelus, quo citra inclinationem ad ipſum longius progrediatur, & ad corrigendam irregularitatem reflexionis excipiatur tabula T ad libitum attollenda, vel deprimenda, donec is tranſeat per foramen *f* $\frac{1}{10}$ unius digiti.
3. Radius per foramen *f* tranſiens excipiatur lente utrinque convexa L in diſtantia diametri convexitatis, veluti 9 pedum, ſi radius fuerit $4\frac{1}{2}$ pedum.
4. Pone lentem L ſtatuatur Priſma P eo ſitu, ut axis ſit ad horizontem perpendicularis & radius per lentem refractus nova refractione in priſmate facta abeat in imaginem coloratam oblongam.

Dico lumina heterogenea ita a ſe invicem eſſe ſeparata, ut ſingula lumina colorata pro ſimplici lumine haberi poſſint: id quod per ſequens experimentum a poſteriori patet, & ex ſuperioribus cum *Newtono* ita oſtenditur.

DEMON-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Quoniam ſpectrum oblongum coloratum, quod vi primæ refractionis prodit, ſecunda refractione in latus facta, non fit imago quadrata, ſed priori ſimilis, ſitu tantummodo inclinato (§. 190); evidens eſt lumen ſecunda refractione non æque in latitudinem, quemadmodum prima in longitudinem extendi. Quoniam latitudo imaginis ea eſt, quæ Solis diametro reſpondet, & lateribus parallelis excurrentibus ſuperiori ac inferiori parte arcu convexo terminatur; porro hinc colligitur, imaginem oblongam ex tot conſtare circulis ſeu imaginibus rotundis, quot ſunt colores diverſi, & ſecunda refractione, cum ſimilis prorſus prodeat priori imago, unumquemque circulum uniformi refractione tantummodo alio transferri. Enimvero ſi majores fuerint circuli, foramine ampliori exiſtente invicem confunduntur, ut lumen adhuc compoſitum ſit. Quodſi vero diametri minuantur, foramine imminuto, centrorum ſitu atque diſtantiis minime mutatis circuli minores non amplius, quemadmodum ante, confunduntur, ut minimum circa centrum cujuslibet circuli prodire debeat lumen ſatis ſimplex, præſertim ubi lente utaris ad penumbram auferendam. Atque ita patet utroque, quem expoſuimus modo, lumina heterogenea a ſe invicem ſeparari. *Q. e. d.*

OBSERVATIO 13.

201. *Quodſi imago colorata per Problema præcedens facta, radiorum ſeparatione prodiens, tabella inter latera ſuſtentaculi ſurſum deorſum mobili excipiatur & per exiguum foraminulum lumen unius coloris ſolum tranſmiſſum ope priſmatis ſecundi denuo refringatur, imago charta alba excepta eſt rotunda & ejuſdem coloris ſive oculo nudo, ſive per priſma ipſam intuenti apparet, qui ſolus per foramen tranſmittebatur; niſi quod lumen rubrum altiſſimo, cœruleum infimo loco compareat. Ceterum experimentum eodem ſucceſſu inſtituitur ſi radius declivis luminis per foramen, cujus diameter eſt digiti dimidii, in cameram obſcuram immiſſus per priſma in ſuſtentaculo circa axem ſuum volubile in aliud reflectatur & in eo refractum, ut imago prodeat colorata, per foramen tabulæ inter ejuſdem ſuſtentaculi, quod priſma alterum circa axem volubile continet, latera ſurſum deorſum mobilis, cujus diameter nonniſi $\frac{1}{8}$ unius digiti, tranſmittatur; ſpectrum vero coloratum ut ante in diſtantia 10 aut 12 pedum excipiatur.*

COROLLARIUM 1.

202. Quoniam lumina colorata a permixtione ſeparata nulla refractione amplius mutantur, ſed eundem conſtanter colorem retinent; evidens eſt omne lumen homogeneum proprium habere colorem & lumina illa, qualia per priſma prodeunt, eſſe ſimplicia, atque eorum colores eſſe colores primarios, quorum permixtione prodeunt colores compoſiti.

COROLLARIUM 2.

203. Nullus ideo color ex modificationibus luminis oritur, colores vero permanentes corporum inde ſunt, quod alia corpora alios radios copioſius reflectant.

SCHOLION 1.

204. *Hinc videas nullo alio lumine colluſtrata magis reſplendere cærulea, quam cæruleo; nec rubra magis quam rubro, ac ita porro.*

SCHOLION 2.

205. *Equidem induſtrius naturæ ſcrutator* Mariottus *facto accurate experimento ſe obſervaſſe profitetur, cum in diſtantia 30 circiter pedum colorem violaceum, qui majus quam 3 linearum ſpatium occupa-*

cepabat, per creaam duarum linearum trajectum priſmate alio valde oblique oppoſito exciperet, quandam ejus partem in colorem cæruleum & rubrum tranſmutatam fuiſſe, hincque falſitatem Theoria Newtonianæ *concludit* (a). *Enimvero cum non totum lumen violaceum in alios diverſos colores abierit; id ſaltem inde colligitur, ſeparationem radiorum diverſis coloribus imbutorum in prima refractione non fuiſſe abſolutam: id quod experimento præſenti conforme, minime autem experimentum iſtud theoriam illam funditus evertendam facit, quemadmodum viſum iis, qui radiorum heterogeneorum ſeparationem* Newtonianam *ignorarunt.*

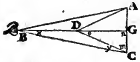
SCHOLION 3.

206. *Enimvero ut corpora hos radios facilius quam alios reflectant; ab ipſorum textura derivandum. Videmus enim mutata textura corporum, mutari quoque colorem. E. gr. ſi fruſtulis ligni Nephritici aquam limpidam affundas, intra 24 circiter horarum ſpatium extrahetur color, qui oculo inter lumen ſeu feneſtram & tincturam poſito intenſe ceruleus minimeque perſpicuus apparet; tinctura autem inter lumen ſeu feneſtram & oculum collocata, perſpicuus & rubor videtur. Quod ſi olei vitrioli guttas aliquot inſtillaverit, quod vi corroſiva particulas ex ligno extractas diſſolvit texturamque tinctura variat; color ex omni parte flavus eſt. Si vero oleum tartari per deliquium affuderis, quod maſſulas diſſolutas iterum coagulat, color priſtinus denuo redit. Sed quoniam hæc & innumera alia Phyſicæ ſunt conſiderationis, ideo ea non proſequimur, ſuo loco eadem reſervantes.*

CAPUT V.

De Viſione Magnitudinis.

DEFINITIO 37.



207. **A***ngulus Opticus* ſeu *Viſorius* ABC eſt, quem intercipiunt radii AB & BC ab extremis objecti punctis in centrum pupillæ deducti.

DEFINITIO 38.

208. *Magnitudinem apparentem* appello, quam angulo optico metimur.

AXIOMA 5.

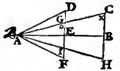
209. *Quæ ſub eodem vel æquali angulo videntur, æqualia apparent. Quod vero videtur ſub majori, id apparet majus: quod ſub minori videtur, minus apparet.*

SCHOLION.

210. *Hæc propoſitio ab Opticis inſtar axiomatis aſſumitur, quia innumeris experientiis confirmari poteſt. Sane Sol & Luna, quia ſub angulo ad ſenſum æquali videntur, æquales apparent. Unde etiam Aſtronomi magnitudinem apparentem ſtellarum ex angulo optico æſtimare ſolent. Nec ratione caret. Etenim objecta videntur æqualia, ſi imagines in oculo æquales ſunt, & illud majus eſt altero, cujus imago in oculo delineatur major. Si autem angulus opticus idem eſt, ex principiis diopticis demonſtrari poteſt, imagines quoque in retina æquales eſſe. Ex iiſdem conſtat, imaginem eſſe majorem, ſi angulus opticus major; minorem vero, ſi is minor extiterit.*

(a) Eſſay de la Nature des Couleurs. pag. 207 & ſeqq.

THEOREMA 29.



211. *Idem objectum* DF *in vicinia majus apparet, quam e longinquo.*

DEMONSTRATIO.

Aut enim crura anguli CAH, ſub quo videtur objectum CH e longinquo, cadunt in crura anguli DAF, ſub quo idem videtur in diſtantia minore, aut extra crura hujus anguli, aut intra eadem.

dem. Intelligatur itaque HC ipſi DF parallela & CH = DF *vi hypoth.* ex A vero demiſſa ad DE perpendicularis AE, quæ eadem erit ad CH perpendicularis (§. 230 *Geom.*). Quodſi AC caderet in AD, & AH in AF; tum foret ob △△ DAF & CAH ſimilia (§. 268 *Geom.*) AE : AB = DF : CH (§. 396 *Geom.*); conſequenter ob AE < AB *per hypoth.* DF < CH contra hypotheſin. Crura igitur anguli CAH non cadunt in crura anguli DAF, multo minus extra ea cadere poſſunt. Cadunt ideo intra crura anguli DAF, conſequenter angulus CAH < DAF, hincque objectum idem e longinquo minus apparet, quam in vicinia (§. 209). *Q. e. d.*

THEOREMA 30.

211. *Magnitudines apparentes objecti* (Vid. Fig. §. 207) ADC & ABC *ſunt in ratione minore quam diſtantiæ* DG & BG *reciproce; in majoribus tamen diſtantiis ſunt ad ſenſum ut diſtantiæ iſtæ reciproce.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus magnitudinem apparentem fieri ſubduplam; erit $o = 2x$ (§ 208). Eſt vero $o = x + y$ (§. 239 *Geom.*). Ergo $x = y$, conſequenter DC = BD (§. 253 *Geom.*). Quare cum BG ſit diſtantia ab oculo *per hypoth.* ideoque angulus ad G rectus (§. 225. 78 *Geom.*); DC > DG (§. 220 *Geom.*); conſequenter DB > DG (§. 89 *Arith.*) & hinc BG > 2DG (§. 90 *Arith.*). Quoniam igitur $o : x = 2DG : DG$ *per demonſtr.* BG ad DG rationem majorem habet quam *o* ad *x* (§. 203 *Arith.*), ſeu quod perinde eſt, *o* ad *x* rationem minorem habet quam BG ad DG. *Quod erat unum.*

Quodſi diſtantia DG augeatur, donec angulus *o* paucorum minutorum ſecundorum fiat, anguli *m* & *n* ad ſenſum non different (§. 241 *Geom.*), ideoque nec DC a DG (§. 253 *Geom.*), conſequenter nec DB = DC *per demonſtr.* a DG ad ſenſum differre poteſt (§. 87 *Arith.*). Eſt ideo BG = 2DG & hinc ut BG ad DG ita *o* ad *x*. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 31.

213. *Cotangentes magnitudinum apparentium* (Vid. Fig. §. 207) *dimidiarum* o & x *ejuſdem objecti* AC, *ſunt ut diſtantiæ* DG & BG.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus *n* rectus eſt (§. 225 *Geom.*); ſi GC ſumatur pro ſinu toto, erunt GD & GB tangentes angulorum GCD & GCB (§. 7 *Trigon.*), hoc eſt, cotangentes dimidiorum angulorum *o* & *x* (§. 11 *Trigon.*). Eſt itaque cotangens ipſius *o* ad cotangentem ipſius *x*, ut DG ad GB. *Q. e. d.*

PROBLEMA 13.

214. *Data magnitudine apparente dimidia* (Vid. Fig. §. 207) ABG, *una cum diſtantia* BG; *dimidiam magnitudinem veram* AG *invenire.*

RESOLUTIO.

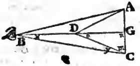
Quoniam angulus ad G rectus eſt (§. 225 *Geom.*), reperietur AG, inferendo (§. 40 *Trigon.*)

ut ſinus totus

ad tangentem dimidiæ magnitudinis apparentis ABG,

ita diſtantia BG

Digitized by Google



ad dimidiam magnitudinem veram AG.

Eadem AG invenitur inferendo (§. 36 *Trigon.*)

Ut coſinus magnitudinis apparentis dimidiæ ABG
(hoc eſt, ſinus anguli BAG)
ad ſinum ejuſdem;
ita diſtantia BG
ad magnitudinem veram dimidiam AG.

E. gr. Sit ABG = 15°, BG 30 pedum; erit

Log. ſin. tot.	10.0000000
Log. tang. ABG	9.4280525
Log. BG	1.4771212
Log. AG	0.9051737,

cui in Canone quam proxime reſpondent 8′ 0″ 4‴.

Aliter.

Log. Coſin. ABG	9.9849438
Log. Sin. ABG	9.4129962
Log. BG	1.4771212
Logg. Summa	10.8901174
Log. AG	0.9051736

qui cum ante invento idem eſt.

Corollarium.

215. Quodſi ABG ponatur dimidii ſcrupuli ſecundi & BG 6 digitorum; cum tangens dimidii ſcrupuli ſecundi ſit 24, reperitur AG $\frac{144}{10000000000}$ ideoque AC = $\frac{288}{10000000000}$, hoc eſt, fere $\frac{1}{347222}$ (§. 227 *Arith.*), ideoque minor quam $\frac{1}{100000}$ unius digiti. Unde aſſumere licet, objecta, quæ ſub angulo unius minuti ſecundi videntur, non amplius apparere, ſed inſtar punctorum ab oculo exhiberi.

Scholion.

216. *Si ſinus totus ſit* 10000000, *ſinus* 10 *ſcrupulorum ſecundorum vi canonis majoris* Pitiſci *eſt* 484. *Unde ſinus dimidii ſcrupuli* 24 (§. 23 *Trigon.*); *conſequenter cum tangens unius minuti in iſtiuſmodi particulis a ſinu non amplius differat, teſte Canone ſinuum & tangentium communi, etiam tangens dimidii ſcrupuli ſecundi eſt* 24.

Problema 14.

217. *Data dimidia magnitudine vera* (Vid. Fig. ut ſup.) AG, *una cum diſtantia ab oculo* BG; *invenire magnitudinem apparentem dimidiam* ABG.

Resolutio.

Cum in triangulo ABG dentur, præter rectum G (§. 225 *Geom.*), latera AG & BG, invenitur tangens magnitudinis apparentis ABG (§. 40 *Trig.*).

Exemplum eſt inverſum præcedentis.

Corollarium.

218. Quodſi ergo objectum aliquod tanto intervallo removeatur ab oculo, cui directe opponitur, donec ob imminutam continuo magnitudinem apparentem viſui ſubducatur & diſtantia ab oculo menſuretur; per Problema præſens definietur magnitudo apparens ſeu angulus viſorius, quem illud ſubtendit, ubi inſtar puncti apparet.

Problema 15.

219. *Data dimidia magnitudine vera* (Vid. Fig. ut ſup.) AG; *invenire diſtantiam* BG, *ad quam ſub dato angulo* ABG *videtur*.

Resolutio.

Quoniam in triangulo ABG, præter rectum G (§. 225 *Geom.*), datur etiam angulus ABG, una cum crure AG, invenitur baſis BG (§. 36 *Trig.*).

E. gr. Sit AG 30 pedum: ABG 25°; erit

Log. ſin. ABG	9.6259483
Log. ſin. BAG	9.9572757
Log. AG	1.4771212
	11.4343969
Log. BG	1.8084486,

cui in Tabulis quam proxime reſpondent 64′ 3″ 3‴.

Quodſi BG ſumatur pro ſinu toto, erit AG tangens anguli ABG, ideoque reperitur etiam BG inferendo: ut tan-

tangens anguli ABG, ad ſinum totum; ita AG, ad BG.

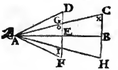
COROLLARIUM.

220. Quodſi angulus ABG fiat dimidii ſcrupuli ſecundi, definietur diſtantia, ad quam objectum integrum AC inſtar puncti apparere, ideoque non amplius videri debet (§. 215).

SCHOLION.

221. *Quodſi per experientiam* (§. 218) *definiatur angulus, ſub quo deſinit viſio diſtincta objecti; per præſens Problema determinari poteſt diſtantia, in qua viſio objecti diſtincta eſſe deſinit, ita ut non amplius diſcerni poſſit. Quamvis autem diſtincta ſenſim ſenſimque eſſe deſinat viſio, neque ideo in puncto fiat; in praxi tamen ſeligendum eſt punctum, ubi non amplius objectum diſcerni poſſit, nec ſumma in hiſce talibus accuratione opus eſt.*

THEOREMA 32.



222. *Quæ ſub eodem angulo* CAH *videntur* GI *&* CH, *habent magnitudines diſtantiis* AE *&* AB *proportionales.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim GI ipſi CH parallela *per hypoth.* erit $o = x$ (§. 233 *Geom.*), ideoque triangula GAI & CAH ſimilia ſunt (§. 267 *Geom.*). Quare cum AB ſit ad CH (§. 225 *Geom.*), ideoque etiam ad GI (§. 230 *Geom.*) perpendicularis; erunt AE & AB altitudines triangulorum GAI & CAH (§. 227 *Geom.*), conſequenter GI : CH = AE : AB (§. 396 *Geom.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 16.

223. *Invenire diſtantiam* (Vid. Fig. §. 222) AB, *ad quam ab oculo removendum eſt objectum magnitudinis datæ,* CH, *ut videatur tantæ magnitudinis, quanta apparet* GI *in diſtantia data* AE.

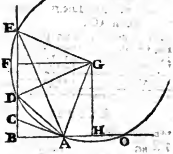
RESOLUTIO.

Quoniam GI : CH = AE : AB (§. 222); datis GI, CH & AE, reperitur AB per regulam trium (§. 302 *Arith.*).

E. gr. quæritur, ad quam diſtantiam ab oculo removeri debeat objectum 30 pedum, ut appareat æquale objecto 6 pedum, quod videtur in diſtantia 20 pedum.

Quoniam GI = 6, CH = 30, AE = 20; erit AB = 20 . 30 : 6 = 100.

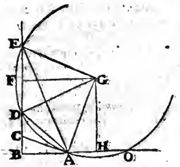
PROBLEMA 17.



224. *Invenire altitudinem* BD *ſupra lineam horizontalem* BH *per oculum* A *poſitione datum ductam, in qua elevari debet objectum datæ altitudinis* DE, *ut tantum appareat quantum objectum aliud altitudinis ſimiliter datæ* BC *in data diſtantia oculi* AB.

RESOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

1. Quoniam in triangulo ABC ad B rectangulo (§. 225 *Geom.*) datur diſtantia oculi AB & altitudo objecti BC, cui æqualis apparere debet altitudo objecti elevandi DE; angulus BAC, ſub quo in A videtur objectum BC, reperiri poteſt (§. 40 *Trig.*)



Trig.): cui æqualis eſt DAE (§. 209).

2. Concipiatur jam circulus tranſiens per puncta A, D & E, cujus centrum ſit in G; erit angulus DGE duplus anguli DAE modo inventi (§. 313 *Geom.*). Quare ſi ex centro G demittatur perpendicularis GF; erit DF = ½ DE & DGF = ½ DGE (§. 184 *Geom.*) = DAE. In triangulo igitur rectangulo DFG ad F rectangulo datis angulis & latere DF, reperiuntur latera FG & DG (§. 36 *Trigon*).

3. Demittatur ex centro G ad BO perpendicularis GH: cum etiam ſit FB ad BO perpendicularis *per hypoth.* erit GH parallela ipſi FB (§. 256 *Geom.*) ideoque perpendiculares GF & BH inter GH & FB interceptæ æquales ſunt (§. 226 *Geom.*). Quare ſi ex FG paulo ante inventa ſubtrahatur diſtantia oculi BA, relinquetur AH.

4. In triangulo itaque AGH ad H rectangulo, datis AH & AG = DG (§. 40 *Geom.*), reperitur GH (§. 417 *Geom.*).

5. Quoniam denique ipſi GH æqualis eſt FB *per demonſtr.* ſi inde ſubtrahatur dimidia altitudo objecti elevandi FD; relinquetur altitudo quæſita BD. *Q. e. f. & d.*

E. gr. Sit diſtantia oculi AB 8′, & quæratur altitudo, in qua elevari debeat objectum altitudinis 9 pedum; ut appareat 5 pedum: erit BC 5′ & DE 9′, ideoque DF 45″. Inſeratur ergo.

Log. AB	0.9030900
BC	0.6989700
Sin. tot.	10.0000000
Tang. BAC	9.7958800, cui in

Tabulis quam proxime reſpondent 32°.

Eſt igitur angulus DGF 32°. Quare cum ad F ſit rectus & DF 45″; inſeratur porro.

Log. ſin. DGF	9.7242097
Log. DF	1.6532125
Log ſin. tot.	10.0000000
Log. DG	1.9290028
Log. ſin. tot.	10.0000000
Log. DG	1.9290028
Log. Coſin. DGF	9.9284205
Log. GF	1.8574233

Eſt igitur DG = AG = 85″ & FG = BH = 72″.

Quoniam BH minor prodit ipſa BA, id indicio eſt punctum A in præſente caſu cadere in O. Quamobrem ex BO = 80″ ſubtrahatur BH = 72″; relinquetur HO = AH (§. 291 *Geom.*) = 8″. Quamobrem ſi

a quadrato AG	7225
ſubtr. quadr. AH	64

relinquetur quadr. GH 7161 unde extracta radix 846‴ eſt GH. Ablata hinc DF 450‴ relinquitur altitudo quæſita BD 396‴, quæ in præſente caſu minor quam BC = 500‴.

Sit AB = 12′, BC = 6′, DE = 18′, ideoque DF = 9′; erit

Log. AB	1.0791812
BC	0.7781513
Sin. tot.	10.0000000
Tang. BAC	9.6989701
BAC = 26° 33′	
Log. ſin. DGF	9.6502868
Log. DF	0.9542425
Log. ſin. tot.	10.0000000
Log. DG	1.3039557
Log. Coſ. DGF	9.9516020
Log. GF	1.2555577

DG = 20′	GF = 18′
AG² = 400	AB = 12
AH² = 36	AH = 6
	BF = 19
GH² = 364	DF = 9
GH = 19	BD = 10

ALI-

Digitized by Google

ALITER.

Idem Problema etiam abſque Trigonometria ſolvi poteſt. Etenim

1. Quoniam angulus FGD = BAC *per demonſtr.* & △△ DFG & BAC ad F & B rectangula; erit CB : BA = DF : FG (§. 267 *Geom.*). Quamobrem cum dentur CB, BA & DF; reperietur FG (§. 302 *Arith.*).
2. Hinc porro reperitur DG (§. 417 *Geom.* & §. 269 *Arith.*) = AG (§. 40 *Geom.*).
3. Quodſi ergo ex FG = BH ſubtrahatur AB; relinquetur AH & inde porro reperietur GH (§. 417 *Geom.* & §. 269 *Arith.*).
4. Denique ex GH ſubducatur DF; relinquetur altitudo quæſita BD.

E. gr. ſit ut ante AB = 12', BC = 6', DE = 18'; erit DF = 9'. Unde porro reperitur FG = 18' & ob $DG^2 = FG^2 + DF^2 = 324 + 81 = 405$, DG = 20 fere, atque hinc tandem BD = 10' circiter, ut ante.

PROBLEMA 18.

225. *Data altitudine* (Vid. Fig. pag. præc.) BD, *in qua conſiſtere debet objectum* DE; *invenire quanta ipſius eſſe debeat longitudo, ut in diſtantia oculi data* AB *videatur alteri longitudinis datæ* BC *æquale*.

RESOLUTIO ET DEMONSTRATIO.

Sint omnia ut in Problemate præcedente, &

1. Ex datis in triangulo ABC ad B rectangulo cruribus AB & BC inveſtigetur, ut ibidem *num.* 1. angulus BAC, cui æqualis eſt DGF, cujuſque complementum ad rectum eſt GDF, quemadmodum ibidem oſtendimus.
2. Eodem modo ex datis in △ ABD, præter rectum B, cruribus AB & BD, inveſtigetur latus AD & angulus BDA (§. 40. 38 *Trigon.*), qui
3. Cum angulo GDF ex duobus rectis ſubductus relinquit angulum GDA.
4. Datis itaque in △ DAG, ob crura DG & GA æqualia (§. 40 *Geom.*) æquicruro (§. 89 *Geom.*) præter latus AD *vi num.* 2 omnibus angulis (§. 248 *Geom.*) invenitur crus DG (§. 36 *Trigon.*).
5. Atque ita tandem datis, in △ DFG ad F rectangulo, angulo obliquo DGF *vi num.* 1 & latere DG *vi num.* 4. reperietur DF (§. 36 *Trigon.*) cujus duplum eſt longitudo objecti quæſita DE (§. 184 *Geom.*). *Q. e. f. & d.*

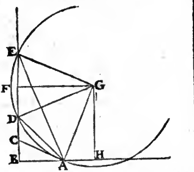
Sit e. gr. veluti in exemplo poſteriori AB = 12', BC = 6', BD = 10'; reperietur ut ibidem angulus DGF 26° 33'. Jam porro

Log. BD	1.0000000
BA	1.0791812
Sin. tot.	10.0000000
Tang. BDA	10.0791812
Ergo BDA	30° 11'
FDG	63 27
Summa	113 38
Anguli ad D	179 60
GDA	66 22
2GDA = D + A	132 44
D + A + G	179 60
DGA	47 16
Log. ſin. BDA	9.8854162
BA	1.0791812
ſin. tot.	10.0000000
Log. DA	1.1937650
Log. ſin. DGA	9.8660036
DA	1.1937650
ſin. DAG	9.7619569
Logg. Summa	11.1557219
Log DG	1.2897183
Log. ſin. tot.	10.0000000
Log. DG	1.2897183
Log. ſin. DGF	9.6502868
DF	0.9400031

Cui in Tabulis quam proxime reſpondent 9'.

PRO-

PROBLEMA 19.



226. *Data altitudine objecti elevandi* DE *& altitudine* DB, *in qua conſtitui debet; invenire diſtantiam* BA, *in qua oculo cum objecto datæ altitudinis* BC *ejuſdem altitudinis apparet.*

RESOLUTIO.

Sit DE $= a$, BD $= b$, BC $= c$, BA $= x$; quoniam per ea, quæ in Problematum præcedentium reſolutione demonſtrata ſunt, DF $= \frac{1}{2}a$ & anguli ad F atque B recti, anguli vero BAC & DGF æquales; erit

BC:DF = BA:FG (§. 267 *Geom.*)

$$c : \tfrac{1}{2}a = x : \tfrac{ax}{2c}$$

& $DG^2 = AG^2 = DF^2 + FG^2$ (§. 417 *Geom.*)

$$= \tfrac{1}{4}a^2 + \tfrac{a^2x^2}{4c^2}$$

Jam porro AH $= \frac{ax}{2c} - x$

& GH $= b + \frac{1}{2}a$, ideoque

$$GA^2 = AH^2 + GH^2$$

$$= \tfrac{a^2x^2}{4c^2} - \tfrac{ax^2}{c} + x^2 + b^2 + ab + \tfrac{1}{4}a^2$$

Habemus itaque ſubtractis a ſe invicem valoribus ipſius GA^2,

$$x^2 - \tfrac{ax^2}{c} + b^2 + ab = 0$$

$$cx^2 - ax^2 + b^2c + abc = 0$$

$$abc + b^2c = ax^2 - cx^2$$

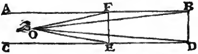
$$\tfrac{abc + b^2c}{a - c} = x^2.$$

Regula. 1. Quæratur ad differentiam magnitudinum datarum BC, & DE, magnitudinem minorem BC, & factum ex altitudine DB, in qua conſtitui debet objectum DE, in compoſitam BE ex eadem altitudine DB & altitudine objecti elevandi DE, numerus quartus proportionalis.

2 Ex hoc extrahatur radix, quæ erit diſtantia quæſita BA.

E. gr. Sit DE = 18, DB = 11, BC = 6; erit BE = 29, & BE. DB = 319. Unde reperitur AB^2 = 6. 319 : 12 = 159. Quamobrem AB = 12 fere.

THEOREMA 33.



227. *Si oculus* O *intra parallelas* AB *&* CD *ponatur, parallelæ verſus plagam ipſi oppoſitam convergere videntur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB ipſi CD parallela *per hypoth.* erit FE = BD (§. 226 *Geom.*). Cum igitur FE & BD oculo directe opponantur; intervallum BD minus apparere debet viciniori FE (§. 211). Eodem modo oſtenditur, intervallum quodlibet ulterius minus apparere debere ipſo BD & ita porro. Diſtantiæ itaque rectarum AB & CD continuo minui, conſequenter verſus plagam oculo oppoſitam parallelæ AB & CD convergere videntur (§. 83 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

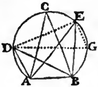
228. Quodſi tanta fuerit longitudo parallelarum AB & CD, ut diſtantia earum a ſe invicem oculo in O poſito inſtar puncti appareat (§. 215); paralle-

Digitized by Google

parallelæ coire videbuntur in illo puncto, ibique viſus terminabitur.

THEOREMA 34.

229. *Subtenſa* AB *in omnibus punctis* D, C, E, *&c. arcus ſegmenti* ACB *æqualis apparet; diameter vero* GD *in ſingulis peripheriæ punctis.*



DEMONSTRATIO.

Quoniam enim anguli ADB, ACB, AEB &c. æquales ſunt (§. 315 *Geom.*); ſubtenſa AB in punctis D, C, E, &c. videtur ſub eodem angulo. Æqualis itaque in ſingulis iſtis punctis apparet (§. 209). *Quod erat unum.*

Quodſi ab extremitatibus diametri D & G ad quodcunque peripheriæ punctum E rectas DE & EG ducas; angulus E ſemper erit rectus (§. 317 *Geom.*). Diameter ideo circuli in ſingulis peripheriæ punctis ſub æquali angulo videtur (§. 145 *Geom.*), conſequenter æqualis apparet (§. 209). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM 1.

230. Optima igitur theatrorum figura eſt ſegmentum circuli, in quo ſubtenſæ actoribus, arcus ſpectatoribus locum concedit.

SCHOLION.

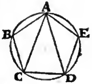
231. *Non jam urgeo, quod hæc figura etiam ſit rectilinearum eodem ambitu comprehenſarum capaciſſima.*

COROLLARIUM 2.

232. Quodſi ergo oculus moveatur in peripheria ſatis magna, per longinquum intervallum ad objectum aliquod AB accedere, vel ab eo recedere poterit, ut tamen magnitudo ejus ſemper videatur eadem.

THEOREMA 35.

233. *Si oculus fuerit immotus in* A, *recta autem* BC *ita moveatur, ut extremitates ſemper cadant in peripheriam; ejuſdem conſtanter magnitudinis apparebit.*



DEMONSTRATIO.

Ponamus enim BC transferri primum ex BC in CD, deinde ex CD in DE. Quoniam BC = CD = DE (§. 81 *Arith.*), arcus cognomines æquales ſunt (§. 289 *Geom.*). Cum igitur etiam anguli BAC, CAD, DAE æquales ſint (§. 315 *Geom.*); recta BC in omni ſitu ejuſdem magnitudinis apparet (§. 209). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

234. Cum Polygonum regulare circulo inſcriptibile ſit (§. 348 *Geom.*); oculo in uno angulo poſito latera æqualia apparent.

THEOREMA 36.



235. *Quæ oculus uno obtutu comprehendit, intra ambitum anguli recti continentur.*

DEMONSTRATIO.

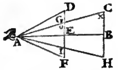
Sit oculus in O, & intervallum quodcunque AB in infinitum excurrens: Radius ab uno extremo A in oculum cadens AO ſit ad AB perpendicularis. Sumatur intervallum quodcunque AD, ducaturque recta OD. Quoniam angulus A rectus eſt (§. 78 *Geom.*); erit AOD recto minor (§. 241 *Geom.*). Interval-

tervallum igitur, quod oculo ſpectandum exhiberi poteſt, intra limites anguli recti coercetur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

236. *Facile Theorema præſens experimento confirmatur. Angulo enim recto in tabula horizontali deſcripto & recta ex vertice ducta bifariam diviſo, ſi in eadem duo ſtyli perpendiculares erigantur & oculus ad verticem anguli applicetur, ita ut ab eo, qui eidem vicinior, tegatur remotior; nullum extra anguli recti crura poſitum objectum in oculum incurrere obſervabis.*

THEOREMA 37.



237. *Si objecti* DF *oculo* A *directe oppoſiti magnitudo dimidia* DE *fuerit diſtantiæ* AE *æqualis; objectum totum viſu comprehenditur, nec quicquam amplius ultra ejus limites conſpici poteſt.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam AE diſtantia objecti viſibilis ab oculo *per hypoth.*; erit ea ad DF perpendicularis (§. 225 *Geom.*). Cum ideo angulus E ſit rectus (§. 78 *Geom.*) & AE = DE *per hypoth.*; erit DAE ſemirectus (§. 241 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe FAE ſemirectum, conſequenter DAF rectum. Objectum itaque totum uno obtutu comprehenditur, nec extra ejus limites quicquam amplius conſpicitur (§. 235). *Q. e. d.*

THEOREMA 38.

238. *Si diſtantia* (Vid. Fig. §. 237) AE *objecti* DF *oculo directe oppoſiti fuerit minor dimidia magnitudine* DE; *objectum integrum uno obtutu non comprehenditur, ſed ejus tantum aliqua pars videtur, & quidem minor, ſi* AE *minorem ad* DE *habuerit rationem.*

DEMONSTRATIO.

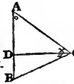
Quoniam AE perpendicularis ad DE (§. 225 *Geom.*); erit angulus E rectus (§. 78 *Geom.*); conſequenter ADE & EAD junctim ſumti recto æquales (§. 241 *Geom.*). Quare cum AE $<$ DE, *per hypoth.* erit angulus ADE minor altero EAD (§. 189 *Geom.*), conſequenter DAE ſemirecto major. Eodem modo cum oſtendatur, eſſe FAE ſemirecto majorem; ſi oculus A objectum integrum DF uno obtuto comprehendit, non intra ambitum anguli recti continentur, quæ uno obtutu comprehenduntur: quod cum ſit abſurdum (§. 236), ut partem tantum objecti videat oculus in A opus eſt. *Quod erat unum.*

Spatia, quæ amplitudinem viſus definiunt, ſunt ut diſtantiæ (§. 222). Quare ſi diſtantia AE ad DE minorem habuerit rationem, ideoque minuitur (§. 203 *Arith.*); pars quoque viſa minor fieri debet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

239. Quo propius itaque ad objectum accedis, eo minorem ejus partem uno obtutu comprehendis.

THEOREMA 39.



240. *Si altitudo oculi non fuerit dimidiæ objecti magnitudini æqualis, & ſi perpendiculum* DC *ex oculo in magnitudinem* AB, *ultra quam is uno obtutu nil amplius comprehendit, demiſſum ipſam inæqualiter ſecet; erit*

diſtan-

Digitized by Google

diſtantia inter ſegmenta AD *&* DB *media proportionalis & contra.*

DEMONSTRATIO.

Si AB ſpatium definit, quod uno obtutu viſus comprehendit; erit angulus ACB rectus (§. 235). Quare ſi perpendiculum ex oculo C in AB demittatur; erit DB : DC = DC : DA (§. 327 *Geom.*). Eſt vero DC diſtantia objecti ab oculo (§. 225 *Geom.*). Ergo hæc diſtantia media proportionalis inter ſegmenta AD & DB. *Quod erat unum.*

Quodſi fuerit diſtantia DC media proportionalis inter DB & DA; erit DB : DC = DC : DA. Quoniam vero DC eſt diſtantia *per hypoth.* ad AB perpendicularis eſt (§. 225 *Geom.*), ideoque anguli ad D æquales ſunt (§. 79 *Geom.*), conſequenter etiam $o = v$ (§. 183 *Geom.*). Eſt vero $o + x = 90°$ (§. 241 *Geom.*). Ergo etiam $v + x = 90°$ (§. 88 *Arith.*). Ultra magnitudinem igitur AB, viſus nihil amplius comprehendit (§. 235). *Quod erat alterum.*

PROBLEMA 20.

241. *Data diſtantia objecti* (Vid. Fig. §. 240) AB, *quod amplitudinem viſus definit, ab oculo* C, *una cum magnitudine illius objecti* AB; *invenire ſegmenta* AD *&* DB, *in quæ a diſtantia* DC *ſecatur.*

RESOLUTIO.

Quoniam DB : DC = DC : DA (§. 240); non alia re opus eſt, quam ut diſtantiæ objecti DC inveniantur reciprocæ DB & DA (§. 262 *Anal. fin.*).

PROBLEMA 21.

242. *Data altitudine objecti* (Vid. Fig. §. 240) AB *& altitudine oculi* DB; *invenire diſtantiam* DC, *ad quam oculus poſitus objectum integrum, nec quicquam amplius, uno obtutu comprehendit.*

RESOLUTIO.

Quoniam DA eſt differentia inter altitudinem oculi & magnitudinem objecti: inter hanc differentiam & altitudinem oculi quærenda eſt media proportionalis, quæ erit diſtantia quæſita DC (§. 240).

THEOREMA 40.

243. *Spatia, quæ amplitudinem viſus in diverſis diſtantiis definiunt, ſunt diſtantiis proportionalia.*

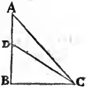
DEMONSTRATIO.

Spatia, quæ amplitudinem viſus in diverſis diſtantiis definiunt, intra limites anguli recti conſiſtunt (§. 235); ideoque ſub eodem angulo videntur (§. 145 *Geom.*). Sunt igitur diſtantiis proportionalia (§. 222). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

244. Quo longius itaque viſus exporrigitur, eo amplius ſpatium uno obtutu comprehendit: quo citius autem terminatur, eo minus ſpatium uni obtutui ſufficit.

THEOREMA 41.

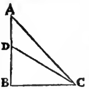


245. *Si objecta diverſæ magnitudinis* AB *&* DB *ex eadem diſtantia* BC *videntur, & radiorum extremorum alter fuerit ad* AB *perpendicularis; tangentes magnitudinum apparentium ſunt in ratione magnitudinum verarum* AB *&* DB.

DEMONSTRATIO.

Radius BC eſt ad AB perpendicula-

ris *per hypoth*. Si ergo BC ſumatur pro ſinu toto; erit BD tangens anguli BCD, AB vero tangens anguli BCA (§.7 *Trig.*). Sunt vero BCD & BCA



magnitudines apparentes verarum BD & BA (§. 208). Quare magnitudinum apparentium tangentes ſunt ut veræ. *Q. e. d.*

PROBLEMA 22.

246. *Data diſtantia a centro ſphæræ* BC, *una cum ejus ſemidiametro* AC; *invenire quantitatem portionis* ADE, *quam oculus unus obtutu ſuo comprehendit*.



RESOLUTIO.

Quoniam radius extremus AB ſphæram neceſſario tangit in A, ceu ex demonſtratione Theorematis 9 (§.111) manifeſtum; erit angulus A rectus (§. 309 *Geom.*), & hinc ABC complementum dimidii arcus AD, qui partem uno obtutu comprehendendam definit (§. 241 *Geom.*), conſequenter (§. 38 *Trigon.*).

Ut diſtantia oculi a centro CB, ad ſemidiametrum ſphæræ AC;
Ita ſinus totus,
ad coſinum dimidii arcus AD, qui partem ſphæræ uno obtutu comprehendendam definit.

E. gr. Sis juxta *Ricciolum* ſemidiameter Solis AC 33 ſem diametrorum terræ, diſtantia ejus a terra CB 7300; erit

Log. CB	3.8633229
Log. AC	1.5185139
Log. ſin. Tot.	10.0000000
Log. ſin. ABC	7.6551910, cui in Tabulis quam proxime reſpondent 15′.

Eſt ergo arcus AD 89° 45′, conſequenter ADE 179° 30′.

THEOREMA 42.

247. *Majorem ſphæræ portionem oculus unus contuetur e longinquo, quam e vicino; nunquam tamen integrum hemiſphærium uno obtutu comprehendit*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam diſtantia (*Vid. Fig.* §.246) CB ad ſemidiametrum ſphæræ AC, ut ſinus totus ad coſinum dimidii arcus AD, qui portionem ſphæræ viſibilem definit (§. 246); ſi diſtantia minuatur, ideoque ratio ejus ad ſemidiametrum minor redditur (§. 203 *Arith.*), ratio quoque ſinus totius ad coſinum arcus AD fit minor, conſequenter coſinus ipſe major evadit (§. 206 *Arith.*). Cum ideo arcus AD complementum ad quadrantem creſcat (§. 11 *Trigon.*); arcus ipſe AD decreſcit: e vicinia itaque minorem ſphæræ portionem oculus contuetur, quam e longinquo. *Quod erat unum*.

Si oculus hemiſphærium integrum uno obtutu comprehenderet; AD foret circuli quadrans, ideoque angulus ACB rectus (§. 143 *Geom.*), conſequenter AB ipſi CB parallela (§. 256 *Geom.*), & hinc angulus viſorius ABC nullus: Quod cum ſit abſurdum, hemiſphærium integrum videri nequit. *Quod erat alterum*.

THEOREMA 43.

248. *Longitudines tantum mediocres, non autem magnas viſus comprehendere poteſt*.

DEMON-

DEMONSTRATIO.



Sit AO = 1, AD = 57. Quoniam ſinus totus ad tangentem anguli viſorii, ut AO ad AD (§. 40 *Trigon.*); reperietur angulus viſorius 89°. Quodſi vero AD ponatur 3437; reperietur angulus viſorius AOD 89° 59′ (*§.cit.Trig.*), ideoque pro 3380 diſtantiis oculi tantummodo relinquitur angulus 59′, & cum angulus AOD a recto, qui totam amplitudinem viſus definit (§. 235), nonniſi unico minuto differat; pro omni reliqua longitudine, quæ 3437 diſtantias ſeu altitudines oculi excedit, nonniſi unius minuti angulus reſtat. Viſus igitur tantum mediocres, non autem magnas longitudines comprehendit. *Q.e.d.*

COROLLARIUM 1.

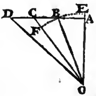
249. Cum angulus viſorius, quo ad diſtantiam oculi 6 pedum ſpectatur longitudo 342 pedum, ſit 89°, ideoque omni intervallo reliquo uſque ad 20622 pedes nonniſi 59 miuuta cedant; longitudines 342 pedibus majores ſolo adſpectu vix dimetiemur.

COROLLARIUM 2.

250. Hinc diſtantiarum & altitudinum magnarum differentiæ, quamvis admodum ingentes, nudo adſpectu non dignoſcuntur.

THEOREMA 44.

251. *Æquales partes ejuſdem intervalli* AB, BC, CD *&c. inæquales apparent.*

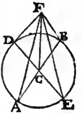


DEMONSTRATIO.

Ducatur radio OB arcus EF, ſitque AO ad AD perpendicularis, ideoque communis altitudo △△ AOB, BOC, COD (§.227 *Geom.*). Sector EOB major △ AOB, ideoque ad △ OBC majorem rationem habet quam △ AOB (§. 203 *Arith.*). Cum △△ AOB & OBC communem altitudinem AO habeant; inter ſe ſunt in ratione baſium AB & BC (§.389 *Geom.*). Sector igitur EOB ad △ OBC majorem rationem habet quam AB ad BC. Quare cum ſector BOF < △ OBC; ſector EOB ad ſectorem BOF multo magis rationem majorem habebit quam AB ad BC. Enimvero ſectores EOB & BOF ſunt inter ſe ut arcus EB & BF (§. 415. 389 *Geom.*). Arcus itaque EB ad arcum BF rationem majorem habet quam AB ad BC. Jam AB = BC *per hypoth.* Quare arcus EB major arcu BF (§. 158 *Arith.*). Unde cum arcus EB & BF ſint menſuræ angulorum EOB & BOF (§. 57 *Geom.*), erit angulus EOB major angulo BOC (§. 141 *Geom.* & §. 20 *Arith.*); conſequenter etiam AB majus videtur quam BC (§.209). Eodem modo oſtenditur, BC apparere majus quam CD, & ita porro. *Q.e.d.*

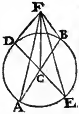
THEOREMA 45.

252. *Si ex centro circuli* C *excitetur ad planum ejuſdem perpendicularis quantacunque, vel linea obliqua utcunque radio æqualis* CF; *oculo in* F *collocato diametri omnes* DE *&* AB *æquales apparebunt.*



DEMONSTRATIO.

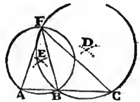
Si recta FC ad diametros DE, AB &c.



&c. perpendicularis; anguli ad C recti ſunt (*§. 78 Geom.*) ideoque æquales (*§. 145 Geom.*). Quare cum radii DC, CB, CE, CA æquales ſint (*§ 40 Geom.*) & latus FC triangulis DFC, BFC, EFC, AFC commune; anguli cognomines æquales ſunt (*§. 179 Geom.*), radii igitur DC, CB, CE, CA (*§. 209*), conſequenter etiam diametri DE, AB &c. æquales apparent. *Quod erat unum.*

Si AC = CF = CB, ex centro C ſuper AB in plano AFB deſcriptus ſemicirculus (*§. 136 Geom.*), tranſibit per F (*§. 40 Geom.*). Angulus itaque AFB rectus eſt (*§. 317 Geom.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe DFE rectum. Quare cum diametri AB & DE ſub æqualibus angulis videantur (*§. 145 Geom.*), æquales apparebunt (*§. 209*). *Quod erat alterum.*

PROBLEMA 23.



253. *Invenire punctum* F, *in quo oculo magnitudines* AB *&* BC *utcunque inæquales & in directum ſitæ appareant æquales.*

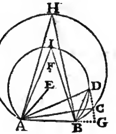
RESOLUTIO.

1. Ex A & B, intervallo AB, facta interſectione in E, ex centro E per A & B deſcribatur circulus
2. Eodem modo determinetur centrum D, & ex eo per B & C deſcribatur circulus alius, priorem ſecans in F. Dico F eſſe punctum quæſitum.

DEMONSTRATIO.

Cum AB & BC ſint latera hexagoni (*§. 356 Geom.*); arcus cognomines eandem rationem ad ſuas peripherias habent (*§. 342 Geom.*). Quare cum angulorum AFB & BFC menſuræ ſint arcus dimidii AB & BC (*§. 314 Geom.*); æquales ſint neceſſe eſt (*§. 141 Geom.*), ideoque & magnitudines AB & BC oculo in F æquales apparent (*§. 209*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 24.



254. *Invenire duo puncta* D *&* C *ejus conditionis, ut punctum* C *ſit vicinius utrique extremo magnitudinis* AB, *quam punctum* D, *in viciniori tamen* C *magnitudo* AB *minor appareat, quam in remotiori* D.

RESOLUTIO.

1. Quacunque circini apertura ex A & B fiat interſectio in E; & ex E, tanquam centro, radio EA, deſcribatur circulus AIDB.
2. Simili modo determinetur centrum F, &

Digitized by Google

F, & ex eo radio FA, deſcribatur circulus AHCB.

3. Ducatur ad AB continuatam in G perpendicularis GD, quæ peripheriam majorem in C ſecet, minori vero in D occurrat.

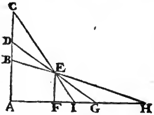
Dico punctum D magis diſtare ab extremis A & B viſibilis AB, quam alterum C; in puncto tamen C minorem apparere magnitudinem AB, quam in D.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DG perpendicularis ad AG *per hypoth.* BD $>$ BC & AD $>$ AC (§. 417 *Geom.*). Punctum igitur D magis diſtat ab A & B quam C (§. 192 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quoniam ACB = AHB & ADB = AIB (§. 315 *Geom.*), ſed AIB $>$ AHB (§. 300 *Geom.*); erit quoque ADB $>$ ACB (§. 89 *Arith.*). Magnitudo igitur AB major apparet in D quam in C (§. 209). *Quod erat alterum.*

THEOREMA 46.

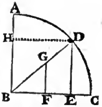


255. *Si oculus infra magnitudinis humilioris* FE *verticem* E *fuerit collocatus, & per eum altiorem* AC *ſpectet; majorem hujus partem videbit in diſtantia remotiori* FH, *quam in viciniori* FG *vel* FI.

DEMONSTRATIO.

Si oculus fuerit in H, recta ex H per verticem E in magnitudinem altiorem AC ducta partem CB reſecat, quæ ab eo ſpectatur (§. 47). Similiter recta ex G per E ducta GD reſecat partem DC, quæ in G ſpectatur (§. *cit.*). Quoniam itaque recta GD alteram HB in E ſecat (§. 50 *Geom.*) & pars EG infra partem alterius EH cadit; pars altera DE ipſius DG ſupra alteram BE ipſius BH cadet (§. *cit. Geom.*), conſequenter DC $<$ CB (§. 20 *Arith.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 47.



256. *Si magnitudo humilior* GF *fuerit ad altiorem* DE *in ratione diſtantiarum* BF & BE, *vel ſi* BF *ad* BE *minorem rationem habuerit quam* GF *ad* DE; *oculus in* B *collocatus altiorem prorſus non videbit.*

DEMONSTRATIO.

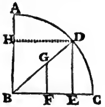
Quoniam GF & DE ad BC perpendiculares ſunt (§. 227 *Geom.*) & BF:BE = GF:DE *per hypoth.* radius BG per verticem humilioris G tranſiens tranſibit etiam per D (§. 267 *Geom.*). Cum ideo objectum DE non radiet in B; ibi quoque videri nequit (§. 42); ideoque multo minus in propinquiori diſtantia, hoc eſt, ſi BF:BE $<$ GF:DE. *Q. e. d.*

PROBLEMA 25.

257. *Datis altitudinibus* (Vid. Fig. §. 256) GF & DE *una cum diſtantia earundem a ſe invicem* FE; *determinare punctum* B, *ubi minor majorem conſpectui eripere ceſſat.* RE-

Digitized by Google

RESOLUTIO.



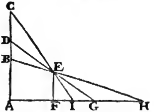
Fiat: ut differentia magnitudinum GF & DE,
ad magnitudinem minorem GF;
Ita diſtantia magnitudinum a ſe invicem FE,
ad diſtantiam quæſitam BF.

E. gr. Sit GF 100, DE 140, FE = 3 pedum; erit BF = 3 . 100 : 40 = $7\frac{1}{2}$.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut GF : DE = BF : BE (§. 267 *Geom.*). Ergo DE — GF : GF = BE — BF : BF = FE : BF (§. 193 *Arith.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 26.



258. *Datis altitudinibus* AC *&* FE, *una cum diſtantia earundem* FA, *& diſtantia oculi ab humiliore* FH; *invenire partem altioris* BC, *quæ per verticem humilioris* E, *ab oculo infra eum in* H *poſito, videri poteſt.*

RESOLUTIO.

Quia datur diſtantia oculi ab objecto humiliore FH, & diſtantia humilioris ab excelſiore AF *per hypoth.* diſtantia quoque oculi ab excelſiore AH datur. Igitur

1. Quæratur ad FH, FE & AH quarta proportionalis, quæ erit pars magnitudinis altioris ab humiliore FE conſpectui in H erepta AB (§. 256).
2. Quodſi ideo ex integra AC *per hypoth.* data auferatur, relinquetur portio BC, quæ in H ſpectari poteſt.

E. gr. Sit AF = 30, FE = 100, AC = 140, FH = 170; reperietur AB = 100 . 200 : 170 = $117\frac{11}{17}$, unde BC $22\frac{6}{17}$.

PROBLEMA 27.

259. *Datis altitudinibus* (Vid. Fig. §. 258) FE *&* AC, *una cum diſtantia* FI, *ubi primum conſpectui eripitur altior* AC; *invenire diſtantiam earum a ſe invicem.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad altitudinem minorem FE, differentiam altitudinum FE & AC, atque diſtantia FI, quarta proportionalis, quæ erit diſtantia altitudinum quæſita AF.

E. gr. Sit FE = 80, AC = 170, FI = 50; erit AF = 90 . 50 : 80 = $56\frac{1}{4}$.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim FE : AC = FI : AI (§. 256). Ergo FE : AC — FE = FI : AI — FI = FI : AF (§. 193 *Arith.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 28.

260. *Data altitudine objecti humilioris* (Vid. Fig. §. 258) EF, *una cum diſtantia excelſioris ab eodem* AF; *determinare altitudinem excelſioris* AC, *quæ tanta eſſe debet, ut in data diſtantia* FH, *per verticem humilioris* E, *pars data excelſioris* BC *conſpici poſſit.*

RESO-

Digitized by Google

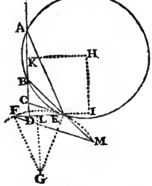
R E S O L U T I O.

Quoniam FH & AF dantur *per hypoth.* AH quoque datur. Quare

1. Quæratur ad FH, FE & HA quarta proportionalis, quæ erit pars altitudinis majoris a minore conſpectui in H erepta AB.
2. Huic ergo ſi addatur pars conſpicua BC; prodibit altitudo integra AC.

Sit e. gr. FH 300 pedum, FE 150, AF 100, BC 50; erit AB = 150 . 400 : 300 = 200, conſequenter AC = 250.

P R O B L E M A 29.



261. *Determinare altitudinem* DB, *ad quam collocanda eſt magnitudo data* AB, *ut oculo in* E *poſito tanta appareat, quanta* DC *ibidem videtur.*

R E S O L U T I O.

1. Ducatur recta EC & in E ad eam excitetur perpendicularis EG, fiatque EF magnitudini datæ AB æqualis.
2. Fiat porro in F angulus ipſi FEG æqualis, ut habeatur punctum G.
3. Ex puncto G demittatur perpendicularis GL ad FE.
4. Producatur DF in I, donec fiat DI = GL &
5. Ex I erigatur perpendicularis IH, quæ ex E, intervallo EG, ſecetur in H.
6. Tandem ex H, radio EH, deſcribatur circulus rectam AD in B & A ſecans.

Dico AB eſſe magnitudinem in alto collocandam, & DB altitudinem, in qua collocari debet.

D E M O N S T R A T I O.

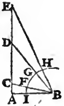
Quoniam GE ad CE perpendicularis *per conſtruct.* CE circulum ex centro G deſcriptum per F & E (§. 40 *Geom.*) tangit (§. 304 *Geom.*). Eſt ergo angulus in ſegmento FME angulo ſegmenti CEF æqualis (§. 323 *Geom.*). Quodſi jam fiat DI = KH = GL & radio HE = GF deſcribatur ex H circulus: erit AB = FE (§. 298 *Geom.*) & hinc ob arcus cognomines æquales (§. 289 *Geom.*) angulus FME = BEA (§. 315 *Geom.*). Eſt vero FME = DEC *per demonſtr.* Ergo etiam BEA = DEC (§. 87 *Arith.*) Videntur ideo DC & AB in E ſub æqualibus angulis, conſequenter æquales apparent (§. 209). *Q. e. d.*

S C H O L I O N.

262. *Quomodo idem Problema per calculum ſolvatur, in ſuperioribus jam docuimus* (§. 224).

P R O B L E M A 30.

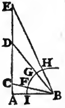
263. *Oculo* B *poſitione dato; determinare magnitudinem* DE, *quæ in altitudine data* AD, *appareat magnitudini* CA *æqualis.*



R E S O L U T I O.

1. Ducatur recta CB, ut habea-

habeatur angulus CBA, ſub quo videtur AC.



2. Ex B ad punctum datum D ducatur recta DB.
3. Fiat arcus GH alteri FI æqualis, ducaturque per H recta BE.

Dico, DE eſſe magnitudinem quæſitam.

Demonstratio.

Quoniam arcus FI alteri GH æqualis *per conſtruct.* angulus ABC alteri DBE æqualis eſt (§.141 *Geom.*). Cum ideo AC & DE ſub æquali angulo videantur, neceſſario æquales apparent (§.209). *Q. e. d.*

Scholion.

264. *Idem Problema ſuperius per calculum ſolvere docuimus* (§. 225).

Theorema 48.

265. *Si oculus in tenebris conſtitutus flammam a ſplendore aeris circumfuſi non diſtinguit, & diſtantia minor, in qua illa ab hoc diſtinguitur, ad longitudinem flammæ majorem habuerit rationem, quam diſtantia major, ubi illa cum hoc confunditur, ad diametrum aggregati ex ſplendore circumfuſo & flamma; flamma major videbitur e longinquo, quam e vicinia.*

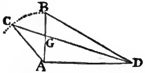
Demonstratio.

Eſt enim ut diſtantia oculi ad magnitudinem viſibilis, ita ſinus totus ad tangentem anguli viſorii (§. 40 *Trigon.*). Quodſi ergo diſtantia oculi inter flammam & ſplendorem circumfuſum diſtinguere neſcientis minorem habuerit rationem ad diametrum aggregati ex flamma & ſplendore circumfuſo quam diſtantia minor, ubi oculus illam ab hoc diſtinguit, ad magnitudinem flammæ; ſinus quoque totus in priore caſu minorem rationem habebit ad tangentem anguli viſorii, quam in poſteriore. Tangens igitur anguli viſorii in priore caſu major eſt, quam in poſteriore (§. 206 *Arith.*). Quamobrem cum aggregatum ex flamma & ſplendore circumfuſo ſub majore angulo videatur, quam flamma ſola; illud quoque majus apparet, quam hæc (§.209). *Q. e. d.*

Scholion.

266. *Apparet ideo ratio, cur faces & candelæ accenſæ oculo in tenebris conſtituto e longinquo majores appareant, quam in vicinia in aere colluſtrato. Ponamus enim flammam facis accenſæ eſſe unius digiti & in diſtantia ſex pedum optime adhuc diſtingui ab aeris ſplendore circumfuſo. Recedat oculus per diſtantiam quadruplam, ita ut a face jam diſtet intervallo 24 pedum, ſit vero aggregati ex flamma & ſplendore circumfuſo diameter ſolius flammæ quintupla, nempe 5 digitorum. Erit ergo ratio diſtantiæ propioris ad flammam ut 60 ad 1, diſtantiæ remotioris ad aggregatum ex flamma & ſplendore circumfuſo ut 240 ad 5, hoc eſt, ut 48 ad 1: quarum rationum poſterior priore utique minor (§.158 Arith.). Quamvis vero dubium non ſit, quin in majore diſtantia major quantitas ſplendoris circumfuſi a flamma non diſtinguatur; quoniam tamen integra activitatis ſphæra finita eſt, omnique magnitudini aſſignari poſſit intervallum, ultra quod non amplius videtur (§. 218); evidens quoque eſt, quod detur aliquis terminus, in quo lux ignea noctu maxima apparere debet, & ultra quem angulus viſorius continuo minuitur, diſtantia ulterius creſcente. Hunc vero terminum, datis experientiis neceſſariis ex principiis ſuperioribus in caſibus ſingularibus haud difficulter reperire licebit.*

Definitio 39.



267. Viſibile AB dicitur oculo in D dire-

directe opponi, ſi unus radiorum AD centrum pupillæ attingens fuerit ad id perpendicularis. Contra vero AC *oblique opponi* dicitur eidem oculo in D, ſi nullus radiorum, qui centrum pupillæ attingunt, fuerit ad ipſum perpendicularis.

Theorema 49.

268. *Æqualia objecta* (Vid. Fig. §. 267) AB & AC, *quorum alterum* AB *oculo* D *directe, alterum vero* AC *eidem oblique objicitur, in eadem diſtantia inæqualia apparent; videturque majus* AB, *quod directe opponitur.*

Demonstratio.

Quia AC & AG ſub eodem angulo videntur æqualia apparent (§. 209). Eſt vero AG ipſius AB pars: videtur ideo AC parti ipſius AB æqualis, conſequenter minor quam AB (§. 20 *Arith.*). *Q. e. d.*

Scholion.

269. *Haud difficulter apparet, Theorema præſens non modo valere de objectis in eodem cum oculo plano horizontali ſitis; ſed etiam de aliis, quæ horizontali inſiſtunt.*

Problema 31.

270. *Data diſtantia* (Vid. Fig. §. 267) AD *puncti omnium maxime vicini* A, *una cum angulo obliquitatis* CAD, & *magnitudine viſibilis* AC; *invenire magnitudinem directam* AG, *cui obliqua* AC *æqualis apparet.*

Resolutio.

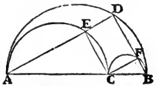
1. Quoniam angulus DAC datur una cum cruribus DA & AC *per hypoth.* inveniri poteſt angulus viſorius ADC (§. 40 *Trigon.*).
2. Jam cum angulus DAG rectus ſit (§. 78 *Geom.* & §. 267 *Optic.*); reperietur porro AG (§. 36 *Trigon.*)

E. gr. Sit AD 75 perticarum, AC vero 58, angulus CAD 108° 24′; erit AD + AC = 133, AD − AC = 17, $\frac{1}{2}$(C + D) = 35° 48′, ideoque

Log. AC + AD	2,1238516
Log. AD − AC	1.2304489
Log. Tang. $\frac{1}{2}$(C + D)	9.8580694
Logg. Summa	11.0885183
Log. Tang. $\frac{1}{2}$(C − D)	8.9646667
Ergo $\frac{1}{2}$(C − D) = 5° 16′	
$\frac{1}{2}$(C + D) = 35 48	
Ang. D = 30 32	
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log. Tang. D.	9.7707261
Log. AD	1.8750613
Log. AG	x1.6457874

Eſt ergo AG 44 perticarum fere.

Theorema 50.



271. *Si longitudo* AB *fiat baſis ſemicirculi majoris* ADB, & *ejus ſegmenta qualiacunque* AC & CB *baſes ſemicirculorum minorum ſecantium crura* AD & DB *in ſemicirculo majore; oculis in* D, *in* E & *in* F *poſitis tota* AB, & *ſegmenta* AC & CB *videntur æqualia.*

Demonstratio.

Anguli enim D, E & F ſunt anguli in ſemicirculo *per conſtruct.* ideoque recti (§. 317 *Geom.*); conſequenter inter ſe æquales (§. 145 *Geom.*). Videntur itaque tota AB & ſegmenta AC & CB ex D, E & F ſub iiſdem angulis, ideoque æqualia apparent (§. 209). *Q. e. d.*

Digitized by Google

CAPUT VI.

De Viſione Figuræ.

THEOREMA 51.



272. SI *centrum pupillæ in directum jacet lineæ rectæ* AB: *Linea inſtar puncti apparet.*

DEMONSTRATIO.

Si enim centrum pupillæ in directum jacet lineæ rectæ AB, fieri omnino nequit, ut a punctis reliquis præter A radii ad oculum pertingant (§. 46). Quare cum nullum punctum videatur, niſi quod in oculum radiat (§ 42); nullum lineæ AB punctum præter A videri poteſt. Recta igitur AB centro pupillæ in directum jacens inſtar puncti apparet. *Q.e.d.*

THEOREMA 52.

273. *Si ſuperficies oculo directe opponatur, nec niſi unica perimetri linea in eum radiare poſſit; inſtar lineæ apparet.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam nonniſi unica perimetri linea in oculum radiare poteſt *per hypoth.* Radii non aliter in oculum ingrediuntur, ac ſi unica tantum linea adeſſet. Cum ideo is non aliter afficiatur, quam ab unica linea afficitur; inſtar lineæ quoque ſuperficies apparere debet (§. 43). *Q.e.d.*

THEOREMA 53.

274. *Si corpus oculo directe opponatur, nec niſi unicum ſuperficiei planum in eum radiare poſſit; inſtar ſuperficiei apparet.*

DEMONSTRATIO.

Eadem prorſus eſt, quæ Theorematis præcedentis.

THEOREMA 54.



275. *Arcus* CFB *ab oculo* O *in eodem plano exiſtente e longinquo viſus, inſtar lineæ rectæ* CE *apparet.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus CB & recta CE ſub eodem angulo videntur, æquales apparere debent (§.209). Quamdiu vero recta DF diſtincte percipitur, punctum D a puncto F diſtingui poteſt. Sed quando DF ex intervallo OD viſum inſtar puncti apparet, puncta D & F non amplius diſtinguuntur, ideoque unum idemque eſſe videntur. Hoc cum eodem modo oſtendatur de puncto quocunque altero arcus CB: idem e longinquo viſus inſtar lineæ CE apparere debet. *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

276. Ex demonſtratione abunde patet, Theorema non tantum de arcubus circuli, ſed de arcubus curvæ cujuſcunque valere.

THEOREMA 55.

277. *Sphæra e longinquo viſa circulus apparet.*

DEMON-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

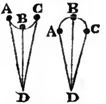
Portio ſuperficiei ſphæræ, quam oculus in B videt, generatur, ſi arcus DE circa axem DC rotetur (§. 470 *Geom.*). Sed arcus DE apparet ut recta DF (§. 275). Ergo portio ſuperficiei ſphæræ ab arcu DE deſcriptæ apparet inſtar figuræ, quæ rotatione rectæ DF circa punctum D generatur, hoc eſt, ut circulus (§. 131 *Geom.*). *Q. e. d.*



COROLLARIUM.

278. Cum arcus quilibet inſtar rectæ appareat (§. 275); alia quoque corpora rotunda inſtar circuli apparere debent.

THEOREMA 56.



279. *Si tria viſibilia* A, B *&* C *in eadem ſuperficie, ſed non in eadem recta collocentur, ſitque medium* B *remotius; figuram cavam oculo exhibebunt: ubi vero fuerit medium* B *propinquius, convexam.*

DEMONSTRATIO.

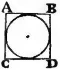
Cum enim per tria puncta non in directum jacentia circulus deſcribi poſſit (§. 294 *Geom.*); tria illa puncta non aliter in oculum radiabunt, ac ſi in caſu primo in arcu circuli concavitatem oculo D obvertente, in altero vero in arcu circuli convexitatem oculo D obvertente poſita eſſent. In illo itaque figuram concavam; in hoc convexam oculo exhibebunt (§. 43). *Q. e. d.*

THEOREMA 57.

280. *Magnitudines anguloſæ in majori diſtantia rotundæ apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ex corpore anguloſo fit rotundum, ſi anguli A, B, C, D reſecentur. Jam cum omnis magnitudo in certa quadam diſtantia evaneſcat, nec amplius videatur (§. 215); anguli quoque A, B, C, D in magna diſtantia evaneſcere debent. Magnitudines igitur anguloſæ rotundæ appareant neceſſe eſt. *Q. e. d.*



SCHOLION.

281. *Evidens eſt, Theorema intelligendum eſſe non modo de figuris ſuperficialibus; ſed & de ſolidis. Inde eſt, quod Turres quadratæ eminus conſpectæ rotundæ appareant.*

COROLLARIUM.

282. Quoniam ſi circulus ellipſi vel figuræ cuique rotundæ oblongæ inſcribitur, exceſſus hujus ſupra illum angulis figuræ anguloſæ reſpondent; ellipſis ſeu figura rotunda oblonga inſtar circuli apparere debet.

THEOREMA 58.

283. *Si quadratum aut rectangulum* ABDC *uno tantum latere* AB *oculo directe objiciatur; in majore diſtantia trapezium videbitur.*



DEMONSTRATIO.

Quoniam enim latera AC & BD ſunt parallela (§. 336 *Geom.*) & oculus intra ea ponatur; puncta C & D mi-

Digitized by Google

D minus diſtare videntur, quam A & B (§. 227). Cum itaque rectæ AB & CD inæquales appareant; quadratum vel rectangulum trapezii figuram exhibet (§. 103 *Geom.*). *Q. e. d.*

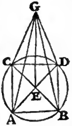


COROLLARIUM.

284. Quoniam lineæ parallelæ tandem coire videntur (§. 228); ſi latera rectanguli AC & BD fuerint longiora, & figura ſufficiente intervallo ab oculo removeatur; triangulum videbitur (§ 87 *Geom.*).

THEOREMA 59.

285. *Si oculus* G *ad centrum* E *figuræ regularis* ABDC *ita defigatur, ut recta* EG *ſit ad planum perpendicularis; veram viſibilis figuram videbit.*



DEMONSTRATIO.

Eſt enim CE = EB = AE = ED (§. 40 *Geom.*, (AC = CD = DB = AB (§. 106 *Geom.*). Anguli ad E ſunt recti (§. 78 *Geom.*) & latus GE eſt omnibus triangulis GAE, EGB, EGD, EGC commune. Ergo anguli cognomines æquales ſunt & AG = CG = DG = BG (§. 179 *Geom.*), conſequenter etiam anguli AGC, CGD, DGB, BGA æquales ſunt (§. 251 *Geom.*). Videntur ideo tum rectæ AB, BD, DC, CA, tum AE, BE, DE, CE ſub æqualibus angulis. Quamobrem tum illæ, tum hæ æquales apparent (§. 209). *Q. e. d.*

THEOREMA 60.

286. *Si oculus* (Vid. Fig. §. 285) G *perpendiculariter in centrum circuli* E *dirigatur, vel diſtantia oblique in ipſum directi* GE *fuerit ſemidiametro* AE *æqualis; circuli vera figura videbitur.*

DEMONSTRATIO.

In utroque enim caſu omnes diametri apparent æquales (§. 252). Vera igitur circuli figura videtur (§. 40 *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 61.

287. *Si oculus* (Vid. Fig. §. 285) G *oblique in centrum figuræ regularis* ABDC *vel etiam in circulum dirigatur; vera viſibilis figura non apparebit, circulusque videbitur oblongus.*

DEMONSTRATIO.

Pro diverſa enim lineæ GE ad radios CE, AE, BE, DE obliquitate; tum radii iſti, tum etiam latera AB, BD, DC, CA inæqualia apparent (§. 268). Vera igitur neque figuræ regularis ABDC (§. 106 *Geom.*), neque circuli (§. 38 *Geom.*) figura videtur. *Quod erat unum.*

Quoniam vero diametri alii videntur aliis majores *per demonſtrata*; Circuli figura utique altera parte apparebit longior, altera vero brevior. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 62.

288. *Viſibilium e longinquo viſorum figuræ veræ non apparent.*

DEMONSTRATIO.

Ut enim figura vera videatur, neceſſe eſt ut ſingulæ partes diſtincte appareant: partibus enim contiguis factis, quæ antea contiguæ non erant, figura mutatur. Sed cum omnis viſibilis pars in determinata quadam diſtantia

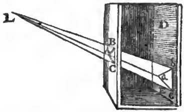
Digitized by Google

tia evaneſcat, nec amplius videatur (§. 215); neceſſe eſt, ut contiguæ appareant, quæ non ſunt. Figura igitur vera viſibilium e longinquo viſorum non apparet. *Q. e. d.*

SCHOLION.

289. *Hinc facies fœminarum e longinquo viſæ apparent pulchræ, quæ in vicinia ob aliquas deformitates diſplicent.*

THEOREMA 63.



290. *Si unicum luminoſi punctum* L *per foramen* ACB *radiet; figura luminis* abc *plano* DE *foramini parallelo excepti erit figuræ foraminis ſimilis.*

DEMONSTRATIO.

Sit foramen ABC triangulare: dico figuram luminis *abc* ſimiliter eſſe debere triangularem & quidem triangulum foramini ſimile. Quoniam punctum luminoſum L radiat in ſingula puncta perimetri foraminis ABC (§. 60); radii extimi pyramidem triangularem effigiant, cujus baſis eſt figura triangularis foraminis (§. 472 *Geom.*). Quodſi ergo ultra perimetrum per foramen continuentur; pyramis quoque continuabitur. Quare ſi plano DE foramini parallelo lumen excipiatur; erit *abc* triangulum foramini ABC ſimile (§. 473 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

291. Quodſi A*a* ad LA inſenſibilem habuerit rationem, erunt LA & L*a* ad ſenſum æquales, conſequenter etiam figura luminis *acb* ad ſenſum æqualis erit figuræ foraminis ACB.

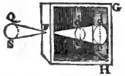
SCHOLION.

292. *Idem quoque exinde demonſtrari poſſet, quod radii a puncto remotiori* L *in planum exiguum incidentes ſint paralleli ad ſenſum (§. 93): quo in caſu nimirum* ABC bca *priſma eſſe debere patet.*

COROLLARIUM 2.

293. Quoniam innumera Solis puncta per idem foramen in cameram obſcuram una radiant; lumen integrum immiſſum conſtat ex innumeris figuris foramini ſimilibus & æqualibus.

THEOREMA 64.



294. *Si luminoſum* SQ *per exiguum foraminulum* F *in cameram obſcuram radiet, & lumen plano* GH *foramini parallelo excipiatur; erit ejus figura* de *figuræ luminoſi* SQ *ſimilis & in majori diſtantia a foramine* F *major.*

DEMONSTRATIO.

Sit figura luminoſi SQ circulus. Quoniam ſingula puncta peripheriæ in foramen F radiant (§. 60); erit SFQ conus (§. 467 *Geom.*). Quare ſi radii SF & QF omneſque intermedii ultra foramen F continuentur; lumen per cameram obſcuram propagatum *d* F*e* itidem conus erit. Ergo ſi plano foramini parallelo excipiatur; figura luminis *de* erit circulus, tanto quidem major, quo majori intervallo a vertice coni, hoc eſt, a foramine F diſtet (§. 468 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROL-

Digitized by Google

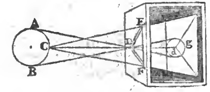
Corollarium.

295. Per foramen igitur amplum immiſſum lumen Solis vel Lunæ ex innumeris conſtat conis æqualibus, quorum vertices ſunt in ſingulis foraminis punctis.

Theorema 65.

296. ***Si lumen Solis per foramen anguloſum tranſmittatur; in diſtantia exigua a foramine ejus figuram habebit, in majore autem ſenſim ſenſimque ad circulum accedet.***

Demonstratio.



Quoniam lumen ſolis per foramen tranſmiſſum ex innumeris conis conſtat, quorum vertices in ſingulis foraminis DEF punctis conſtituti ſunt (§. 295 (; ſi coni iſti prope ſuos vertices ſecentur, plana ſectionum a punctis ad ſenſum non different (*§. 468 Geom.*), ideoque perinde erit, ac ſi unicum tantum Solis punctum C in perimetrum foraminis DEF radiaret, conſequenter lumen figuram foraminis habebit (§. 290). *Quod erat unum.*

Si vero iidem coni in diſtantiis majoribus ſecentur, plana ſectionum erunt circuli g tanto quidem majores, quo longioribus intervallis a foramine diſtant (§. 294). Plures igitur circuli majores ex ſingulis perimetri figuræ angulosæ EDF punctis deſcripti cum ad ſenſum ab uno circulo non differant; lumen Solis in majore diſtantia a foramine exceptum plano foramini parallelo figuram circuli ad ſenſum habebit. *Quod erat alterum.*

Scholion 1.

297. *Theorema præſens experientia abunde confirmat. Imo idem experientia prius innotuit, quam optici in rationes ejus inquirerent. Unde optici veram cauſam initio non aſſecuti in reddenda phænomeni ratione non conſenſere* (a).

Corollarium 1.

298. Quodſi ergo pars foraminis tegatur, in minori diſtantia mutabitur figura luminis tranſmiſſi, ob mutatam foraminis figuram; ſed in majori retinebit figuram circuli.

Corollarium 2.

299. Quoniam tamen pauciores nunc radii tranſmittuntur; circulus erit minus lucidus (§. 84).

Corollarium 3.

300. Cum vero circuli illi continuo augeantur (§. 294); lumina per duo foramina vicina tranſmiſſa primum ex parte, tandem prorſus in unum coaleſcunt, diſtantia nempe centrorum, quæ ſemper eadem manet, reſpectu radiorum ſeu ſemidiametrorum evaneſcente.

Scholion 2.

301. *Non injucundum eſt videre, etiam in conclavi illuminato, circulos a radiis per duo diverſa foramina triangularia tranſmiſſos ſe mutuo ſucceſſive contegentes, ita ut creſcente continuo communi ſegmento tandem penitus congruant. Illud quoque obſervatu dignum eſt, quod lumen geminatum in communi ſegmento ſimplici in ſegmentis collateralibus multo clarius exiſtat.*

Corollarium 4.

302. Quodſi prope foramen aliqui radii a corpore opaco intercipiantur, deficientibus quibuſdam conis lucidis; deficient quoque quidam circuli in lumine a plano excepti; conſequenter etiamſi circuli reliqui amplientur, integrum tamen circulum majorem complere nequeunt, ſed pars quædam deficiet cujus ſcilicet radiatio intercepta.

Scholion 3.

303. *Hinc Solis eclipſin patientis pars deficiens etiam in ejus imagine radiis per foramen tranſmiſſis formata deeſt.*

Theo-

(a) Vid. *Keplerus* in Paralipomenis in Vitellionem cap. 2. pag. 57. & ſeqq.

Theorema 66.

304. ***Si lumen Solis per foramen rotundum in cameram obſcuram immittitur & a diametro circuli luminoſi chartæ intus excepti utrinque auferatur ſemidiameter foraminis; circulus circa diametrum reſiduam deſcriptus eſt imago Solis per centrum foraminis radiantis.***

Demonstratio.

Quoniam lumen Solis per foramen in cameram obſcuram immiſſum ex innumeris conſtat conis æqualibus, quorum vertices ſunt in ſingulis foraminis punctis (§. 295); ſi ſecetur plano ad radium per centrum foraminis tranſeuntem perpendiculari, circulus inde prodiens conſtabit ex innumeris circulis, quorum centra eandem a ſe invicem diſtantiam habent, quam habent conorum vertices in foramine (§. 468 *Geom.*), ob axium iſtorum conorum parallelismum (§. 94). Extimi igitur circuli centrum a centro medii, qui per centrum foraminis radiat (§. 294) diſtat intervallo ſemidiametri foraminis. Quamobrem cum ſemicirculus extimus excedat medium ea latitudine, quæ eſt diſtantiæ centrorum æqualis; ſi a diametro circuli luminoſi charta excepti intra cameram obſcuram, lumine Solis per foramen rotundum radiante, auferatur utrinque ſemidiameter foraminis, circa reſiduam diametrum deſcriptus circulus eſt imago Solis per centrum foraminis radians (§. 294). *Q. e. d.*

Corollarium 1.



305 Quoniam radii Solis extimi QF & SF per centrum foraminis directe tranſeunt in *e* & *d*, ideoque ſe mutuo ſecant in F; anguli QFS & *dFe* æquales ſunt (§. 256 *Geom.*). Eſt igitur angulus *dFe* æqualis magnitudini apparenti Solis (§. 208).

Corollarium 2.

306. Quoniam recta ex centro foraminis in centrum circuli luminoſi ducta eſt diſtantia imaginis Solis *de* a foramine F (§. 225 *Geom.*); ex data diſtantia imaginis Solis a foramine & ſemidiametro imaginis *de*, inveniri poteſt ſemidiameter Solis apparens (§. 40 *Trigon.*).

Theorema 67.

307. *Si oculus in tenebris conſtitutus flammam candelæ vel facis accenſæ, cui directe opponitur, a ſplendore aeris circumfuſi non diſtinguit; figura flammæ rotunda apparet.*

Demonstratio.

Cum enim in eadem a luminoſo diſtantia lumen ejuſdem ſit intenſitatis (§. 97), quodlibet vero luminoſi punctum radios quaquaverſum diffundat (§. 59); ſplendor in aere ſphæræ figuram induet (§. 471 *Geom.*). Quodſi ergo oculus in majore diſtantia & in tenebris conſtitutus differentiam inter flammam & ſplendorem non amplius diſtinguit; flamma rotunda apparere debet (§. 277). *Q. e. d.*

Digitized by Google

CAPUT VII.

De Viſione Loci.

THEOREMA 68.

308. *SI diſtantia duorum viſibilium ſub angulo inſenſibili videtur; corpora disjuncta contigua apparent.*

DEMONSTRATIO.

Si enim diſtantia ſub angulo inſenſibili videtur; inter imagines in oculo diſtantia nulla eſt. Sunt ideo imagines in oculo contiguæ: conſequenter viſibilia contigua apparent (§. 69).

COROLLARIUM I.

309. Quoniam ex pluribus contiguis continuum reſultat; ſi plurium viſibilium diſtantiæ ſub angulo inſenſibili apparent, in unum continuum coaleſcere videntur.

COROLLARIUM 2.

310. Cum determinari poſſit diſtantia, in qua quælibet magnitudo evaneſcit (§. 218); haud difficulter quoque in caſu quolibet invenitur, in qua diſtantia duo corpora poſitione data contigua, & plura inſtar unius continui apparere debeant.

SCHOLION.

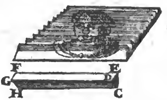
311. *Eleganter hinc notio continui illuſtratur. Dicimus nimirum continuum, ubi inter noſtras perceptiones ordinem nullum ſimpliciorem interponi poſſe animadvertimus.*

PROBLEMA 32.

312. *Teſſelatas imagines conſtruere, quæ in partes diſſectæ & per planum ſtriatum diſperſæ oculo integræ apparent.*

RESOLUTIO.

1. Fiant priſmata lignea tantæ longitudinis, quanta eſt imaginis latitudo,



quorum baſis EDC eſt triangulum æquilaterum.
2. Imago diſſecetur in faſcias, quarum ſingulæ ſint plano EDGF æquales.
3. Faſciæ iſtæ agglutinentur planis priſmatum dextris EDGF.
4. Siniſtris vero DCHG agglutinentur aliæ alterius imaginis.

Quodſi enim priſmata ſuper tabula horizontali ita colloces, ut priſmatum latera HC ſe mutuo tangant: oculus in plana dextera EDGF directus videbit imaginem unam; directus vero in ſiniſtra CDGH alteram contuebitur: videbunturque partes disjunctæ contiguæ (§. 309).

SCHOLION.

313. *Poſſunt etiam priſmata ita collocari, ut plana* EDGF *ſint in eodem plano, & imagines in iis delineari: quo facto, in ſitum convenientem redigenda.*

THEOREMA 69.

314. *Viſibilia remota obſcura apparent & minus diſtincta.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet viſibilis punctum per radios divergentes radiet (§. 59); creſcente diſtantia, lumen decreſcit

Digitized by Google

creſcit (§. 87). Viſibilia igitur obſcuriora videntur, ſi fuerint remotiora. *Quod erat unum.*

Quia quælibet magnitudo in data quadam diſtantia evaneſcit (§. 218), partes autem minores citius evaneſcunt majoribus (§. *cit.*); viſibilis remoti partes omnes non apparent. Quare cum viſibile tanto diſtinctius videatur, quanto plures ejus partes diſcernere licet (§. 40); viſibile remotum minus diſtinctum apparet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

315. Hinc ex viſione obſcura & confuſa objectum magno intervallo diſtare colligimus.

SCHOLION 1.

316. *Ex his principiis utuntur pictores, objecta alia aliis remotiora in eodem plano exhibituri.*

SCHOLION 2.

317. *Hinc quoque oriuntur fallaciæ viſus complures. Ita conclavia parietibus dealbatis minora apparent, quia parietes videntur propiores. Agri etiam nive tecti minores apparent, quam gramine veſtiti. Similiter montes nive conſperſi, itemque nocturno tempore flamma propiores; corpora opaca ſub crepuſculum remotiora videntur.*

THEOREMA 70.



318. *Si oculus* A *fuerit plano horizontali* BC *ſublimior; partes remotiores videntur ſublimiores, donec in eadem cum oculo altitudine conſtituta videatur ultima.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB ad BC ſupponitur eſſe perpendicularis, ſi ex oculo A ducatur AD ipſi BC parallela; erit quoque BAD rectus (§. 230 *Geom.*); conſequenter omnem amplitudinem viſus definit linea DC ipſi AB æqualis (§. 235). Jam ſi lineæ parallelæ BC & AD longius protrahantur, ſenſim ſenſimque coire videbuntur & quam primum coire videntur, viſus terminatur (§. 228). Cum ideo partes rectæ BC continuo ad rectam AD accedant; utique ſenſim ſenſimque ſublimiores fieri videntur, donec ultima C in D conſtituta appareat. *Q. e. d.*

SCHOLION 1.

319. *Aliter hanc propoſitionem demonſtrat* Euclides (a). *Inſtar axiomatis aſſumit*, ſublimiora apparere, quæ per radium ſublimiorem videntur; *nec ſine ratione. Dum enim ſublimia ſpectamus, radii ex loco ſublimiori in oculum illabuntur. Unde ſi ex aliis rationibus contingat, ut radii alii aliis ſint ſublimiores; eodem modo oculum afficere debent, ac ſi e ſublimiori loco emanaſſent. Unde puncta quoque, ex quibus radiant, ſublimiora apparere debent (§. 43). Jam cum manifeſtum ſit puncta* E *&* C *radiis ſublimioribus ſpectari anterioribus, inde concludit, puncta* E *&* C *ſublimiora apparere debere. Enimvero cum demonſtratio hujus & reliquarum propoſitionum, ad quas demonſtrandas axiomate hoc utitur* Euclides, *multo evidentius ex antecedentibus deducantur; principiorum numerus ſine neceſſitate non videtur multiplicandus, præſertim cum ex noſtra demonſtratione una conſtet terminus, ad quem remotiora elevari poſſunt, dataque altitudine oculi, partes, quæ ſublimiores apparere debent, facile determinentur. Poſſet tamen axioma* Euclidis *eodem modo demonſtrari, quo nos propoſitionem demonſtravimus.*

SCHOLION 2.

320. *Ceterum jam conſtat ratio, cur mare ad litora ſtantibus verſus medium ſenſim ſenſimque attolli videatur.*

THEOREMA 71.

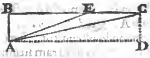


321. *Si planum* BC *fuerit ſublimius*

H 2 *oculo*

(a) In Optic. prop. 10.

Digitized by Google



oculo A *remotiora* E & C *depreſſiora apparent*, *donec punctum ultimum* C *videatur per altitudinem* DC *profunditati oculi* BA *æqualem deſcendiſſe*.

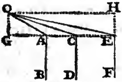
DEMONSTRATIO.

Eadem prorſus eſt, quæ Theorematis præcedentis.

SCHOLION.

322. Euclides *ad Theorema hoc demonſtrandum aſſumit inſtar axiomatis*; depreſſiora apparere, quæ per radium depreſſiorem videntur: *de quo idem eſto judicium*, *quod ſupra* (§. 319) *de ſimili axiomate* Euclideo *tulimus*.

THEOREMA 72.



323. *Si magnitudines quotcunque* AB, CD, EF *ſub oculo* O *ponantur*; *remotiores* EF, CD *ſublimiores apparent*.

DEMONSTRATIO.

Ducatur enim per puncta A, C, E recta GE; erunt A, C, E in eodem plano. Quare cum oculus O ſit ſublimior plano GE *per hypoth.* remotiora C & E, ſublimiora apparere debent (§. 318). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

324. Quodſi magnitudo ultima tanto intervallo ab oculo diſtet, ut altitudo oculi HE ſub angulo inſenſibili videatur (§. 218); magnitudo E videbitur ad oculi ſublimitatem aſſurgere (§. 318).

THEOREMA 73.

325. *Si magnitudines quotcunque æquales fuerint ſupra oculum elevatæ*; *remotiores depreſſiores apparent*.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ Theorematis præcedentis, modo figura invertatur.

THEOREMA 74.



326. *Altitudinum majorum* AB *partes ſuperiores* BC *videntur inclinatæ*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus A rectus eſt (§. 227 *Geom.*); ſi ex oculo D agatur altitudini AB parallela, erit angulus ADE itidem rectus (§. 230 *Geom.*), ideoque amplitudo viſus intra parallelarum AB & DE intervallum continetur (§. 235). Sed lineæ parallelæ AB & DE ſenſim ſenſimque coire videntur (§. 227). Ergo puncta remotiora C & B vertici propiora apparent inferioribus; conſequenter pars ſuperior BC inclinata videtur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

327. *Inde eſt quod templorum altorum frontiſpicia, itemque turres, in minori diſtantia videantur antrorſum inclinari: dico, in diſtantia minori. Quo minor enim fuerit ſpectatoris diſtantia a turri* AD, *eo celerius parallelarum intervallum coire videtur, unde vi demonſtrationis phænomenon pendet.*

COROLLARIUM.

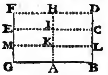
328. Quodſi ergo pars ſuperior BC e perpendiculari AC reclinata fuerit, ab oculo prope adſtanti erecta videri poterit.

SCHOLION.

329. *Inde eſt, quod ſtatuæ in locis editis collocatæ paululum reclinentur.*

THEO-

THEOREMA 75.



330. *Remotiora* C & D *ad dexteram ſita videntur vicinioribus* L & B *ſiniſteriora; quæ vero ad ſiniſtram ſita ſunt* F & E, *videntur vicinioribus* M & G *dexteriora.*

DEMONSTRATIO.

Sit enim oculus in A & recta AB ad DB perpendicularis. Concipiatur porro AH perpendicularis ad AB; erunt AH & BD parallelæ (§.256 *Geom.*). Punctum ergo D propius videbitur puncto H, quam C ipſi I, & C propius apparebit ipſi I, quam L ipſi K; vel B ipſi A (§. 227). Puncta igitur D & C ſiniſtræ propiora videntur, quam L & B. *Quod erat unum.*

Eodem modo oſtenditur, remotiora F & E ad ſiniſtram ſita apparere dexteriora vicinioribus M & G. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 76.

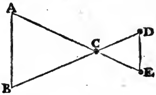
331. *Fieri poteſt, ut viſibile* (Vid. Fig. §.330) D *ad dexteram vel ſiniſtram ſitum, oculo* A *in directum jacere videatur.*

DEMONSTRATIO.

Parallelæ enim DB & AH alicubi coire videntur (§. 228). Quodſi igitur oculus fuerit in illo puncto A, ex quo coire videntur; punctum D coincidere videbitur cum puncto H, ideoque D apparebit in H, nempe in directum jacens oculo A. *Quod erat unum.*

Eodem modo oſtenditur, fieri poſſe ut viſibile F verſus ſiniſtram ſitum oculo A in directum jacere videatur. *Q.e.a.*

THEOREMA 77.



332. *Si ſpatium inter viſibile* C & *viſibilia* D *atque* E *interjectum ſpectatoribus in* A & B *imperceptibile fuerit; idem objectum* C *in diverſis locis videbunt.*

DEMONSTRATIO.

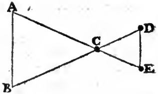
Quoniam diſtantia CD ſpectatori in B imperceptibilis *per hypoth.* objectum C apparebit contiguum alteri D (§. 308). Videt ideo C in D. Eodem modo oſtenditur, ſpectatorem in A videre objectum C in E. Diverſis itaque in locis idem objectum C vident ſpectatores in A & B. *Q.e.d.*

THEOREMA 78.

333. *Si objectum vicinius* (Vid. Fig. §.332) C *ad alia remotiora refertur; diverſis ſpectatoribus* A & B *e regione diverſorum objectorum* D & E *apparebit.*

DEMONSTRATIO.

Objectum C enim inter oculum A & alia remotiora poſitum e regione ejus videtur, quod punctis A & C in directum jacet. Quoniam vero rectæ AC & BC ex oculis ſpectatorum A & B in



in idem objectum C ductæ ſegmentum commune habere nequeunt (§. 29 *Geom.*): aliud omnino punctum remotius in directum jacet rectæ BC, aliud vero rectæ AC (§. 61 *Geom.*). Idem ergo objectum C diverſis ſpectatoribus A & B e regione diverſorum objectorum remotiorum D & E apparet. *Q. e. d.*

DEFINITIO 40.

334. Loca (*Vid. Fig. ut ſupra*) D & E, ad quæ ſpectatores in A & B referunt objectum C, dicuntur *loca optica*.

THEOREMA 79.

335. *Si recta jungens loca optica* D *&* E *fuerit parallela rectæ tranſeunti per oculos ſpectatorum* AB; *erit diſtantia locorum opticorum* DE, *ad diſtantiam ſpectatorum* A *&* B; *ut diſtantia loci optici alterutrius a viſibilis loco* EC, *ad diſtantiam ſpectatoris alterutrius ab eodem viſibili* AC.

DEMONSTRATIO.

Quia DE parallela ipſi AB *per hypoth.* erit angulus D = B (§. 233. *Geom.*). Sunt vero etiam verticales ad C æquales (§. 156 *Geom.*). Quare EC : DE = AC : AB (§. 267 *Geom.*), conſequenter EC : AC = DE : AB (173 *Arith.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 80.



336. *Quodlibet punctum viſibile* A *radiat in pupillam per conum, cujus vertex in ipſo puncto radiante* A, *baſis vero pupilla.*

DEMONSTRATIO.

A puncto enim radiante A ad quodlibet punctum pupillæ, ideoque & ad quodlibet perimetri punctum D, C, E &c. emittitur radius (§. 60). Radii igitur extimi ſuperficiem coni formant, cujus vertex A, baſis circulus DCE ſive pupilla (§. 467 *Geom*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

337. Si triangula DAE & DaE fuerint in eodem plano, erit a > A (§. 300 *Geom.*); ideoque anguli aDE & aED minores angulis ADE & AED (§. 240 *Geom.*); conſequenter radii AE & AD majores angulos efficiunt cum diametro pupillæ, quam aD & aE. Remotiorum itaque radii minus ad diametrum inclinantur, quam radii viciniorum (§. 34 *Geom.*).

COROLLARIUM 2.

338. Quodſi ergo contingat, ut radii minus divergentes fiant magis divergentes; qui a puncto remotiori A emanant, perinde ac a puncto viciniori a in pupillam radiabunt.

COROLLARIUM 3.

339. Contra ſi contingat, ut radii magis divergentes, antequam oculum ingrediantur, fiant minus divergentes; qui a puncto viciniori a emanant, perinde in oculum radiabunt, ac ſi e remotiori A emanaſſent.

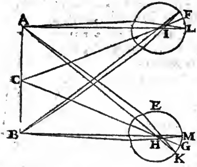
DEFINITIO 41.

340. *Axis opticus* eſt radius per centrum oculi tranſiens.

DEFI-

Digitized by Google

Definitio 42.



341. *Horoper* eſt linea recta AB, quæ per concurſum C axium opticorum oculorum H & I, rectæ HI centra oculorum conjungenti parallela, ducitur.

Scholion.

342. *Vocatur* Horopter, *quia experientia conſtat, hunc eſſe terminum viſionis diſtinctæ.*

Definitio 43.

343. *Planum Horopteris* eſt, quod per Horopterem AB tranſit & ad planum per axes opticos tranſiens ICH perpendiculare exiſtit.

Theorema 81.

344. *Si viſibile in Horoptere* (Vig. Fig. §. 341) AB *collocatur; quodlibet punctum videtur in concurſu radii a puncto imaginis reſpondente per centrum oculi retroducti & Horopteris.*

Demonstratio.

Dum objectum in Horoptere collocatur, experientia teſte, punctum unumquodque videmus ibi, ubi eſt, ideoque ubi radii in oculum incidentes, retroducti concurrunt, hoc eſt, in vertice ſui coni (§. 336). Sed dum viſibile in Horoptere collocatur, radiorum a quovis puncto emanantium unus per centrum uniuſcujuſque oculi tranſit (§. 341). Quare cum omnes radii ab eodem objecti puncto egreſſi in retina rurſus in uno puncto uniantur (§. 75), radius vero per centrum tranſiens irrefractus tranſeat; punctum imaginis quodlibet ibi delineabitur, ubi radius per centrum tranſiens retinam attingit. Hunc ergo ſi retroducas uſque ad Horopterem, ibi eundem ſecabit in A, ubi erat vertex coni, per quem irradiatio in oculum fiebat. Videbitur ergo viſibilis punctum in concurſu Horopteris AB & radii KA a puncto imaginis reſpondentis per centrum oculi H retroducti. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

345. Quoniam duo radii KA & LA ab eodem puncto imaginis per centra H & I oculorum amborum retroducti Horopterem AB in eodem puncto A ſecant, utpote qui ab eodem irrefracti per centrum utriuſque oculi ad retinam penetraverant; uterque oculus viſibile in Horoptere poſitum in eodem loco A videt; conſequenter duobus oculis unicum apparet.

Corollarium 2.

346. Quia radius KA ab inferiore imaginis puncto per centrum oculi H retroductus Horopterem in loco ſuperiori A ſecat; qui vero a ſuperiori imaginis parte M per idem centrum H retroducitur MB, eidem Horopteri AB in loco inferiori B occurrit, punctum imaginis inferius K videtur in loco ſuperiori A; punctum vero ſuperius M in loco inferiori B. Quare cum imago MGK in retina ſit inverſa (§. 61); objectum ſitu erecto apparet.

Corollarium 3.

347. Quodſi ergo imago in retina MGK fuerit erecta; eodem modo conſtat, viſibile videri debere ſitu inverſo.

Corollarium 4.

348. Si contingat, radios a puncto quocunque egreſſos ita diſponi, ut oculum ſub iis angulis ingrediantur, ac ſi coni optici vertex eſſet in A; viſibile quoque in A videri debet (§. 43).

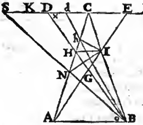
COROL.

Digitized by Google

Corollarium 5.

349. Quoniam aliam oculi conformationem requirunt objecta remota, aliam vicina (§. 64), ideoque oculus uno obtutu diverſis intervallis diſtantia diſtincte comprehendere nequit (§. 70); quæ extra Horopterem poſita confuſe videt, ad Horopterem referre debet. Videbitur itaque etiam punctum extra Horopterem poſitum in concurſu Horopteris & radii a puncto imaginis reſpondente per centrum oculi ducti (§. 344).

Theorema 82.



350. *Si viſibile* G *extra Horopterem* DE *ſit conſtitutum; geminatum apparebit in* D & E.

Demonstratio.

Oculus enim A videt objectum G per radium AE in E; oculus vero B idem objectum videt in D, obtutu utriusque in C defixo (§. 349). Videtur igitur geminatum. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

351. Quodſi oculus dexter B tegatur, diſparebit objectum ſiniſtrum D; ſi vero oculus ſiniſter A tegatur, objectum E evaneſcet.

Scholion.

352. *Hæc experientiæ valde conſona deprehenduntur. Statuatur enim objectum aliquod tenue, ſed longum e regione naſi ad diſtantiam unius circiter pedis: obtutu ultra id directo in* C, *geminatum videbis, at confuſe. Et quo longius obtutum diriges, eo majori intervallo diſtabunt imagines, altera quidem dexteram verſus in* E, *altera vero ſiniſtram verſus recedente. Si autem obtutum verſus objectum retrahis, imagines ſenſim ſenſimque coeunt, donec obtutu in eodem fixo non niſi unicum appareat* (§. 344). *Simile phænomenon eſt, ſi oculo uno infra alterum depreſſo aut ſupra alterum detorſo objectum geminatum apparet; item cum ebrii & furioſi omnia conſpiciunt geminata.*

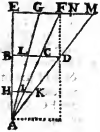
Corollarium 2.

353. Quoniam AB ipſi DE parallela (§. 341), erit $o = x$ (§. 233 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad G ſint æquales (§. 156 *Geom.*), erit ut BG diſtantia objecti G ab oculo B, ad GD diſtantiam ejuſdem a loco Horopteris in quo videtur; ita diſtantia oculorum AB, ad diſtantiam locorum D & E, in quibus videtur.

CAPUT VIII.

De Viſione Motus.

Theorema 83.



354. *Si duo objecta* B & E *inæqualiter ab oculo* A *diſtantia æquali celeritate ferantur; remotius* E *tardius moveri videtur.*

Demonstratio.

Quia B & E æquali celeritate feruntur *per hypoth.* eodem tempore æqualia ſpatia BD & EF percurrunt (§. 29 *Mechan.*). Sed quoniam EF e longinquiori intervallo videtur quam BD *per hypoth.* apparebit EF minor quam BD (§. 211); conſequenter remotius objectum E eodem tempore minus ſpatium confeciſſe, ideoque tardius moveri putatur (§. 15 *Mech.*). *Q. e. d.*

Corol-

Corollarium 1.

355. Si ergo B & E a terminis oculo immoto A in directum ſitis verſus eandem plagam digrediantur; vicinum B præcedere, remotum E ſequi videbitur.

Corollarium 2.

356. Quodſi remotum E non nimis celerius moveatur, quam vicinum B, ut nempe ſit EN > BD, ſed < EM; motus ipſius B videbitur adhuc celerior.

Theorema 84.

357. *Si duo objecta* (Vid. Fig. §. 354) B & E *moveantur celeritatibus diſtantiis ab oculo immoto* AB & AE *proportionalibus; eadem celeritate moveri videntur & contra.*

Demonstratio.

Quoniam celeritates ſunt ut ſpatia eodem tempore percurſa BC & EF (§. 33 *Mechan.*), illæ autem diſtantiis AB & AE proportionales *per hypoth.* hæc quoque iiſdem proportionalia ſunt (§. 167 *Arith.*), conſequenter ſub eodem angulo videntur (§. 222) & hinc æqualia apparent (§. 209). Eadem igitur celeritate moveri putantur (§. 29 *Mechan.*). *Quod erat unum.*

Quodſi eadem celeritate moveri videntur, ſpatia decurſa BC & EF apparent æqualia (§. 29 *Mechan.*), ideoque ſub eodem angulo videntur (§. 209). Quare ſi ſpatia BC & EF ad diſtantias perpendiculariter applicentur (§. 225 *Geom.*); cum ſit BC ad EF parallela (§. 256 *Geom.*), erit AB : AE = BC : EF (§. 268 *Geom.*), conſequenter celeritates etiam ſunt ut AB ad AE (§. 33 *Mechan.*). *Quod erat alterum.*

Theorema 85.

358. *Si objectum remotum* (Vid. Fig. §. 354) E *tardius movetur quam vicinius* B; *motus vicinioris* B *multo celerior apparet, quam eſt.*

Demonstratio.

Sint ſpatia eodem tempore decurſa EG = BC & BD. Quodſi objecta æqualiter ab oculo immoto A diſtarent; ſpatium a tardiori decurſum BC tanquam pars ſpatii a celeriori deſcriptum ſub minori angulo BAC videretur, quam BD. Sed cum ex diſtantia AE videtur; ſub angulo adhuc minore EAG conſpicitur, ideoque multo minor pars apparet ipſius BD (§. 209). Quare cum ſpatia eodem tempore decurſa ſint ut celeritates (§. 33 *Mechan.*); celeritas ipſius E multo minorem habere videbitur rationem ad celeritatem ipſius B, quam revera habet (§. 203 *Arith.*); ideoque celeritas vicinioris B major apparebit quam eſt (§. 206 *Arith.*). *Q. e. d.*

Problema 33.

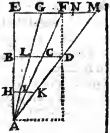
359. *Datis diſtantiis objectorum* (Vid. Fig. §. 354) AB & AE *ab oculo immoto* A, *una cum celeritatibus, quibus verſus eandem plagam tendunt; invenire rationem celeritatum, quibus moveri videntur.*

Resolutio.

1. Quoniam celeritates ſunt ut ſpatia EG & BD eodem tempore percurſa (§. 33 *Mechan.*), datis celeritatibus datur etiam ratio ſpatiorum EG & BD.
2. Quærantur itaque magnitudines HI & KH quæ in diſtantia AH 10 vel pauciorum pedum appareant ſpatiis EG & BD æquales.

Cum enim objecta hæc ſpatia HI &

Digitized by Google



HK deſcribentia eadem celeritate moveri videantur, qua B & E feruntur (§. 357); erunt utique celeritates apparentes objectorum B & E ut celeritates, quibus in diſtantia 10 pedum ſpatia inventa eodem tempore deſcribuntur.

E. gr. Sit AB : AE = 1 : 9, FG : BD = 1 : 3, AH = 10: erit HI = EG. AH : AE = $\frac{10}{9}$ & HK = BD. AH : AB = 30. Sunt ideo celeritates ut objectorum E & B apparentes $\frac{10}{9}$ ad 30, hoc eſt, ut 1 ad 27 (§. 178. 181 *Arith.*).

THEOREMA 86.

360. *Si duo objecta* (Vid. Fig. ut ſup.) B & E *ab oculo* A *inæqualiter diſtantia diverſa celeritate verſus eandem plagam tendunt; celeritates apparentes ſunt in ratione compoſita ex directa celeritatum verarum & reciproca diſtantiarum ab oculo* AB & AE.

DEMONSTRATIO.

Sit enim AB = a, AE = b, BD = c, EG = d, AH = e; erit HI = $de : b$ & HK = $ce : a$ (§. 268 *Geom.*); conſequenter celeritates apparentes ſunt ut $de : b$ ad $ce : a$, hoc eſt, ut ad ad bc (§. 178. 181 *Arith.*), nempe in ratione compoſita ex directa celeritatum verarum EG & BD, atque reciproca diſtantiarum AB & AE (§. 159 *Arith.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 87.

361. *Objectum* (Vid. Fig. ut ſup.) E *quacunque celeritate motum quieſcere videtur, ſi ratio ſpatii intervallo unius minuti ſecundi deſcripti* EG, *ad diſtantiam ab oculo* EA, *fuerit imperceptibilis.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim GE ſit ad AE ut tangens anguli EAG, ſub quo videtur objectum E, ad ſinum totum (§. 7 *Trigon.*); ſi ratio ipſius EG ad EA fuerit imperceptibilis, tangentis quoque ad ſinum totum ratio evaneſcet, ideoque EG ſub angulo inſenſibili, hoc eſt, plane non videtur. Quare objectum E, quacunque celeritate motum, in eodem loco permanere ideoque quieſcere putatur (§. 2 *Mechan.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

362. Quoniam ratio ſpatii unius minuti ſecundi intervallo deſcripti ad diſtantiam objecti imperceptibilis eſt, tum ſi objectum vicinum nimis tarde movetur (ut index horologii horas monſtrans), tum ſi objectum celeriter motum valde remotum fuerit (§. 218): celeriter mota videntur quieſcere, ſi nimis longo intervallo ab oculo diſtent, & motus vicinorum non percipitur, ſi nimis tardus fuerit.

COROLLARIUM 2.

363. Cum motus indicis in horologio & motus ſiderum circa tellurem non percipiatur, intra minutum ſecundum autem arcus 15 ſecundorum percurratur; evidens eſt ſpatium a mobili percurſum eſſe imperceptibile, ſi ſub angulo 15 ſecundorum videtur, ideoque multo magis, ſi ſub minori conſpicitur.

THEOREMA 88.

364. *Objectum* (Vid. Fig. ut ſup.) E *quacunque celeritate motum quieſcere videtur, ſi ſpatium percurſum intra minutum ſecundum* EG *fuerit ad diſtantiam* EA, *ut 1 ad* 1400.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim tangens anguli EAG ad ſinum totum, ut ſpatium percurſum EG ad diſtantiam EA (§. 7 *Trigon.*), ideoque in caſu præſenti ut 1 ad 1400 (§. 167 *Arith.*). Sed tangens anguli 15 ſecundorum eſt ad ſinum totum ut

727

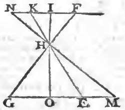
Digitized by Google

727 ad 10000000, *vi Canonis*, hoc eſt, fere ut 1 ad 1375 (*§.* 181 *Arith.*). Cum ideo motus ſit imperceptibilis, ſi EG fuerit ad EA ut 1 ad 1375 (*§.* 363); multo minus perceptibilis erit, ſi fuerit ut 1 ad 1400 (*§.* 204 *Arith.*). *Q. e. d.*

SCHOLION.

365. *Imo non dubito imperceptibilem fere motum ſi* EG *fuerit ad* EA *ut* 1 *ad* 1300.

THEOREMA 89.



366. *Si oculus recta progrediatur ex* G *in* O *&c. objectum remotum in* H *quieſcens in oppoſitam partem moveri apparet.*

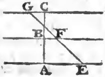
DEMONSTRATIO.

Cum enim oculus in G hæret, objectum H videt in F. Dum ex G venit in O, idem conſpiciet in I; ideoque H ex F in I motum fuiſſe apparet. Similiter liquet, dum oculus pervenit in E, objectum videri in K; conſequenter in plagam oppoſitam moveri apparet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

367. Dum ergo oculus regreditur ex E in G; objectum quoque H ex K in F regredi videtur.

THEOREMA 90.

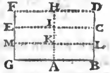


368. *Si oculus* A *& objectum* B *moveantur verſus eandem plagam, & oculus quidem* A *multo celerius quam objectum* B; *objectum retrogredi videtur.*

DEMONSTRATIO.

Dum enim oculus in A & objectum in B hæret; videbitur objectum in C. Quodſi jam objectum progrediatur in F interea, dum oculus pervenit in E; oculus a tergo reſpiciens videbit objectum F in G, ideoque ultra terminum C, in quo ex A conſtitutum apparebat. Videtur itaque objectum ex C in G retrogreſſum eſſe. *Q. e. d.*

THEOREMA 91.



369. *Si oculus* A *recta progreditur inter objecta* B, L, C, D *&* G, M, E, F *a lateribus poſita, hæc ipſi ſenſim ſenſimque recedere videntur.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim remota D & C appareant e longinquo ſiniſteriora vicinioribus B & L; remota vero F & E dexteriora vicinioribus M & G (*§.* 330); ſi propius ad ea accedas, D & C magis verſus dextram, F & E vero magis verſus ſiniſtram diſtabunt. Quoniam itaque diſtantia ſucceſſive augetur; ſenſim ſenſimque C & D verſus dextram, F & E vero verſus ſiniſtram recedere videntur. *Q. e. d.*

THEOREMA 92.

370. *Si ad objectum procul ſitum recta tendas; nunquam ad id pervenies.*

DEMONSTRATIO.

Objectum enim valde remotum ocu-

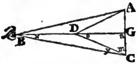
Digitized by Google

lo in directum jacere videtur, etſi ad dexteram vel ſiniſtram ſatis longo intervallo diſtet (§. 331). Quodſi igitur ad id recta tendas; propius accedenti continuo fiet vel ſiniſterius, vel dexterius, ideoque ad ipſum hac via nunquam pervenies. *Q. e. d.*

THEOREMA 93.

371. *Si oculus ad rem viſam accedit, ea augeri videtur.*

DEMONSTRATIO.



Dum enim oculus ex B in D transfertur, objectum AC videt ſub majore angulo (§. 300 *Geom.*), ideoque majus apparet (§. 209). Quare cum angulus ſenſim ſenſimque augeatur, oculo in objectum defixo, ipſum quoque objectum AC augeri videatur neceſſe eſt. *Q. e. d.*

THEOREMA 94.

372. *Si oculus a re viſa recedit, ea minor videtur.*

DEMONSTRATIO.

Mutatis mutandis, coincidit cum præcedente.

THEOREMA 95.

373. *Magnitudines auctæ propius acceſſiſſe putantur.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim idem objectum in vicinia majus appareat, quam e longinquo (§. 211); ſi magnitudines augentur, minus quam antea diſtare videntur, ideoque propius acceſſiſſe putantur. *Q. e. d.*

THEOREMA 96.

374. *Si duo objecta* A *&* B *eadem celeritate moveantur,* C *vero quieſcat; videbuntur* A *&* B *quieſcere,* C *vero in plagam contrariam moveri.*



DEMONSTRATIO.

Quoniam enim A & B eadem celeritate moventur *per hypoth.* diſtantia earum a ſe invicem non mutatur; ideoque unum reſpectu alterius quieſcere videtur. Dum vero interea objectum C prætereunt & ſitum ſuum ejus reſpectu mutant; C in contrariam plagam moveri videbitur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

375. *Exemplum habes in nubibus celerrime motis, quarum cum partes ſitum non mutant, Luna in plagam oppoſitam ferri videtur.*

THEOREMA 97.

376. *Si oculus celerrime movetur, objecta juxta latera poſita & quieſcentia in partem contrariam moveri videntur.*

DEMONSTRATIO.

Dum enim oculus celerrime movetur, ejus ad objecta juxta latera poſita ſitus continuo mutatur, ideoque ejuſdem objecti imago alias aliaſque retinæ partes ſucceſſive occupare debet. Videbitur ideo objectum iſtud moveri (§. 68). *Q. e. d.*

SCHOLION I.

377. *Ita ſi in curru ſedens per ſylvam velociter prætervehatis, arbores in oppoſitum currere & navigantibus celeriter littora moveri videntur.*

SCHOLION 2.

378. *Multa ſunt phænomena alia, quæ eodem modo ſolvuntur. Motus enim percipitur ex motu imaginis in retina (§. 68): Imago movetur, ſi oculi ad idem objectum ſitus continue & celeriter mutetur.*

CAPUT

CAPUT IX.

De variis Accidentibus Viſus & Viſione duorum Oculorum.

DEFINITIO 44.

379. OCulis *valere* dicitur, qui clare & diſtincte videt tam remota, quam vicina, pro ratione anguli viſorii.

SCHOLION.

380. *Fieri nimirum nequit, ut vicina & remota æque clare & diſtincte videantur: id quod & ſuo modo de ſequentibus tenendum.*

DEFINITIO 45.

381. *Presbyta* eſt, qui vicina confuſe, remota diſtincte videt.

SCHOLION.

382. *Hoc ſenum ut plurimum vitium eſt: Unde ratio denominationis intelligitur.*

COROLLARIUM.

383. Cum objecta talia videantur, quales ſunt imagines in retina delineatæ (§. 70); imagines remotorum in presbytæ oculo diſtinctæ ſunt, vicinorum confuſæ.

DEFINITIO 46.

384. *Myops* eſt, qui remota confuſe, vicina diſtincte videt.

SCHOLION.

385. *Hoc eorum vitium eſt, qui viſu breviori utuntur & ſcripturam oculis prope admovent lecturi.*

COROLLARIUM.

386. In myopibus itaque imagines valde vicinorum diſtinctæ; remotiorum confuſæ ſunt (§. 70).

OBSERVATIO 14.

387. *Si radiis per lentem vitream utrinque convexam tranſmiſſis imago in charta oppoſita delineatur; majorem a lente diſtantiam habet, ſi hæc fuerit majoris ſphæræ ſegmentum; at minorem, ſi minoris extiterit.*

COROLLARIUM.

388. Cum humoris chryſtallini eædem ſint vires in refringendis radiis quæ vitrorum utrinque convexorum (§. 61); imago quoque ejuſdem objecti diſtincta majori intervallo ab eo diſtabit, ſi majoris, quam ſi minoris fuerit ſphæræ ſegmentum.

SCHOLION.

389. *Hæc infra in Dioptrica demonſtrantur.*

OBSERVATIO 15.

390. *Lux nimia viſui officit; per radios tamen plures clarius videtur objectum, quam per pauciores.*

SCHOLION.

391. *Radii nimirum nimis fortiter in retinam agentes eam lædunt: plures vero fortius in eam agunt, quam pauciores.*

THEOREMA 98.

392. *Si objectum per pupillam ampliatam in oculum radiat, per plures radios videtur, quam ſi radii per coarctatam ingrediantur.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet objecti punctum in oculum per conum radiet, cujus vertex in ipſo puncto radiante, baſis vero pupilla eſt (§. 336); coni autem æque alti ſint ut baſes (§. 573 *Geom.*); per pupillam ampliatam plures radii in oculum ab eodem puncto objecti immittuntur, quam per coarctatam. Quoniam itaque radii ab uno objecti puncto egreſſi per refractionem in humore

more chryſtallino paſſam rurſus in uno retinæ puncto uniuntur (§. 75); objectum videtur per plures radios, ſi per pupillam ampliatam in oculum radiat, quam ſi per coarctatam radios immittit (§. 76). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

393. In priore igitur caſu, ſi lux debilis vel temperata fuerit, clarius videtur quam in altero. Si vero lux fuerit nimia, viſio eſt melior in caſu poſteriori (§. 390).

THEOREMA 99.

394. *Qui oculis valent, illorum pupilla ſufficienter coarctari & ampliari poteſt.*

DEMONSTRATIO.

Qui oculis valent, objecta clare vident (§. 379) ideoque per radios plures, non tamen nimios (§. 390). Quare cum pupilla ampliata objectum clarius videatur in luce temperata vel debiliore (§. 393); pupilla ſufficienter dilatari poteſt. Et quia in luce majore melius videtur per coarctatam (§. *cit.*); in hoc caſu ſufficienter coarctari poteſt. Qui ideo oculis valent, illorum pupilla ſufficienter coarctari & ampliari poteſt. *Q. e. d.*

THEOREMA 100.

395. *Quorum pupilla nimis ampliata, nec ſatis coarctari poteſt; ii in luce debiliori melius vident, quam in clariori.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam objectum per pupillam ampliatam radians per plures radios videtur, quam ſi radii per coarctatam ingrediuntur (§. 392), lux vero nimia viſui officit (§. 390); in luce clariori non bene videbunt, quorum pupilla ſatis coarctari nequit. Quoniam tamen objectum clarius videtur, ſi lux temperata vel debilior radiet per pupillam ampliatam, quam per minus ampliatam (§. 393); in luce debiliori melius vident. *Q. e. d.*

THEOREMA 101.

396. *Quorum pupilla eſt nimis arcta, nec ſufficienter ampliari poteſt; in luce clariori melius vident, quam in debiliori.*

DEMONSTRATIO.

Si lux debilis ſit vel temperata, objectum melius videtur, quod radiat per pupillam ampliatam (§. 395). Quorum igitur pupilla ſufficienter ampliari nequit; in luce debili non bene vident. Quoniam tamen per pupillam coarctatam melius videtur objectum, ſi lux fuerit clarior (§. 393); quorum pupilla eſt valde arcta, in luce clariori bene vident. *Q. e. d.*

SCHOLION.

397. *Quemadmodum vero diverſi dantur gradus claritatis & obſcuritatis; ita quoque limites coarctationis & ampliationis pupillæ varii eſſe poſſunt, qui nimii vel ſufficientes dicantur.*

THEOREMA 102.

398. *Si diſtantia retinæ ab humore chryſtallino nimis exigua fuerit; homo erit presbyta.*

DEMONSTRATIO.

Si diſtantia retinæ ab humore chryſtallino nimis exigua fuerit; in retina diſtinctæ delineari nequeunt imagines vicinorum (§. 64). Objecta igitur vicina diſtincte videri nequeunt (§. 70). Quoniam tamen imagines remotorum diſtinctæ eſſe poſſunt (§. 64); remota diſtincte videri poſſunt (§. 70). Quamobrem ubi diſtantia retinæ ab humore chry-

chriſtallino nimis exigua fuerit; homo erit presbyta (§. 381). *Q. e. d.*

THEOREMA 103.

399. *Si humor chryſtallinus fuerit non ſatis convexus; homo erit presbyta.*

DEMONSTRATIO.

Si enim humor chryſtallinus non ſatis convexus, hoc eſt, majoris ſphæræ ſegmentum; imago majori intervallo ab eo diſtat, quam ubi fuerit magis convexus (§. 388). Quare cum vicinorum imagines ab humore chryſtallino magis diſtent, quam remotorum (§. 64); ſi is non ſatis fuerit convexus, imago magis diſtare debet, quam retina, conſequenter nulla in retina imago diſtincta delineatur; ideoque nec objecta vicina diſtincte videntur (§. 70). Quoniam tamen objectorum remotorum imagines a chryſtallino humore minori intervallo diſtant (§. 64); ut remotorum imagines in retina diſtinctæ delineentur fieri poteſt. Ea igitur diſtincte videbuntur (§. 70), conſequenter homo presbyta eſt (§. 381). *Q. e. d.*

SCHOLION.

400. *Cuinam cauſa in caſu quolibet dato presbytæ vitium tribuendum; nondum certo definire licet.*

THEOREMA 104.

401. *Si retina ab humore chryſtallino nimis remota fuerit; homo Myops erit.*

DEMONSTRATIO.

Si retina ab humore chryſtallino nimis remota fuerit, in ea diſtincte delineari nequeunt objecta remota (§. 64). Remota igitur diſtincte non videntur (§. 70). Quoniam tamen id non obſtat, quo minus vicinorum imagines diſtinctæ eſſe poſſint (§. 64); vicina diſtincte videri poſſunt (§. 70). Homo igitur Myops eſt (§. 384). *Q. e. d.*

THEOREMA 105.

402. *Si humor chryſtallinus fuerit nimis convexus; homo Myops erit.*

DEMONSTRATIO.

Si enim humor chryſtallinus fuerit nimis convexus, imago exiguo intervallo ab eo diſtat (§. 388). Quare cum objectorum remotorum imagines diſtinctæ humori chryſtallino etiam ſint viciniores (§. 64); imago delineabitur, antequam radii ad retinam pertingant, ideoque in retina non erit imago diſtincta; objectum itaque remotum videtur confuſum (§. 70). Quoniam tamen vicinorum imagines ab humore chryſtallino magis diſtant (§. 64); fieri poteſt ut eæ in retina ſint diſtinctæ. Videbitur ideo objectum vicinum diſtinctum (§. 70). Homo itaque Myops eſt (§ 384). *Q. e. d.*

SCHOLION.

403. *Quoniam ſphæricitas non minus chryſtallini humoris, quam ejus a retina diſtantia gradus varios admittit; utrumque etiam vitium gradus varios habet.*

THEOREMA 106.

404. *Si humoris chryſtallini convexitas facile mutari poſſit, eadem manente ejus a retina diſtantia; homo oculis valebit.*

DEMONSTRATIO.

Sit ea humoris chryſtallini a retina diſtantia, ut objectorum vicinorum imagines ſint diſtinctæ; in ea diſtantia imagines remotorum erunt confuſæ, cum in humore vitreo diſtinctæ apparere debeant (§. 64): Quodſi jam humor

mor chryſtallinus fiat minus convexus ſeu paulisper complanetur; imago diſtincta longius ab eo recedere debet (§. 388). Cum itaque in retinam incidit: objectum etiam remotum diſtincte videtur (§. 70).

Eodem modo oſtenditur, mutata figura humoris chryſtallini in magis convexam, vicina diſtincte videri debere, cum antea diſtincte viderentur remota.

Quare ſi convexitas humoris chryſtallini facile mutari poſſit; & remota, & vicina diſtincte videntur, conſequenter homo oculis valet (§. 379). *Q. e. d.*

THEOREMA 107.

405. *Si, eadem manente humoris chryſtallini figura, diſtantia inter eum & retinam facile mutetur; homo oculis valebit.*

DEMONSTRATIO.

Sit ea humoris chryſtallini a retina diſtantia, ut remotorum imagines in ea diſtincte delineentur. Remota itaque diſtincte videbuntur (§. 70). Jam cum imago diſtincta vicinorum magis a chryſtallino diſtet (§. 64); ſi diſtantia chryſtallini a retina facile mutari poſſit, vicinorum quoque imago diſtincta in retina delineabitur, ideoque vicina diſtincte videbuntur (§. 70).

Eodem modo oſtenditur, objectum remotum etiam diſtincte videri poſſe, ſi ab initio ea fuerit chryſtallini a retina diſtantia, ut imagines vicinorum ſint diſtinctæ.

Patet itaque, ſi eadem manente humoris chryſtallini figura, diſtantia inter eum & retinam facile mutetur, & remota, & vicina diſtincte videri; ideoque hominem oculis valere (§. 379). *Q. e. d.*

THEOREMA 108.

406. *Si & humoris chryſtallini figura, & ejus a retina diſtantia facile mutetur; homo oculis valebit.*

DEMONSTRATIO.

Patet ex demonſtrationibus Theorematum 106 & 107 (§. 404. 405).

SCHOLION.

407. *Quæ de diverſis oculorum accidentibus huc uſque demonſtravimus, in oculo artificiali (§. 78) clariſſime obſervantur.*

THEOREMA 109.

408. *Myopes in luce minore legere poſſunt quam presbytæ.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim quodlibet objecti punctum radiet in oculum per radios divergentes (§. 49); idem objectum per plures radios videbitur, ſi fuerit vicinius, quam ubi ad oculo magis removetur (§. 87). Quare cum myopes, ut legant, ſcripturam oculis propius admoveant (§. 385); literas per plures radios vident, quam presbytæ, ideoque etiam clarius (§. 390). Quæ igitur presbytis non ſufficit ad legendum lux, myopibus tamen ſufficere poteſt. *Q. e. d.*

SCHOLION 1.

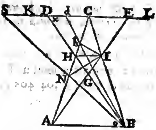
409. *Eadem eſt ratio, quod in luce minore ſcripturam oculo propius admoveant, etiam qui oculis valent, & hinc ſi quis quotidie ad lucem creperam aut candelam non probe emunctam ſcripturam minutam legit, facile fit myops.*

SCHOLION 2.

410. *Tales myopes, quem presbytæ per exiguum foramen acicula in charta efformatum diſtincte videre ſolent, quæ charta remota confuſe repræſentantur. Ejus rei ratio non eſt obſcura, ſi quis ea meditetur, quæ de cauſis confuſæ viſionis paulo ante, & de ſpeciebus per exiguum foramen in cameram obſcuram transmiſſis ſuperius (§. 119) dicta ſunt.*

THEO-

THEOREMA 110.



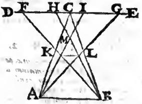
411. *Si corpus opacum* HI *intra axes opticos* AC & BC *comprehendatur; nullam objecti* KL *partem teget utrique oculo ſimul, partem tamen aliquam* DC *teget dextero* B, *aliam* CE *ſiniſtro* A.

DEMONSTRATIO.

Cum enim HI non obſtet, quo minus ex ſingulis punctis KC ad oculum A rectæ duci poſſint; KC ab oculo A videri poteſt (§.60). Ex eadem ratione liquet, partem CL videri ab oculo B. Utrique igitur oculo ſimul nihil objecti KL tegitur. *Quod erat unum.*

Enimvero quia HI eſt corpus opacum *per hypoth.* Radios a CE verſus A propagandos intercipit (§.12). Ab oculo igitur A non videtur CE. Eodem modo patet, non videri CD ab oculo B. Pars igitur CE tegitur oculo A, pars vero DC alteri B. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 111.

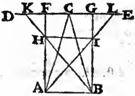


412. *Si corpus opacum* KL *diſtantia axium opticorum* AC & BC *fuerit minus; pars media* HI *ab utroque oculo* A & B *videtur una cum extremis* DF & GE, *interjacentes autem* FH & IG *videntur ab alterutro tantum.*

DEMONSTRATIO.

Cum enim opacum KL impediat, quo minus ab FH ad B & ab IG ad A rectæ duci poſſint: FH ab oculo B non videbitur, neque IG ab oculo A (§.60). Sed cum non obſtet, quo minus a FH in oculum A & ab IG in oculum B radii emanent (§. *cit.*); FH in A & IG in B videbitur. Eodem modo conſtat, partem mediam HI cum extremis DF & GE videri in A & B ſimul. *Q. e. d.*

THEOREMA 112.

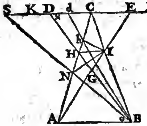


413. *Si corpus opacum* HI *axes opticos* AC & BC *excedat; pars media* FG *utrique oculo* A & B *tegetur, proxime adjacentes* GL & KF *tegentur tantum alterutri,* DK & LE *nulli.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI intercipit radios ab FL verſus A & a KG verſus B propagandos (§.12.46); FG ab oculo nullo, KF tantum ab unico A, GL ab altero B videri poteſt (§.42); reliquæ vero partes DK & LE videntur ab utroque. *Q. e. d.*

Theorema 113.



414. *Si corpus opacum* HI *intra axes opticos* AC & BC *comprehenditur; erit pars ab uno tantum oculo* B *viſa* DC *ad oculorum diſtantiam* AB; *ut diſtantia alterius extremi opaci* H *ab boroptere* HC, *ad diſtantiam ejuſdem ab oculo vicino* A.

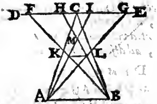
Demonstratio.

Quoniam enim AB ipſi DC parallela (§. 341), erit $o = x$ (§. 233 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad H æquales (§. 156 *Geom.*); erit DC : HC = AB : AH (§. 267 *Geom.*), conſequenter DC : AB = HC : AH (§. 173 *Arith.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe CE : AB = CI : IB. *Q. e. d.*

Corollarium.

415. Quodſi CI > HC (id quod contingit, ſi HI ad diſtantiam oculorum verſus dexteram convergit); CI ad rectam ipſa IB minorem majorem rationem habet, quam CI ad IB (§. 205 *Arith*), conſequenter ipſa CI major ad eandem minorem ipſa IB majorem rationem habet quam CI ad IB (§. 203 *Arith.*). Quamobrem CE ad AB jam rationem majorem habet, quam ubi CI = CH (§. 414), conſequenter pars CE ab oculo A viſa major, quam ante (§. 204 *Arith.*). Enimvero ubi CI = CH, etiam CE = DC. Quare ubi CI > HC, etiam CE > DC (§. 89 *Arith.*).

Theorema 114.



416. *Si corpus opacum* KL *fuerit minus intervallo axium opticorum* AC & BC, *erit pars media* HI, *quæ ab utroque oculo* A & B *videtur, ad diſtantiam oculorum* AB, *ut ſegmenta* MI & AM *radii ex oculo* A *per extremitatem ipſi vicinam* K *in boropterem ducti.*

Demonstratio.

Quoniam HI ipſi AB parallela (§. 341), erit HIM = MAB (§. 233 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad M æquales ſint (§. 156 *Geom.*); erit HI : IM = AB : AM (§. 267 *Geom.*), conſequenter HI : AB = IM : AM (§. 173 *Arith.*). *Q. e. d.*

Corollarium.

417. Quodſi KL oculis fuerit propius, ſegmentum MI fiet majus, AM vero minus: deſcendente enim corpore KL, ita ut ſecum rapiat rectam BH, punctum quoque M deſcendere evidens eſt. Quoniam itaque MI ad rectam ipſa AM minorem, majorem habet rationem quam MI ad AM (§. 205 *Arith.*); recta quoque ipſa MI major ad eandem rectam ipſa AM minorem multo magis majorem rationem habebit quam MI ad AM (§. 203 *Arith.*), conſequenter ſi KL oculo vicinius, HI ad AB majorem rationem habet, quam ſi remotius (§. 416), ideoque pars media HI ab utroque oculo viſa major eſt (§. 204 *Arith.*).

Theorema 115.

418. *Si corpus opacum* (Vid. Fig. §. 416) KL *fuerit diſtantiæ oculorum* AB *parallelum & intervallo axium opticorum minus;*

Digitized by Google

minus; *erit exceſſus partis oculo alterutri* B *tectæ* FH *ſupra latitudinem opaci* KL, *ad eandem latitudinem* KL; *ut diſtantia vicinioris extremi ab horoptere* HL, *ad diſtantiam ejus ab oculo* BL.

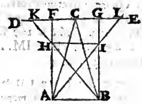
DEMONSTRATIO.

Quia KL ipſi AB parallela *per hypoth.* AB vero ipſi FH (§. 341); erit quoque KL parallela ipſi FH (§. 232 *Geom.*), & hinc BH : BL = FH : KL (§. 268 *Geom.*), conſequenter HL : BL = FH — KL : KL (§. 193 *Arith.*). *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

419. Quodſi KL oculo fuerit vicinius; BL fit minor, conſequenter cum ratio ipſius BL ad BH decreſcat (§. 203 *Arith.*), decreſcet etiam ratio ipſius KL ad FH (§. 418). Quare cum KL ſit conſtans, pars quoque tecta FH major ſit neceſſe eſt (§. 206 *Arith.*).

THEOREMA 116.

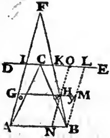


420. *Si latitudo corporis opaci* HI *fuerit diſtantiæ oculorum* AB *æqualis*; *pars utrique oculo tecta* FG *eidem æqualis erit*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam HI = AB *per hypoth.* ac præterea ſupponitur eidem AB parallela (etſi enim corpus ipſum inclinetur ad diſtantiam oculorum AB, concipere tamen licet in omni caſu rectam HI, quæ ex uno ejus extremo H ducta terminatur in radio BG per alterum extremum tranſeunte); erit quoque AH ipſi BI ſeu AF ipſi BG parallela (§. 257 *Geom.*). Quare cum FG ſit parallela ipſi AB (§. 341); erit FG = AB (§. 257 *Geom.*). *Q.e.d.*

THEOREMA 117.



421. *Si latitudo corporis opaci* GH *diſtantia oculorum* AB *fuerit minor*, *ſed intervallo axiũ opticorum* AC & BC *major*; *minorem partem objecti* IK *teget*, *ubi oculis propius fuerit*, *majorem vero*, *ſi magis removetur*: *pars tamen tecta* IK *minor eſt latitudine opaci* GH, *quamdiu diſtantia ejus ab horoptere perceptibilis*.

DEMONSTRATIO.

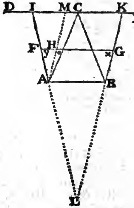
Producatur GH in M, donec GM = AB. Quoniam GH ſupponitur ipſi AB parallela; erit quoque BM parallela ipſi GA (§. 257 *Geom.*). Eſt ideo ſumma angulorum *o* & *y* duobus rectis æqualis (§. 233 *Geom.*). Quare cum *x* > *y* (§. 188 *Geom.*); erit ſumma duorum *o* & *x* major duobus rectis (§. 90 *Arith.*), conſequenter AG & BH verſus oculos divergunt (§. 261 *Geom.*), ideoque convergunt verſus F (§. 263 *Geom.*). Quoniam itaque IK ipſi AB parallela (§. 341); erit IK : GH = FI : FG (§. 268 *Geom.*), conſequenter ob FI < FG etiam IK < GH. *Quod erat unum*.

Quodſi concipiamus opacum GH removeri ab oculis verſus horopterem DE; lineæ AF & BF majori interval-

lo a ſe invicem recedent, conſequenter major evadet punctorum I & K diſtantia (§. 192 *Geom.*), hoc eſt, pars tecta IK augetur. *Quod erat alterum.*



THEOREMA 118.



422. *Si latitudo opaci* FG *fuerit diſtantia oculorum* AB *major; eo majorem patem* IK *teget, quo oculis* A *&* B *propius fuerit: pars vero tecta ſemper major latitudine opaci* FG.

DEMONSTRATIO.

Quoniam FG parallela ipſi AB eademque major *per hypoth.* ſi fiat GH = AB, erit AH ipſi GB parallela (§. 257 *Geom.*), ideoque ſumma angulorum *o* & *x* duobus rectis æqualis (§. 233 *Geom.*). Quare cum *o* > *y* (§. 188 *Geom.*); erit ſumma angulorum *x* & *y* duobus rectis minor (§. 90 *Arith.*); conſequenter rectæ FA & GB verſus L convergunt (§. 262 *Geom.*). Eſt itaque LF : LI = FG : IK (§. 268 *Geom.*), & hinc ob LI > LF etiam IK > FG. *Quod erat unum.*

Quodſi concipiamus opacum FG ad oculos A & B propius accedere; lineæ IL & LK magis a ſe invicem diſcedunt, conſequenter pars tecta IK major evadit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 119.

423. *Si latitudo opaci* (Vid. Fig. §. 422) FG *fuerit diſtantia oculorum* AB *major; erit exceſſus partis tectæ* IK *ſupra latitudinem opaci* FG *ad exceſſum hujus ſupra diſtantiam oculorum* AB, *ut diſtantia alterutrius extremi ab horoptere* FI *ad diſtantiam ejuſdem ab oculo viciniore* FA.

DEMONSTRATIO.

Quoniam MK & FG parallelæ ipſi AB (*per hypoth.* & §. 341); ducta AM ipſi KB parallela, erit AB = HG = MK (§. 257 *Geom.*). Eſt igitur FH exceſſus ipſius FG ſupra AB & IM exceſſus ipſius IK ſupra eandem AB, ideoque IM — FH exceſſus ipſius IK ſupra FG. Quare cum ſit AI : AF = IM : FH (§. 268 *Geom.*); erit etiam FA : FI = FH : IM — FH (§. 193 *Arith.*), ideoque etiam IM — FH : FH = FI : FA (§. 169 *Arith.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 120.

424. *Si latitudo opaci* (Vid. Fig. 1 huj. pag.) GH *fuerit minor diſtantia oculorum* AB, *ſed major intervallo axium opticorum; erit exceſſus latitudinis opaci* GH *ſupra partem tectam* IK *ad exceſſum diſtantiæ oculorum* AB *ſupra latitudinem opaci* GH, *ut diſtantia extremi al-*

mi alterutrius opaci ab horoptere HK *ad diſtantiam ejuſdem ab oculo vicino* BH.

DEMONSTRATIO.

Quoniam IO (§. 341) & GH *per hypoth.* ipſi AB parallela; ductis BL & ON ipſi AI parallelis, erit OL = HM = NB & IO = GH = AN (§. 257 *Geom.*), ideoque HM exceſſus diſtantiæ oculorum AB ſupra latitudinem opaci GH, & KO exceſſus hujus ſupra partem tectam IK. Quare cum ſit BH : BK = HM : KL (§. 268 *Geom.*); erit etiam BH : KH = HM : KO (§. 193 *Arith.*), ideoque etiam KO : HM = KH : BH (§. 169 *Arith.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 121.

425. *Si humor chryſtallinus eſt minoris ſphæræ ſegmentum; objectum valde minutum diſtinctius videtur, quam ſi majoris fuerit.*

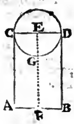
DEMONSTRATIO.

Qui enim habent humorem chryſtallinum valde convexum, ſunt myopes (§. 402); ideoque objecta propius admovent oculo (§. 384). Sed cum propiora majora appareant remotioribus (§. 211); fieri poteſt, ut, quod presbyta ob parvitatem non bene diſtinguit, idem tamen diſtincte cernatur a myope, hoc eſt, ab eo, qui humorem chryſtallinum habet valde convexum (§. 42). *Q. e. d.*

SCHOLION.

426. *Hinc myopes legunt ſcripturam minutam; & oculis animantium, quæ minore cibo utuntur & ab objectis minutis facile læduntur, ineſt humor chryſtallinus valde convexus.*

THEOREMA 122.



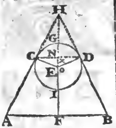
427. *Si diameter ſphæræ* CD *diſtantiæ oculorum* AB *æqualis fuerit, & recta ex centro ſphæræ in medium diſtantiæ ducta* EF *ſit perpendicularis ad* AB; *oculi* A & B *circa axem* EF *acti totum hemiſphærium luſtrabunt.*

DEMONSTRATIO.

Sit CD rectæ AB parallela, erunt ob AF = FB = CE = ED *per hypoth.* rectæ CA, EF, BD inter ſe parallelæ (§. 257 *Geom.*) & ob rectos ad F *per hypoth.* anguli BDC, FED, FEC quoque recti (§. 233 *Geom.*); ideoque rectæ CA, BD ad rectam CD perpendiculares in punctis C, D (§. 78 *Geom.*). Quantocunque igitur intervallo a ſphæra ſtatuantur oculi A & B; ſemper in parallelis CA & DB centra eorum hærebunt *vi hypoth.* Enimvero quoniam inter rectam BD & circulum non alia recta duci poteſt (§. 304 *Geom.*), punctum remotius quam D oculus B videre nequit (§. 47). Eodem modo oſtenditur, oculum A non videre punctum remotius quam C. Eſt vero DEG rectus *per demonſtrata*, ideoque GD, itemque CG quadrans (§. 143 *Geom.*). Quodſi ergo rectangulum DBFE, itemque alterum EFAC circa axem EF rotari concipiamus, uterque quadrans hemiſphærium deſcribet (§. 470 *Geom.*). Quamobrem oculi circa axem ſphæræ continuatu motu totum hemiſphærium luſtrabunt. *Q. e. d.*

THEO-

THEOREMA 123.



428. *Si diſtantia oculorum* AB *fuerit major diametro ſphæræ & recta ex centro ſphæræ ad medium diſtantiæ ducta* EF *ad* AB *perpendicularis; oculi* A *&* B *circa axem* FE *ducti partem hemiſphærio majorem ſucceſſive ſpectabunt.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam FB > ED *per hypoth.* & DB circulum in D tangens ad ED perpendicularis (§. 308 *Geom.*), ED ad EF normalis eſſe nequit: foret enim alias DB parallela ipſi GF (§. 256 *Geom.*) & hinc porro DE = FB (§. 226 *Geom.*) *contra hypotheſin*. Ducatur ergo DC ad FH perpendicularis (§. 216 *Geom.*); erit DN < DE (§. 220 *Geom.*), ideoque FB > DN. Diſtantiæ ideo rectæ BD a recta FG continuo decreſcunt (§. 225 *Geom.*) & hinc BD cum FG verſus H convergit (§. 83 *Geom.*). Quamobrem cum HDE ſit rectus *per demonſtr.* & x minor recto (§. 219 *Geom.*); erit o major recto (§. 147 *Geom.*), atque DI quadrante major (§. 143 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, eſſe CI quadrante majorem. Quodſi jam concipiamus trapezium CABD circa axem GF rotari; arcus DI partem hemiſphærio majorem emetietur (§. 470 *Geom.*). Oculi igitur B & A circa eundem axem circumducti partem hemiſphærio majorem ſpectabunt. *Q. e. d.*

THEOREMA 124.



429. *Si diſtantia oculorum* AB *fuerit minor diametro ſphæræ & recta* EF *ex centro ſphæræ* E *ad medium diſtantiæ* F *ducta ſit ad* AB *perpendicularis; oculi* A *&* B *circa axem* EF *circumducti minorem hemiſphærio partem ſpectabunt:*

DEMONSTRATIO.

Quoniam radius extremus BD ſphæram tangens in B ad DE perpendicularis (§. 308 *Geom.*) & FB < ED atque ad EF normalis *per hypoth.* ED ad EF normalis eſſe nequit: foret enim alias DB parallela ipſi EF (§. 256 *Geom.*) & hinc porro ED = FB (§. 226 *Geom.*) *contra hypotheſin*. Ducatur ergo DC perpendicularis ad EF (§. 216 *Geom.*); erit DN ipſi FB parallela (§. 256 *Geom.*); ideoque NDC = FBH (§. 233 *Geom.*): Quare cum NDB ſit recto minor, utpote pars recti EDB *per demonſtr.* erit quoque FBH recto minor, & quia F eſt rectus *per hypoth.* HFB & HBF junctim ſumti duobus rectis minores. Lineæ igitur DB & EF verſus H convergunt (§. 262 *Geom.*) & ob DNE rectum *per demonſtr.* HED recto minor (§. 219 *Geom.*), conſequenter arcus GD quadrante minor (§. 143 *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, arcum CG eſſe quadrante minorem. Quodſi ergo concipiamus, trapezium CDBA circa axem EF rotari; oculi A & B minorem hemiſphærio partem ſpectabunt (§. 470 *Geom.*). *Q. e. d.*

Finis Elementorum Opticæ.

ELEMEN-

Digitized by Google

ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

PRÆFATIO.

QUoniam inter artes ab humano ingenio inventas eminet pictoria, operam profecto non perdunt, qui in ea excolenda deſudant. Non igitur miramur, viros præclaris ingenii dotibus inſtructos in hac arte perficienda multum induſtriæ poſuiſſe, præſertim cum hoc labore fungi non poſſet, niſi in Geometria & Optica verſatus. Nata hinc eſt Perſpectiva, artis pictoriæ complementum, cujus ignarus ut omnes in picturis errores evitet fieri nequit. Cum ideo ſine ea nullum pictoris opus ſit conſummatum; optandum foret, ut nemo arti pictoriæ ſe traderet, niſi idem Perſpectivæ leges cognitas atque perſpectas ſibi reddere decreverit. Enimvero non modo pictoribus utilis eſt Perſpectiva; verum etiam architectis & iis, qui practicas Matheſeos partes ad uſum indigen-

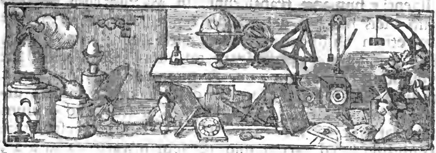
Digitized by Google

digentiæ humanæ transferunt. In Machinarum præſertim ideis pulchre delineandis omne fert punctum. Juvat etiam philoſophos ejus cognitio: cum enim eorum ſit, poſſibilium perveſtigare rationes; non ſine inſigni voluptate cognoſcunt, cur & quomodo fieri poſſit, ut radii a tabula reflexi ſpeciem objecti, qualis in data diſtantia atque altitudine oculi apparet, ſecum ad oculum afferant. Non igitur mihi ſuffecit, regulas Perſpectivæ tradidiſſe; ſed earum quoque demonſtrationes addidi, ut tam iis ſatisfacerem, quibus ars delineandi ac pingendi curæ cordique exiſtit, quam illis, qui philoſophantur. Exempla pauca tradidi, tum ne numerus figurarum multiplicaretur, tum quia multis non eſt opus. Qui enim vim regularum tenet, proprio marte excogitabit plura. In exemplis quæ propoſui diſtantiam oculi aſſumſi minorem; ne figuræ fierent prolixiores. Facile autem eas in majores mutabit, qui praxi ſtudet. Cæterum Perſpectivam Opticæ jungimus, quia tanquam rivulus ex hoc fonte derivatur, ita ut etiam a nonnullis (a) in ipſa Optica tradatur; alii contra Opticam cum Catoptrica & Dioptrica Perſpectivæ nomine inſigniverint (b).

ELEMEN-

(a) Fecit id ANDREAS TACQUET, in *Operibus Mathematicis*.

(b) Pertinet huc JOANNIS Archiepiſcopi CANTUARIENSIS *Perſpectiva Communis*.



ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

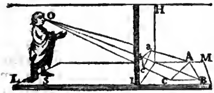
CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Perſpectivæ.

DEFINITIO I.

1. PErſpectiva eſt ſcientia delineandi in tabula quodlibet objectum, quale ad datam diſtantiam & in data altitudine oculo apparet ſuper tabula transparente inter ipſum & objectum ad horizontem perpendiculariter erecta.

SCHOLION.

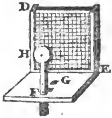


2. *Ponamus tabulam vitream* HI *ſuper plano horizontali perpendiculariter erectam & ſpectatorem* S *oculum* O *dirigere in triangulum* ABC. *Quodſi concipiamus radios* OA, OB, OC *&c. in tranſitu per tabulam veſtigia ſui in* a, b, c *relinquere; ſuper ea comparebit triangulum* abc, *quod cum per eoſdem radios* aO, bO, cO *in oculum radiet, per quos ſpecies trianguli* ABC *ad eundem defertur, veram trianguli* ABC *apparentiam exhibere debet etiam objecto* ACB *remoto, diſtantia tamen & altitudine oculi ſervata* (§. 43 Optic.). *In Perſpectiva igitur docetur, quomodo per certas regulas puncta* a, b, c *&c. geometrice inveſtigentur. Hinc vero intelligitur praxis mechanica objectum datum accuratius delineandi, quam ob utilitatem ejus hic exponi fas eſt.*

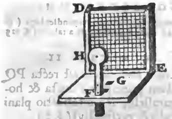
PROBLEMA I.

3. *Objectum quodcumque datum accurate delineare.*

RESOLUTIO.



1. Ex quatuor ſubſcudibus paretur quadratum DE per fila iiſdem paralle-

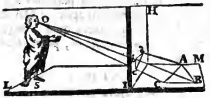


la in areolas quadratas inter ſe æquales diviſum.

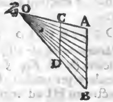
2. Super tabula FG eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter dioptra H, ut ſit quadrato parallela.
3. Charta, in qua objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot quadratum DE diviſum.
4. Per dioptram H oculo in objectum directo, quod ultra tabulam DE debito intervallo remotum, obſervetur, in quibus areolis tabulæ DE ſingulæ partes appareant, & eædem delineentur in quadratulis, quæ ſuper charta iiſdem reſpondent.

Ita artis delineandi peritus ſatis accurate apparentiam objecti exhibebit.

DEFINITIO 2.



4. *Pyramis optica* ABCO eſt Pyramis, cujus baſis eſt objectum viſibile ABC, vertex vero in oculo O, formata per radios a ſingulis perimetri punctis in oculum O ductos. Hinc



ſimul patet, quid ſit *triangulum opticum* AOB.

DEFINITIO 3.

5. *Radii optici* vocantur, quibus terminatur pyramis optica vel triangulum opticum veluti (Vid. Fig. §. 4) OA, OC, OB.

DEFINITIO 4.

6. *Tabula* eſt ſuperficies plana & pellucida (*Vid. Fig.* §. 4) HI inter oculum O & objectum ABC ad horizontem perpendiculariter erecta, niſi expreſſe contrarium moneatur, radios opticos in *a*, *b*, *c* ſecans.

SCHOLION.

7. *Hinc nonnulli* ſectionem *appellant. Vocatur etiam* planum perſpectivum, *quia in eo exhibetur apparentia objecti: item* vitrum, *quia iſtiuſmodi tabulæ pellucidæ ſunt vitreæ.*

DEFINITIO 5.

8. *Planum geometricum* eſt planum (*Vid. Fig.* §. 4) LM horizonti parallelum, in quo concipimus ſitum objectum perſpective delineandum & cui planum perſpectivum, niſi contrarium moneatur, ad angulos rectos inſiſtit.

DEFINITIO 6.

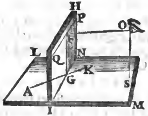
9. *Planum horizontale* eſt planum horizonti parallelum & per oculos tran-

tranſiens, quod planum perſpectivum (*Vid. Fig.* §. 4) HI ſuper geometrico LM normaliter erectum ad angulos rectos ſecat.

DEFINITIO 7.

10. *Planum verticale* eſt, quod ad geometricum (*Vid. Fig.* §. 4) LM perpendiculare per oculum O tranſit & perſpectivum HI ad angulos rectos ſecat.

DEFINITIO 8.



11. *Linea terræ* vel *fundamentalis* NI eſt interſectio plani Geometrici LM & perſpectivi HI.

SCHOLION.

12. *Sunt etiam, qui* baſin tabulæ *appellant, quoniam linea terra inſiſtit.*

DEFINITIO 9.

13. *Punctum viſus* ſeu *oculi* eſt punctum (*Vid. Fig.* §. 11) F in tabula HI, in quod cadit recta OF ex oculo O ad tabulam HI perpendicularis. Vocatur etiam *punctum principale*.

COROLLARIUM.

14. Eſt ideo in interſectione plani horizontalis & verticalis (§. 9. 10).

DEFINITIO 10.

15. *Linea diſtantiæ* eſt recta (*Vid. Fig.* §. 11) OF, ab oculo O ab punctum principale F ducta.

COROLLARIUM.

16. Quoniam ad tabulam perpendicularis (§. 13), non eſt niſi diſtantia oculi a tabula (§. 225 *Geom.*).

DEFINITIO 11.

17. *Linea horizontalis* eſt recta PQ per punctum principale F ducta & horizonti parallela, ſeu interſectio plani horizontalis & perſpectivi (§. 9).

COROLLARIUM.

18. Eſt itaque lineæ terræ parallela (§. 8. 11).

DEFINITIO 12.

19. *Punctum diſtantiæ* eſt punctum P vel Q in linea horizontali PQ, quod tanto intervallo diſtat a puncto principali F, quanto oculus O ab eodem removetur.

SCHOLION.

20. *Nempe ſi in linea horizontali* PQ *aſſumatur* FP = FO; *erit* P *punctum diſtantiæ.*

DEFINITIO 13.

21. *Altitudo oculi* OS eſt recta ex oculo ad planum geometricum perpendicularis.

DEFINITIO 14.

22. *Apparentia, repræſentatio, projectio* puncti eſt punctum (*Vid. Fig.* §. 4) *a*, per quod tranſit radius opticus OA a puncto objecti A per tabulam HI ad oculum O ductus, ſeu punctum *a* in quo tabula HI radium opticum OA ſecat. Unde etiam patet, quid ſit *projectio*, vel *apparentia lineæ, plani atque ſolidi*.

DEFINITIO 15.

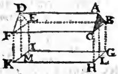
23. *Ichnographia geometrica* eſt deſcriptio figuræ planæ in plano geometrico, cui tanquam baſi corpus innititur, aut inniti fingitur.

Digitized by Google

Scholion.



24. *Inſiſtat plano geometrico priſma triangulare* ABCD: *hujus ergo baſis, nempe triangulum* ABC, *ſi in plano geometrico deſcribitur*, Ichnographia Geometrica *fieri dicitur*.



Ponamus idem priſma AE *in libero aere ſuſpendi, ita ut planum* CBEF *ſit plano geometrico parallelum. Quodſi ex ſingulis angulis* A, C, B, D, E, F *demittantur perpendiculares ad planum geometricum; figura* HGIK *fingitur eſſe baſis priſmatis in hoc ſitu, ejuſque in plano geometrico deſcriptio vocatur* Ichnographia geometrica *priſmatis*.

Definitio 16.

25. *Ichnographia projecta* ſeu *perſpectiva* eſt apparentia ichnographiæ geometricæ in tabula ſeu plano perſpectivo.

Definitio 17.

26. *Scenographia* eſt repræſentatio corporis in plano perſpectivo.

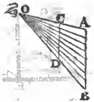
Definitio 18.

27. *Linea objectiva* eſt linea quæcunque in plano geometrico ducta, cujus repræſentatio in tabula deſideratur. Unde etiam intelligitur, quid ſit *planum objectivum*, item *punctum objectivum*.

Theorema 1.

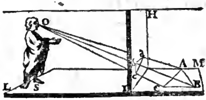
28. *Apparentia lineæ rectæ objectivæ eſt linea recta*.

Demonstratio.



Cum a ſingulis punctis lineæ objectivæ AB in oculum O radii illabantur; linea recta in oculum radiat per triangulum AOB (§. 87 *Geom.*). Sed apparentia CD rectæ AB eſt interſectio communis tabulæ & trianguli optici AOB (§. 22). Ergo CD eſt linea recta (§. 482 *Geom.*). *Q. e. d.*

Scholion.



29. *Idem eodem modo patet, ſi linea* AC, *cujus apparentia* ac, *ſit in plano geometrico, videturque per triangulum opticum* AOC.

Corollarium 1.

30. Data igitur apparentia *a* & *b* duorum punctorum extremorum A & B, datur apparentia totius lineæ *ab*.

Corollarium 2.

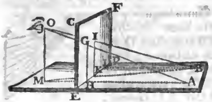
31. Similiter datis apparentiis *a*, *b* & *c* verticum angulorum A, B, C figuræ objectivæ ABC; datur apparentia *abc* figuræ ipſius objectivæ.

Theorema 2.

32. *Altitudo puncti apparentis in tabula eſt ad altitudinem oculi, ut diſtantia objectivi a tabula ad aggregatum ex eadem diſtantia & diſtantia oculi.*

Demon-

DEMONSTRATIO.



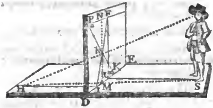
Quoniam altitudo puncti apparentis G vel I eſt ad lineam terræ ED, altitudo oculi O ad planum geometricum perpendicularis (§. 227 *Geom.*); erit OM tam ad AM, quam ad BM perpendicularis (§.486 *Geom.*) & cum GH, tum IK ipſi OM parallela (§. 256 *Geom.*). Quare AH: AM = HG: MO & BK: BM = KI: MO (§.268 *Geom.*). Quodſi itaque AM ſit ad lineam terræ perpendicularis; erit AH diſtantia puncti objectivi A a tabula CEDF, & MH diſtantia oculi (§.225 *Geom.*), ideoque propoſitum conſtat.

Si BM non fuerit perpendicularis ad lineam terræ DE; erunt tamen verticales ad K æquales (§.156 *Geom.*) &, demiſſis BL & MH perpendicularibus ad lineam terræ, BL: MH = BK: MK (§. 267 *Geom.*), ideoque BL: BL + MH = BK: BM (§.190 *Arith.*), conſequenter KI: MO = BL: BL + MH (§. 167 *Arith.*). *Q. e. d.*

CAPUT II.

De Ichnographia Perſpectiva.

PROBLEMA 2.



33. **P***uncti objectivi* H *apparentiam* h *exhibere.*

RESOLUTIO.

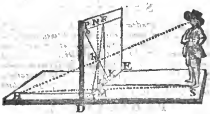
1. A puncto dato H ducatur perpendicularis HI ad lineam terræ DE.
2. Ex linea terræ DE reſecetur IK = IH.
3. Per punctum principale F, ex data altitudine oculi OS inveniendum (§.13) ducatur linea horizontalis FP & fiat FP diſtantiæ oculi SL æqualis.
4. Ex puncto I ducatur ad punctum principale F recta FI, & ex K ad punctum diſtantiæ P recta PK.

Dico, interſectionem *b* eſſe apparentiam objectivi H.

DEMONSTRATIO.

Quoniam FP ipſi DE parallela (§.17); erit *o* = *x* (§.233 *Geom.*). Quare cum etiam verticales ad *b* æquales (§. 156 *Geom.*); triangula F*b*P & K*b*I ſimilia ſunt (§. 267 *Geom.*); conſequenter ducta NM ad utramque parallelarum FP & KE perpendiculari, cum *b*N & *b*M ſint altitudines triangulorum (§. 227 *Geom.*), FP: KI = N*b*: *b*M (§. 396 *Geom.*)

Digitized by Google



Geom.)& hinc FP + KI : KI = NM : *b*M (§. 190 *Arith.*). Eſt vero KI = HI & FP = SL, itemque NM = OS *per conſtructionem*: ergo SL + IH : IH = OS : M*b*, hoc eſt, ut aggregatum ex diſtantia oculi a tabula & diſtantia puncti objectivi ab eadem ad hanc puncti objectivi diſtantiam, ita altitudo oculi ad altitudinem puncti *b* in tabula. Quare *b* eſt repræſentatio puncti objectivi H (§. 32). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

34. Cum datis apparantiis verticum angulorum figuræ rectilineæ, detur apparentia integræ figuræ rectilineæ (§. 31), omnis figuræ rectilineæ projectio Ichnographica hoc modo haberi poteſt.

Corollarium 2.

35. Et quia quælibet puncta lineæ curvæ eodem modo in planum perſpectivum projiciuntur; curvarum quoque projectio eadem methodo abſolvitur.

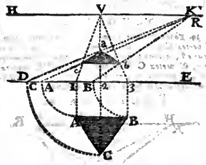
Corollarium 3.

36. Ergo hæc methodus quoque ſufficit planis mixtilineis in tabulam projiciendis, conſequenter univerſalis eſt.

Scholion.

37. *Dantur equidem aliæ quoque methodi paſſim ab autoribus traditæ; ſed cum noſtrum non ſit præter neceſſitatem multa congerere, ſufficit eam exhibuiſſe & demonſtraſſe, quæ omnium uſitatiſſima, etſi communiter abſque demonſtrationibus propoſita. Ut autem ejus vim percipiant tyrones, aliquot exemplis eandem illuſtrare libet.*

Problema 3.



38. *Invenire apparentiam trianguli* ABC, *cujus baſis* AB *lineæ terræ* DE *parallela*.

Resolutio.

1. Cum linea terræ DE ducatur horizontalis HR parallela, intervallo altitudini oculi æquali (§. 13. 17).
2. Aſſumatur punctum principale V oculo vel directe, vel oblique oppoſitum, prout caſus datus requiſiverit.
3. Ex V in K transferatur diſtantia oculi.
4. A trianguli ACB ſingulis angulis demittantur perpendiculares A1, C2, B3.
5. Hæ perpendiculares transferantur in lineam terræ DE ex oppoſito puncti diſtantiæ K.
6. Ex 1, 2, 3 ducantur rectæ ad punctum principale V1, V2, V3.
7. Ex punctis A, B & C lineæ fundamentalis DE ducantur ad punctum diſtantiæ K rectæ aliæ AK, BK, CK.

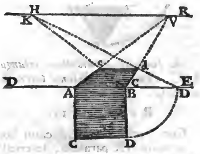
Quoniam *a*, *b* & *c* ſunt apparentiæ punctorum A, B & C (§. 33); ductis rectis

rectis *ca*, *ab* & *bc*, erit *acb* apparentia trianguli ACB (§. 34).

SCHOLION.

39. *Eodem modo in planum projicitur triangulum, ſi vertex* C *oculo objiciatur: neque enim alia re opus eſt, quam ut ſitus in plano geometrico immutetur, & vertex* C *lineæ fundamentali* DE *obvertatur, & perinde eſt, ſive baſis trianguli fuerit ad lineam terræ* DE *parallela, ſive obliqua.*

PROBLEMA 4.



40. *Exhibere apparentiam quadrati oblique viſi* ABDC, *cujus unum latus* AB *eſt in linea terræ.*

RESOLUTIO.

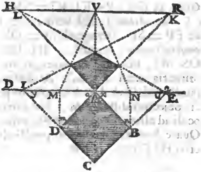
1. Quoniam quadratum oblique videtur punctum principale V, ita aſſumatur in linea horizontali HR, ut perpendicularis ad lineam terræ cadat extra latus quadrati AB, ſaltem id bifariam non ſecet, ſitque VK diſtantia oculi.
2. Perpendiculares AC & BD transferantur in lineam terræ DE ex A in C ſive B & ex B in D.
3. Ducantur rectæ KB, KD, itemque VA, VC.

Erunt A & B apparentiæ ſui ipſius, *c* vero & *d* apparentiæ punctorum C & D (§. 33); conſequenter AB*dc* apparentia quadrati ABDC (§. 34).

SCHOLION.

41. *Quodſi quadratum* ACDB *a linea terræ* DE *diſtaret, quod tamen raro in praxi ſupponitur, in lineam terræ transferenda eſſent etiam diſtantiæ angulorum* A & B; *quod ex problemate præcedente abunde patet. Cum etiam oblique ſpectatorum rarior ſit uſus in ſequentibus, niſi contrarium moneatur, ſemper ſupponemus, figuram in plano projiciendam directe oculo objici.*

PROBLEMA 5.



42. *Quadratum* ABCD *repræſentare in tabula, cujus diagonalis* AC *ad lineam terræ perpendicularis.*

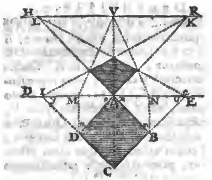
RESOLUTIO.

1. Continuentur latera DC & CB, donec lineæ terræ in 1 & 2 occurrant.
2. Ex puncto principali V transferatur in K & L diſtantia oculi.
3. Ex K ducantur ad A & 1 rectæ KA & K1; ex L vero ad A & 2 rectæ LA & L2.

Dico, interſectiones iſtarum rectarum exhibere apparentiam quadrati ABCD ex angulo viſi.

DEMONSTRATIO.

Quoniam anguli ADC & ABC recti ſunt, & AD = DC atque AB = BC (§. 98 *Geom.*) erunt DAC & BAC ſemire-

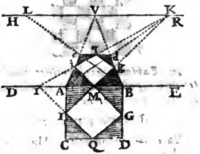


mirecti (*§.* 241 *Geom.*); & quia diagonalis AC lineæ terræ DE ad angulos rectos inſiſtit *per hypoth. o* & *x* ſunt itidem ſemirecti, conſequenter ob 1DA & 2BA rectos (*§.* 65 *Geom.*) etiam *y* & *v* ſemirecti (*§.* 240 *Geom.*) ideoque D1 = DA & B2 = BA (*§.*253 *Geom.*) & hinc A1 = AC = A2 (*§.* 179 *Geom.*). Continuatis itaque lateribus DC & CB, donec lineæ terræ DE occurrant, perinde eſt, ac ſi perpendiculum AC in 1 & 2 ex A transferretur. Porro ſi ex D & B perpendicula DM & BN in lineam terræ DE demittantur; erunt *m* & *n* ſemirecti (*§.* 240 *Geom.*) & ideo DM = M1 & BN = N2 (*§.* 253 *Geom.*): ut ideo perpendiculares MD & NB in lineam terræ DE tranſlatæ terminentur in 1 & 2. Concipiamus jam ex puncto principali V ductas rectas VA, VM & VN, & ex puncto diſtantiæ L rectas LA, L2: communis interſectio exhibebit apparentiam quadrati (*§.*34). Concipiamus ex puncto diſtantiæ K ductas rectas K1 & KA, & ex puncto principali, ut ante, VM, VA, VN: communis interſectio denuo exhibebit apparentiam eandem ejuſdem quadrati (*§. cit.*). Ergo K1, KA & L2, LA rectas VM, VA, VN in iiſdem punctis interſecant, & ideo communes quoque interſectiones rectarum LA, L2 & KA, K1 apparentiam quadrati ABCD exhibere debent. *Q. e. d.*

SCHOLION.

43. *Ex demonſtratione hujus problematis intelligitur, quomodo ope regulæ generalis in quibuſdam caſibus eruantur compendia particularia. Id enim habent omnes regulæ univerſales, quod in quibuſdam caſibus non exiſtant ambages. Qui ſecundum regulam univerſalem operatur, in compendia particularia ſponte velut ſua incidit.*

PROBLEMA 6.



44. *Apparentiam quadrati* ABDC *exhibere, cui aliud* IMGQ *inſcriptum eſt, latere majoris* AB *in linea terræ exiſtente, diagonali vero poſterioris ad lineam terræ perpendiculari.*

RESOLUTIO.

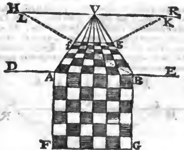
1. Ex puncto principali V transferatur utrinque in lineam horizontalem HR diſtantia oculi VL & VK.
2. Ducantur VA & VB, itemque KA & LB; erit A*cd*B apparentia quadrati ACDB (*§.* 40).
3. Producatur latus quadrati inſcripti IQ, donec lineæ terræ in I occurrat,

ſiat, ducanturque rectæ KI & KM, erit *iqgM* repræſentatio quadrati inſcripti IQGM (§. 42).

Scholion.

45. Ex reſolutione hujus problematis intelligitur, quomodo fiat projectio earum figurarum, quibus aliæ inſcripta ſunt.

Problema 7.



46. *Pavimentum lapidibus quadratis directe poſitis ſtratum in tabulam projicere.*

Reſolutio.

1. Latus AB in lineam terræ DE translatum dividatur in tot partes æquales, quot ſunt lapides quadrati in una ſerie.
2. Ex ſingulis diviſionum punctis ducantur rectæ ad punctum principale V, & ex A ad punctum K diſtantiæ recta AK, itemque ex B ad punctum diſtantiæ alterum L recta LB.
3. Per puncta interſectionum linearum reſpondentium agantur rectæ uſque ad rectas AV & BV utrinque producendæ.

Erit *AfgB* apparentia pavimenti AFGB.

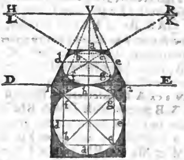
Demonstratio.

Quoniam AB = BG & BG ad AB perpendicularis (§. 98. 78 *Geom.*), ſi BG ex B in lineam fundamentalem DE transfertur, cadet G in A. Ductis ideo rectis VB & KA; erit *g* repræſentatio puncti G (§. 33). Eodem modo apparet, eſſe *f* apparentiam ipſius F, ideoque *fg* ipſius FG (§. 34). Quare cum de ſingulis non modo rectis integris, ſed etiam earum partibus idem oſtendatur; patet *AfgB* eſſe projectionem pavimenti AFGB. *Q. e. d.*

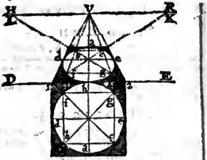
Problema 8.

47. *Circuli apparentiam exhibere.*

Reſolutio.



I. Si circulus fuerit minor.
1. Circumſcribatur eidem quadratum (§. 351 *Geom.*).
2. Ductis diagonalibus & diametris *ba* & *de* ad angulos rectos ſeſe interſecantibus agantur rectæ *fg* & *bc* diametro *de* parallelæ.
3. Per *b* & *f*, itemque per *c* & *g* agantur rectæ lineæ terræ DE in punctis 3 & 4 occurrentes.
4. Ad punctum principale V ducantur

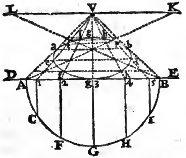


tur rectæ V1, V3, V4, V2, & ad puncta diſtantiæ L & K rectæ L2 & K1.

5. Denique puncta interſectionum *a*, *b*, *d*, *f*, *g*, *e*, *c* connectantur arcubus *ab*, *bd*, *df* &c.

Erit *abdfbeca* apparentia circuli.

II. Si circulus fuerit major



1. Super medio lineæ terræ AB deſcribatur ſemicirculus, & ex quotlibet punctis peripheriæ C, F, G, H, I &c. demittantur ad lineam terræ perpendiculares C1, F2, G3, H4, I5 &c.

2. Ex punctis A, 1, 2, 3, 4, 5 &c. B ducantur rectæ ad punctum principale V, item recta ex B ad punctum diſtantiæ L & alia ex A ad punctum diſtantiæ K.

3. Per communes interſectiones agantur rectæ ut in reſolutione præcedente: ita nimirum habebuntur punctorum A, C, F, G, H, I, B repræſentationes in *a*, *c*, *f*, *g*, *b*, *i*, *b* (§.46); ideoque

4. Tandem ut ante puncta iſta arcubus connectantur, ut habeatur projectio circuli, *acfgbibibgfca*.

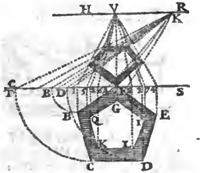
SCHOLION.

48. *Hinc apparet non modo quomodo curvilinea figura quæcunque in tabulam projici poſſit; ſed & qua ratione pavimentum lapidibus quibuſcunque ſtratum perſpectivè delineari debeat. Cæterum hinc quoque elucet, quanti ſit uſus quadratum in perſpectiva. Etenim in ſecundo quoque caſu utimur revera quadrato in certas areolas diviſo & circulo circumſcripto, licet id (ne ſuperfluum quidpiam fieret) in plano Geometrico non fuerit delineatum, quemadmodum etiam in eodem brevitatis gratia ſemicirculum loco circuli delineavimus in altero caſu.*

PROBLEMA 9.

49. *Pentagonum regulare in tabulam projicere, quod habet limbum latiorem lateribus parallelis terminatum.*

RESOLUTIO.



1. Ex ſingulis angulis pentagoni exterioris B, C, D, E demittantur ad lineam

lineam terræ TS perpendiculares B1, C2, D3, E4, & ut in ſuperioribus transferantur in lineam terræ, ex 1, 2, 3, 4 in B, C, D, E.

2. Puncta 1, 2, 3, 4 connectantur cum puncto principali V; puncta vero B, C, D, E cum puncto diſtantiæ K: ita communes interſectiones determinabunt apparentiam pentagoni exterioris (§. 33).

3. Quodſi jam ab angulis interioribus G, Q, K, L, I ſimiliter perpendiculares G0, Q5, K6, I7, L8 demittantur & reliqua ut ante fiant; pentagonum quoque interius repræſentabitur (§. *cit.*).

Repræſentatur ideo pentagonum ABCDE cum ſuo limbo.

Scholion 1.

50. *Hoc Problema ideo appoſuimus, ne deeſſet exemplum, in quo figura projicienda limbo lato terminatur.*

Scholion 2.

51. *Cæterum in genere notandum, ſi objecti magnitudo quoad ſingulas partes una cum altitudine & diſtantia oculi in numeris detur; conſtructionem figuræ geometricæ juxta ſcalam geometricam fieri, & ex eadem punctum principale una cum punctis diſtantiæ determinari.*

Scholion 3.

52. *Neque ſemper opus eſt, ut figura objectiva ſub linea terræ delineetur. Sane ad quadratorum & pavimentorum projectionem eadem commode caremus. Si tamen neceſſaria fuerit ſed ſpatium deſit, in quo delineari poſſit; ſeorſim delineetur cum linea terræ & diviſiones inventæ in lineam terræ transferuntur, quæ in tabula ducta eſt.*

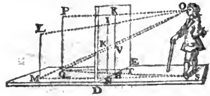
Scholion 4.

53. *Si quis in puncto principali & puncto diſtantiæ fila alliget atque ad puncta diviſionum lineæ terræ extendat; communis interſectio filorum citra confuſionem, quæ ex multitudine linearum ducendarum ſæpius metuenda, dabit projectionem puncti uniuſcujuſque. Sufficit quoque fila tantummodo applicari.*

CAPUT III.

De Scenographia.

Theorema 3.

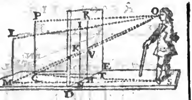


54. *Altitudo objectiva* ML *eſt ad perſpectivam* IK, *ut aggregatum ex diſtantia illius & diſtantia oculi a tabula* MS *ad diſtantiam oculi* NS.

Demonstratio.

I. Si ML oculo directe objicitur, ita ut MS ſit ad lineam terræ DE perpendicularis; erit MN diſtantia altitudinis objectivæ ML, & NS diſtantia oculi O a tabula (§. 225 *Geom.*). Jam cum KN & OS ſint ad MS perpendiculares, ideoque parallelæ inter ſe (§. 256 *Geom.*); erit MS : NS = MO : KO (§. 268 *Geom.*). Et quia LM etiam perpendicularis ad MS (§. 225. 486 *Geom.*), ideoque ipſi IK ſive IN parallela (§. 256 *Geom.*); erit MO : KO = LM : KI (§. 268 *Geom.*), conſe-

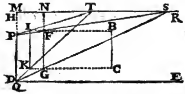
Digitized by Google



quenter MS : NS = LM : KI (§. 167 *Arith.*). *Q. e. d.*

II. Si altitudo PQ oculo oblique objicitur, ita ut QS tabulam ſecet ad angulos obliquos in H: eodem modo oſtenditur, eſſe QS : HS = PQ : VR. Demittatur jam perpendicularis QT ad lineam terræ DE; erit ea diſtantia altitudinis a tabula (§. 225 *Geom.*) & ob angulos verticales ad H æquales (§. 156 *Geom.*) QT : QH = NS : HS (§. 267 *Geom.*). Cum ideo ſit QT : NS = QH : HS (§. 173 *Arith.*) & componendo QT + NS : NS = QS : HS (§. 190 *Arith.*); erit etiam, QT + NS : NS = PQ : VR (§. 167 *Arith.*). *Q. e. d.*

P R O B L E M A 10.



55. *Super puncto* C *in tabula dato erigere altitudinem perſpectivam datæ altitudini objectivæ* PQ *convenientem.*

R E S O L U T I O.

1. In linea terræ erigatur perpendicularis PQ, quæ ſit altitudini objectivæ datæ æqualis.
2. Ex P & Q ducantur ad punctum quodvis in linea horizontali, veluti T, rectæ PT & QT.
3. Ex puncto in tabula dato C agatur recta CK lineæ terræ DE parallela, occurrens rectæ QT in K.
4. Erigatur in K ſuper KC perpendicularis IK.

Dico IK eſſe altitudinem Scenographicam quæſitam.

D E M O N S T R A T I O.

Fiat SM æqualis compoſitæ ex diſtantia oculi SN & diſtantia altitudinis objectivæ a tabula NM, ducaturque recta QS, & præterea NG ipſi QM parallela; erit SM : SN = SQ : SG (§. 268 *Geom.*) & ob parallelas KG & TS *per conſtruct.* SQ : SG = QT : KT (*§. cit.*), ideoque SM : SN = QT : KT (§. 167 *Arith.*). Quare cum etiam ſit ob parallelas PQ & IK *per conſtruct.* QT : KT = PQ : IK (§. 268 *Geom.*); erit quoque SM : SN = PQ : IK (§. 167 *Arith.*), conſequenter IK Scenographia altitudinis objectivæ PQ (§. 54). *Q. e. d.*

P R O B L E M A 11.

56. *Scenographiam ſolidi cujuſcunque exhibere.*

R E S O L U T I O.

1. Baſis ſolidi inveſtigetur Ichnographia perſpectiva (§. 34).
2. In ſingulis punctis erigantur altitudines perſpectivæ (§. 55).

Ita Scenographia ſolidi erit abſoluta, niſi quod umbra conveniens per regulas Capitis ſequentis adhuc ſit ſuperaddenda.

S C H O L I O N.

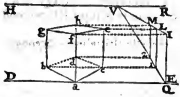
57. *Methodus hæc generalis eſt: ejus tamen applicatio in caſu quolibet non æque manifeſta. Conſultum igitur eſt, ut aliquot exemplis illuſtretur.*

PRO-

PROBLEMA 12.

58. *Cubi ex angulo viſi Scenographiam exhibere.*

RESOLUTIO.

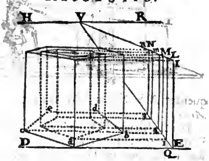


1. Quoniam cubi ex angulo viſi & plano geometrico inſiſtentis baſis eſt quadratum ex angulo viſum (§. 459 *Geom.*); delineetur in tabula perſpectiva quadratum ex angulo viſum (§. 42).
2. Latus quadrati QI perpendiculariter erigatur in quocunque puncto lineæ terræ DE, ducanturque ad punctum quodlibet V lineæ horizontalis HR rectæ VI & VQ.
3. Ex angulis *d*, *b* & *c* ducantur *d*2, *c*1, ad lineam terræ DE parallelæ.
4. Ex punctis 1 & 2 erigantur L1 & M2 ad eaſdem perpendiculares.
5. Denique cum QI ſit altitudo in *a*, L1 in *c* & *b*, M2 in *d* erigenda (§. 55); excitentur in *a* ad *a*E perpendicularis *af*, in *b* & *c* perpendiculares *bg* & *ce* ad *bc*1, & tandem *db* ad *d*2 normalis, fiatque *af* = QI, *bg* = *ec* = L1 & *db* = M2. Quodſi puncta *g*, *b*, *e*, *f* rectis connectantur; Scenographia erit abſoluta.

PROBLEMA 13.

59. *Priſma quinquangulare cavum Scenographice delineare.*

RESOLUTIO.



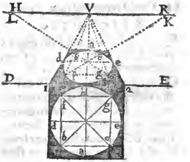
1. Quoniam priſmatis quinquangularis cavi & plano Geometrico inſiſtentis baſis eſt pentagonum limbo inſtructum (§. 456 *Geom.*); inveſtigetur apparentia hujus pentagoni ſuper tabula (§. 49).
2. Erigatur ut in problemate præcedente ex quocunque puncto Q lineæ terræ DE perpendicularis QI, quæ ſit altitudini objectivæ æqualis & ducantur ad quodcunque punctum V lineæ horizontalis HR rectæ QV & IV.
3. Ex ſingulis angulis *a*, *b*, *d*, *e*, *c* Ichnographiæ Perſpectivæ, tam interioribus, quam exterioribus, ducantur rectæ cum linea terræ parallelæ *a*1, *b*2, *d*3 & ex punctis 1, 2, 3 erigantur ad eas perpendiculares L1, M2, *m*2, N3, *n*3.
4. Quodſi hæc in punctis Ichnographiæ reſpondentibus, ut in problemate præcedente, excitentur; Scenographia erit perfecta.

PROBLEMA 14.

60. *Cylindrum Scenographice repræſentare.*

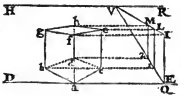
RESO-

R E S O L U T I O.



1. Quoniam baſis cylindri, qua plano geometrico inſiſtit, circulus eſt (§. 466 *Geom.*); quæratur circuli apparentia (§. 47).
2. In punctis *a*, *b*, *d*, *f*, *g*, *e*, *c* erigantur altitudines apparentes (§. 55): quod quia ex præcedentium Problematum reſolutione manifeſtum, denuo hic non repetimus.
3. Quod ſi puncta ſublimia earundem lineis curvis decenter connectantur, ſicuti in baſi *abdfbgec* factum eſt; Scenographia cylindri erit abſoluta.

S C H O L I O N.

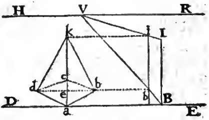


61. *Illud per ſe patet, eas omittendas eſſe lineas tum in baſi, tum in elevatione, quæ oculo non objiciuntur, licet ab initio ad inveniendas alias neceſſarias non ſint negligendæ. E. gr. in Scenographia cubi ex angulo viſi conſpectui ſubducuntur in baſi rectæ* bd *&* dc, *in elevatione recta* dh; *lineæ igitur iſtæ omittuntur. Quoniam tamen punctum ſublime* h *inveniri nequit, niſi in Ichnographia repertum fuerit punctum* d, *neque rectæ* gh *&* he *duci poſſunt, niſi altitudine* dh *decenter elevata; in ipſa operatione non minus apparentia puncti* d, *quam altitudinis* hd *determinanda.*

P R O B L E M A 15.

62. *Pyramidem rectam delineare baſi inſiſtentem.*

R E S O L U T I O.



Sit e. gr. delineanda pyramis quadrangularis ex angulo viſa.

1. Quoniam pyramidis quadrangularis baſi inſiſtentis & ex angulo viſæ baſis eſt quadratum ex angulo viſum (§. 472 *Geom.*); repræſentetur quadratum ex angulo viſum (§. 42).
2. Ut habeatur vertex pyramidis, hoc eſt, perpendiculum ex vertice in baſin demiſſum (§. 227 *Geom.*), ducantur diagonales ſe mutuo interſecantes in *e*. Porro
3. In quocunque puncto B lineæ terræ DE erigatur altitudo pyramidis BI; ductiſque rectis BV & IV ad quodcunque lineæ horizontalis HR punctum V.
4. Producatur diagonalis *db*, donec lineæ VB in *b* occurrat.
5. Ex *b* ducatur ipſi BI parallela *bi*, quæ ex puncto *e* decenter elevata dabit verticem pyramidis *k*, conſequenter lineæ *dk*, *ka* & *kb* una determinantur.

DEMON-

Demonstratio.

Duo hic demonſtranda ſunt; nimirum 1. altitudinem pyramidis rectæ *ke* cadere in punctum *e*, in quo diagonales *ca* & *bd* ſe mutuo interſecant, hoc eſt, rectam *ke* eſſe ad utramque diagonalem, conſequenter ad baſin *dcba* perpendicularem (§. 484 *Geom.*): 2. Diagonalem *db* eſſe lineæ terræ DE parallelam.

Quamvis prioris demonſtratio non tam ad perſpectivam quam ad Geometriam pertineat (illa enim ſupponit, quæ de corporibus geometrice conſideratis vera ſunt); quoniam tamen in noſtris Geometriæ elementis demonſtrationem non dedimus, eam hic dari æquum eſt. Cum itaque *ab* = *cd per hypoth.* & ob parallelas *dc* & *ab* (§. 335 *Geom.*) *dce* = *eab* (§. 233 *Geom.*), præterea verticales ad *e* ſint æquales (§. 156 *Geom.*); erit *de* = *eb* (§. 252 *Geom.*). Quoniam porro *dk* = *bk per hypoth.* & *ek* = *ek*; anguli ad *e* æquales ſunt (§. 204 *Geom.*), conſequenter *ke* ipſi *db* ad angulos rectos inſiſtit (§. 65 *Geom.*), ideoque ad *db* perpendicularis (§. 78 *Geom.*). *Quod erat unum*:

Porro quia puncta *d* & *b* in plano geometrico a linea terræ æqualiter diſtant (§. 42); eorum diſtantiæ a linea terræ in plano perſpectivo eandem rationem habent ad altitudinem oculi (§. 32), ideoque æquales ſunt (§. 177 *Arith.*). Eſt igitur *db* lineæ terræ DE parallela (§. 81 *Geom.*).

Scholion.

63. *Hinc apparet, ut in Scenographia determinari poſſint puncta ſublimia, in Ichnographia geometrica notanda eſſe puncta, in quæ cadunt perpendicula ex angulis ſolidi in planum geometricum, cui inſiſtere aut imminere ſupponitur, demiſſa.*

Problema 16.

64. *Coni Scenographiam perficere.*

Resolutio.

1. Quoniam baſis coni (*Vid. Fig. 1 pag. præc.*) circulus eſt (§. 467 *Geom.*); quæratur apparentia circuli (§. 47).
2. Quæratur porro, ut in Problemate præcedente, altitudo in centro, ſi conus rectus fuerit, vel in diametro continuata erigenda, ſi fuerit obliquus, & inventa decenter elevetur.
3. Puncta denique curvæ cum ſublimi altitudinis connectantur ut ſupra (§. 61).

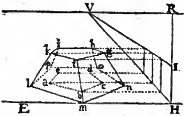
Problema 17.

65. *Pyramidem truncatam delineare.*

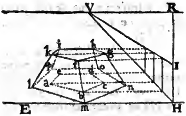
Resolutio.

Sit e. gr. delineanda pyramis truncata quinquangularis.

1. Quodſi a ſingulis angulis in baſi ſuperiori concipiantur demiſſa perpendicula in inferiorem; prodibit pentagonum inſcriptum pentagono baſi, cujus latera eidem parallela: id quod revera coincidit cum pentagono, quod limbo latiore inſtructum; ideoque per Probl. 9 delineari poteſt (§. 49).



2. Erecta altitudine pyramidis truncatæ IH determinentur altitudines Sceno-



Scenographicæ in punctis *a*, *b*, *c*, *d*, *e* elevandæ. Quodſi

3. Puncta ſublimia *f*, *g*, *h*, *i*, *k* rectis connectantur, tandemque
4. Rectæ *kl*, *fm*, *gn* ducantur; Scenographia pyramidis truncatæ erit perfecta.

Corollarium.

66. Quodſi in plano geometrico delineentur duo circuli concentrici & reliqua deinde fiant ut in Problematis reſolutione; Scenographia coni truncati perficietur.

Scholion.

67. *Quodſi pyramis truncata eſſet concava, ſed plana interiora ſub eodem vel alio angulo ad baſin magis inclinarentur, quam exteriora; demiſſis perpendicularibus ex ſingulis angulis tam exterioribus, quam interioribus, Ichnographia Geometrica* X *conſtabit ex quatuor figuris inter ſe ſimilibus, quarum latera ſunt parallela. Facile autem parabitur Ichnographia Geometrica ex ſuppoſita ſolidi ſectione* CFHA *in qua demiſſis perpendicularibus* CE & FG, *habentur diſtantia parallelorum laterum* AE, EG, GH.

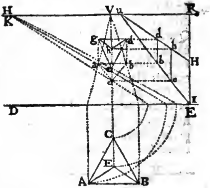




Problema 18.

68. *Tetraedri ſuper angulo ſolido ita conſtituti, ut baſis ſit plano Geometrico parallela, Scenographiam perficere.*

Resolutio.



1. Quoniam baſis tetraedri triangulum æquilaterum eſt (§. 475 *Geom.*); demiſſis perpendicularibus Ichnographia geometrica conſtabit triangulo æquilatero ACB, cujus punctum medium E una notandum, ut inveniri poſſit in Scenographia punctum *e*, cui tetraedri vertex inſiſtere debet.
2. Quæratur apparentia *acb* (§. 38) &
3. Determinentur altitudines *db* vel *ag* & *cb* (§. 55); quibus datis; reliqua facile perficiuntur.

Scholion.

69. *Quodſi octaedrum ſuper uno angulo ſolido in plano geometrico conſtituatur; ex reliquis demiſſis perpendicularibus ad idem planum, quadratum prodibit ex angulo viſum: quod cum facile delineari poſſit* (§. 42), *nec difficilis erit Scenographia octaedri in dato ſitu.*

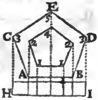
Problema 19.

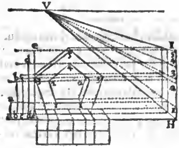
70. *Priſma cavum delineare, quod ſuper uno planorum lateralium conſiſtat.*

Reso-

RESOLUTIO.

1. Sit ABDEC ſectio priſmatis. Quodſi HI ducatur ipſi AB, intervallo latitudinis plani cui inſiſtit, parallela & ex ſingulis angulis tam internis, quam externis demittantur perpendiculares: parallelogrammum ſic diviſum erit Ichnogra-





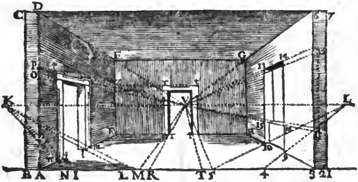
phia geometrica, quæ lineæ terræ ita ſubjecta, ut ſit ipſi parallela, facile in tabulam projicitur (§. 46).

2. Ut habeantur altitudines angulorum tam externorum quam internorum ſcenographicæ; in H erigatur more conſueto perpendicularis HI & in eam transferantur altitudines veræ H1, H2 H3, H4, H5.

3. Quodſi jam ex puncto quocunque lineæ horizontalis V ducantur rectæ VH, V1, V2, V3, V4, V5, ſive VI & reliqua fiant more conſueto; reperientur altitudines anguli interni 1 = *aa*, interni 2 = *bb*, externi 3 = *cc*, interni 4 = *dd*, externi denique 5 = *ee*: quæ ſi ſuis locis decenter eleventur; Scenographia ſine difficultate perficietur.

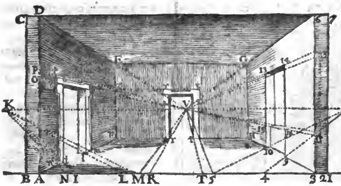
PROBLEMA 20.

71. *Super pavimento erigere parietes, item pilas atque columnas.*



RESOLUTIO.

1. Repræſentetur pavimentum AFH3 in tabula, una cum baſibus columnarum atque pilarum, ſi quæ adfuerint (§. 46).



2. In lineam terræ transferatur craſſities muri BA, & 3.1.
3. Ex A & B, itemque ex 3 & 1 erigantur perpendiculares AD & BC, item 3.6 & 1.7.
4. Puncta D & 6 connectantur cum principali V rectis DV & 6V.
5. Ex F & H erigantur perpendiculares FE & HG.

Ita parietes omnes ADEF, EGHF & G6.3.H erunt delineati (§. 55).

6. Quodſi pilæ aut columnæ erigendæ, non alia re opus eſt, quam ut ex earum baſibus vel quadratis, vel circularibus in planum perſpectivæ (§. 46.47) projectis excitentur perpendiculares indefinitæ & in linea fundamentali, ad quam pertingit radius FA per baſin tranſiens, erigatur altitudo vera AD, ducta enim ut ante DV, altitudines Scenographicæ determinabuntur.

Scholion.

72. Quæ de pilarum & columnarum elevatione dicuntur, multo clariora evadent, ubi per regulas architectonicas ſuo loco inferius tradendas paretur Ichnographia pavimenti geometrica & per generalem regulam Perſpectivæ in planum perſpectivum projiciatur. Sed cum hæc non difficilia ſint ei, qui regulas architectonicas cognitas atque perſpectas habet (is enim in hiſce delineationibus ſupponit Perſpectiva *ad Ichnographiam pavimenti geometricam rite conficiendam) & methodum Perſpectivæ generalem ſibi familiarem reddidit; præter neceſſitatem figurarum numerum non multiplicamus.*

Problema 21.

73. *Januam in pariete Scenographice repræſentare.*

Resolutio.

I. Sit Janua delineanda in pariete (*Vid. Fig. ut ſup.*) DEFA.

1. In lineam fundamentalem transferatur ejus ab angulo A diſtantia AN, una cum latitudinibus poſtium NI & LM atque latitudine ipſius januæ LI.
2. Ad punctum diſtantiæ K ex ſingulis punctis N, I, L, M ducantur rectæ KN, KI, KL, KM, quæ latitudinem januæ *li*, atque poſtium latitudines *in* & *lm* determinabunt.
3. Ex A in O transferatur altitudo januæ AO & ex A in P altitudo poſtium AP.
4. Jungantur O & P cum puncto principali V rectis PV & OV.

5. Tan-

Digitized by Google

5. Tandem ex *n*, *i*, *l* & *m* erigantur perpendiculares, quarum mediæ *io* a recta OV in *o*, extremæ autem a recta VP in *p* ſecantur.

Et hac ratione janua cum ſuis poſtibus erit delineata.

II. Si janua delineanda ſit in pariete EFHG, eodem fere modo ſingula peragenda. Nam

1. In lineam terræ transferatur AR diſtantia januæ ab angulo in plano geometrico & inde ulterius latitudo januæ RT.
2. Ex R & T ducantur rectæ ad punctum principale V, ut habeatur latitudo *rt* in plano perſpectivo.
3. Ex *r* & *t* erigantur perpendiculares indefinitæ ad FH.
4. Ex A in O transferatur ut ante altitudo AO vera.
5. Denique ex O ducatur ad punctum principale V recta OV interſecans EF in Z & fiant *rr* atque *tt* ipſi FZ æquales.

Ita janua *rrtt* erit delineata: nec difficulter adduntur poſtes.

SCHOLION.

74. Nihil in his contineri, niſi applicationem methodi generalis Perſpectivæ, experietur qui, Ichnographia ædificii geometrica juxta regulas Architecturæ parata, Scenographiam juxta illam exhibere tentaverit. Unde peculiaribus demonſtrationibus opus non eſt.

PROBLEMA 22.

75. *In parietum Scenographia feneſtras rite repræſentare.*

RESOLUTIO.

Qui januas repræſentare noverit, feneſtras quoque facile addet; neque enim alia re præterea opus eſt, quam ut altitudo inferior ſeu ejus a pavimento diſtantia accedat. Ne tamen quicquam prætermiſiſſe videamur, integram delineationem hic apponimus.

1. Ex 1 in 2 transferatur craſſities muri ad feneſtram, ex 3 in 4 ejus ab angulo 3 diſtantia & ex 4 in 5 ejus latitudo.
2. Ex 4 & 5 ducantur ad punctum diſtantiæ L rectæ L5 & L4, quæ latitudinem feneſtræ perſpectivam 10.9 deſignabunt.
3. Ex 10 & 9 erigantur ad pavimentum perpendiculares, hoc eſt, ducantur ipſi 6.3 parallelæ indefinitæ.
4. Ex 3 in 11 transferatur diſtantia feneſtræ a pavimento 3.11, & ex 11 in 12 ejus altitudo 11.12.
5. Denique ex 11 & 12 ducantur ad punctum principale rectæ V.11 & V.12, quæ perpendiculares 10.13 & 9.14 in 13 & 14; itemque in 15 & 16 interſecantes apparentiam feneſtræ exhibebunt.

SCHOLION.

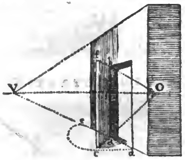
76. Hinc ſatis intelligunt attenti, quid facto opus ſit ſi res quæcunque ſuper pavimentum utcunque elevatæ repræſentandæ.

PROBLEMA 23.

77. *Fores apertas Scenographice repræſentare.*

RESOLUTIO.

Quoniam fores, dum aperiuntur, ſemicirculum deſcribunt; janua delineata (§. 73).



1. Repræſentetur in tabula ſemicirculus *ecd*, cujus centrum *a* (§. 47).
2. In eo notetur punctum *c* & inde erigatur perpendicularis indefinita *cf*.
3. Per *c* & *a* agatur recta *ca*, quæ continuata horizontalem in O ſecat.
4. Denique ex puncto O per *b* ducatur recta *bf*.

Sic factum eſt, quod petebatur.

Scholion 1.

78. *Ne ſemicirculi deſcriptio tædioſa ſit, Ichnographiam pariter ac pavimentum in areolas quadratas dividi conſultum eſt. Quodſi enim obſerves, per quænam quadratula tranſeat ſemicirculus in plano geometrico, facile in quadratis reſpondentibus plani perſpectivi delineabitur. Imo ſi notetur, in quonam quadrato & quonam hujus loco ſit punctum c in plano geometrico; idem punctum ſine projectione ſemicirculi invenietur in perſpectivo.*

Scholion 2.

79. *Dum feneſtræ aperiuntur ſemicirculus in libero aere deſcribitur. Fingitur itaque ſuper feneſtra planum horizontale, in quod projicitur ſemicirculus, & ne imaginatio turbetur, planum invertitur.*

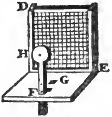
Scholion 3.

80. *Puncta illa, qualis eſt O, in linea horizontali, quæ ad res irregulariter per planum perſpectivum diſperſas repræſentandas loco puncti principalis adhibentur, dicuntur* puncta accidentalia.

Problema 24.

81. *Scenographiam objecti cujuſcunque mechanice perficere.*

Resolutio.



1. Tabula vitrea quadrata ſubſcudibus incluſa oblinatur aqua, in qua nonnihil gummi ſolutum.
2. Ubi rurſus arefacta, fuerit objecto delineando ita objiciatur, ut per dioptram FH integrum conſpiciatur.
3. Quæcunque in tabula vitrea comparent, atramento ibi delineentur, ubi comparent.
4. Denique delineatione abſoluta tabulæ apprimatur charta madefacta.

Ita enim futurum, ut, quæ ſuper vitro delineata ſunt, chartæ imprimantur.

Scholion.

82. *Hæc praxis non contemnenda adminicula affert iis, qui arti pictoriæ ſtudent: multa enim obſervant ad rem attenti, quæ alias non facile ſuccurrerent.*

CAPUT

CAPUT IV.

De Apparentia Umbræ.

PROBLEMA 25.

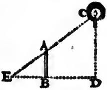
83. *Data apparentia corporis opaci & luminoſi per radios divergentes radiantis, e. gr. lampadis, candelæ aut facis accenſæ; invenire apparentiam umbræ.*

RESOLUTIO.

1. A luminoſo, quod inſtar puncti conſideratur, ideoque ex ejus medio demittatur perpendicularis ad tabulam, hoc eſt, quæratur apparentia puncti, in quod cadit perpendicularis ex medio luminis in planum geometricum ducta.
2. A ſingulis angulis corporis ſeu punctis ſublimibus demittantur itidem perpendiculares ad planum: quod revera jam factum eſt, ubi Scenographia corporis quæſita, vi Capitis præcedentis.
3. Puncta, in quæ incidunt hæ perpendiculares, connectantur lineis rectis cum puncto, in quod cadit perpendiculum ex luminoſo demiſſum, in plagam luminoſo oppoſitam continuandis.
4. Denique per puncta ſublimia ex centro luminoſi ducantur rectæ priores interſecantes.

Dico in punctis inteſectionum finiri umbram.

DEMONSTRATIO.

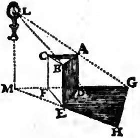


Quoniam AB & CD ad planum perpendiculares *per hypoth.* erunt etiam ad rectam DE perpendiculares (§. 486 *Geom.*). Quare cum CD > AB *per hypoth.* recta CA cum DB convergit (§. 83 *Geom.*). Hinc quia umbra in plano ibi terminatur, ubi radius extremus CE id attingit (§. 46. 125 *Optic.*); interſectio E rectarum CA & DB definiet longitudinem umbræ, quam projicit recta AB. *Q. e. d.*

SCHOLION:

84. *Ut methodi univerſalis vis rectius percipiatur, non inconſultum eſſe ducimus, uno alteroque exemplo eandem illuſtrare.*

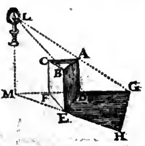
PROBLEMA 26.



85. *Dato luminoſo* L; *priſmatis* ABCFED *ſcenographice delineati umbram projicere.*

RESO-

Resolutio.



1. Cum AD, BE & CF ſint ad planum perpendiculares & LM itidem ad idem perpendicularis *per hypoth.* (datur enim lumen, ſi detur ejus altitudo LM); ducantur rectæ MG & MH per puncta D & E.
2. Per puncta ſublimia A & B ducantur rectæ LG & LH priores in G & H interſecantes.

Quoniam in G terminatur umbra rectæ AD, & in H umbra rectæ BE (§. 83). umbræ vero rectarum omnium reliquarum, quæ in dato priſmate concipere licet, intra hos terminos coercentur; erit GDEH apparentia umbræ a priſmate projectæ.

Scholion 1.

86. *Eodem prorſus modo determinatur umbra omnium priſmatum & cylindrorum ad planum perſpectivum rectorum.*

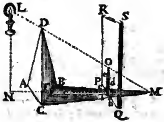
Scholion 2.

87. *Umbra rectæ* CF *omittitur, quia cadit intra baſin ſolidi: id quod & in ſimilibus caſibus obſervandum.*

Problema 27.

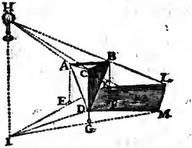
88. *Pyramidis triangularis baſi inſiſtentis & ſcenographice repræſentatæ umbram projicere, dato lumine* (Vid. Fig. ſeq.) L.

Resolutio.



1. Per apparentiam puncti E, in quod cadit perpendiculum ex vertice D in baſin demiſſum, per Scenographiam dati, ducatur ad punctum N, in quo terminatur perpendicularis LN ex lumine demiſſa, recta NM.
2. Ex L per D ducatur alia recta LM; erit in M terminus umbræ, quam vertex D projicit (§. 83).
3. Quodſi ulterius a puncto M ducantur rectæ BM & CM; quoniam omnes radii latus DB ſtringentes in BM terminantur, & qui per latus DC appellunt, in recta CM deſinunt: erit triangulum BMC apparentia umbræ a pyramide DABC projectæ.

Problema 28.



89. *determinare umbram tetraedri verti-*

verticì inſiſtentis & ſcenographice delineati.

Resolutio.

1. Cum per Scenographiam in tabula dentur puncta E, F, G, quibus puncta ſublimia A, B, C perpendiculariter imminent; ob lumen datum vero punctum I; per ſingula puncta E, F & G ducantur ad I rectæ IK, IL & IM.
2. Porro ex H ducantur per A, B & C rectæ HK, HL & HM.

Erit LKDM umbra quæſita.

Problema 29.

90. *Determinare umbram pyramidis* (Vid. Fig. 2 pag. præced.) *ſcenographice repræſentatæ, in aliud opacum ſuper tabula erectum* RSQP *projectam.*

Resolutio.

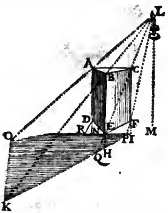
1. Quæratur umbra in pavimentum projecta BMC (§. 88).
2. Ex puncto T, ubi recta EM opacum RQ ſecat, erigatur perpendicularis TO ſecans LM in O.
3. Denique ducantur ex *c* & *b* rectæ *c*O & *b*O.

Erit *b*O*c* pars umbræ in opacum PRSQ projecta.

Scholion.

91. *Hinc ſimul intelligitur, quid facto opus ſit, ſi opacum fuerit humilius radio* DM: *erit enim pars umbræ* bOc, *e. gr. trapezium* bdec.

Problema 30.



92. *Determinare umbram priſmatis* ACBFED *in aere penduli.*

Resolutio.

1. Demittantur ex angulis F, E & D perpendiculares ad pavimentum DN, EH, FI.
2. Ex punctis N, H & I ad punctum M, quod ob lumen datum L datur, ducantur rectæ OM, IM & KM.
3. Porro ex L per A & B ducantur rectæ OL & KL, itemque ex L per F & E rectæ PL & QL.

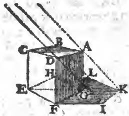
Erit OKQP apparentia umbræ (§. 83).

Scholion.

93. *Quoniam Sol per radios ad ſenſum parallelos radiat* (§. 94 Optic.); *quæ de umbræ projectione hactenus dicta ſunt, ad ſolarem applicari nequeunt. Cum tamen umbrarum ſolarium uſus ſit frequentior, quam ceterarum, de earum quoque projectione regulæ nonnullæ ſunt tradendæ & ne prolixiores eſſe cogamur, ad caſum ſuperiorem reducendæ.*

Pro-

PROBLEMA 31.



94. *Data altitudine Solis ſupra horizontem; determinare umbram cubi* ABCD *ſcenographice delineati & tabulæ inſiſtentis, Solis radiis eidem tabulæ parallelis incidentibus.*

RESOLUTIO.

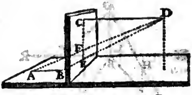
1. Quoniam Sol radiat per radios parallelos (§. 94 *Optic.*), radij autem plano tabulæ paralleli exiſtunt *per hypoth.* per angulos ſolidi ſingulos agantur rectæ inter ſe & cum tabula ſeu linea terræ parallelæ HL, EK & FI.
2. Per angulos ſuperiores aut puncta ſublimia A, B, D agantur rectæ AK, BL, DI cum perpendicularibus AG, BH, DF conſtituentibus angulos complemento altitudinis Solis, ſeu ejus a vertice diſtantiis, æquales KAG, LBH, & IDF.

Cum enim anguli K, L & I ſint altitudini Solis æquales (§. 241 *Geom.*); erunt L, K & I termini umbræ a cubo projectæ.

SCHOLION.

95. *Caſus hic facillimus eſt: in quo ſupponitur, Solem eſſe in plano tabulæ. Facilior tamen adhuc erit operatio, ſi ſuppoſueris Solem 45 gradibus ſupra horizontem eſſe elevatum: tum enim umbræ longitudinem* FI *altitudini* DF *æqualem eſſe conſtat* (§. 148 Optic.).

THEOREMA 4.



96. *Si recta* DC *ex oculo* D *in tabulam ducta ſit lineæ objectivæ* AB *parallela; hujus apparentia* FE *in tabula producta tranſibit per punctum* C.

DEMONSTRATIO.

Quoniam CD, utpote ipſi AB parallela, cum ea in eodem plano eſt; omnes rectæ a punctis ſingulis rectæ objectivæ AB ad punctum quodcunque rectæ CD ductæ erunt in eodem plano ACDB. Lineæ igitur AB apparentia FE eſt in interſectione tabulæ & plani ACDB (§. 22). Ergo EF in tabula producta neceſſario rectæ DC occurrit in puncto C, ubi tabulam ſecat. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

97. Quoniam CD eſt parallela omnibus lineis objectivis, quæ in plano Geometrico ipſi AB parallelæ ſunt (§. 495 *Geom.*); Apparentiæ parallelarum productæ omnes in eodem puncto C concurrere debent.

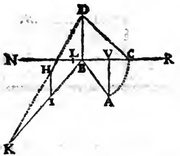
PROBLEMA 32.

98. *Sole ultra tabulam conſtituto, data ejus diſtantia a plano verticali & altitudine ſuper plano geometrico, in quo corpus conſtituitur; exhibere apparentiam umbræ ejuſdem corporis ſcenographice repræſentati.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.



1. Ex puncto principali V erigatur VA ad lineam horizontalem NR perpendicularis & diſtantiæ oculi VL æqualis.
2. Fiat in A angulus VAB diſtantiæ ſolis a plano verticali æqualis.
3. In B erigatur perpendicularis indefinita BD, factaque BC = BA fiat angulus DCB altitudini Solis æqualis, ut habeatur punctum D.
4. Quodſi jam quæratur apparentia umbræ, quam projicit punctum ſublime H; demiſſa perpendiculari HI, ad planum perſpectivum, ducatur per I recta KIB & per H recta DHK.

Dico IK eſſe apparentiam umbræ quæſitam, ideoque umbram corporis cujuſcunque reperiri ut in Problematibus ſuperioribus, ſi puncto D utamur tanquam medio puncto candelæ, & B tanquam puncto, cui illud perpendiculariter imminet.

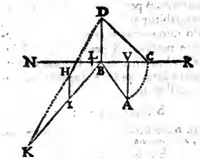
DEMONSTRATIO.

Quoniam AV ad NR perpendicularis & angulus VAB diſtantiæ Solis a plano verticali, VA vero diſtantiæ oculi a tabula æqualis *per conſtruct.* ſi triangulum BAV concipiatur elevari, donec plano geometrico ſit parallelum, erit VA in plano verticali (§. 10); ideoque radius BA ex oculo A verſus Solis plagam tendens in eodem plano, in quo hæret centrum Solis. Quare cum radius Solis IK, per punctum I tranſiens & ab opaco in plano geometrico interceptus, ſit in eodem plano (§. 125 *Optic.*), & triangulum BAV parallelum plano Geometrico *per hypoth.* erit BA radio iſti parallela, ideoque hujus apparentia IK in tabula in puncto B cum linea horizontali NR concurrit (§. 96). Jam cum omnes radii intercepti ſeu umbram puncti ſublimis terminantes in plano geometrico ſint inter ſe paralleli (§. 94 *Optic.*), ideoque etiam paralleli rectæ AB triangulo AVB ut ante elevato (§. 495 *Geom.*); omnes illorum radiorum apparentiæ in puncto B concurrere debent. Exhibet ideo punctum B in tabula punctum, in quod cadit perpendicularis ex centro Solis demiſſa. *Quod erat unum.*

Quodſi triangulum (*Vid. Fig. ut ſup.*) DCB concipiamus normaliter erectum ſuper triangulo BAV, quia BC = BA & angulus DCB altitudini Solis æqualis *per conſtruct.* radius CD ad centrum Solis dirigitur & triangulum ipſum DBC in eodem plano eſt, in quo centrum Solis hæret *per demonſtr.* Quare cum radius tranſiens per punctum ſublime H ſit in eodem plano & cum recta ipſi AB parallela angulum ipſi C, hoc eſt, altitudini Solis æqualem efficiat; erit etiam CD parallela eidem radio.



Sit enim AB ipſi KI parallela & $o = x$. Ducta perpendiculari GK, erit $y = v$ (§. 78. 241 *Geom.*), ideoque AD ipſi HK parallela (§. 255 *Geom.*). Ergo apparentia rectæ HK in tabula continuata per punctum D tranſit



§. 96). Quoniam vero radii Solares per puncta ſublimia tranſeuntes & in planum geometricum incidentes ſunt paralleli (§. 94 *Optic.*), ideoque & paralleli rectæ DC, triangulo, prouti dictum eſt, elevato, omnes illorum radiorum apparentiæ in puncto D concurrere debent. Exhibet ideo punctum D centrum Solis in tabula. *Quod erat alterum.*

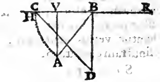
SCHOLION.

99. *Ne imaginatio in concipienda demonſtratione negotium faceſſat; planum geometricum & perſpectivum inter ſe probe diſtinguenda ti imaginationi, quoties fieri debet.*

PROBLEMA 33.

100. *Sole ante tabulam conſtituto, data ejus diſtantia a plano verticali & altitudine ſuper horizonte ſeu plano geometrico, in quo corpus conſtituitur, exhibere apparentiam umbræ ejuſdem corporis ſcenographice repræſentati.*

RESOLUTIO.



1. Ex puncto principali V erigatur VA ad lineam horizontalem CR perpendicularis & diſtantiæ oculi æqualis.
2. Fiat in A angulus VAB diſtantiæ Solis a plano verticali æqualis, nempe verſus dexteram intuentis, ſi Sol verſus lævam conſiſtat.
3. In B erigatur perpendicularis indefinita factaque BC = BA fiat angulus C altitudini Solis æqualis, ut habeatur punctum D.

Erit B punctum, in quo concurrunt rectæ per puncta ductæ, in quas cadunt perpendicula ex ſublimibus demiſſa, & D punctum, in quo concurrunt, quæ per ſublimia ducuntur: ideoque, his datis, reliqua peraguntur ut in ſuperioribus Problematibus.

DEMONSTRATIO.

Quemadmodum conſtructio, ita etiam Demonſtratio eadem eſt, quæ problematis præcedentis, niſi quod radius per Solem & oculum ductus CD infra lineam horizontalem HR cum tabula concurrere debet; quia ante eam, ideoque a tergo ſpectatoris, poſitus ſupponitur. Quamobrem cum centrum Solis in tabula exhiberi non poſſit, ejus loco exhi-

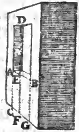
exhibetur punctum D in meridiano inferiori eidem oppoſitum & punctum B exhibet locum, in quo cadit perpendiculum ex puncto centro Solis oppoſito demiſſum. Unde & ſi Sol a tergo intuentis tabulam conſtituatur, triangula, quibus puncta iſta determinantur, deſcribuntur verſus dexteram, Sole verſus ſiniſtram conſtituto.

SCHOLION.

101. *Exempla non addimus, quia datis punctis* B & D, *reliqua ex ſuperioribus ſatis manifeſta ſunt. Id tamen monere non inconſultum ducimus, quantitates rectarum* VB & BD *extra tabulam inveſtigari & inventas in eam transferri poſſe, ne multitudo linearum operationem confundat.*

PROBLEMA 34.

102. *Data ſcenographia feneſtræ atque corporis, umbræ apparentiam exhibere, quam projicit ad lumen feneſtræ.*



RESOLUTIO.

1. Ex medio feneſtræ E, itemque ex angulis A & B demittantur perpendiculares EF, AC, BG; & EF continuetur in D, ut habeatur altitudo feneſtræ ED.
2. Ex tribus punctis C, F & G ducantur rectæ per ſingula puncta inferiora, in quæ nempe cadunt perpendicula ex punctis ſublimibus demiſſa, ut in ſuperioribus.
3. Per puncta ſublimia ducantur rectæ ex E & D.

Ita nimirum per rectas ex E ductas determinabitur umbra plena, hoc eſt, nullo lumine per feneſtram directe radiante perfuſa, & per rectas ex D ductas umbra diminuta, lumine nempe aliquo diluta: prout ex ſuperioribus ſatis intelligitur.

SCHOLION 1.

103. *Si quæ lineæ caderent intra ambitum aliarum, eæ omittuntur.*

SCHOLION 2.

104. *Poſſet quoque umbra in plano geometrice delineari & inſtar figurarum aliarum per regulas capite ſecundo traditas in tabulam projici: Sed cum ea methodus præter neceſſitatem prolixitate moleſta accideret, peculiares ea de re regulas exhibere debuimus.*

CAPUT V.

De Anamorphoſibus, ſeu Projectionibus Monſtroſis.

DEFINITIO 19.

105. *Anamorphoſis, ſeu projectio monſtroſa* eſt deformatio imaginis in plano aut ſuperficie alicujus corporis, quæ ex certo intervallo viſa formoſa apparet.

PROBLEMA 35.

106. *Anamorphoſin in plano perficere.*

RESOLUTIO.



1 Conſtruatur quadratum ABCD arbitrariæ magnitudinis, & latere AB in partes quotcunque æquales di-

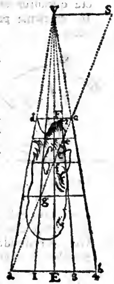
 viſo

viſo in areolas quadratas minores reſolvatur. Quadratum hoc *craticulam prototypi* appellant.

2. In hoc quadrato delineetur prototypon ſeu imago deformanda; in his enim praxibus ſupponitur ars delineandi communis.

3. Ducatur linea *ab* in tot partes æquales diviſa, in quod diviſum eſt latus prototypi AB, eidemque lateri æqualis.

4. In medio E erigatur perpendicularis EV eò longior, quo deformior apparere debet imago.



5. Ad EV ducatur perpendicularis VS eo minor, quo deformior imago apparere debet.

6. A ſingulis diviſionum punctis ducantur ad V lineæ rectæ, & puncta *a* atque S jungantur itidem recta *aS*.

7. Per puncta *c*, *e*, *f*, *g* agantur rectæ ipſi *ab* parallelæ; erit *abcd craticula ectypi*.

8. Per ſingulas areolas craticulæ ectypi diſperge, quæ in reſpondentibus areolis craticulæ prototypi delineata conſpiciuntur.

Ita obtinebis imaginem difformem, quæ oculo, intervallo EV ab ea diſtanti & per altitudinem VS ſupra eam elevato, formoſa apparebit (§.209 *Optic.*).

Scholion 1.

107. *Jucundius accidit ſpectaculum, ſi imago deformata non merum chaos, ſed aliam imaginem ab ea diverſam, quæ hoc artificio deformata fuit, exhibeat: id quod majorem artificis peritiam requirit, nec regulis commode comprehendi poteſt. Neceſſe eſt, ut quis multiplici experientia edoctus didicerit, quam formam induant objecta diſtincte per opta, ubi partes quædam minores in unum confuſæ non amplius conſpiciantur.*

Scholion 2.

108. *Neque vero opus eſt, ut quadratum deformatum ſit craticulæ æquale; ſufficit in areolis homologis fieri projectionem.*

Scholion 3.

109. *Mechanice anamorphoſin perficies, ſi prototypon acu hinc inde perforatum candelæ aut lampadi accenſæ opponas, & puncta, in quæ radii per foramina delapſi incidunt, in plana vel curva ſuperficie imaginem deformatam exceptura notes. Errant autem, qui radiis Solaribus ad hoc artificium utuntur, quia hi ſunt paralleli* (§. 94 Optic.) *ideoque nullibi concurrunt: quod tamen fieri neceſſe eſt in loco, ubi oculus collocandus.*

Scholion 4.

110. *Lumine tamen Solari commode utimur ad imaginem formoſam prototypo dato ſimilem in ſuperficie quacunque delineandam. In tabula ſcilicet, ſuper qua prototypon expanſum aut erectum, duo infiguntur ſtyli ejuſdem altitudinis, ſi ectypon prototypo æquale eſſe debet, vel diverſæ, ſi unum altero majus deſideratur: quo facto, tabula Soli ita objicitur ut ſitu ejus lente mutato umbra ſtyli unius per ſingula lineamenta prototypi oberret. Dum enim umbra ſtyli alterius per ſimiles vias in ſuperficie quacunque eidem oppoſita incedit; notatis veſtigiis, ectypon prototypo ſimile delineabitur. Si umbra diſplicet, apici ſtyli affige orbiculum exiguo foramine pertuſum, ut radius lucidus penicilli vices ſuſtineat.*

Problema 36.

111. *In ſuperficie coni convexa anamorphoſin perficere.*

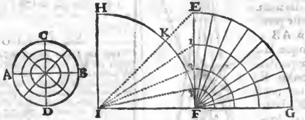
Resolutio.

Ex Problemate præcedente ſatis apparet, non alia re opus eſſe, quam ut craticula ectypi paretur in ſuperficie coni, quæ oculo vertici ejus in debita diſtan-

diſtantia admoto appareat craticulæ prototypi æqualis. Igitur



1. Baſis coni ACBD per diametros dividatur in ſectores quotcunque æquales, peripheria nempe in partes quotcunque æquales diviſa.
2. Radius unus dividatur quoque in aliquot partes æquales & ex centro per ſingula diviſionum puncta ducantur circuli concentrici. Ita craticula prototypi erit perfecta.



3. Dupla diametro AB tanquam radio deſcribatur Quadrans EFG, ut arcus EG ſit integræ peripheriæ æqualis (§. 412 *Geom.*), & quadrans ipſe complicatus ſuperficiem coni exhibeat, cujus baſis eſt circulus ACBD.
4. Arcus EG dividatur in tot partes æquales, in quot peripheria craticulæ prototypi diviſa, & ex centro F ad ſingula diviſionum puncta ducantur radii.
5. Producatur GF in I, donec FI = FG, quia oculus tanto intervallo ſuper vertice m coni elevari debet, quanto intervallo vertex a centro baſis abeſt, dum imago in ſuperficie coni deformata formoſa ſpectari debet: ex centro I radio IF ducatur quadrans FKH, ex I vero ad E recta IE, ut habeatur angulus, ſub quo videtur latus coni, radium baſis exhibiturum oculo ſuper vertice coni rite elevato.
6. Arcus KF dividatur in tot partes æquales, in quot radius craticulæ prototypi diviſus, & per ſingula diviſionum puncta ducantur radii ex centro I ipſi EF in 1. 2. 3 &c. occurrentes.
7. Denique ex centro F radiis F1, F2, F3 &c. deſcribantur arcus concentrici. Ita habebis craticulam Ectypi, cujus ſingulæ areolæ videbuntur inter ſe æquales (§. 209 *Optic.*).
8. Quodſi igitur ea, quæ in ſingulis areolis craticulæ prototypi delineata ſunt, in areolas craticulæ ectypi transferas; imago deformabitur; oculo

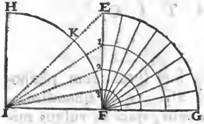
Digitized by Google

oculo autem ſuper vertice coni ita elevato, ut centrum ejus ſit in axe coni; diſtet autem tanto intervallo a vertice coni, quanto intervallo hic a centro baſis abeſt, formoſa apparebit.

COROLLARIUM I.

112. Quod ſi in craticula prototypi ſubtenſas quadrantum & in craticula ectypi ſubtenſa quartarum partium duceris, reliquis omnibus manentibus iiſdem; habebis craticulas ad anamorphoſes in pyramide quadrangulari perficiendas. Hinc vero ulterius intelligitur, quomodo imago deformari poſſit in pyramide quacumque alia, cujus baſis eſt polygonum quoddam regulare.

COROLLARIUM 2.



113. Si quadrantem HFI invertas, ita ut radius ſit in E ad FE perpendicularis, reliqua vero omnia fiant ut ante; craticula prodibit imaginis in ſuperficie concava coni deformandæ; ſpectatur enim, oculo baſi oppoſito.

SCHOLION I.

114. Quia oculus magis hallucinatur, ſi ex objectis contiguis de diſtantia partium in imagine deformata judicare neſciverit, imagines iſtiuſmodi deformatæ per exiguum foramen adſpici debent, ut ſolæ in intuentis oculum incurrant.

SCHOLION 2.

115. Notandum vero, eodem artificio, quo imaginem ope luminis ſolaris delineari poſſe in plano docuimus (§. 110), nos quoque uti poſſe in deformandis imaginibus in ſuperficie alicujus coni vel pyramidis. Etenim ad tabulam, cui duo ſtyli infiguntur, verticaliter erigitur tabula alia, & in ejus parte una deſcribitur prototypon, cui opponitur ſtylus unus; in parte altera ad planum tabulæ ejuſdem verticaliter affigitur corpus, in cujus ſuperficie imago deformata diſpergenda. Cetera deinde fiunt, ut paulo ante præcepimus. Schemata nec hic apponimus, nec ſuperius dedimus, quia facile abſque ſchematibus intelliguntur, quæ hic præcipiuntur. Non igitur opus eſt, ut figuræ præter neceſſitatem multiplicentur.

Finis Elementorum Perſpectivæ.

ELEMEN-

Digitized by Google

ELEMENTA CATOPTRICÆ.

PRÆFATIO.

Singularia prorſus ſunt ſpeculorum phænomena: quorum alia, quia quotidiana, vileſcunt, alia vero, quia in vulgus minus nota, in admirationem rapiunt ſpectatores. Neque ſine ratione mirum videtur, multitudinem objectorum per ingens ſpatium diffuſam videre, ubi ſpatium nullum eſt; videre item objecta in libero aere pendentia, ubi nihil prorſus adeſſe tactu experimur; imo videre objecta nunc juſto majora, nunc minora, nunc formoſa, nunc difformia. Qui Opticæ principia cognita atque perſpecta habent, phænomenorum iſtorum rationes generales haud difficulter perſpiciunt. Radii ſcilicet a ſpeculis reflexi ſpeciem objecti ad oculum ferunt, quia per reflexionem cum aliis non confunduntur (a): tale autem obje-

(a) Optic. §. 76.

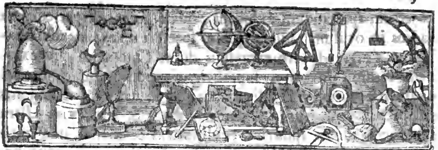
Digitized by Google

objectum ſpectandum exhibent, quale foret, ſi per eoſdem radios in oculum radiet, qui a ſpeculo reflexi in eum illabuntur (a). Id vero expreſſius docet Catoptrica, reflexionem luminis in omni ſuperficierum politarum genere ad examen revocans. Explicabimus itaque naturam reflexionis in ſpeculis tam planis, quam convexis & concavis. Ultra ſuperficies tamen ſphæricas, cylindricas & conicas non multum progrediemur, quia ſpecula aliis figuris prædita hactenus parare fere neſciunt artifices. Quemadmodum vero praxin theoriæ conſtanter conjunxi in diſciplinis anterioribus; ideo quoque conſultum duxi, ut ſingulorum ſpeculorum fabricam una exponerem varioſque eorum uſus oſtenderem. A multis præjudiciis animum liberat Catoptrica, experimentis ad promovendam ſcientiam naturalem conducentibus anſam præbet, maximas ad vitam jucunditates affert. Magis delectabit hoc ſtudium ſi omnis generis ſpecula fuerint ad manus, ut quæ de eorum effectibus demonſtrantur, experimentis confirmari poſſint. Hæc vero experimenta animo inſinuabunt rationem connubii inter rationem atque experientiam rite inſtituendi: id quod maximi uſus eſt in omni ſcientiarum genere & ad certitudinem ſcientiarum firmitatemque aſſenſus plurimum conducit.

ELEMEN-

(a) Optic. §. 347.

Digitized by Google



ELEMENTA CATOPTRICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Catoptricæ.

DEFINITIO 1.

1. CATOPTRICA ſeu *ſpecularia* eſt ſcientia viſionis reflexæ.

DEFINITIO 2.

2. *Viſio reflexa* eſt, quam efficit radius reflexus a ſpeculo.

DEFINITIO 3.

3. *Speculum* eſt omne corpus politum & lumini impervium.

SCHOLION.

4. *Ita aqua in puteis & fluminibus profundis in ſpeculorum numero habetur & metalla polita, quæ præſertim obſcuriorem habent colorem, in ſpecula abeunt.*

DEFINITIO 4.

5. *Speculum planum* eſt, quod planam habet ſuperficiem.

DEFINITIO 5.

6. *Speculum convexum* eſt, quod convexam habet ſuperficiem. Per ſpeculum convexum autores ordinarie intelligunt ſphærice convexum.

DEFINITIO 6.

7. *Speculum concavum* eſt, quod concavam habet ſuperficiem. Per ſpeculum concavum autores ordinarie intelligunt ſphærice concavum.

DEFINITIO 7.

8. *Speculum ſphæricum* eſt, quod ſuperficiem habet ſphæricam. Eſtque vel *convexum*, vel *concavum*.

DEFINITIO 8.

9. *Speculum cylindricum* eſt, quod habet ſuperficiem cylindricam. Eſtque vel *convexum*, vel *concavum*.

DEFINITIO 9.

10. *Speculum conicum* eſt, quod habet ſuperficiem conicam.

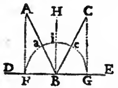
DEFINITIO 10.

11. *Speculum parabolicum* eſt, quod habet ſuperficiem conoidis parabolici; *hyperbolicum* vero, quod ſuperficiem conoidis hyperbolici habet.

DEFINITIO 11.

12. *Speculum ellipticum* eſt, quod habet ſuperficiem ſphæroidis elliptici.

DEFINITIO 12.



13. *Punctum incidentiæ* eſt punctum ſpeculi B, in quod incidit radius AB a puncto radiante A emanans. Vocatur idem *punctum reflexionis* reſpectu radii BC, qui inde reflectitur.

DEFINITIO 13.

14. *Radius incidens* vel *linea incidentiæ* eſt recta (*Vid. Fig. §.* 13) AB a puncto radiante A ad punctum incidentiæ B ducta, per quam lumen ad ſpeculum propagatur.

DEFINITIO 14.

15. *Radius reflexus* vel *linea reflexionis* eſt recta BC, per quam lumen a puncto reflexionis reverberatur.

DEFINITIO 15.

16. *Cathetus incidentiæ* eſt recta AF a puncto radiante A ad ſpeculum DE perpendicularis.

DEFINITIO 16.

17. *Cathetus reflexionis* eſt recta CG a quocunque radii reflexi BC puncto C ad ſpeculum DE perpendicularis. Vocatur etiam *cathetus oculi*.

DEFINITIO 17.

18. *Cathetus obliquationis* eſt recta HB ad ſpeculum DE in puncto incidentiæ vel reflexionis B perpendicularis.

DEFINITIO 18.

19. *Angulus incidentiæ* ABD eſt angulus minimus, quem efficit radius incidens cum ſpeculo, vel, ſi ſpeculum convexum aut concavum, cum tangente in puncto incidentiæ.

SCHOLION.

20. *Nimirum radius incidens* AB *duos efficit cum ſpeculo angulos, alterum acutum* ABD, *alterum obtuſum* ABE; *interdum utrumque rectum. Angulus minor* ABD *dicitur angulus incidentiæ.*

DEFINITIO 19.

21. *Angulus reflexionis* CBE eſt angulus minimus, quem efficit radius reflexus CB cum ſpeculo, vel, ſi id convexum aut concavum, cum tangente in puncto reflexionis.

DEFINITIO 20.

22. *Inclinatio incidentis radii* eſt angulus (*Vid. Fig. §.* 13) ABH, quem efficit radius incidens AB cum catheto obliquationis HB.

DEFINITIO 21.

23. *Inclinatio radii reflexi* eſt angulus CBH, quem efficit radius reflexus CB cum catheto obliquationis HB.

THEOREMA I.

24. *Si lumen a ſpeculo quocunque reflectitur, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.*

DEMONSTRATIO.

Cum in omni motu reflexo angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis (§. 557 *Mech.*); etiam in motu reflexo luminis angulus incidentiæ angulo reflexionis æqualis ſit neceſſe eſt. *Q. e. d.*

COROL.

COROLLARIUM I.

25. Radius igitur luminis (*Vid. Fig* §. 13) HB perpendiculariter incidens in ſuperficiem ſpeculi DE in ſeipſum reflectitur (§. 79 *Geom.*).

SCHOLION I.

26. *Veritatem theorematis experientia clariſſime loquitur. Quodſi enim ſpeculo quocunque radius ſolaris per exiguum foramen in locum obſcurum intromiſſus excipiatur, non ſine jucunditate videbis ipſum ita reſilientem, ut angulo incidentiæ angulus reflexionis æqualis ſit. Idem multis adhuc aliis modis experiri poteris. E. gr. Si ſuper ſpeculo* DE *colloсetur ſemicirculus* FiG, *ita ut centrum ejus ſit in* B *& ſuperficiei ad ſpeculum perpendicularis; ſumtiſque arcubus æqualibus* Fa *&* Gc *in* A *collocetur objectum, in* C *vero oculus; objectum per radium reflexum a puncto* B *videbitur. Quod ſi punctum* B *tegatur, non amplius videri poterit.*

SCHOLION 2.

27. *Poterat igitur hæc lex reflexionis ſine probatione axiomatis inſtar aſſumi. Quemadmodum vulgo ab Opticis fieri ſolet.*

COROLLARIUM 2.

28. Ab uno ſpeculi puncto non poſſunt reflecti plures radii ad unum punctum: forent enim omnes anguli incidentiæ eidem angulo reflexionis (*Vid Fig.* §. 13) CBG (§. 24), ideoque etiam inter ſe æquales (§. 87 *Arith.*): quod eſt abſurdum (§. 84 *Arith.*).

COROLLARIUM 3.

29. Radius unus AB in duo vel plura puncta reflecti nequit: forent enim omnes anguli reflexionis eidem angulo incidentiæ ABF æquales (§. 24). Quod eſſe abſurdum, patet ut ante.

THEOREMA 2.

30. *A quolibet puncto ſpeculi reflectuntur radii a qualibet objecti parte incidentes.*

DEMONSTRATIO.

A quolibet objecti puncto in ſpeculi punctum quodlibet radius incidit (§. 60 *Optic.*). Quare cum radii incidentes reflectantur (§. 51 *Optic.*); a quolibet puncto ſpeculi reflectuntur radii a qualibet objecti parte incidentes. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

31. Cum ab uno puncto ſpeculi radii a diverſis objecti radiantis punctis incidentes in unum punctum reflecti nequeant (§. 28); radii, qui a diverſis objecti radiantis punctis emanarunt, per reflexionem rurſus ſeparantur. Quilibet igitur punctum, unde emanavit, videre facit (§. 76 *Optic.*).

SCHOLION.

32. *En rationem, cur radii a ſpeculo reflexi ſpectanda exhibeant objecta. Unde ſimul intelligitur, corpora aſpera ita reflectere debere lumen, ut radii a diverſis objectorum punctis illapſi confundantur: id quod ob diverſimode alternantes eminentias & cavitates* (§. 935 Mechan) *accidere neceſſe eſt.*

COROLLARIUM 2.

33. In ſingulis ſpeculi punctis duæ fiunt pyramides, altera incidens, altera reflexa, quarum communis vertex eſt in puncto incidentiæ & reflexionis, baſis incidentis in objecto, baſis vero reflexæ continuo fit major.

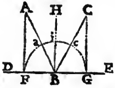
THEOREMA 3.

34. *Si oculus* (Vid. Fig. §. 13) C *& punctum radians* A *loca permutent, punctum in oculum eodem, quo ante tramite radiabit.*

DEMONSTRATIO.

Si enim objectum ex A in C transfertur: in punctum reflexionis priſtinum B adhuc radiabit (§. 60 *Optic.*). Quare cum inter duo puncta C & B nonniſi unica recta eſſe poſſit (§. 170 *Geom.*) & radii per lineas rectas repræſententur (§. 46 *Optic.*); qui ante erat reflexionis, nunc incidentiæ erit radius CB (§. 14. 15). Quoniam itaque ſub eodem angulo reflectitur, quo incidit (§. 24); qui ante erat incidentiæ radius, nunc erit radius reflexionis (§. 19. 21). Objectum igitur in C tranſlatum, in oculum in A conſtitutum adhuc radiat per rectas CB & BA. *Q. e. d.*

Corollarium.



35. Objectum igitur per radium reflexum AB perinde videtur ab oculo in A conſtituto, ac ſi ipſe in C, objectum in A poneretur.

Scholion.

36 *Cum Theorematis veritas experientia facillime confirmari poſſit, quidam id inſtar principii cum* Euclide *aſſumunt & inde legem reflexionis hunc in modum demonſtrant. Sit angulus incidentiæ angulo reflexionis major, erit* ABF > CBE. *Facta igitur translatione oculi & objecti, angulus* CBE *fiet angulus incidentiæ; ideoque* CBE > ABF per hypoth. *Idem ideo angulus* ABF *& major, & minor eſt altero* CBE. *Quod cum ſit abſurdum,* ABF *ipſo* CBE *major eſſe nequit. Idem abſurdum ſequitur, ſi ponamus angulum incidentiæ minorem eſſe angulo reflexionis. Quoniam itaque angulus incidentiæ nec major, nec minor eſſe poteſt angulo reflexionis, eidem utique æqualis erit.*

Observatio 1.

37. *Si ad ſpeculum quodcunque applicetur planum aliquod ad angulos rectos & dioptra, cujus foramen in eo exiſtit, Soli obvertatur; videbis radium reflexum eſſe in eodem plano. Similiter ſi in loco obſcuro radium ſolarem per exiguum foramen tranſmiſſum ſpeculo immoto excipias & planum ad punctum incidentiæ ita applices, ut radius incidentiæ non minus, quam reflexionis in plano iſto exiſtat; re examinata deprehendes, planum illud eſſe ad ſpeculum rectum. Concordat cum his experientiis ea, quam ſupra (§. 26) alium in finem attulimus.*

Corollarium 1.

38. Apparet ideo, planum reflexionis, in quo nempe radius incidens & reflexus exiſtit, eſſe ad ſuperficiem ſpeculi perpendiculare & in ſpeculis ſphæricis tranſire per centrum.

Corollarium 2.

39. Cathetus ideo tam incidentiæ, quam reflexionis eſt in plano reflexionis (§. 26. 27).

Scholion.

40. *Quod planum reflexionis ſit ad ſpeculum perpendiculare, exemplo* Euclidis *atque* Alhazeni *tanquam experientia ſatis clarum, ſine demonſtratione aſſumere malumus, quam rationibus non ſatis evidentibus ſtabilire.*

Observatio 2.

41. *Si ad ſpeculum ſive planum, ſive ſphæricum erigatur ſtylus ad angulos rectos, imagini ſuæ in directum jacet, etiam cum extra ſpeculum concavum in aere apparet. Quod ſi ſtylus punctum aliquod objecti extremitate ſua attingat, ejuſdem puncti imago videbitur in imagine extremitatis ſtyli.*

Scholion.

42. *Hac experientia permoti veteres, principii inſtar aſſumſerunt, imaginem objecti in ſpeculo viſi eſſe in catheto incidentiæ. Quare cum certum ſit, eandem eſſe in radio reflexo; tandem intulerunt, eam apparere in concurſu radii reflexi & catheti incidentiæ. Neque vero negandum eſt, id verum eſſe univerſaliter in ſpeculis planis & ſphæricis convexis, nec non ut plurimum in ſpeculis ſphæricis concavis; pauci tamen dantur caſus, in quibus regula fallit; quemadmodum dudum monſtravit* Keplerus (a). *Sed videntur veteres ob caſum illum rariorem, ubi exceptionem patitur, non deſerere voluiſſe principium, per quod reliqua Catoptrica phænomena demonſtrantur. Ne tamen aliquid aſſumſiſſe videamur, quod veritati conſentaneum non ſit, de ſingulis ſpeculorum generibus ſigillatim demonſtrabimus, an & quibus conditionibus poſitis principium verum ſit.*

(a) In Paralipon. ad Vitellionem prop. 18. p. 70.

CAPUT

CAPUT II.

De Speculis Planis.

PROBLEMA 1.

43. *Tabulam vitream polire, unde ſpeculum planum confici poſſit.*

RESOLUTIO.

1. Tabula vitrea gypſo agglutinetur tabulæ ligneæ horizontaliter poſitæ, quæ loco ſuo dimoveri nequit.
2. Tabulæ ligneæ minori agglutinetur tabula vitrea alia. Huic in parte poſtica affixa ſit ciſta, ut tabula lapidibus aliiſque ponderibus onerari poſſit.
3. Tabula vitrea prior arena per cribrum trajecta, ne inæqualia nimis ſint grana, & aqua conſpergatur, quantum ad extritionem ſufficere judicatur.
4. Tabula vitrea poſterior ſive minor majori ſuperimponatur & huc illucque agitetur, donec una alteram complanaverit.
5. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur ſubtilior, & ubi hæc in pultem converſa, tabulæ ſolæ, aqua tantum affuſa cum pulvere ſmiridis contriti craſſiori, ſe invicem fricent.
6. Quando ad polituram aptæ, ab omnibus impuritatibus aqua affuſa purgentur, ne ullus arenæ aut ſmiridis pulviſculus remaneat, polituram depravaturus.
7. Parallelepipedum ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, inferius materia piliari obducatur & eidem materia, qua ad poliendum uteris (e. gr. terra tripolitana vel ſtannum uſtum) aqua contemperata inducatur.
8. Tandem parallelepipedum tabulæ appreſſum huc illucque agitetur, donec ea perfectam politiem nacta fuerit.

SCHOLION 1.

44. *Smyride ſi uti volueris, in pulverem contritus aquæ immittendus & cumpule ligneo agitandus. Poſtquam craſſiores particulæ ad lævigandum ineptæ fundum petierunt; aqua in aliud vas transfunditur, in quo ſubtiliores ſubſidant: quo facto in tertium decantatur, ut adhuc ſubtiliorem pulverem nanciſcaris. Imo in quartum ex tertio effundi debet, donec etiam omnium ſubtiliſſimi pulviſculi in fundo collecti conſpiciantur. Ita nimirum diverſæ ſubtilitatis ſmyridem adipiſci licet, quo ad lævigandum ſucceſſive utendum.*

SCHOLION 2.

45. *Specula minora ſuper tabula plana ferrea primum exteruntur & deinde eodem modo, quo majora, læviguntur.*

SCHOLION 3.

46. *difficillimum vero eſt tabulis vitreis perfectam planitiem inducere: quod experientia edocti non diffitentur, qui vitris planis expoliendis operam dedere, ita ut* Hevelius (a) *majus artificium judicet ſuperficiem vitri exacte planam, quam cavam reddere. Et hinc raro reperiuntur ſpecula perfecta planitie prædita, ut ideo exacte imagines objectorum non repræſentent.*

SCHOLION 4.

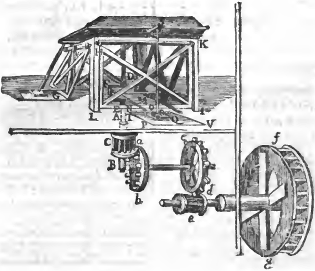
47. *Ad poliendas tabulas majores artifices ſpecularii utuntur machina politoria, cujus deſcriptionem Problemate ſequente tradimus.*

PROBLEMA 2.

48. *Machinam politoriam conſtruere.*

RESO-

(a) In Prolegom. Selenogr. f. 14.



RESOLUTIO.

1. Cylindro AB rota radiata C inſtructo & verticaliter erigendo infigatur axis curvatus ferreus DE.
2. Axi DE immittatur annulus ferreus F & huic quatuor haſtæ ferreæ FG applicentur, utrimque in uncum deſinentes.
3. Conſtruantur quatuor quadrangula HKIL ex tribus regulis ligneis HL, LI & IK & cylindro HK atque regulis tranſverſis KL & HI; ſitque quadrangulum circa axem cylindri HK mobilis.
4. In medio regulæ LI infigatur uncus M, cui inferatur uncus haſtæ FG, ita ut cylindro AB circumacto quadrangulum HKIL nunc protrudatur, nunc retrahatur.
5. Eidem regulæ LI in ſuperficie exteriori affigantur duo annuli & iis inſerantur unci haſtarum ferrearum NO, ad quas applicandum eſt lignum politorium PQ.
6. Baculi RS extremum alterum R inſtrumento politorio, alterum vero S trabi infigatur.
7. Denique ad machinam agitandam utendum eſt rotis dentata *ab*, ſtellata *cd*, radiata *de* & æquaria *fg*, vel aliis modis ſtructura varianda pro diverſa potentiæ applicatione, uti docuimus in mechanicis Cap. 16.

Quodſi enim tabulam vitream ligneæ TV gypſo agglutinatam & ad polituram diſpoſitam ligno politorio ſubjicias; machina lignum politorium huc illucque trahendo tabulam expoliet.

PROBLEMA 3.

49. *Ex tabulis vitreis lævigatis ſpecula plana conficere.*

RESO-

Resolutio.

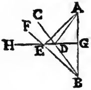
1. Super tabula lignea expandatur charta bibula & pulvere cretaceo conſpergatur: quo facto, bractea ſtannea ſuper charta exactiſſime explicetur.
2. Affundatur mercurius pede leporino aut goſſypio per bracteam æqualiter diſtribuendus.
3. Bracteæ penna purgatæ imponatur charta munda & huic tabula vitrea linteo mundo abſterſa.
4. Manu ſiniſtra tabula vitrea apprimatur & dextra charta lente extrahatur: quo facto tabula charta craſſiori tecta pondere oneretur, ut ſuperfluum mercurii arceatur & ſtannum ſpeculo certius adhæreat.
5. Ubi exſiccatum fuerit, pondus removeatur: eritque ſpeculum planum confectum.

Scholion.

50. *Aliqui mercurii unciam unam admiſcent unciæ dimidiæ marchaſitæ ad ignem liquefactæ, &, ne mercurius in fumum abeat, in aquam frigidam infundunt, frigefactam per linteum triplicatum aut per corium, ex quibus caligæ fieri ſolent, urgent. Sunt etiam qui quartam unciæ partem plumbi, itemque ſtanni marchaſitæ addunt, celerius ſpecula ut exſiccentur.*

Theorema 4.

51. *In ſpeculo plano quodlibet objecti punctum* A *videtur in concurſu* B *catheti incidentiæ* AB *& radii reflexi* CB.



Demonstratio.

Sint duo radii reflexi CD & FE, quos ſupponamus in eundem oculum illabi: vel, ſi diſtantia oculorum tanta fuerit, quanta radiorum in F & C, DC in oculum ſiniſtrum, FE in dextrum radiet. Quoniam angulus $CDG = EDB$ (§. 156 *Geom.*) & $CDH = ADG$ (§. 24); erit quoque $ADH = CDG$ (§. 88 *Arith.*) $= EDB$ (§. 87 *Arith.*). Porro $HEF = DEB$ (§. 156 *Geom.*) & $HEF = AEG$ (§. 24); ergo $BED = AEG$ (§. 87 *Arith.*). Quoniam igitur AEG & ADE duobus rectis minores (§. 240 *Geom.*), etiam BED & BDE duobus rectis minores, conſequenter radii reflexi FE & CD concurrunt in B (§. 262 *Geom.*), eſtque $DB = DA$ (§. 251 *Geom.*). Quare cum etiam ſit angulus $BDG = CDH$ (§. 156 *Geom.*), & $ADG = CDH$ (§. 24), ideoque $BDG = ADG$ (§. 87 *Arith.*). Erunt quoque anguli ad G æquales (§. 179 *Geom.*), ideoque AB ad HG perpendicularis (§. 79 *Geom.*), hoc eſt, AB eſt cathetus incidentiæ (§. 16). Concurrunt itaque radii reflexi FE & CD cum catheto incidentiæ AB in eodem puncto B. Ita ergo in oculum radiat punctum A, ac ſi coni optici vertex eſſet in B (§. 336 *Optic.*). Quamobrem punctum radians A videtur in B, hoc eſt, in concurſu catheti incidentiæ cum radio reflexo (§. 348 *Optic.*). *Q. e. d.*

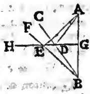
Corollarium 1.

52. Quoniam ex demonſtratione liquet, omnes radios reflexos cum catheto incidentiæ uniri in B; per quemcunque radium reflexum punctum radians A videatur, in eodem ſemper loco videtur. Quotquot igitur idem objectum in eodem ſpeculo contuentur, in eodem quoque loco poſt ſpeculum illud vident, ſicque unius objecti unica tantum eſt imago, neque duobus oculis geminatum apparere poteſt.

Corol-

Corollarium 2.

53. Quia vi ejuſdem demonſtrationis BD = DA; diſtantia imaginis B ab oculo C componitur ex radio incidente AD & reflexo CD.



Corollarium 3.

54. Imo quia per demonſtrationem manifeſtum eſt, omnes radios reflexos cum catheto incidentiæ uniri in B; objectum A reflexe eodem modo radiat, quo radiaret directe, ſi in locum imaginis transferretur.

Corollarium 4.

55. Si igitur lumen Solis a ſpeculo plano reflectitur, eodem modo propagatur, quo per foramen tranſmiſſum, ideoque luminis reflexi figura erit rotunda & creſcente diſtantia a ſpeculo creſcet, hoc eſt, imaginem Solis majorem exhibet (§. 294 *Optic.*).

Theorema 5.

56. *Imago puncti radiantis* (Vid. Fig. §. 53) B *tanto intervallo poſt ſpeculum planum apparet, quanto ipſum punctum radians* A *ante ſpeculum diſtat.*

Demonstratio.

Quoniam imago B videtur in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi CB; erunt anguli ad G recti (§. 16), ideoque æquales (§. 145 *Geom.*). Eſt vero etiam CDH = BDG (§. 156 *Geom.*), & CDH = ADG (§. 24), ideoque anguli ADG & BDG æquales ſunt (§. 88 *Arith.*) & DG = DG. Ergo AG = GB (§. 251 *Geom.*). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

57. Si ergo ſpeculum HG fuerit horizontaliter collocatum; punctum A tanto intervallo infra ſpeculum demerſum videbitur, quanto ſupra ipſum elevatur. Erecta igitur ſitu inverſo in eodem apparent, ideoque homines capite deorſum, pedibus ſurſum videntur.

Corollarium 2.

58. Quare ſi ad parietem, in quem per exiguum foramen projiciuntur ſpecies objectorum inverſæ (§. 119 *Optic.*), ſpeculum horizontaliter collocces; videbis in eo imagines ſitu erectas.

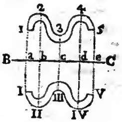
Corollarium 3.

59. Quodſi ſpeculum HG ad laquear conclavis applicetur, ita ut horizonti parallelum exiſtat; objectum tanto intervallo ultra laquear elevatum apparet, quanto infra id depreſſum, videnturque erecta denuo inverſa, ideoque homines capite deorſum, pedibus ſurſum.

Theorema 6.

60. *In ſpeculo plano imago eſt objecto ſimilis & æqualis.*

Demonstratio.



Quodlibet enim objecti punctum 1. 2. 3. 4 &c. videtur in catheto incidentiæ (§. 51) ſecatque ſpeculum catheti incidentiæ partem inter punctum radians & ejus imaginem interceptam bifariam (§. 56). Quodſi ergo a ſingulis punctis objecti 1. 2. 3. 4 &c. demittantur ad ſpeculum BC perpendiculares ultra id continuandæ; donec fiat $1a = aI$, $2b = bII$, $3c = cIII$; $4d = dIV$ &c. quotlibet imaginis puncta I. II. III. IV &c. determinantur. Quodſi ergo concipiamus perpendiculares $1a$, $2b$, $3c$, $4d$ &c. ita convolvi, ut ſecum rapiant ſua puncta objectiva 1. 2. 3. 4 &c. eaque deferant in plani partes oppoſitas; tum quidem 1 in I, 2 in II, 3 in III, 4 in IV cadere intelligitur, ideoque objectum imagini ſuæ con-

congruit (§. 3 *Geom.*), conſequenter imago objecto & ſimilis, & æqualis eſt (§. 161 *Geom.*). *Q. e. d.*

SCHOLION.

61. *Hinc ſpeculorum planorum uſus eſt in contemplanda facie.*

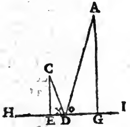
THEOREMA 7.

62. *In ſpeculo plano dextera apparent ſiniſtra & ſiniſtra contra videntur dextera.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim punctum (*Vid. Fig.* §. 60) 1 videtur in catheto incidentiæ ſuæ, nempe in I, & 4 in catheto incidentiæ ſuæ, nempe in IV (§. 51); dextra videntur e regione dextrorum & ſiniſtra e regione ſiniſtrorum. Sed ſi alterius faciem extra ſpeculum contuearis, ejus dextra tuæ ſiniſtræ & ejus ſiniſtra dextræ tuæ reſpondet. Quare in ſpeculo dextra apparent ſiniſtra & contra ſiniſtra videntur dextra. *Q. e. d.*

PROBLEMA 4.



63. *Datis puncto radiante* A *&* *loco oculi* C; *invenire punctum reflexionis* D.

RESOLUTIO.

Demiſſis ex C & A perpendicularibus CE & AG, hoc eſt, ductis cathetis incidentiæ & reflectionis (§. 16. 17), fiat: ut ſumma cathetorum incidentiæ & reflexionis AG & CE, ad cathetum reflexionis CE; ita diſtantia cathetorum EG, ad diſtantiam ED catheti reflexionis a puncto reflexionis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam anguli E & G recti ſunt (§. 16. 17) & $x = o$ (§ 24); erit $AG : EC = GD : ED$ (§. 267 *Geom.*), conſequenter $AG + EC : EC = EG : ED$ (§. 190 *Arith.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 5.



64. *Mediante ſpeculo plano* C *altitudinem acceſſibilem e. gr. arboris* AB *metiri.*

RESOLUTIO.

1. Speculo in C horizontaliter collocato, tamdiu ab eo recede, donec apicem A in ſpeculo contuearis.
2. Metire altitudinem oculi DE, diſtantiam tuam a puncto reflexionis EC, & diſtantiam arboris ab eadem CB.



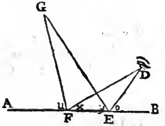
3. Quæratur ad EC, CB & ED quarta proportionalis AB.

Dico, hanc eſſe altitudinem arboris quæſitam.

DEMONSTRATIO.

Quoniam DE & AB ad EB perpendiculares (§. 227 *Geom.*); anguli B & E recti ſunt (§. 78 *Geom.*), ideoque æquales (§. 145 *Geom.*). Quare cum etiam ſit angulus ACB = DCE (§. 24); erit EC : ED = CB : AB (§. 267 *Geom.*), conſequenter EC : CB = ED : AB (§. 173 *Arith.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 8.



65. *A diverſis ſpeculi plani* AB *punctis non reflectuntur in idem punctum* D *radii ab eodem puncto* G *illapſi.*

DEMONSTRATIO.

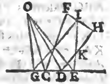
Eſt enim $o = y$ (§. 24) & $o > x$ (§. 239 *Geom.*), ideoque $y > x$ (§. 89 *Arith.*). Porro $x = v$ (§. 24) & $y < v$ (§. 239 *Geom.*). Ergo $y < x$ (§. 89 *Arith.*). Quod cum ſit abſurdum, a ſpeculo plano AB in idem punctum D radii ab eodem puncto G illapſi non reflectuntur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

66. Radii igitur per reflexionem a ſpeculo plano factam minime denſiores fiunt, ideoque nec calorem Solis intendunt.

THEOREMA 9.

67. *Si puncta extrema objecti* F & H *a punctis* C & D *in oculum* O *reflectantur; puncta omnia intermedia a linea* CD *reflectuntur.*



DEMONSTRATIO.

Reflectatur enim, ſi fieri poteſt, punctum I a puncto E in oculum O. Quoniam IE radium DH in K ſecat: punctum K a punctis E & D ad idem punctum O reflectitur. Quod cum ſit abſurdum (§. 65), & idem abſurdum ſequatur, ſi punctum I a G in O reflecti ponamus; totum objectum FH a linea CD reflectitur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

68. Quodſi ergo determinentur puncta C & D, unde extrema objecta F & H reflectuntur (§. 63); integra linea CD habetur, unde objectum integrum FH a ſpeculo in oculum O reflectitur.

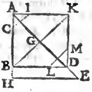
COROLLARIUM 2.

69. Punctum remotius F reflectitur a puncto C oculo viciniore, quam punctum ſpeculo vicinius

majus I: ſi enim I reflecteretur a puncto viciniore G, non reflecteretur a linea CD: quod tamen fieri neceſſe eſt (§. 67).

THEOREMA 10.

70. *Si ſpeculum planum* AE *ad horizontem* EH *inclinetur ſub angulo* 45 *graduum; objectum verticale* CB *horizontale apparet* IK.



DEMONSTRATIO.

Continuetur BC, donec ſpeculo in A occurrat. Quoniam H eſt rectus, & E 45° *per hypoth.* erit etiam A 45° (§. 241 *Geom.*). Quare ex B ducatur perpendicularis BG ad ſpeculum AD; erit ABG itidem 45° (*§. cit.*) & AG = GB (§. 253 *Geom.*). Fiat GB = GK: erit in K imago ipſius B (§. 56). Ducatur KA: quia KG = GA & G rectus *per demonſtr.* erit K ſemirectus (§. 241 *Geom.*), conſequenter KA ipſi EH parallela (§. 255 *Geom.*). Quare cum eodem modo oſtendatur, punctum C apparere in puncto I ejuſdem parallelæ; evidens eſt, imaginem IK horizonti EH parallelam eſſe. *Q. e. d.*

THEOREMA 11.

71. *Si ſpeculum planum* AE *inclinetur ad horizontem* EH *ſub angulo* 45 *graduum, objectum horizontale* LB *apparebit verticale in* MK.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum demonſtratione Theorematis præcedentis.

COROLLARIUM.

72. Hinc oculo infra ſpeculum conſtituto in hoc ſitu terra videtur perpendiculariter erecta; collocato vero ſupra ſpeculum deorſum perpendiculariter depreſſa apparet.

SCHOLION.

73. *Hinc globus in plano parumper inclinato deſcendens mediante ſpeculo exhiberi poteſt tanquam aſcendens in plano verticali: quod artificium ſi tegatur, in admirationem rapiet Catoptrices ignaros.*

PROBLEMA 6.

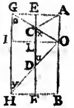
74. *Efficere, ut te in ſpeculo volantem contuearis.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam ſpecula ſub angulo ſemirecto ad horizontem inclinata imagines verticales ut horizontales exhibent (§. 70); ſpeculum planum majus, inclinandum eſt ad horizontem ſub angulo ſemirecto.
2. Quodſi ergo verſus ſpeculum progrediaris; horizonti parallelum moveri videbitur corpus, ideoque ſi brachia extenſa eum in modum agitentur, quo aves alas agitare ſolent, per aerem volare tibi videberis.
3. Quoniam tamen pavimentum, cui inſiſtis ſimul attollitur (§. 71) & in eo inceſſus pedum obſervatur, quaſi in plano verticali ſurſum contingeret (§. 73); ut oculus hallucinetur, in brachia & caput totus dirigendus & a pedibus quantum fieri poteſt, avertendus.

THEOREMA 12.

75. *Si objectum* AB *fuerit ſpeculo* CD *parallelum; etiam imago* GH *eidem parallela eſt.*



DEMONSTRATIO.

Quodlibet punctum imaginis GH tanto intervallo poſt ſpeculum di-

 ſtat,



ſtat, quanto punctum unumquodque objecti ante ſpeculum (§. 56). Sed quia objectum AB ſpeculo CD parallelum *per hypoth.* ſingula ejus puncta a ſpeculo æqualiter diſtant (§. 81 *Geom.*). Ergo etiam ſingula imaginis GH puncta ab eodem æqualiter diſtant, conſequenter imago GH ſpeculo CD parallela (§. *cit. Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 13.

76. *Si objectum (Vid. Fig. ut ſup.) AB ſpeculo CD fuerit parallelum, & cum oculo æqualiter ab eo diſtet: linea reflectens CD eſt objecti AB dimidia.*

DEMONSTRATIO.

Sit oculus O in ipſo objecto AB, hoc eſt, ponamus ſpectatorem ſeipſum contemplari in ſpeculo. Quoniam ſpectator AB ſpeculo CD parallelus *per hypoth.* etiam imago GH eidem parallela erit (§. 75). Demittatur ex O perpendicularis OL ad CD, quæ continuata in I erit etiam ad GH perpendicularis (§. 230 *Geom.*); eſtque ideo OL altitudo trianguli OCD, OI vero altitudo trianguli GOH (§. 227 *Geom.*). Quare cum ob parallelismum imaginis GH & ſpeculi CD, ſit $o = x$ & $y = v$ (§. 233 *Geom.*); triangula COD & GOH ſimilia ſunt (§. 267 *Geom.*) & hinc CD : GH = OL : OI (§. 396 *Geom.*). Cum itaque ſit $OL = \frac{1}{2}OI$ (§. 56); etiam $CD = \frac{1}{2}GH$. Eſt vero GH = AB (§. 60). Ergo $CD = \frac{1}{2}AB$ (§. 168 *Arith.*). *Q. e. d.*

Eodem prorſus modo ſuccedit Demonſtratio, ſi oculum O extra objectum aſſumas, hoc eſt, ſi non teipſum, ſed objectum aliud in ſpeculo contempleris, quod tamen æqualiter cum oculo ab eo diſtet.

COROLLARIUM 1.

77. Ut igitur in ſpeculo te totum contueri poſſis, ejus altitudo altitudinis tuæ & latitudo latitudinis pariter tuæ dimidia eſſe debet.

COROLLARIUM 2.

78. Data altitudine & latitudine objecti per ſpeculum videndi, datur quoque altitudo & latitudo ſpeculi, in quo integrum apparet in eadem cum oculo diſtantia. Sunt nempe dimenſiones ſpeculi dimenſionum objecti dimidiæ (§. 76).

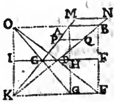
COROLLARIUM 3.

79. Cum latitudo atque longitudo portionis ſpecularis reflectentis, ſit ſubdupla latitudinis & longitudinis ſuperficiei, quæ reflectitur (§. 76) & ob parallelismum ſpeculi & ſuperficiei reflexæ portio reflectens ſpeculi huic ſimilis exiſtat; erit portio ſpeculi reflectens ad ſuperficiem, quæ reflectitur, in ratione ſubquadrupla (§. 406 *Geom.*).

COROLLARIUM 4.

80. Quoniam portio reflectens conſtans eſt (§. 79); te ſemper totum videbis in ſpeculo plano, ſive accedas, ſive recedas, ſi aliquo in loco te totum videre potes: quod idem valere de objectis æqualiter cum oculo a ſpeculo diſſitis, ſatis patet.

THEOREMA 14.



81. *Si objectum AB ſpeculo IF fuerit parallelum; longitudo lineæ reflexæ AB eſt ad reflectentem CD, ut via reflexionis BD + DO ad radium reflexum OD;*

OD; *vel ut compoſita ex diſtantia oculi & objecti a ſpeculo* OI + BF, *ad diſtantiam oculi* OI.

DEMONSTRATIO.

Quoniam objectum AB ſpeculo FI parallelum *per hypoth.* erit etiam imago GE eidem parallela (§. 75), ideoque GE : CD = OE : OD (§. 268 *Geom.*), hoc eſt, quia GE = AB (§. 60) & DE = DB (§. 56 *Catop.* & §. 179 *Geom.*), AB : CD = OD + DB : OD. *Quod erat unum.*

Eſt vero etiam OE : OD = OK : OI (§. 267 *Geom.*), ideoque GE : CD = OK : OI (§. 167 *Arith.*). Quare cum IK = FE (§. 226 *Geom.*) = BF (§. 56) & GE = AB (§. 60); erit AB : CD = OI + BF : OI. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 15.

82. *Radii* (Vid. Fig. §. 81) AC & DB *qui a ſpeculo plano* CD *ad idem punctum* O *reflectuntur, cum catheto reflexionis* OK *tanto intervallo* IK *poſt ſpeculum concurrunt, quanto punctum* O *ante id diſtat.*

DEMONSTRATIO.

Eadem prorſus eſt, quæ Theorematis 5 (§. 56).

THEOREMA 16.

83. *Si objectum* (Vid. Fig. §. 81) AB, *quod eſt cum oculo* O *in eodem plano, & ſpeculo parallelum, ab eo totum videtur in ſpeculo* CD; *oculus in* O *immotus eo minorem ejus partem videbit, quo id propius ad ſpeculum* CD *accedit; ſemper tamen dimidia longitudinis itemque quarta ſuperficiei majorem; idem vero juxta objectum* AB *adhuc alia in ſpeculo conſpiciet, ſi id longius ab eo recedat.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur PQ ipſi AB parallela; erunt PC & QD radii extremi, qui a ſpeculo CD in oculum O reflectuntur, ideoque oculus O præter PQ in ſpeculo nihil videbit ſecundum longitudinem. Sed quia AC & BD cum catheto reflexionis OK in K concurrunt (§. 82); erit PQ : AB = KP : KA (§. 268 *Geom.*). Quare cum KP < KA *per hypoth.* erit etiam PQ < AB. *Quod erat unum.*

Porro ex eadem ratione PQ : CD = KP : KC. Eſt vero KP > KC (§. 84 *Arith.*). Ergo PQ > CD. Quare cum CD = ½AB (§. 76); erit quoque PQ > ½AB (§. 87 *Arith.*) & hinc ſuperficies partis, quæ, objecto ex AB in PQ tranſlato, videtur, major quarta parte ſuperficiei totius (§. 79). *Quod erat alterum.*

Simili modo oſtenditur, quod præter objectum adhuc alia in ſpeculo videantur, ſi ex AB in MN transferatur. *Quod erat tertium.*

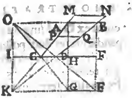
PROBLEMA 7.

84. *Datis oculo* O, *longitudine ſpeculi* CD *& longitudine objecti* AB; *determinare locum, ubi ſtatuendum eſt objectum, ut totum in ſpeculo videri queat, nec quicquam aliud præter ipſum ſecundum longitudinem.*

RESOLUTIO.

Dato oculo O, datur etiam radius reflexus OC. Itaque

1. Fiat: ut CD longitudo ſpeculi ad AB longitudinem objecti; ita OC radius reflexus, ad viam reflexionis OC + AC (§. 81).
2. Subtrahatur inde radius reflexus OC;



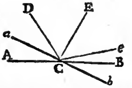
OC; reſiduus erit radius incidens AC.

3. Ducta igitur OC fiat angulus $ACD = OCI$ (§. 24) & AC radio incidenti æqualis.

4. Denique objectum AB ſtatuatur in A ſpeculo CD parallelum.

Sic factum eſt, quod petebatur.

THEOREMA 17.



85. *Si ſpeculi* AB *inclinatio ad horizontem dato angulo* ACa *mutetur, radius vero incidens* DC *maneat in ſuo incidentiæ puncto* C; *radius reflexus* Ce *duplo angulo* eCE *variatur*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $ACD = ECB$ (§. 24) & $ACa = BCb$ (§. 156 *Geom.*) & $ECb = ECB + BCb$ (§. 86 *Arith.*); erit $ECb = DCA + aCA$ (§. 87 *Arith.*) $= DCa + 2ACa$ (§§. *cit.*), conſequenter $ECb - 2ACa = DCa = bCe$ (§. 24). Eſt igitur $ECb = bCe + 2ACa$ (§ 88 *Arith.*). Quare cum ſit $ECb - bCe = ECe$ & $ECb - bCe = 2ACa$ (§. 91 *Arith.*); erit etiam $ECe = 2ACa$ (§. 87 *Arith.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

86. Radius igitur reflexus movetur duplo celerius ſpeculo.

SCHOLION.

87. *Hæc experiri datur in radio per foramen exiguum in cameram obſcuram intromiſſo.*

THEOREMA 18.

88. *In ſpeculo plano vitreo, (præſertim ſi objectum fuerit lucidum, aut lumen peregrinum a ſpeculo arceatur) poſt imaginem claram videtur adhuc alia aliquanto obſcurior.*

DEMONSTRATIO.

Reflexio enim non modo fit a ſuperficie ſuperiori ſpeculi; verum etiam ab interiori, quæ ſtanno terminata. Eſt igitur cathetus incidentiæ ad interiorem ſpeculi ſuperficiem tanta parte longior, quanta eſt craſſities ſpeculi. Quamobrem cum imago objecti videatur tanto intervallo poſt ſpeculum, quanto ante ipſum abeſt (§. 56) & quidem in catheto incidentiæ (§. 51); vi reflexionis primæ minori intervallo poſt ſpeculum videtur, quam vi ſecundæ: utraque tamen imago in eadem linea, ideoque altera pone primam videbitur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

89. *Hoc incommodo carent ſpecula plana ex metallo parata, quorum tamen rarior eſt uſus, quia vitrea & clariora, & durabiliora ſunt metallicis. Hinc mirifice ſeſe commendabant ſpecula chalybea* Swarzenbergæ *in* Sudetibus Miſniæ *parata* (a).

COROLLARIUM.

90. Quoniam cathetus incidentiæ, in caſu ſuperiori, differt a catheto incidentiæ, in priori, tanta parte, quanta eſt craſſities vitri, diſtantia autem objecti & imaginis eſt ejus duplo æqualis (§. 56); diſtantia imaginis obſcurioris a clariore eſt dupla craſſitiei vitri.

THEO-

(a) Vid. Acta Erudit. 1714. p. 203. & ſeqq.

THEOREMA 19.

91. *Si ſpeculi plani fragmenta ita collocentur, ut omnia ſint in eodem plano; unum objectum nonniſi ſemel videtur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim omnia fragmenta ſunt in eodem plano *per hypoth.* una tantum eſt cathetus incidentiæ (§ 489 *Geom.*). Quare cum objectum videatur in catheto incidentiæ (§.51) objectum unum nonniſi ſemel videtur. *Q. e. d.*

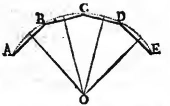
COROLLARIUM.

92. Cum perinde ſit, utrum fragmenta unius ſpeculi, vel plura ſpecula integra in eodem plano collocentur; in his quoque objectum nonniſi ſemel videri poteſt.

PROBLEMA 8.

93. *Plura ſpecula ita ſtatuere, ut in ſingulis imaginem tui videas.*

RESOLUTIO.



1. Ex centro O deſcribatur arcus circuli ABCDE.
2. Specula AB, BC, CD, DE ita ſtatuantur, ut latitudines ipſorum fiant arcuum ſubtenſæ, ſeu ut anguli B, C, D, ſub quibus junguntur, ſint in peripheria; longitudines autem ad horizontem perpendiculares.

Dico, ſi oculus ſit in O, quod imaginem tui in ſingulis ſpeculis ſis viſurus.

DEMONSTRATIO.

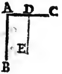
Cum enim ex O ad ſingula plana AB &c. perpendiculares duci poſſint (§.291 *Geom.*), radius vero perpendicularis in ſeipſum reflectatur (§. 25); oculus in ſpeculis ſingulis ſeipſum videbit, & quia corpus tuum ſpeculis parallelum, ſi ſpeculi longitudo non minor fuerit ſubdupla longitudinis tuæ, te totum contueberis (§.77); in reliquo caſu partem corporis dimidia majorem (§.83). *Q. e. d.*

SCHOLION.

94. *Hoc artificio multiplicatur fonticulus in crypta ſalient.*

THEOREMA 20.

95. *Si objectum in linea* DE *ad ſpeculum* AC *perpendiculari movetur; ipſo recedente ante ſpeculum, imago etiam recedit poſt ſpeculum; eodem autem accedente, imago etiam accedit.*



DEMONSTRATIO.

Si enim objectum in recta DE ad ſpeculum AC perpendiculari recedit; ejus a ſpeculo diſtantia continuo creſcit (§.225 *Geom.*), ideoque etiam imaginis diſtantia poſt ſpeculum continuo fit major (§. 56), conſequenter imago etiam recedit. *Quod erat unum.*

Si vero objectum in linea DE ad ſpeculum AC perpendiculari accedit; ejus a ſpeculo diſtantia continuo decreſcit (§.225 *Geom.*), ideoque etiam imaginis diſtantia poſt ſpeculum continuo fit minor (§. 56), conſequenter imago etiam accedit. *Quod erat alterum.*

COROL-

Digitized by Google

Corollarium.

96. Accedente igitur ad ſpeculum objecto, imago poſt ſpeculum obviam ire videtur: recedente autem objecto, imago in contrariam plagam tendit.

Theorema 21.

97. *Si objectum in linea* DE *cum ſpeculo plano* AB *parallela movetur; imago in ſpeculo cum ipſo eadem celeritate verſus eandem plagam progreditur.*



Demonstratio.

Sit enim recta DE ad ſpeculum AB parallela; objecti a ſpeculo diſtantia ſemper eadem manet (§. 81 *Geom.*), ideoque etiam imago eodem conſtanter intervallo a ſpeculo diſtat (§. 56). Quare cum objecto in directum jaceat (§. 51); una cum objecto progredi videtur. *Q. e. d.*

Corollarium.

98. Objectum igitur imago tanquam individua comes comitatur ſive ad dextram, ſive ad ſiniſtram, prout ſpeculum vel ad dexteram, vel ſiniſtram conſtitutum eſt.

Problema 9.

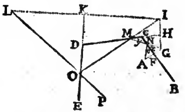
99. *Duo ſpecula plana ita ſtatuere, ut objectum in oppoſitas plagas eodem inſtanti moveri videatur.*

Resolutio.

1. Jungantur duo ſpecula (*Vid. Fig.* §. 97) AB & AC ad angulos rectos.
2. Ducatur ad alterutrum AC perpendicularis DE, quæ erit alteri ſpeculo AB parallela (§. 256 *Geom.*).

Quodſi itaque objectum moveatur per rectam DE, imago in ſpeculo AB una cum ipſo progredietur (§. 97); altera vero in ſpeculo AC in oppoſitam plagam tendet (§. 96). Eodem ideo tempore objectum in oppoſitas plagas moveri videtur. *Q. e. d.*

Problema 10.



100. *Speculis planis quotcunque* BC, CD, DE *quomodocunque diſpoſitis, & puncto radiante* A, *itemque oculo* P *poſitione datis; invenire omnia puncta reflexionis* N, M & O, *& locum imaginis, quam videt oculus in ultimo.*

Resolutio.

1. Ex A ducatur ad CB cathetus incidentiæ AF & producatur in G, donec AF = FG.
2. Ex G in DC productam demittatur perpendicularis GH continuanda in I, donec IH = HG.
3. Ex I demittatur in ED productam perpendicularis IK, continuanda in L, donec KL = KI.
4. Denique ex L ducatur ad P recta LP, ex puncto interſectionis O ad I recta OI, ex puncto interſectionis M ad G recta MG, & denique ex puncto interſectionis N recta AN.

Dico, radium incidentem ex A in N reflecti ad M & inde ulterius ad O, tandem;

Digitized by Google

demque ex O in oculum P; objectumque videri in L.

Demonstratio.

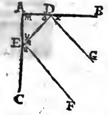
Quoniam AF = FG, angulique ad F recti *per conſtruct.* erit $o = x$ (§. 179 *Geom.*), ideoque cum ſit $x = y$ (§. 156 *Geom.*), $o = y$ (§. 87 *Arith.*). Radius igitur AN ex N reflectitur in M (§. 24). Eodem modo ob HG = HI & angulos ad H rectos, oſtenditur radium NM ex M reflecti in O, & ob KI = KL & angulos ad K rectos, radium MO ex O in P reflecti. Via igitur reflexionis eſt ANMOP, & puncta reflexionum ſunt N, M & O. *Quod erat unum.*

Porro quia AF = FG & anguli ad F recti *per conſtruct.* in G eſt imago ipſius A per radium reflexum MN videnda (§. 51). Objectum igitur A in ſpeculum DC non aliter radiat, ac ſi in puncto G conſtitueretur, ideoque GH eſt cathetus incidentiæ (§. 16) & ob GH = HI imago imaginis G hoc eſt, objecti A videtur in I (§. 51). Objectum ergo A in ſpeculum DE eodem modo radiat, ac ſi in I conſtitueretur & hinc IK eſt cathetus incidentiæ (§. 16), & ob IK = KL imago imaginis I, hoc eſt objecti A, videtur per radium reflexum PO in L (§. 51). *Quod erat alterum.*

Corollarium.

101. Quoniam ob KL = KI, & IH = HG, AF = FG, anguloſque ad K, H & F rectos *per conſtruct.* LO = OI, MI = MG, NG = NA (§. 179 *Geom.*); erit etiam LO = OM + MG = OM + MN + NA, conſequenter diſtantia imaginis ab oculo PL viæ reflexionis AN + NM + MO + OP, prorſus ut in unico ſpeculo (§. 53) æqualis.

Theorema 22.



102. *Si duo ſpecula plana* AB & AC *ad angulum rectum* A *conſtituantur; idem radius* GD *nonniſi bis reflecti poteſt.*

Demonstratio.

Quoniam $x = o$ (§. 24), ideoque acutus (§. 20), A vero rectus *per hypoth.* radius reflexus DE cum ſpeculo AC concurrit (§. 262 *Geom.*). Quoniam vero y eſt acutus (§. 241 *Geom.*); erit etiam v acutus (§. 24), conſequenter $y + n$ obtuſus (§. 147 *Geom.*). Quare cum m ſit rectus *per hypoth.* ideoque m & $y + n$ ſimul ſumti duobus rectis majores; radius reflexus EF a ſpeculo AB divergit (§. 261 *Geom.*), conſequenter cum eo concurrere nequit (§. 84 *Geom.*). Radius itaque GD a ſpeculis BA & AC nonniſi bis reflecti poteſt. *Q. e. d.*

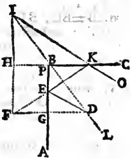
Theorema 23.

103. *Si duo ſpecula plana ad angulum obtuſum conſtituantur; idem radius nonniſi bis reflecti poteſt.*

Demonstratio.

Eadem prorſus eſt, quæ Theorematis præcedentis.

THEOREMA 24.



104. *Si duo ſpecula plana* AB & BC *jungantur ad angulum rectum & oculus* O *fuerit conſtitutus extra rectam* BL, *quæ per punctum radians* D *in angulum rectum* B *ducitur; imaginem ipſius* D *triplicem videbit: quodſi autem extiterit in recta* BL; *imagines cernet tantum duas.*

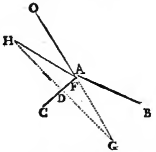
DEMONSTRATIO.

Illud ſatis manifeſtum eſt, in quolibet ſpeculo per ſimplicem reflexionem videri imaginem unam ideoque in duobus ſpeculis AB & BC ſimul duas. Quod vero in primo caſu etiam tertia videri debeat, ſic demonſtratur.

I. Ducta catheto incidentiæ DG, fiat FG = DG & in F erigatur perpendicularis FI occurrens ſpeculo BC continuato in H. Fiat porro HI = HF & jungatur punctum I cum oculo O recta OI; erit I imago tertia ab oculo O per duplicem reflexionem DE, KO videnda (§. 100). Quod enim IO ſpeculum BC ſecet, hoc modo patet: ducatur recta ID ſecans ſpeculum AB in P; quoniam BG & IF ad FG perpendiculares *per conſtruct.* erunt inter ſe parallelæ (§. 256 *Geom.*) & hinc DG : DF = PG : FI (§. 268 *Geom.*), conſequenter ob DF = 2DG *per conſtruct.* FI eſt ipſius PG dupla. Quare cum etiam ſit IF ipſius FH ſeu BG dupla *per conſtruct.* puncta P & B coincidunt. Cum ideo ID tranſeat per punctum B, recta OI ultra eum ducta ſpeculum BC ſecare debet in K. *Quod erat unum.*

II. Quodſi vero oculus fuerit in L; reflexio duplex impoſſibilis eſt, cum radius reflexus a ſpeculo BC ex puncto I ductus, per ea quæ numero primo demonſtrata ſunt, ſecare debeat BC ultra punctum B. Tertia igitur imago videri nequit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 25.



105. *Si duo vel plura ſpecula plana* AB & AC *jungantur ſub angulo quocunque, ita ut reſpectu oculi ſecundum convexitatem diſponantur; una tantum objecti* H *videbitur imago.*

DEMONSTRATIO.

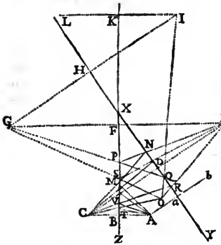
Ponamus enim oculum eſſe in O. Ducatur cathetus incidentiæ HG, fiatque HD = DG; erit in G imago, quam per radium reflexum FO oculus O videt (§. 56). Quoniam vero radii non refle-

refle-

Digitized by Google

reflectuntur verſus eam plagam, unde incidunt (§. 24): a ſpeculo altero AB nullus radius in oculum O reflecti poteſt, & hinc in eo objectum videri nequit. Unica igitur tantum imago videtur. *Q. e. d.*

THEOREMA 26.



106. *Si duo ſpecula plana* XY *&* XZ *jungantur ſub angulo* X; *oculus* O *intra angulum conſtitutus, objecti* A *intra eundem collocati imaginem toties videt, quot catheti, vi §.* 100 *loca imaginum determinantes & extra angulum* YXZ *terminatæ duci poſſunt.*

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim catheti AC ex A ad XZ, CE ex C ad XY, EG ex E ad XZ, GI ex G ad XY & IL ex I ad XZ, ita ut ſit AB = BC, CD = DE, EF = FG, GH = HI, IK = KL. Quoniam catheti AC, CE, EG & GI extra angulum terminantur; dico ab oculo O videri quatuor imagines objecti A in C, E, G & I.

Quoniam AB = BC, BT = BT & anguli ad B recti *per conſtruct.* erit CTB = BTA (§. 179 *Geom.*). Quare cum etiam verticales CTB & VTO æquales ſint (§. 156 *Geom.*); erit BTA = VTO (§. 87 *Arith.*), ideoque radius AT reflectitur ex T in O (§. 24), ſicque oculus O videt imaginem objecti A in C.

Porro ob AB = BC & angulos ad B rectos, erit etiam VR reflexus ipſius VA & ob CD = DE, anguloſque ad D rectos, OR reflexus incidentis VR (§. 51); conſequenter oculus O per radium OR videt imaginem objecti A in E.

Nec abſimil modo oſtenditur, eundem oculum O per radium reflexum OS videre imaginem objecti A in G, & per radium reflexum OQ in I.

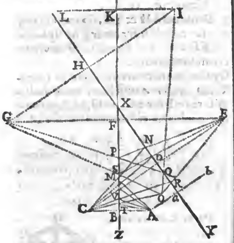
Et quoniam demiſſa catheto ex A in *a* factaque *ab* = A*a* eodem, quo ante modo, plures catheti ad utrumque ſpeculum duci poſſunt, quas confuſionis evitandæ gratia omittimus; eadem ratione oſtendi poſſe apparet, quod oculus etiam videat imagines per illas determinatas.

Tot itaque oculus O intra angulum conſtitutus imagines videt, quot catheti imaginu n loca determinantes & extra angulum terminatæ alternatim in ſpecula, vi §. 100 duci poſſunt. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

107. Quoniam loca imaginis prorſus determinantur ut in Problemate 10 (§. 100); diſtantia quoque imaginis ab oculo viæ reflexionis æqualis eſt (§. 101).

COROLLARIUM 2.



108. Quælibet imago per tot reflexiones videtur, quota eſt in ordine, ſeu per quot cathetos determinatur. Ita imago C videtur per unam reflexionem in T; imago E per duplicem in V & R; imago quarta I per quatuor in M, N, P & Q.

COROLLARIUM 3.

109. Quoniam objecti A dextra radiant in ſpeculum XY, ſiniſtra in alterum XZ imagines ex radiatione in ſpeculum XY ortæ objecti partem dexteram repræſentant; quæ vero ex radiatione in ſpeculum XZ reſultant, ſiniſtram objecti partem ſpectandam exhibent. Unde ſi quis ſeipſum contuetur, faciem & tergum una videbit.

COROLLARIUM 4.

110. Quoniam plures catheti, quæ extra angulum terminantur, duci poſſunt, ſi angulus fuerit acutior; ſub acutiori angulo plures videntur imagines ejuſdem objecti.

SCHOLION I.

111. *Quoniam ex demonſtratione Theorematis præſentis abunde intelligitur, quomodo in dato quolibet caſu non modo numerus imaginum, verum etiam earum loca & puncta inſuper atque via reflexionum determinari poſſint: ſupervacaneum fore arbitror, ſi ad varios caſus ſpeciales deſcenderem. Conſultum autem videtur, ut problemata circa caſus ſpeciales conſtructurus, in peculiari ſchemate determinet imagines in punctis reflexionum & via totius reflexionis, quæ ex radiatione dextra oriatur; in alio vero eas, quæ a ſiniſtra reſultant, ne linearum multitudo facile pariat confuſionem. Ut experimenta ſub quocunque angulo facile capere poſſis; duo ſpecula ita compingi debent, ut inſtar libri ad arbitrium aperiri atque claudi poſſint. Specialia prolixe perſequitur* Zacharias Traber (a) *inter alia oſtendens, ad tertiam circuli partem objecti imaginem videri poſſe ſemel, vel bis, aut etiam ter, vel nunquam; ad quartam ad ſummum ter; ad quintam quinquies, ordinarie quater aut rarius; ad ſextam ad ſummum quinquies; ad duodecimam undecies.*

COROLLARIUM 5.

112. Quodſi ſpecula verticaliter erecta ita contrahas aut ab iis tantiſper recedas, vel ad angulum accedas, donec imagines prope angulum reflexæ coaleſcant, nec, ſi ita viſum fuerit, amplius integræ compareant; imagines monſtroſas prodire debere facile apparet.

SCHOLION 2.

113. *Ita ſpecula ad angulum recto paulo majorem inclinata faciem intuenti monoculam ſiſtunt; tres contra in eadem facie videbis oculos, naſos & ora duo, ſi angulus fuerit paulo minor. Sub minori angulo corpus tuum videbis bicepe; ſub angulo, qui recto paulo major ad diſtantiam a pedam capite truncatum, in majori diſtantia manus ſine corpore.*

COROLLARIUM 6.

114. Quodſi ergo ulterius ſpecula ita ad ſe invicem inclinata, ut imagines prope angulum coaleſcant, ſic colloces, ut unum ſit horizonti parallelum, alterum ad eam inclinatum; quoniam in horizontali imagines apparent everſæ (§. 57) & in inclinato horizontalium verticales; verticalium horizontales (§. 70. 71); plurimas adhuc alias anamorphoſes fieri poſſe manifeſtum eſt. imo monſtroſæ quoque appareant neceſſe eſt imagines, ſi ſpeculorum unum ad horizontem, alterum vero ad alterum inclinetur.

SCHOLION 3.

115. *Ita ſi ſpeculum unum ad horizontem ſub angulo obtuſiore, e. gr. 144 graduum inclinetur, ſuperius vero fuerit ad horizontem parallelum; videbis te capite ad pedes alterius ſtantis jacentem.*

SCHOLION 4.

116. *Hinc vero abunde patet, quomodo in cryptis hortenſibus ſpecula ſint collocanda, ut ingredienti imaginem multis modis monſtroſam exhibeant.*

(a) In Nervo Optico, Lib. II. Cap. 4. & 5. §. 90. & ſeqq.

Corollarium 7.

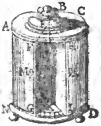
117. Quia ſpecula vitrea objecti lucidi imaginem bis reflectunt (§. 88), imo ſi craſſiora fuerint, pluries; ingens videbitur objecti multiplicatio, ſi intra angulum, quem duo ſpecula plana intercipiunt, candela accenſa collocetur.

Problema 11.

118. *Machinam catoptricam conſtruere, qua non modo ejuſdem objecti imago varie multiplicari, verum etiam deformari poteſt.*

Resolutio.

1. Duo circuli AC & ND ita jungantur mediante axe EK, per centra utriuſque tranſeunte, & fulcro quodam alio, ut ſint invicem paralleli atque figuram cylindri referant, cujus altitudo EK ſit altitudini, ſemidiameter KG vero latitudini ſpeculorum duorum æqualium æqualis.



2. Specula EFGK & EHIK ad axem EK ita aptentur, ut inſtar libri aperiri ac claudi poſſint.
3. In baſi inferiori cylindri ND deſcriptus ſit circulus in 360 gradus diviſus, ut ſpecula ad angulum datum aperiri poſſint.
4. Lateribus ſpeculorum anterioribus FG & HI afferruminentur laminæ orichalceæ tenuiores, ſi baſes ABC & ND orichalceæ fuerint, in formam ſuperficierum ſemicylindricarum efformatæ, aut ex charta ſpiſſiore vel alia materia ſimile quid fiat, ut machina nonniſi anterius pateat, ubi ſpecula conſtituuntur.
5. Denique in M & L defigantur clavi, aut annuli affigantur, ut ſpecula FG & HI commode a ſe invicem diduci poſſint.

Ope hujus machinæ pro diverſa ſpeculorum apertura objectum varie multiplicari ac deformari poſſe, ex ſuperioribus manifeſtum eſt (§. 106. 112. 114).

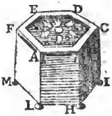
Problema 12.

119. *Ciſtulam catoptricam conſtruere, quam alia objecta replere videntur, ſi per aliud foramen inſpexeris.*

Resolutio.

1. Paretur ex ligno vel alia materia ciſtula polygona, figuram priſmatis multilateri habens, ABCDEF, & interius ſpatium per plana diagonalia EB, FC & DA in centro G ſe mutuo ſecantia dividatur in tot loculamenta triangularia, quot ciſtula habet latera.





2. Plana diagonalia veſtiantur ſpeculis planis: in planis vero lateralibus fiant foramina rotunda per quæ in ciſtulæ loculamenta introſpicere datur. Munienda autem ſunt foramina vitris planis, intus quidem detritis, ſed non lævigatis, ne in loculamentis poſita diſtincte diſtingui poſſint.

3. In

3. In ſingulis loculamentis collocentur objecta diverſa, quorum imagines a ſpeculis ſunt exhibendæ.
4. Operiatur denique ciſtula membrana tenui pellucida, ut lumini in eam aditus pateat.

Quoniam imagines objectorum intra angulos ſpeculorum poſitorum multiplicantur & aliæ aliis remotiores apparent (§. 106): quæ unum loculamentum occupant, majus ſpatium replere videntur, quam integra ciſtula comprehendit. Quodſi igitur per unum foramen introſpicias; nonniſi objecta in uno loculamento poſita in ſpeculis conſpicies, ſed quaſi integram ciſtulam replentia. Per aliud vero foramen introſpiciens objecta in alio loculamento poſita & ab illis diverſa *per conſtructionem*, denuo quaſi per ciſtulam integram diffuſa videbis. Et ita porro.

Scholion 1.

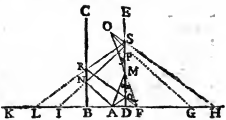
120. *Charta pergamena, qua teguntur iſtiuſmodi machinæ catoptricæ, pellucida redditur, ſi aliquoties in lixivio valde claro ſemperque mutato & ultima tandem vice in aqua fontana eluatur, clavisque tabulæ ligneæ aut regulis ligneis affixa aëri exponatur, ut rurſus exſiccetur. Quodſi colorem inducere volueris,* R. P. Zahn (a) *pro viridi commendat æruginem, addito pauxillo viridis ſaturi, aceto contritam; pro rubeo decoctum ligni Braſiliani; pro cæruleo ſuccum myrtillorum; pro flavo decoctum ex baccis Rhamni menſe Auguſto collectis. Obſervat etiam, membranam ſuper machinis expanſam vernice aliquoties illini debere, ut ſplendida evadat. Utuntur etiam charta oleo illita.*

Scholion 2.

121. *Quodſi in ciſtula imagines monſtroſæ apparere debent; facile id efficies* per Corollaria 5. 6. 7 Theorem. 26 (§. 112 & ſeqq.).

(a) In oculo artificiali fundam. 3. ſyntagm. 3. cap. 4. technaſm. 3. annot. 3. f. m. 723.

Theorema 27.



122. *Si duo ſpecula* BC & DE *fuerint parallela & objectum in* A, *oculus in* O; *duæ videbuntur ſeries imaginum in infinitum excurrentes.*

Demonstratio.

Ducatur KH ad ſpeculum ED perpendicularis; erit eadem ad CB perpendicularis (§. 230 *Geom.*). Fiat DF = AD, & ex F in H indeque porro in infinitum transferatur duplum intervallum diſtantiæ ſpeculorum BD, itemque ex A in G, & inde porro in infinitum. Similiter fiat BI = BA & ex B in K transferatur ut ante dupla diſtantia ſpeculorum BD & inde porro in infinitum, itemque ex A in L & inde porro in infinitum. Dico in ſpeculo ED imaginem objecti A viſum iri in F per reflexionem ſimplicem, in G per duplicem, in H per triplicem & ita porro: ſimiliterque in altero ſpeculo eandem apparituram in I per reflexionem ſimplicem, in L per duplicem, in K per triplicem, & quidem imagines, quarum diſtantia determinatur ex loco objecti A, exhibituras partem a ſpeculo averſam, quæ vero ex punctis, cui ſpecula inſiſtunt, D & B determinantur, referre debere partem objecti ſpeculo oppoſitam,

ſitam, nempe in F & H videbuntur anteriora, in G poſteriora; contra in I & K poſteriora, in L anteriora.

Quoniam AD = DF & anguli ad D recti *per conſtruct.* erunt quoque o & x æquales (§. 179 *Geom.*), conſequenter ob $x = y$ (§. 156 *Geom.*) $o = y$ (§. 87 *Arith.*). Eſt igitur MO reflexus incidentis AM (§. 24), ideoque oculus per ſimplicem reflexionem videt objectum A in F (§. 51) & quidem eam partem, quæ ſpeculo ED obvertitur, quia radius AM inde illabitur.

Ducatur ex G ad O recta OG & ex I ad P recta IP, junganturque puncta N & A recta NA. Quia BA = BI & anguli ad B recti *per conſtructionem*; patet ut ante, NP eſſe reflexum incidentis NA. Et quia AG = 2BA + 2AD *per conſtruct.* ideoque DG = 2BA + AD, & DI = AB + BI + AD = 2AB + AD, conſequenter ID = DG (§. 87 *Arith.*); eodem modo liquet eſſe OP reflexum incidentis PN. Videtur ideo objectum A per duplicem reflexionem N & P in O (§. 51) & quidem pars ſpeculo CB oppoſita, quia radius AN inde illabitur.

Ducatur ex H ad O recta HO & ex L ad S recta LS, itemque ex R ad F recta RF, junganturque puncta A & Q recta QA. Quia AD = FD & anguli ad D recti *per conſtruct.* patet ut ſupra, QR eſſe reflexum incidentis AQ. Et quia LA = 2BD = 2BA + 2AD, ideoque BL = BA + 2AD, & BF = BA + AD + DF = BA + 2AD, conſequenter BL = BF; erit quoque RS reflexus incidentis QR. Similiter quia DL = BL + BD = 2BD + AD & DH = HF + FD = 2BD + AD *per conſtruct.* ideoque DL = DH; erit quoque SO reflexus incidentis SR. Videt itaque oculus O objectum A per triplicem reflexionem Q, R, S in H (§. 100) & quidem partem, quam ſpeculo ED obvertit, quia radius AQ inde in ſpeculum incidit.

Eodem prorſus modo oſtenditur; quod in infinitis aliis punctis, quæ eodem modo determinantur, in utroque ſpeculo objectum A videri debeat. *Q. e. d.*

Scholion 1.

123. *Equidem cum per repetitas reflexiones lumen continuo minuatur atque altitudo ſpeculi ad diſtantiam imaginum tandem evaneſcat; numerus imaginum infinitus non eſt: ſufficit tamen, quod ſit admodum ingens ipſa experientia teſte.*

Corollarium 1.

124. Quoniam lumen per repetitas reflexiones minuitur, imagines vero remotiores videntur per plures reflexiones, quam viciniores (§. 122); imagines quoque remotiores ſunt obſcuriores vicinioribus.

Corollarium 2.

125. Quodſi ciſtula conſtruatur quadrata ſub forma parallelepipedi & planis lateralibus agglutinentur ſpecula plana, reliqua fiant ut ſuperius in ciſtula polygona (§. 119); per foramen inſpicienti objectum intus conſtitutum per ampliſſimum ſpatium multiplicatum apparebit.

Scholion 2.

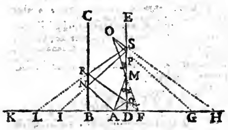
126. *Jucundum imprimis ſpectaculum præbent objecta, quæ multiplicata unum continuum exhibent, e. gr. Munimenta, hortos, campos aut ſilvas ampliſſimas; item res pretioſas, veluti poculum deauratum, gemmas, automata.*

Scholion 3.

127. *Poteſt quoque ex quinque ſpeculis planis ſub forma cubi conſtrui machina catoptrica, quæ objectum mire multiplicat, & qui theorias hactenus demonſtratas animo comprehendit, haud difficulter variarum machinarum catoptricarum conſtructiones excogitabit. Imo quia nunc etiam in* Germania *noſtra ſpecula 10 pedes alta & 3 pedes lata confici poſſunt, integrum aliquod conclave ſpeculis veſtire licet: quod ob mirificas reflexiones opus erit vere auguſtum.*

Digitized by Google

Corollarium 3.

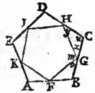


128. Quia imago F exhibet objecti A partem ſpeculo ED oppoſitam, imago vero G alteram ab eodem averſam; ſi tergum ſpeculo BC obvertas alterumque ſpeculum ED, quod manu tenes, ita a latere illi obvertas, ut ſit eidem parallelum; faciem & tergum in ſpeculo ED una videbis.

Scholion.

129. *Quoniam objectorum quoad utramque ſuperficiem, anteriorem & poſteriorem, reflexio etiam contingit, ſi ſpeculum unum ad alterum fuerit inclinatum; faciem & tergum ſimul in eodem ſpeculo viſurus uti poteſt ſpeculis, quorum alterum ad horizontem inclinatur ſub angulo acuto, alterum vero ad id rectum. Sed cum hujus rei demonſtratio eodem prorſus modo fiat, quo huc uſque alia ſimilia demonſtrata dedimus; eidem non immorabor.*

Theorema 28.



130. *Si plura ſpecula* BC, CD, DE *&* EA *ſuper peripheria alicujus polygoni regularis erigantur, & ex medio* F *lateris* AB *incidat radius* FG *in medium* G *lateris* BC; *idem ab omnibus punctis mediis* H, I, K *laterum reliquorum* CD, DE, EA *reflexus redibit in* F, *viaque reflexionis* FGHIKF *eſt polygonum regulare alteri* ABCDEA *ſimile.*

Demonstratio.

Quoniam $BG = GC$ *per hypoth.* & $o = x$ (§. 24), atque $B = C$ (§. 106 *Geom.*); erit $\triangle$ HCG ſimile & æquale $\triangle$ GBF (§. 251 *Geom.*). Sed FBG eſt triangulum æquicrurum *per hypoth.* Ergo etiam HCG eſt triangulum æquicrurum, conſequenter $GC = HG$ (§. 89 *Geom.*) & $y = x$ (§. 184 *Geom.*). Radius ergo FG ex G reflectitur in H punctum medium ipſius DC. Eodem prorſus modo oſtenditur, GH ex H in I reflecti debere & ita porro. *Quod erat unum.*

Porro quia $\triangle$ HCG & GBF æqualia & ſimilia *per demonſtr.* ideoque ſibi mutuo congruunt (§. 162 *Geom.*); erit $FG = GH$ (§. 177 *Geom.*) & eodem modo conſtat eſſe etiam $GH = HI = IK = KF$. Via igitur reflexionis eſt figura, cujus latera ſingula ſunt inter ſe æqualia & numero totidem, quot figura ABCDEA habet latera. Quoniam vero $v + x + y = 180°$ (§. 240 *Geom.*) & $m + x + o = 180°$ (§. 148 *Geom.*), ſed $o = y$ *per demonſtr.* etiam $v = m$ (§. 91 *Arith.*). Quare cum eodem modo oſtendatur, angulos reliquos viæ reflexionis eſſe angulis D, E, A æquales; via reflexionis FGHIKF eſt polygonum alteri ABCDEA ſimile (§. 175 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

Corollariun 1.

131. Quodſi objectum in quocunque puncto viæ reflexionis collocetur; videbitur ab oculo F in ſpeculo AE.

Corollarium 2.

132. Patet igitur, quomodo effici poſſit, ut muro aut quocunque objecto alio inter oculum & objectum in ſpeculo ſpectandum interpoſito, idem videatur per reflexionem.

Corollarium 3.

133. Si oculus fuerit in F, videbit ſeipſum per tot reflexiones, quot ſunt latera polygoni, demto uno, in ſpeculo AE.

Pro-

PROBLEMA 13.

134. *Efficere, ut objectum poſitione datum videas in ſpeculo ab oculo diſtare intervallo, quod ſit multiplum deſideratum diſtantiæ ab oculo extra ſpeculum.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. Objectum (*Vid. Fig.* §. 130) G diſtans ab oculo F intervallo duorum pedum: quæritur quot ſpeculis opus ſit & quomodo collocanda ſint, ut oculus F videat ejus imaginem 8 pedum intervallo diſtantem.

1. Exponens rationis diſtantiæ objecti ab oculo ad diſtantiam imaginis 4 augeatur unitate.
2. Conſtruatur ſuper diſtantia objecti ab oculo FG polygonum regulare tot angulorum, quot numerus modo inventus habet unitates, nempe in noſtro caſu pentagonum FGHIK.
3. Circa hoc pentagonum deſcribatur aliud ABCDE.
4. Collocentur ſpecula in H, I & K.

Dico, objectum G viſum iri ab oculo F in ſpeculo AE diſtans intervallo 8 pedum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam radius GH ex H in I, ex I in K, ex K tandem in F reflectitur (§. 130); objectum G per radium FK ab oculo F videbitur in ſpeculo AE (§. 131). Et quia via reflexionis GH + HI + IK + KF æquatur diſtantiæ imaginis ab oculo (§. 101); erit ea ad diſtantiam objecti ab oculo FG, ut numerus angulorum polygoni regularis FGHIK unitate mulctatus ad unitatem; ideoque in dicta ratione. *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

135. Quodſi ergo deſideres, ut ſpeculum planum intuens, imaginem tuam poſt id diſtare videas intervallo deſiderato; intervallum iſtud dividendum eſt in partes quotcunque æquales, e. gr. in quinque & ſuper una FG conſtruendum polygonum regulare tot laterum, quot intervallo aſſignaviſti partes, nempe in noſtro caſu pentagonum. Reliqua fiant ut in reſolutione Problematis.

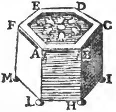
COROLLARIUM 2.

136. Conſtrui poteſt ciſtula catoptrica, in quam introſpiciens videat objectum ad deſideratam diſtantiam remotum.

PROBLEMA 14.

137. *Ciſtulam catoptricam conſtruere, in quam introſpicienti objecta intus collocata appareant mire multiplicata & per vaſta ſpatia diffuſa.*

RESOLUTIO.



1. Conſtruatur ciſtula polygona, prorſus ut in Problemate 12 (§. 119), niſi quod interior cavitas in nulla loculamenta dividenda.
2. Plana lateralia CBHI, BHLA, ALMF, &c. veſtiantur ſpeculis planis & ad foramina abradatur ſtamnum cum argento vivo ut introſpicere liceat.
3. In fundo MI collocentur objecta quæcunque, e. gr. Avicula caveæ incluſa, quæ huc illucque volitans ſuaviter moduletur.

Dico per foramen *hi* introſpicienti objectum quodcunque in fundo collo-

catum multiplicatum & inæqualibus ab oculo intervallis remotum viſum iri.

Demonstratio.

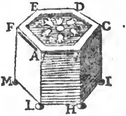
Quodſi per Problema 10 (§. 100) ex dato oculi & objecti ſitu in figura polygona, qualis eſt baſis ciſtulæ, loca imaginum viamque reflexionis pro una qualibet determines; omnia ſtatim manifeſta erunt: ut ſupervacaneum foret, demonſtrationem ſuperius jam ſæpius repetitam denuo repetere.

Scholion 1.

138. *Quodſi conclave aliquod Principis figura multangulari conſtruatur & parietes ſpeculis majoribus veſtiantur, ſuper quibus vitra plana pellucida aptentur, ut lux intrare poſſit; eadem via, antequam conſtruatur, phœnomena ejus addiſcere ac prædicere licet.*

Scholion 2.

139. *Quia ſpecula parallela omnium maxime multiplicant objecta* (§. 130); *huic ſcopo tale polygonum omnium maxime convenit, quod planis terminatur parallelis, quale eſt priſma ſexangulare. Quamobrem ut ſint parallela, ad libellam & normam parietibus ſunt affigenda* (§. 492 Geom.). *Quoniam vero ſpecula plana objectum referunt tale, quale eſt* (§. 60); *ſpeculorum quoque ſuperficies exactam habere debet planitiem. Si enim a planitie recedit, figuram ejus deformat: id quod etſi in unica reflexione parum nocet, iteratis tamen reflexionibus vitium formæ conſpicuum efficit. Speculum quoque affixum eſſe debet januæ clauſæ ut nullibi terminetur viſus intra conclave ſtantis. Tectum tamen ſpeculis veſtiendum non eſt* (§. 95): *præſtat fornicem cavum picturis exornari. Feneſtrarum loco*



ſint aperturæ oblongæ, vitris planis munitæ, qualis eſt in ciſtula catoptrica hi. *Noctu illuminetur conclave candelabro in medio ſuſpenſo & pluribus candelis inſtructo, magnifica prodeunt ſpectacula.*

CAPUT III.

De Speculis Convexis Sphæricis.

Problema 15.

140. *Specula vitrea convexa conficere.*

Resolutio.

1. Stamni pars una & marchaſitæ itidem pars una liquentur & maſſæ liquefactæ addantur mercurii partes duæ.
2. Quamprimum mercurius (quod ſtatim accidit) in fumum abire parat; materia tota in aquam fontanam præcipitetur, &, ubi frigefacta fuerit, aqua decantetur.
3. Tum maſſa per linteum triplicatum aut duplicatum urgeatur, &
4. Quod hac ratione a reliqua ſecernitur in ſphæræ vitreæ cavitatem infundatur.
5. Sphæra denique circa axem ſuum lente vertatur, donec integra ſuperficies obducta fuerit. Reliquum effuſum in futuros uſus ſervatur.

Corollarium 1.

141. Quodſi ſphæræ fuerint coloratæ; ſpecula colorata habebis.

Corollarium 2.

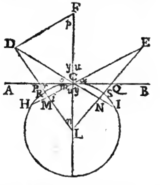
142. Eodem artificio ſpecula conica & cylindrica,

drica, itemque priſmatica & pyramidalis formari poſſe, manifeſtum eſt.

SCHOLION.

143. *Quomodo ex metallo ſpecula iſtiuſmodi fiant, decemus in capite 4 de ſpeculis concavis.*

THEOREMA 29.



144. *In omni ſpeculo ſive plano, ſive curvo quomodocunque, cathetus obliquationis* FC *efficit inclinationem radii incidentis & reflexi* DCF *&* FCE *æqualem.*

DEMONSTRATIO.

Sit ſpeculum AB planum. Quoniam FC ad AB perpendicularis (§. 18); erit $o + y = v + x$ (§. 145 *Geom.*). Sed $o = x$ (§.24). Ergo $y = v$ (§.91 *Arth.*). *Quod erat unum.*

Sit ſpeculum HCI curvum, ſive convexum, ſive concavum. Quoniam punctum contactus C eſt in recta AB; reflexio eodem modo fieri debet tum in convexa, tum in concava ſuperficie, ac ſi in plana AB contingeret. Sed ſi a ſpeculo plano AB reflectitur, y & v ſunt æquales *per demonſtr.* Ergo æquales etiam ſunt, ſi reflexio fit in ſpeculo convexo, aut concavo. Quoniam vero recta FC ad tangentem perpendicularis etiam ad curvam normalis cenſetur; FC eſt cathetus obliquationis ſpeculi curvi tum convexi, tum concavi (§. 18). In utroque igitur efficit inclinationem incidentis & reflexi y & v æqualem. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

145. Quoniam perpendicularis ad peripheriam circuli per centrum tranſit (§. 308 *Geom.*); in ſpeculo ſphærico ſive cavo, ſive convexo radius reflexus CE incidenti DC aſſignari poteſt, ſi ducta ex centro L per punctum incidentiæ C recta LCF angulus FCE æqualis fiat ipſi FCD (§ 208 *Geom.*).

THEOREMA 30.

146. *In omni ſpeculo ſphærico catheti incidentiæ* (Vid. Fig. §. 144) DR, *obliquationis* FC *& reflexionis* ES *per centrum* L *tranſeunt.*

DEMONSTRATIO.

Perpendicularis enim ad peripheriam circuli per centrum L tranſit (§. 308 *Geom.*). Sed catheti incidentiæ, obliquationis & reflexionis ſunt ad eam perpendiculares (§. 16. 17. 18). Tranſeunt itaque per centrum L. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

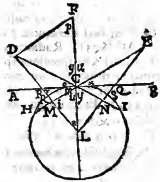
147. Catheti ideo incidentiæ DR, obliquationis FC & reflexionis ES in centro L concurrunt.

THEOREMA 31.

148. *In ſpeculo ſphærico convexo* (Vid. Fig. §. 144) HCI *radius reflexus* EM *concurrit cum catheto incidentiæ* DL, *& radius incidens* DN *cum catheto reflexionis* EL *inter tangentem* AB *& centrum* L.

DEMONSTRATIO.

Catheti incidentiæ, obliquationis & reflexionis ſunt in plano reflexionis (§.39) ideoque in plano, quod in puncto



incidentiæ C ſpeculum tangit (§. 38). Tangens AC cum catheto obliquationis FC rectum efficit (§. 308 *Geom.* & §. 146 *Catoptr.*), reflexus vero EC ſeu CM acutum *v*, ideoque inter tangente n AC & cathetum obliquationis CL cadit. Quare cum cathetus obliquationis CL & cathetus incidentiæ DL in centro L concurrant (§. 147); radius reflexus EM inter tangentem & centrum cathetum incidentiæ DL ſecare debet. Eodem modo oſtenditur, radium incidentem DN inter tangentem & centrum cum catheto reflexionis concurrere debere. *Q. e. d.*

THEOREMA 32.

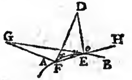
149. *In ſpeculis ſphæricis angulus reflexionis mixtilineus* (Vid. Fig. ut ſup.) ECS *æqualis eſt angulo incidentiæ mixtilineo* DCR.

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta AB arcum HCI tangens in C: erit ACD = ECB (§ 24). concipiamus arcus RC & CS infinite parvos eoſque æquales: erunt triangula PCR & QCS rectilinea æqualiumque arcuum tangentes PC & QC, itemque ſecantes PL & QL æquales (§. 12. 26 *Trigon.*); conſequenter ob RL = SL (§. 40 *Geom.*) PR = QS (§. 91 *Arith.*). Ergo angulus PCR = QCS (§. 204. *Geom.*); conſequenter DCR = ECS (§. 88 *Arith.*). In ſpeculis ideo ſphæricis convexis angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat unum.*

Porro quoniam ACM = BCN (§. 24) & PCR = QCS *per demonſtrata*: erit etiam SCN = RCM (§. 91 *Arith.*). In ſpeculis itaque ſphæricis concavis angulus reflexionis mixtilineus &c. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 33.



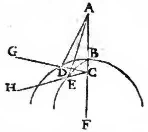
150. *A diverſis ſpeculi convexi ſphærici* AB *punctis* F & E *non reflectuntur in idem punctum* D *radii ab eodem puncto* G *illapſi.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta FEH per puncta F & E; erit DEH > DFH (§. 188 *Geom.*); ideoque multo magis DEB > DFE. Quare cum ſit GEF = DEB (§. 149); erit quoque GEF > DEF (§. 89 *Arith.*). Non abſimili modo oſtenditur, eſſe DFE > GEF: quod cum ſit abſurdum, a ſpeculi ſphærici convexi AB punctis diverſis F & E in idem punctum D radii ab eodem puncto G illapſi reflecti nequeunt. *Q. e. d.*

THEO-

THEOREMA 34.



151. *Si oculi* G *&* H *fuerint in diverſis planis; objecti imago videtur in concurſu catheti incidentiæ* AF *& radii reflexi* GC *vel* HC.

DEMONSTRATIO.

Imago objecti videtur, ubi radii reflexi ad utrumque oculum GC & HC concurrunt (§. 344. 345 *Optic.*). Quoniam vero radii HE & GD a diverſis planis reflectuntur *per hypoth.* Punctum concurſus eſſe debet in communi ſectione planorum. Cum itaque communis ſectio ſit cathetus incidentiæ (§. 147); punctum concurſus eſt in catheto incidentiæ, ideoque imago videtur in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi. *Q.e.d.*

SCHOLION.

152. *Quoniam ordinarie puncta* D *&* E, *a quibus in utrumque oculum vel ejuſdem oculi diverſas pupillæ partes radii* DG *&* EH *reflectuntur, in diverſis planis exiſtunt; ideo tuto aſſumere licet, locum imaginis in ſpeculis ſphæricis convexis eſſe in catheto incidentiæ, ad demonſtranda phænomena eorundem. Hoc ideo principio utentes conſtanter ſupponemus oculos eſſe in diverſis planis reflexionis. Ubi vero eſſe debeat locus imaginis, ſi extraordinarie oculi in eodem plano exiſtunt, deinceps diſquiremus.*

THEOREMA 35.

153. *In ſpeculis ſphæricis convexis una tantum videtur unius puncti imago.*

DEMONSTRATIO.

Imago videtur in concurſu radii reflexi GC & catheti incidentiæ (*Vid. Fig.* §. 151) AC (§. 151). Radiorum vero ab uno puncto A in ſpeculum ſphæricum convexum incidentium nonniſi unus AD ad idem punctum G reflecti poteſt (§. 150). Ergo imago nonniſi unica videtur. *Q.e.d.*

THEOREMA 36.

154. *In ſpeculo ſphærico convexo imago puncti radiantis apparet inter centrum & tangentem.*

DEMONSTRATIO.

Apparet enim in concurſu radii reflexi & catheti incidentiæ (§. 151). Sed radius reflexus cum catheto incidentiæ inter centrum & tangentem concurrit (§. 148). Ergo inter centrum & tangentem imago apparet. *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

155. Catheti ergo AB quantumvis magnæ imago eſt portio radii BC.

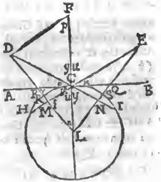
PROBLEMA 16.

156: *Data diſtantia puncti reflexionis a catheto, ſeu arcu* (*Vid. Fig.* 1 *pag. præc.*) CR, *una cum angulo incidentiæ* o *& ſpeculi ſphærici convexi ſemidiametro* CL; *invenire diſtantiam imaginis a centro* LM, *itemque a ſuperficie ſpeculi* MR *& a tangente* MP.

RESOLUTIO.

Ob datum arcum RC angulus MLC datur (§. 57 *Geom.*). Et quia angulus incidentiæ *o* datur, inclinatio quoque incidentis *y* tanquam ejus complementum ad rectum, ideoque inclinatio reflexionis *v* (§. 144), & hinc verticalis *v* (§. 156 *Geom.*) datur. Quare cum etiam

detur



detur radius CL *per hypoth.* invenietur LM (§. 36 *Trigon.*).

Sit e. gr. CL = 6 digitorum, RC = 38°, o = 55°; erit v = 35°, CML = 115°, ideoque

Log. Sin. CML	9.9572757
Log. CL	0.7781513
Log. Sin. MCL	9.7585913
	10.5367426
Log. ML	0.5794669,

cui in tabulis reſpondent 3″ 8‴.

Quodſi ML a radio LR ſubtrahatur, diſtantia imaginis a peripheria MR relinquitur.

E. gr. quia in noſtro exemplo LR = 6″ & LM = 3″ 8‴; erit MR = 2″ 2‴.

Si denique MP deſideretur, ex datis in triangulo PLC ad C rectangulo angulo L & latere CL invenitur PL (§. 36 *Trigon.*), & inde ſubtrahitur ML paulo ante inventa.

E. gr. in noſtro exemplo erit

Log. Sin. P.	9.9375306
Log. CL	0.7781513
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log PL	0.8406207,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 6″ 9‴. Inde ſi ſubducas ML = 3″ 8‴; prodibit MP = 3″ 1‴.

THEOREMA 37.

157. *In ſpeculo ſphærico convexo eſt cathetus incidentiæ* (Vid. Fig. ut ſup.) DL *ad diſtantiam objecti a tangente ad punctum reflexionis* C *ducta* DP, *ut diſtantia imaginis a centro* LM *ad diſtantiam imaginis a tangente* MP.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $o = x$ (§. 24) & $x = m$ (§. 156 *Geom.*); erit etiam $o = m$ (§. 87 *Arith.*), conſequenter DP : PM = DC : CM (§. 269 *Geom.*). Ducatur DF ipſi CM parallela. Erit $v = p$ (§. 233 *Geom.*), ideoque ob $v = y$ (§. 144), $p = y$ (§. 87 *Arith.*), conſequenter DF = DC (§. 253 *Geom.*). Quamobrem cum ſit DF (DC) : MC = DL : ML (§. 268 *Geom.*); erit DL : ML = DP : PM (§. 167 *Arith.*), tandemque DL : DP = ML : PM (§. 173 *Arith.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

158. Quoniam DL > DP (§. 84 *Arith.*), etiam ML > PM, ideoque multo magis ML > RM. Eſt igitur diſtantia imaginis a centro major, diſtantia vero a tangente minor dimidia ſemidiametro, vel quarta diametri parte.

COROLLARIUM 2.

159. Imago igitur tangenti AB quam centro L vicinior.

COROLLARIUM 3.

160. Quia DL : ML = DP : PM (§. 157) & DL > ML (§. 84 *Arith.*), etiam DP > PM. Major ergo eſt objecti, quam imaginis a tangente diſtantia.

COROLLARIUM 4.

161. Unde cum multo magis ſit DR > RM; objectum D a ſpeculo magis diſtat quam imago M.

THEOREMA 38.

162. *In ſpeculo ſphærico convexo diſtantia imaginis* (Vid. Fig. ut ſup.) PM *a tangente* AB *minor eſt diſtantia ejuſdem a puncto reflexionis* C.

DEMON-

DEMONSTRATIO.

Eſt enim $m = x$ (§. 156 *Geom.*) & $o = x$ (§. 24), ideoque $m = o$ (§. 87 *Arith.*). Sed $r > o$ (§. 188 *Geom.*): ergo $r > m$ (§. 89 *Arith.*), conſequenter MC > PM ſeu PM < MC (§. 189 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

163. Multo magis itaque RM diſtantia imaginis a puncto, in quo cathetus incidentiæ ſpeculum ſecat, minor eſt MC diſtantia ejuſdem a puncto reflexionis.

THEOREMA 39.

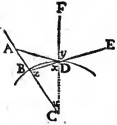
164. *Imago* (Vid. Fig. pag. præc.) M *in ſpeculo convexo ſphærico a centro* L *magis diſtat, quam a puncto reflexionis* C.

DEMONSTRATIO.

Quia ACL rectus (§. 308 *Geom.*), ideoque DCL obtuſus (§. 66 *Geom.*); erit DL > DC (§. 223 *Geom.*). Quare cum ſupra demonſtratum (§. 157), ducta DF ipſi MC parallela eſſe DF = DC, ſitque LM : MC = LD : DF (§. 268 *Geom.*); ob LD *per demonſtrata* > DF = DC (§. 89 *Arith.*), LM > MC. *Q. e. d.*

THEOREMA 40.

165. *Si arcus* BD *inter punctum incidentiæ* D *&* *cathetum* AB, *ſeu angulus* C *ad centrum ſpeculi ſphærici convexi a catheto incidentiæ* AC *& catheto obliquationis* FC *interceptus fuerit duplus anguli incidentiæ; imago* B *erit in ſuperficie ſpeculi.*

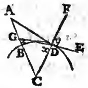


DEMONSTRATIO.

Quoniam $y = x$ (§. 156 *Geom.*) & v duplo angulo incidentiæ, hoc eſt, angulis incidentiæ & reflexionis junctim ſumtis (§. 24) æqualis *per hypoth.* duplus vero angulus y cum duplo reflexionis angulo ſit duobus rectis æqualis (§. 147 *Geom.*) erit $z = x$ (§. 240 *Geom.*). Cum ideo ſit BC = CD (§. 253 *Geom.*); punctum B in ſuperficie ſpeculi exiſtit (§. 471 *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 41.

166. *Si arcus* BD *inter punctum incidentiæ* D *& cathetum* AB *interceptus, ſeu angulus* C *ad centrum ſpeculi ſphærici convexi a catheto incidentiæ* AC *& catheto obliquationis* FC *interceptus, fuerit major duplo anguli incidentiæ; imago* G *erit extra ſpeculum.*



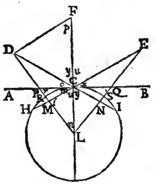
DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus incidentiæ æqualis angulo reflexionis (§. 24), ideoque duplus angulus y cum duplo angulo incidentiæ duobus rectis æqualis (§. 147 *Geom.*); erunt anguli C, x & z ſimul ſumti duplo angulo y ſive x (§. 156 *Geom.*) una cum duplo anguli incidentiæ æquales (§. 240 *Geom.*). Eſt vero angulus C major duplo angulo incidentiæ *per hypoth.* Ergo $x + z$ minor $2x$, conſequenter z minor quam x (§. 92 *Arith.*) ſeu $x > z$. Eſt igitur GC > DC (§. 188 *Geom.*). Cadit ergo punctum G extra ſphæram (§. 471 *Geom.*). *Q. e. d.*

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA 42.



167. *Si arcus* RC *inter punctum incidentiæ* C *& cathetum incidentiæ* DR *interceptus, ſeu angulus* L *ad centrum ſpeculi ſphærici convexi a catheto incidentiæ* DL *& catheto obliquationis* FL *interceptus, fuerit minor duplo anguli incidentiæ; imago* M *intra ſpeculum apparet.*

DEMONSTRATIO.

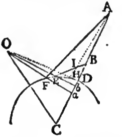
Quoniam anguli o, x, y, & v ſimul (§. 147 *Geom.*), & v, i & n ſimul itidem duobus rectis æquales ſunt (§. 240 *Geom.*); erit $o + x + y + v = v + i + n$ (§. 87 *Arith.*). Sunt vero anguli verticales v æquales (§. 156 *Geom.*) & $x = o$ (§. 24). Ergo $2o + y = i + n$ (§. 91 *Arith.*). Jam vero $n < 2o$ *per hypoth.* Ergo $i > y > v$ (§.144); conſequenter CL > ML (§. 188 *Geom.*). Cadit ergo punctum M intra ſphæram (§. 471 *Geom.*). *Q.e.d.*

SCHOLION.

168. *En itaque regulas, juxta quas diſtinguere ſemper licet, utrum imago intra ſpeculum, an in ſuperficie ejus aut prorſus extra id comparere debeat, quæ in* Catoptrica *hactenus deſiderata fuerunt. Ceterum cum radius reflexus admodum obliquus fit, ſi imago extra ſpeculum apparere debet, ita ut* R.P. Dechales (a) *fateatur, ſe vix unquam objecti imaginem extra ſpeculum ſpectare potuiſſe, ideoque vix quicquam certi ſtatui poſſe concludat; ego jam in Elementis* Catoptricæ Germanicis *tale propoſui experimentum, quo objecti imaginem extra ſphæram eſſe clariſſime agnoſcitur. Filum argenteum nitore ſuo ſe commendans & inſtar normæ inflexum* ABC *ita ſpeculo objeci, ut crus* AB *eſſet ad ejus ſuperficiem valde obliquum. Oculus ex oppoſito conſtitutus contactum imaginis & fili* BA *clariſſime conſpexit, utut filum* BA *ſpeculum non attingeret. Cumque imago & filum unum continuum conſtituant, moto filo movetur filum & imago inſtar unius rectæ.*



THEOREMA 43.



169. *In ſpeculo ſphærico convexo punctum remotius* A *reflectitur a puncto* F *oculo* O *viciniore, quam vicinius quodlibet* B *in eadem catheto incidentiæ* AC *exiſtens.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus enim, ſi fieri poteſt, punctum vicinius B reflecti in oculum O a puncto remotiori ſpeculi H quam punctum remotius catheti A. Quoniam AH ſecat BE in I, punctum I & per radium OH ex H & per radium OE ex E ad oculum O reflectetur. Quod cum ſit abſurdum (§. 150), punctum catheti remotius A a puncto ſpeculi remo-

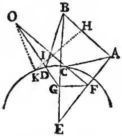
(a) Catoptr. lib. II. prop. 18. f. 602. tom. 3. Mundi Mathematici.

remotiore H in oculum O reflecti nequit. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

170. Quodſi ideo punctum objecti A a puncto ſpeculi F & punctum objecti B a puncto ſpeculi E reflectitur; omnia puncta intermedia inter A & B a punctis ſpeculi intermediis inter F & E reflectentur: eritque ideo FE tota linea reflectens rectam AB.

THEOREMA 44.



171. *Punctum vicinius* B, *quod cum remotiori* H *in eadem catheto non exiſtit*, *a viciniori puncto ſpeculi* D *reflectitur in oculum* O, *quam remotius* H.

DEMONSTRATIO.

Ponamus ſi fieri poteſt, punctum remotius H reflecti a puncto viciniore K quam vicinius B. Quoniam HK ſecat incidentem BD in I; punctum I & a puncto ſpeculi D per radium DO, & a puncto K per radium KO ad idem punctum O reflectetur. Quod cum ſit abſurdum (§. 150); punctum remotius H a puncto viciniore K reflecti nequit. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

172. Quodſi ergo punctum objecti A a puncto ſpeculi C & punctum objecti B a puncto ſpeculi D in idem punctum O reflectuntur; omnia puncta intermedia inter A & B a punctis intermediis inter C & D reflectuntur.

COROLLARIUM 2.

173. Objecti igitur BA imago FG intra cathetos BE & AE continetur.

THEOREMA 45.

174. *In ſpeculo ſphærico convexo punctum vicinius catheti* (Vid. Fig. §. 169) B *majori intervallo a centro* C *diſtare videtur quam remotius* A.

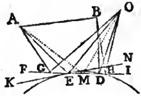
DEMONSTRATIO.

Quoniam punctum remotius A a puncto F catheto oculi OC viciniore, vicinius autem B a remotiore E reflectitur (§. 169); radius reflexus OF centro C vicinior eſt quam OE, ideoque cathetum incidentiæ AC in minori a centro C diſtantia ſecat quam CE. Quare cum quodlibet catheti punctum A vel B videatur in concurſu radii reflexi O*a* vel O*b* cum catheto incidentiæ AC (§. 151): Punctum A in minori diſtantia a centro C videtur quam punctum B. *Q. e. d.*

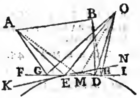
THEOREMA 46.

175. *In ſpeculo ſphærico convexo imago minor eſt objecto.*

DEMONSTRATIO.



Reflectatur punctum A per radium EO & punctum B per radium DO in oculum O a ſpeculo ſphærico convexo. Ducatur per puncta reflexionis E & D recta FI; quæ repræſentet ſpeculum planum. Dico a punctis E & D



ſpeculi plani non poſſe reflecti eadem puncta objecti A & B in oculum. Tangat KN ſpeculum in puncto reflexionis E. Quoniam AEK = OEN (§. 24); AEF < OEN (§. 89 *Arith.*), ideoque multo magis < OED; conſequenter OE non eſt reflexus incidentis AE in ſpeculum planum FI (§. *cit.*). Porro AEF > AMF & OMD > OEM (§. 188 *Geom.*), atque AEF = OEM (§. 24): ergo OEM > AMF (§. 89 *Arith.*), & hinc multo magis OMD > AMF; conſequenter OM non eſt reflexus incidentis A in ſpeculum planum. Punctum itaque G, unde A in O a ſpeculo plano FI reflectitur, cadit extra rectam ED. Quare cum eodem modo oſtendatur, punctum quoque H, unde B in O reflectitur, extra eandem rectam ED cadere; objectum AB in ſpeculo ſphærico ſub minore angulo EOD videtur quam in plano, in quo ſub angulo GOH conſpicitur: unde minus in ſphærico, quam in plano apparere debet (§. 209 *Optic.*); ſed in ſpeculo plano imago objecto æqualis (§. 60). Ergo in convexo eodem minor. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

176. Speculorum ideo convexorum uſus eſt in arte pictoria, ſi imago objecto minor delineanda.

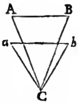
SCHOLION.

177. *Falluntur itaque nonnulli veterum aſſerentes, in ſpeculo ſphærico diebus canicularibus ſub aquis demerſo videri Sirium. Solis enim, non Sirii imago eſt, quæ apparet: nec tantum diebus canicularibus, ſed omni tempore reliquo idem phænomenon ſpectatur.*

THEOREMA 47.

178. *Imago objecti remotioris minor eſt quam vicinioris in ſpeculo convexo ſphærico.*

DEMONSTRATIO.



Sit objectum AB = *ab*, & in C centrum ſpeculi: erunt AC & BC punctorum A & B, *a*C & *b*C punctorum *a* & *b* catheti incidentiæ (§. 16) & angulus ACB < *a*C*b*. Quare cum imago intra cathetos AC & BC contineatur (§. 173) & præterea remotiora a ſpeculo centro C propiora ſpectentur (§. 174); imago remotioris AB minus ſpatium occupat, quam vicinioris *ab*: illa igitur hac minor videtur. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

179. Accedentis itaque ad ſpeculum convexum imago fit major, recedentis vero minor.

THEOREMA 48.

180. *In ſpeculis convexis minoribus imago minor eſt quam in ſpeculis majoribus.*

DEMONSTRATIO.



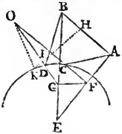
Sit C commune centrum ſpeculorum EF, GH. Quoniam imago in utroque ſpeculo intra cathetos AC & BC continetur (§. 173), & inter centrum atque tangentem apparet (§. 154) in ſpeculo minori EF centro C erit propior quam in ſpeculo GH, ideoque in illo minor, in hoc major *Q. e. d.*

THEO-

THEOREMA 49.

181. *In ſpeculo ſphærico convexo ſiniſtra apparent dextra & dextra ſiniſtra.*

DEMONSTRATIO.

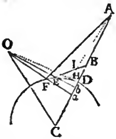


Punctum enim B videtur in catheto BE & punctum A in catheto AE (§.151). Dextra igitur dextris, ſiniſtra ſiniſtris reſpondent. Sed in viſione directa adſpectabilis dextra tuæ ſiniſtræ & ſiniſtra dextræ reſpondent, ideoque in ſpeculo ſiniſtra apparent dextra, dextra vero videntur ſiniſtra. *Q. e. d.*

THEOREMA 50.

182. *Magnitudines ad ſpeculum ſphæricum perpendiculares videntur everſæ.*

DEMONSTRATIO.



Punctum enim a ſpeculo remotius A videtur centro propius in *a* & punctum ſpeculo vicinius B a centro remotius apparet in *b* (§. 174). Extrema igitur B & *b* ſibi mutuo opponuntur, ideoque imago *ab* magnitudinis ad ſpeculum perpendicularis AB everſa apparet. *Q. e. d.*

THEOREMA 51.

183. *Lineæ rectæ ad ſpeculum convexum ſphæricum perpendicularis imago eſt linea recta; lineæ vero ad ſpeculum obliquæ vel eidem parallelæ imago eſt convexa.*

DEMONSTRATIO.

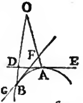
Si linea (*Vid. Fig. §.*182) AB ad ſpeculum perpendicularis; in catheto incidentiæ BC erit (§. 16). Sed quodlibet ejus punctum in catheto videtur (§. 151). Ergo imago ejus *ab* eſt linea recta. *Quod erat unum.*

Si linea (*Vid. Fig. §.*180) AB ad ſpeculum GH vel parallela, vel obliqua; demiſſa ex C perpendiculari CD, erit CB > CD (§.220 *Geom.*) ideoque cum ſit CH = CI (§ 40 *Geom*) BH > DI (§ 92 *Arith*). Punctum igitur B centro C propius videtur quam D (§. 174), conſequenter linea AB convexa apparebit. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 52.

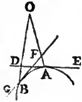
184. *In ſpeculo ſphærico convexo ab eodem oculo nonniſi una unius objecti imago videri poteſt.*

DEMONSTRATIO.

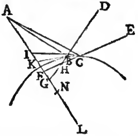


Videat oculus O, ſi fieri poteſt, duas imagines, alteram quidem per radium reflexum OA, alteram per reflexum OB. Ergo idem punctum objecti a di-

verſis ſpeculi punctis B & A reflectetur ad idem punctum O: Quod cum ſit abſurdum (§. 150) imagines ejuſdem objecti plures in ſpeculo convexo ſphærico idem oculus videre nequit. *Q. e. d.*



THEOREMA 53.



185. *Si plures radii reflexi* DB, EC *&c. fuerint in eodem plano; remotior* EC *a catheto incidentiæ cum eadem in majore diſtantia a centro* L *concurrit, vicinior* DB *in minore.*

DEMONSTRATIO.

Concurrat uterque in eodem puncto G, ſi fieri poteſt. Ducantur ad puncta reflexionis B & C tangentes BK & CI: erit AK > AI. Quoniam AL : GL = AK : KG (§. 157 *Catopt.* & §. 173 *Arith.*) ſi radius CE itidem in G cum catheto AL concurrit; erit etiam AL : GL = AI : IG (§§. *cit.*), ideoque AK : KG = AI : IG (§. 167 *Arith.*) hoc eſt AK : AI = KG : IG (§. 173 *Arith.*). Eſt vero AK > AI. Ergo & KG > IG, ſeu pars major toto. *Quod abſurdum.*

Concurrat radius EC, ſi fieri poteſt, infra G in N cum catheto AL. Quoniam AL : GL = AK : KG & AL : LN = AI : IN (§ 157), ſitque GL > NL *per hypoth.* erit AL : GL < AL : LN (§. 205 *Arith.*), & hinc AK : KG < AI : IN (§. 89 *Arith.*). Sed cum ſit AK > AI, erit AK : KG > AI : KG (§. 203 *Arith.*) & ob KG < IN erit AI : KG > AI : IN (§. 205 *Arith.*), conſequenter multo magis AK : KG > AI : IN. Habet igitur AK ad KG & minorem & majorem rationem quam AI ad IN. *Quod denuo abſurdum.*

Quoniam itaque radius EC nec in G, nec infra G cum catheto AL concurrit; ſupra G cum eadem concurrere debet, hoc eſt, in majore a centro diſtantia quam vicinior DB. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

186. Qui ergo punctum A in ſpeculo convexo ſphærico per radium remotiorem EC videt, ei imago in majore a centro diſtantia FL apparet, quam qui idem per radium viciniorem DB cernit (§. 151).

SCHOLION.

187. *Hinc quo magis oculus a catheto incidentiæ verſus dextram aut ſiniſtram recedit, puncto A immoto, eo magis a centro* L *recedit & ad ſuperficiem accedit, imo tandem eandem egreditur imago: quod facile experiri datur.*

THEOREMA 54.

188. *Si duo oculi* (Vid. Fig. §. 185) D *& E fuerint in eodem plano, imago ante cathetum incidentiæ* AL *in* H *apparet.*

DEMONSTRATIO.

Ibi enim videtur, ubi radii EC & DB a ſpeculo in oculum reflexi concurrunt (§. 344. 345 *Optic.*). Sed quia EC cathetum AL in majore a centro diſtantia FL ſecat, DB vero in minore GL (§. 185)), erit radius DG in catheto infra radium EF, cum extra ſpeculum ſupra eundem exiſteret, ideoque DG

& EF

Digitized by Google

& EF ante cathetum ſe neceſſario ſecant in H (§. 50 *Geom.*). Imago igitur in H ante cathetum apparet. *Q. e. d.*

Scholion.

189. *Atque hic eſt caſus ille rarior, de quo non valent, quæ ſuperius demonſtrata ſunt ex loco imaginis in catheto ſuppoſito.*

Problema 17.

190. *Specula convexa ita collocare, ut per multiplicem reflexionem videatur adſpectabile.*

Resolutio.

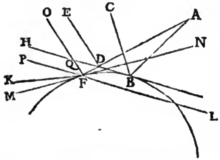
1. Speculis planis quomodocunque diſpoſitis inveniantur puncta reflexionis in ſingulis (§. 100).
2. Specula convexa ita collocentur ut plana tangant in punctis reflexionum & plana removeantur.

Quoniam enim tum perinde a convexis reflectuntur, ac ſi a planis reflecterentur per multiplicem reflexionem in ſpeculis convexis factam adſpectabile videbitur.

Theorema 55.

191. *Radii a ſpeculo ſphærico convexo reflexi magis divergunt, quam ſi a plano reflecterentur.*

Demonstratio.



Incidat ex A radius in B & reflectatur in C. Ducatur tangens HB per B, quæ repræſentat ſpeculum planum, in quo AB eodem modo reflectitur ac in ſphærico. Incidat porro in ſphæricum radius AF, qui ſecabit tangentem in D, ideoque a plano ſpeculo reflecteretur in E via DE (§. 24). Per punctum F ducatur PL ipſi HB parallela & NM tangens ſpeculum ſphæricum in puncto incidentiæ F; ſitque OF radius reflexus ſuper plano PL; erit angulus ADB = EDH (§. 24) = AFL (§. 233 *Geom.*) = OFP (§. 24) = OQH (§. 233 *Geom.*). Quodſi ergo radius AF reflecteretur a plano PL, reflexus OF foret ipſi ED parallelus (§. 255 *Geom.*), ideoque jam magis diſtaret a reflexo priore CB quam reflexus ED. Quoniam vero angulus incidentiæ AFN ſuper tangente MN eſt minor quam ſuper plano PL, nempe AFN < AFL (§. 84 *Arith.*); ſub minori quoque angulo reflectetur (§. 24), ideoque propior erit reflexus KF tangenti MF, quam reflexus OF parallelæ PF. Quare cum MF cadat infra PF (§. 50 *Geom.*); radius quoque KF infra OF cadere debet; conſequenter quia OF a CB jam magis diſtat quam ED, multo magis KF a CB majore intervallo diſtabit quam ED; ideoque radii FK & CB magis divergunt, quam ſi a ſpeculo plano reflecterentur (§. 84 *Geom.*). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

192. Lumen igitur a ſpeculo ſphærico convexo reflexum debilitatur (§. 87 *Optic.*), ideoque reflexi effectus minores ſunt, quam directi (§. 530 *Mechan.*).

Corol-

Corollarium 2.

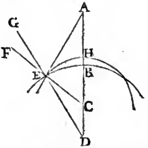
193. Quoniam angulus GAD > CBD (§. 188 *Geom.*); radii magis divergentes AC & AD e propinquiori puncto A radiant, quam minus divergentes BC & BD. Cum igitur radii a ſpeculo convexo ſphærico reflexi fiant magis divergentes (§. 191); punctum reflexum veluti ex loco viciniore radiat, & hinc myopes in ſpeculo convexo diſtinctius videot remota, quam directæ (§. 384 & §. 43 *Optic.*).



Theorema 56.

194. *Radii reflexi a ſphæra minore magis divergunt, quam ſi a majore reflecterentur.*

Demonstratio.

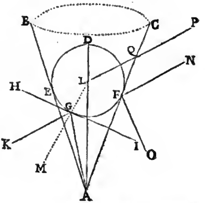


Sit Radius AH ad utrumque ſpeculum perpendicularis, hoc eſt, tranſeat per centra C & D (§. 38 *Anal. infin.*), & in punctum E, quod eſt in utroque ſpeculo, incidat radius AE. Ducantur ex C & D radii DG & CF. Quoniam inclinatio incidentis GEA = GDA + EAD & FEA = FCA + EAD (§. 239 *Geom.*); ſed FCA > GDA (§. 188 *Geom.*): erit quoque FEA > GEA (§. 90 *Arith.*); conſequenter radius AE a ſpeculo ſphærico minore reflexus cadet ultra reflexum a majore (§. 144) & ſic a radio AB magis diverget, quam ſi a majore reflecteretur. *Q. e. d.*

Corollarium.

195. Lumen igitur a ſphæra minore reflexum magis debilitatur, quam ſi a majore reflectitur (§. 87 *Optic.*), ideoque in priori caſu effectus ejus minores ſunt, quam in poſteriore (§. 530 *Mechan.*).

Theorema 57.



196. *A quocunque puncto* G *portionis ſphæræ conſpicuæ* EGF *in oculum* A *reflecti poteſt radius; ſed a nullo puncto portionis inconſpicuæ* EDF.

Demonstratio.

Sit oculus A, & recta AD tranſeat per centrum, rectæ vero AB & AC tangant circulum maximum ſphæræ EDFG in E & F; erit EGF portio ſphæræ conſpicua (§. 246 *Optic.*). Sumatur quodcunque punctum G & ex eo in oculum ducatur recta AG, ſitque circulus DFGE planum reflectens. Ducatur in puncto G tangens HI & ex centro L recta LM, erit MGI angulus rectus (§. 309 *Geom.*), ideoque MGA recto minor, conſequenter acutus (§. 66 *Geom.*). Quamobrem cum MGH ſit itidem rectus (§. 65. 145 *Geom.*);

Geom.); poterit KGM ipſi AGM æqualis fieri, atque ideo radius KG per radium GA reflecti poteſt in oculum A (§. 144). *Quod erat unum.*

Jam inter tangentes AF & AE atque circulum recta duci non poteſt (§. 304 *Geom.*), ideoque recta quæcunque ad punctum contactus ducta FN erit ſupra eandem. Quamobrem ſi cum tangente CF recto minorem facit CFN ipſique æqualis ſit OFA & FN ſumatur pro radio incidente; erit etiam reflexus FO ſuper tangente (§. 24); conſequenter à puncto contactus F nullus in oculum A radius reflecti poteſt. Multo minus igitur reflectetur a portione ſphæræ inconſpicua EDF. *Quod erat alterum.*

Corollarium 1.

197. Quoniam inter tangentem & peripheriam circuli recta nulla duci poteſt (§. 304 *Geom.*), viſibilia vero per lineas rectas radiant (§. 46 *Optic.*); objectum intra conum truncatum BCFE conſtitutum non poteſt radiare niſi in partem ſphæræ inconſpicuam EDF, conſequenter nullus in oculum radius reflecti (§. 196), ideoque nec objectum iſtud videri poteſt (§. 42 *Optic.*).

Corollarium 2.

198. Quamobrem ſi ex centro L ducatur cathetus infinita LP; pars ipſius LQ non videbitur (§. 197), partis vero QP imago partim extra (§. 166), partim intra ſpeculum apparebit (§. 167).

CAPUT IV.

De Speculis Sphæricis Concavis.

Problema 18.

199. *Modulum pro ſpeculis ſphæricis concavis fundendis parare.*

Resolutio.

1. Lutum exſiccatum & in pulverem contritum percribretur, ut arena & ſordes ſeparentur.
2. Pulvis per cribrum trajectus cum aqua commiſceatur, & in pultem redactus per ſecerniculum ſecernatur.
3. Cum hac maſſa ſtercus equinum & pili vitulini conciſi porro commiſceantur, tandiu ſubigenda, donec ſatis tenax deprehendatur. Addi etiam poſt pulvis carbonum vel laterum contritorum percribatus.
4. Ex lapide arenaceo ruditer paretur duplex modulus, alter quidem convexus, alter concavus, & mediante arena madefacta tamdiu cavum ſuper convexo atteratur, donec concavus congruat convexo: ita enim perfectam adipiſceris figuram ſphæricam. Conſultum vero eſt, ut arena per cribrum trajiciatur, ne grana majora cavitates hinc inde cauſentur in ſuperficiebus modulorum.



5. Maſſa ante præparata ope ligni volutorii AB ſuper tabula extendatur, donec eam nanciſcatur craſſitiem, quam ſpeculum habere debet, & extenſa pulvereque lateritio conſperſa, ne adhæreat, modulo

convexo ſuperinducatur, ut ſpeculi figuram induat.

6. Huic exſiccatæ & pinguedine illitæ denuo inducatur operculum ex eadem maſſa: quo ipſo exſiccato

7. Utrumque ſphæræ cavæ ſegmentum, quod ex luto confeciſti, removeatur & rejecto interiore, quod ſpeculi ſpatium replet, modulus lapideus pigmento aliquo ex creta & lacte præparato illinetur; operculum vero denuo imponatur.

8. Tandem commiſſuræ eodem luto, ex quo operculum formatum eſt, obducantur, modulus integer filis ferreis conſtringatur, & foramina duo efformentur, per quorum unum materia ſpeculi fuſa infundi, per alterum vero aer ex moduli cavitate expelli poſſit, ne ſpeculum bullulis vitietur.

SCHOLION.

200. *Moduli tanta cum cura parari debent, ut ſpeculorum figura ſit vere ſphærica.*

PROBLEMA 19.

201. *Speculum metallicum efficere.*

RESOLUTIO.

1. liquentur cupri recentis partes octo; ſtamni Anglicani una, marchaſitæ quinque.
2. Ferro calido materiæ liquatæ nonnihil eximatur: quod ſi frigefactum nimis rubet, plus ſtamni addatur, ſi nimis albicat, aliquid cupri adjiciatur, donec maſſa ſpecularis conveniente gaudeat colore.
3. Tum maſſa modulo per Problema præcedens præparato infundatur, quæ ſpeculi figuram aſſumet.

SCHOLION 1.

202. *Alii 10 partibus cupri admiſcent quatuor ſtamni Anglicani & aliquid antimonii & ſalis ammoniaci, maſſamque tamdiu bacillo agitant, quamdiu fumus exhalat, ab ore & naribus arcendus, quia venenoſus. Alii aliis mixturis utuntur, quales complures deſcribunt* Schottus (a) & Zahnius (b).

SCHOLION 2.

203. *Specula hæc metallica vocari ſolent chalybea, quia probe polita chalybis politi colorem amulantur. Poſſe vero etiam ex chalybe parari, ex ſuperioribus conſtat* (§. 89).

PROBLEMA 20.

204. *Specula metallica polire.*

RESOLUTIO.

1. Speculum fuſum capulo ligneo pice agglutinetur &
2. Super modulo lapideo (§. 199) mediante aqua atque arena, & ubi extritum fuerit, ſine arena atterratur, donec fuerit ad lævigandum aptum.
3. Lapideus modulus exſiccatus aut alter æqualis charta veſtiatur, pulvere tripolitano & calce ſtamni illinenda.
4. Super hac ſpeculum tamdiu teratur, donec ſplendore exquiſito undiquaque refulgeat.

COROLLARIUM.

205. Non abſimili modo ſpecula vitrea poliuntur, niſi quod ſuperficies convexa in modulo concavo expolienda.

SCHOLION.

206. *Si ſpecula fuerint majora, ſuper tabula firmata primum lapide arenoſo, deinde pumice, inde arena ſubtili mediante vitro, quod capulo ligneo agglutinatum, teruntur, tandem calce ſtamni & pulvere tripolitano corio madido inſperſo poliantur.*

PROBLEMA 21.

207. *Speculum vitreum concavum terminare.*

RESO-

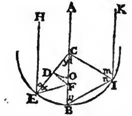
(a) Magiæ Catoptr. Part. 1 Lib. 6. Progm. 4. pag. 466. & seqq.

(b) In Oculo Artific. Fundam. 3. Synt. 3 Cap. 10. §. 9. Prax. 1. fol. m. 631. & ſeqq.

RESOLUTIO.

1. Paretur modulus concavus ex gypſo, cujus ſuperficiei concavæ convexa ſpeculi congruit.
2. Reliqua fiant ut in Probl.3 (§.49).

THEOREMA 58.



208. *Si inclinatio radii* KI *in ſpeculum ſphæricum cavum* EI *incidentis & axi* AB *paralleli fuerit* 60 *graduum; radius reflexus* IB *cum axe* AB *in ipſo ſpeculi polo* B *concurrit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam $m = 60°$ *per hypoth.* erit etiam $n = 60°$ (§. 144), & quia KI axi AB parallela *per hypoth.* etiam $i = 60°$ (§. 233 *Geom.*); conſequenter $v = 60°$ (§. 240 *Geom.*) atque hinc CB radio CI æqualis (§. 254 *Geom.*). Punctum igitur B, in quo radius reflexus IB cum axe concurrit, eſt in ipſa ſuperficie ſpeculi (§ 356 *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 59.

209. *Si radii* HE *in ſpeculum concavum ſphæricum* (Vid. Fig. §.208) EI *incidentis & axi* AB *paralleli inclinatio fuerit* 60 *gradibus minor; reflexus* EF *cum axe* AB *concurrit ad diſtantiam* BF *quarta diametri parte minorem.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam $o = x$ (§. 144) & ob parallelismum rectarum HE & AB, $o = y$ (§. 233 *Geom.*); erit etiam $x = y$ (§.87 *Arith.*) & hinc FE = FC (§.253 *Geom.*). Eſt vero CF + EF > EC (§.190 *Geom.*) & CE = CB (§. 40 *Geom.*): ergo CF + FE > CB (§. 89 *Arith.*), conſequenter CF > BF (§. 92 *Arith.*), hoc eſt, FB minor eſt dimidia radii CB aut quarta diametri parte. *Q. e. d.*

THEOREMA 60.

210. *Diſtantia* (Vid.Fig.§.208) FC *puncti* F, *ubi radius* HE *in ſpeculum ſphæricum cavum* EI *incidens & axi* AB *parallelus cum eodem concurrit, a centro* C *eſt ad dimidium radium* CD, *in ratione ſinus totius ad coſinum inclinationis.*

DEMONSTRATIO.

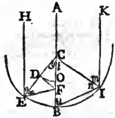
Ex demonſtratione Theorematis præcedentis patet, eſſe FE = FC. Quare ſi ex F demittatur perpendicularis FD; erit DC = $\frac{1}{2}$CE (§ 184 *Geom.*). Quodſi vero CF ſumatur pro ſinu toto, erit CD ſinus anguli DFC (§.2 *Trigon.*) ſeu coſinus anguli DCF (§. 11 *Trig.*), hoc eſt, inclinationis DEH (§.233 *Geom.*). Eſt itaque CF ad CD, ut ſinus totus ad coſinum inclinationis. *Q. e. d.*

PROBLEMA 22.

211. *Determinare rationem, quam habet portio axis, cum quo radii paralleli a toto ſpeculo ſphærico concavo reflexi concurrunt, ad radium.*

RESOLUTIO.

1. Coſinus inclinationis radii extimi ſubtrahatur a ſinu toto; relinquetur (*Vid. Fig.* § 208) OF differentia inter dimidium radium & puncti F, ubi radius extimus cum axe unitur, a centro C diſtantiam (§. 210).



2. Quodſi ergo per OF duplum coſinus iſtius, hoc eſt, EC (*§. cit.*) dividas; quotus exprimit, quanta radii pars ſit OF.

Quare cum portio axis, cum qua radii paralleli ſub inclinatione 60 gradibus minore concurrunt, ſit eidem propemodum æqualis (§. 209); ratio ejus ad radium eſt ut unitas ad quotum inventum.

E. gr. Sit inclinatio trium graduum: erit

$$\begin{array}{rl} CF = & 10000000 \\ CD = & 9986295 \\ \hline OF = & 13705 \\ CE = & 19972590\,(1457 \\ & 13705 \\ \hline & 62675 \\ & 54820 \\ \hline & 78559 \\ & 68525 \\ \hline & 100340 \\ & 95935 \\ \hline & 4405 \end{array}$$

Nempe OF eſt $\frac{1}{1457}$ radii. In ſpeculo itaque ſphærico concavo, cujus latitudo 6 gradus ſubtendit, radii paralleli poſt reflexionem uniuntur cum portione axis, quæ parte milleſima quadringenteſima quinquageſima ſeptima minor exiſtit. Eodem modo reperitur, ſi inclinatio fuerit 6, 9, 12, 15, 18 graduum; eſſe OF $\frac{1}{367}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{92}$, $\frac{1}{59}$, $\frac{1}{76}$ radii, hoc eſt, portionem axis, cum quo radii paralleli a ſpeculo ſphærico cavo reflexi concurrunt, eſſe minorem $\frac{1}{367}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{92}$, $\frac{1}{59}$, $\frac{1}{76}$, ſi latitudo ſpeculi ſubtendat arcum 12, 18, 24, 30, 36, graduum.

Corollarium 1.

212. Quoniam itaque radii per totam ſpeculi ſuperficiem diſperſi in anguſtum admodum ſpatium poſt reflexionem coarctantur; lumen radiorum parallelorum per reflexionem a ſpeculo ſphærico concavo valde intenditur (§. 89 *Optic.*), nempe in ratione duplicata latitudinis ſpeculi & diametri circuli, in quo radii omnes uniti continentur (§. 409 *Geom.*).

Corollarium 2.

213. Cum radii Solares ſint paralleli (§. 93 *Optic.*); eorum vires per reflexionem a ſpeculo concavo ſphærico valde intenduntur (§. 209), ideoque non mirum, quod lignum aliaque inflammabilia accendant & liquabilia liquefaciant.

Scholion 1.

214. Specula *concava ſphærica inde* Cauſtica *ſeu* Uſtoria *appellari ſolent: locus autem in quo incendium excitatur*, Focus *dicitur. Apparet autem errafſe* Euclidem *& cum eo Veteres in univerſum, dum focum in centro eſſe crediderę.*

Corollarium 3.

215. Quoniam focus ibi eſt, ubi radii arctiſſime uniuntur; ſi majoris fuerit ſphæræ ſegmentum, latitudo arcum 18 gradibus haud majorem ſubtendere debet; ſi vero fuerit ſphæræ minoris ſegmentum, ad ſummum arcum 30 graduum.

Scholion 2.

216. Kircherus *ſane* (a) *ſpecula cauſtica omnium optima deprehendit, quorum latitudo arcum 18 gradibus haud majorem ſubtendit, experientia ideo demonſtrationi conveniente.*

Corollarium 4.

217. Quia ſuperficies ſpeculi, quod majoris ſphæræ ſegmentum eſt, plures radios excipit, quam quod minoris exiſtit, ſi utriuſque latitudo arcum 18 graduum ſubtendat, vel etiam aliquanto majorem, vel minorem, ſed æqualem tamen; effectus quoque ſpeculorum majorum majores ſunt, quam minorum.

Corollarium 5.

218. Quia focus intra quartam & quintam diametri partem continetur (§. 209. 211); ſpecula, quæ ſunt majoris ſphæræ ſegmenta, ad majorem diſtantiam urunt, quam quæ ſunt ſegmenta minoris.

Corollarium 6.

219. Quoniam denique uſtio a radiorum unione (§. 212. 213), unio radiorum a figura concava ſphærica pendet (§. 209); mirum ſane non eſt, quod etiam ſpecula lignea deaurata & quæ ex gypſo

(a) In Arte magna lucis & umbræ, Lib. X. Part. 3. Cap. 1. Prob. 2.

gypſo parantur atque auro obducuntur, imo etiam ex charta confecta & ſtramine obducta erant.

SCHOLION 3.

220. *Apud Veteres celebrantur ſpecula* Archimedis *atque* Procli: *quorum ille naves Romanorum, duce* Marcello *Syracuſas obſidentium*, Zonara (a), Tzetze (b) & Galeno (c) *aliiſque antiquioribus, quos* Tzetzes *citat, Autoribus; hic vero, referente denuo* Zonara (d) *claſſem* Vitaliani *Byzantium obſidentis ſpeculo cauſtico incendit. Enimvero cum diſtantia foci in ſpeculo ſphærico concavo quartam diametri partem non excedat*, Archimedeum *autem ad diſtantiam* 30 *paſſuum* (*re ab* Athanaſio Kirchero *Syracuſas tranſeunte examinata*) *vim ſuam uſtoriam extendere debuerit* (e), *& latitudo foci perquam exigua exiſtat; ſpeculo cauſtico præſtari nequit, quod* Archimedes *atque* Proclus *feciſſe perhibentur. Quoniam vero nec difficultate carent, quæ de reflexione radiorum Solarium a pluribus ſpeculis planis in eundem locum factis ſuſpicatur* Kirchrus, *aut alii de ſpeculis parabolicis prodiderunt; ideo plurimis inter commenta referenda videntur, quæ Veteres incerta fama deluſi de ſpeculis* Archimedis *atque* Procli *commemorant.*

SCHOLION 4.

221. *Inter ſpecula recentiora eminent* Septalianum, Villetanum *&* Tshirnhuſianum. *Nimirum* Manfredus Septala, *Canonicus Mediolanenſis, teſte* Schoto (f), *ſpeculo parabolico ad* 15 *ac* 16 *fere paſſuum diſtantiam aſſeres combuſſit.* Villetti, *artificis Lugdunenſis Galli, ſpeculum unum a* Tavernierio *emtum & Regi Perſarum oblatum eſt; ſecundum ſuis ſumtibus ſibi comparavit Rex Daniæ; tertium denique munificentia Regis Galliarum dignum fuit judicatum. Eorum effectus prædicantur ſequentes* (g): *Lignum viride in momento ignem concepit; minutia ferri ex lebete reſoluta liquefacta deſtillavit* 40 *minutorum ſecundorum ſpatio; nummus* 15 *ſolidorum Gallicorum perforatus eſt* 24 *ſecundis; calculus orichalceus perforatus eſt* $\frac{6}{10}$ *ſecundi; fruſtum laterculi quadrati ex camera vitrificatum eſt in guttam vitri* 45 *ſecundis; chalybs perforata eſt* $\frac{9}{15}$ *unius ſecundi; lapis mineralis, qui ſclopetis ad excitandum ignem affigitur, vitrificatus eſt minuto uno; fruſtum camenti vitrificatum eſt* 52 *ſecundis. Latitudo ſpeculi ejuſmodi effectibus nobilitati erat* 30 *digitorum, latitudo foci ſemiaureum Ludovici adæquabat, tres circiter pedes a centro diſtantis.* *Denique de* Tshirnhuſiano, *quod omnibus palmam præripit, ſequentia annotantur in* Actis Eruditorum, *quæ* Lipſiæ *publicantur* (h): „ 1. Admotum
„ foco ſpeculi lignum momento flammam conci-
„ pit, quam ne ventus quidem valentior facile
„ extinguat. 2. Aqua intra vaſculum figulinum
„ ei applicatum extemplo efferveſcit, ut ova in-
„ jecta ſtatim fiant edulia: retento ibidem pa-
„ rumper vaſculo, aqua omnis evaporat. 3.
„ Maſſa ſtamni plumbive, tres polices craſſa,
„ ſimul ac foco admovetur, guttatim liqueſce-
„ re, pauloque ibi detenta continuo fluere inci-
„ pit, donec ſpatio 2 aut 3 minutorum plane
„ perterebretur. 4. Lamina ferrea aut chalybea
„ foco admota, in averſa a ſpeculo ſuperficie,
„ qua parte focum contingit, illico candeſcere
„ conſpicitur, pauloque poſt in foramina de-
„ hiſcit: quorum tria intra ſex minuta horaria
„ laminæ inuſta. Nec minus 5. cuprum, argen-
„ tum &c. foco admota colliqueſcunt, e. gr. un-
„ ciali Saxonico idem, quod laminæ ſupra me-
„ moratæ contingit. 6. Quæ liquefactioni obno-
„ xia non ſunt, ut lapides, lateres &c. brevi
„ inſtar ferri igniti candeſcunt. 7. Ardoſia e ve-
„ ſtigio candeſcit & intra pauca minuta in vi-
„ trum nigrum non inelegans transmutatur:
„ cujus ſi pars aliqua candeſcens forcipula pre-
„ henſa detrahatur, in fila vitrea ſimul diduci-
„ tur. 8. Tegulæ, intenſiſſimum ignis æſtum
„ alias perpeſſæ, exigui temporis lapſu in vi-
„ trum flavum deliqueſcunt: quemadmodum &
„ 9. teſtæ ex ollis non ſolum probe percoctis,
„ ſed multo etiam ignis admoti uſu duratis, in
„ vitrum nigroflavum. 10. Pumex montium,
„ ut vocant in officinis, ignivomorum uſtus falſei
„ hoc igne in vitrum candidum & pellucidum
„ funditur. 11. Crucibuli ſolidiſſimi pars foco
„ expoſita intra 8 minuta in vitrum conflata eſt.
„ 12. Oſſa in vitrum aliquod opacum & gleba ex
„ terra exciſa in flavum aut ſubinde nigrum mu-
„ tata „. *Latitudo ſpeculi erat trium fere ulna-*
„ *rum Lipſienſium: & ex lamina cuprea conſtabat*
„ *vix duplo craſſiori dorſo cultri communis. Focus duabus ulnis a ſpeculo diſtabat. Ad ſpeculorum* Tſchirnhuſianorum *imitationem artifex quidam inſignis* Gærtnerus Dreſdæ *ſpecula cauſtica majora ex ligno confecit, quæ non minores produxerunt effectus non ſine multorum admiratione.*

SCHOLION 5.

222. Zacharias Traberus (i) *docet, quomodo ex auro ſtrepero ſpecula cauſtica confici queant. Scilicet a tornatore fieri debet ſpeculum ligneum concavum & pice cerata æqualiſſime tingi, aurum denique in quadrata duorum digitorum vel trium ſciſſum per fruſtra agglutinandum, adhibitis ſi opus fuerit*

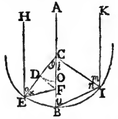
(a) Annal. Tom. II. pag. 83.
(b) Variarum Hiſtoriarum Chiliad. 2. Hiſt. 35. pag. 22.
(c) De temper. mentis Lib. III Cap. 2.
(d) Annal. Tom. III. pag. 45.
(e) Vid. Schottus in Magia univerſ. Part. 1 Lib. VII Syntagm. 5. §. 3. pag. 417.
(f) In Magia Univerſ. Part. 1 Lib. VII. §. 6. pag. 418.
(g) In Tranſ. Anglic. n. 6 pag. 95 & in Diario Litteratorum Pariſino Ann. 1679. Menſ. Decemb. pag. 322.
(h) Ann. 1687. Menſ. Januar. pag. 52.
(i) In Nervo Optic. Lib. II. Cap. 12. Prop. 5. Cor. 1. fol. 127.

fuerit carbonibus. Imo (a) *ſpecula majora fieri poſſe notat ex cavorum ſpeculorum aut vitri quadratis f[illegible]is 30, aut 40 vel pluribus, in ſcutella tornata lignea decenter connectendis, eorumque effectum non multo minorem eſſe, quam ſi ſuperficies continua eſſet.*

SCHOLION 6.

223. *Speculum ex charta duriori & ſtramine eidem agglutinato ann.* 1699 *Viennæ confecit* Neumannus *quidam ingeniarius, quo omnia metalla in fluorem reduxit,* Zahnio *referente* (b).

THEOREMA 61.



224. *Si lumen conſtitutum ſit in foco* F *ſpeculi ſphærici concavi* EI, *radii poſt reflexionem ſunt paralleli.*

DEMONSTRATIO.

Radii enim paralleli per reflexionem in foco uniuntur (§. 209). Sed ſi lumen ſit in foco F, qui ante erat radius reflexus EF nunc erit incidens, & qui ante incidens erat, nunc fiet reflexus EH. Erit itaque reflexus EH axi AB, hoc eſt, omnes reflexi erunt inter ſe paralleli (§. 232 *Geom.*). *Q.e.d.*

COROLLARIUM 1.

225. Lumen igitur intenſum ad inſignem diſtantiam projicitur candela accenſa in foco ſpeculi concavi conſtituta (§. 86 *Optic.*), non tamen ad infinitam (§. 92 *Optic.*).

COROLLARIUM 2.

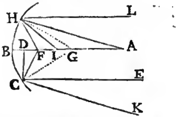
226. Quodſi ergo radii paralleli alio ſpeculo concavo denuo excipiantur; in foco poſt reflexionem iterum concurrent atque urent.

(a) Loc. cit. Cor. 2. fol. [illegible].
(b) In oculo Artific. Fundam. 3. Syntagm. 3. Cap. 10. fol. m. 634.

SCHOLION.

227. *Experimento id comprobatum Viennæ teſte* Zahnio (c), *ope duorum ſpeculorum concavorum ex lamina oricalcea confectorum. Majus erat* 6, *minus* 3 *pedum, diſtantia eorundem* 20 *vel* 24 *pedum. In foco majoris conſtituti erant carbones candentes, in foco minoris ignitabulum cum filo ſulphureo candelæ circa apicem circumligatum. Radii carbonum reflexi candelam accendebant.*

THEOREMA 62.



228. *Si lucidum intra focum* F *& ſpeculum* CH *conſtituitur in* D; *radii poſt reflexionem ab axe* BA *divergunt.*

DEMONSTRATIO.

Si lucidum eſſet in F, radius reflexus CE foret axi BA parallelus (§. 224), ideoque eandem ab axe conſtanter diſtantiam ſervaret (§. 81 *Geom.*). Quoniam vero DCG > FCG; erit etiam KCG > ECG (§. 144), ideoque CK ultra CE cadit, conſequenter axi parallela eſſe nequit (§. 260 *Geom.*); cumque ultra parallelam cadentis diſtantia ab axe continuo augeri debeat (§. 81 *Geom.*), ab axe AB divergit (§. 84 *Geom.*). *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

229. Lumen itaque per reflexionem debilitatur (§. 87 *Optic.*).

THEOREMA 63.

230. *Si lucidum inter focum* (Vid. Fig. §. 228) F *& centrum* G *conſtituitur in*

(c) Loc. cit. Syntagm. 5. Cap. 6. Artif. pag. 753.

Digitized by Google

in I; *radii poſt reflexionem cum axe concurrunt ultra centrum.*

DEMONSTRATIO.

Si lucidum eſſet in foco F, radius reflexus HL foret cum axe BA parallelus (§. 224), ideoque ab eo eandem conſtanter diſtantiam ſervaret (§. 81 *Geom.*). Quoniam vero IHG < FHG; erit etiam GHA < GHL (§. 144), ideoque reflexus HA a parallela verſus axem recedit; conſequenter cum eidem parallelus eſſe nequeat (§. 260 *Geom.*) ſed potius a parallela HL recedentis diſtantia ab axe continuo imminui debeat (§. 81 *Geom.*), cum axe AB convergit, tandemque concurrere debet (§. 89 *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

231. Quodſi lucidum ponatur in A, qui ante erat radius reflexus AH, nunc fiet incidens; ideoque qui ante erat incidens IH nunc fiet reflexus (§. 144) Si ergo lucidum ultra centrum G conſtituitur; radii poſt reflexionem cum axe inter focum F & centrum G concurrunt.

COROLLARIUM 2.

232. Hinc ſi candela ponatur in I, ejus imago appa et in A. ſi vero candela accenſa conſtituatur in A, imago ejus apparet in I; in punctis vero inter I & A ſectio luminis eſt circulus, tanto quidem major, quo puncto concurſus viciuior.

THEOREMA 64.

233. *Si corpus luminoſum in centro ſpeculi ſphærici concavi ponatur; radii omnes reflectuntur in ſeipſos.*

DEMONSTRATIO.

Incidunt enim in ſpeculum perpendiculares (§. 38 *Analyſ. infinit.*), ideoque in ſeipſos reflectuntur (§. 25). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

234. Hinc ſi oculus in centro ſpeculi ponitur, ſeipſum confuſe videt per totum ſpeculum.

THEOREMA 65.

235. *In ſpeculo ſphærico concavo oculus ſeipſum non videt niſi per diametrum.*

DEMONSTRATIO.

Oculus ſeipſum videre nequit niſi per radium, qui in ſeipſum reflectitur. Quamobrem cum radii perpendiculares tantum in ſeipſos reflectantur (§. 25), ad ſpeculum autem perpendiculares ſint diametri (§. 38 *Analyſ. infinit.*); oculus ſeipſum non videt niſi per diametrum. *Q. e. d.*

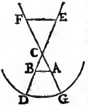
THEOREMA 66.

236. *Si duo oculi ad diverſæ ejuſdem pupillæ partes fuerint in diverſis planis reflexionis; objecti imago videtur plerumque in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi: aliquando tamen extra cathetum apparet, ſi nempe oculus ſpeculo valde vicinius & objectum ultra centrum ab eodem removetur.*

DEMONSTRATIO.

Imago objecti videtur, ubi radii reflexi ad utrumque oculum vel diverſas pupillæ ejuſdem oculi partes concurrunt (§. 344 *Optic.*). Quoniam vero iidem a diverſis planis reflectuntur per *hypoth.* punctum concurſus eſſe debet in communi ſectione planorum. Cum itaque communis ſectio ſit cathetus incidentiæ (§. 146), ſi radii reflexi concurrunt, punctum concurſus eſt in catheto incidentiæ, conſequenter ima-

imago videtur in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi. *Quod erat unum.*



Si objectum FE ultra centrum C a ſpeculo removetur, catheti incidentiæ FG & ED ab extremis punctis F & E ductæ ſe mutuo in centro C interſecant (§. 146), ideoque poſt interſectionem cathetus puncti ſuperioris F deorſum, cathetus vero inferioris E ſurſum tendit; conſequenter ſi objecti imago poſt ſpeculum apparet, atque in concurſu catheti incidentiæ & radii reflexi videtur, inverſa apparere debet. Enimvero ſi oculus prope ſpeculum fuerit conſtitutus, experientia teſte imago poſt ipſum ſitu erecto conſpicitur; videtur ergo in hoc caſu extra cathetum. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

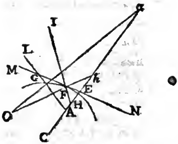
237. Si objectum in foco fuerit collocatum, radii poſt reflexionem fiunt paralleli tum inter ſe, tum axi (§. 224). Cum ideo nec inter ſe, nec cum axe ſeu catheto incidentiæ concurrant; in ſpeculo objectum hoc in caſu videri nequit.

SCHOLION.

238. *Non difficultate caret doctrina de loco imaginis in ſpeculis ſphæricis non minus convexis, quam concavis. Quoniam enim diverſa plana reflexionis in plano eodem commode delineari nequeunt; neque facile demonſtrari poteſt, ubinam radii ab eodem puncto in ſpeculum illapſi & ad diverſas pupillæ partes reflexi concurrant. Unde quod pleriſque phænomenis ſatisfacit aſſumitur, imaginem nempe eſſe in concurſu catheti incidentiæ radii reflexi.*

THEOREMA 67.

239. *Si radius ex puncto catheti*



h incidens in ſpeculum convexum hF *&* *reflexus* IF *intra ſpeculum continuentur; erit* FH *incidens ex puncto catheti* H *in concavum &* FO *reflexus ejuſdem.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim *b*FE = IFM (§. 24). Sed *b*FE = MFO & IFM = EFH (§. 156 *Geom.*). Ergo MFO = EFH (§. 87 *Arith.*). Quodſi itaque HF ſumatur pro incidente ex puncto H; erit FO reflexus (§. 24). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

240. Quoniam punctum catheti H eſt imago puncti *b* in ſpeculo convexo (§. 151); punctum vero *b* imago puncti H in concavo (§. 236. & 239): ſi imago objecti a ſpeculo convexo reflexi videretur per reflexionem in concavitate factam, inſtar objecti ipſius cerneretur.

COROLLARIUM 2.

241. Cum catheti infinitæ imago in ſpeculo convexo ſit quarta diametri parte minor (§. 155. 158); catheti quarta parte diametri minor portio in ſpeculo concavo quantumvis magna apparere poteſt.

COROLLARIUM 3.

242. Punctum igitur intervallo minore quarta diametri parte a ſpeculo concavo remotum intervallo quantumvis magno poſt ſpeculum apparere debet.

SCHOLION 1.

243. *Videntur equidem hæc experientiæ contraria: quoniam ſenſuum judicio imago in ſpeculo plano longius abſtat, quam in concavo; in plano autem tanto intervallo poſt ſpeculum apparet, quanto objectum*

jectum ab eodem removetur (§. 58). *Enimvero majorem eſſe in concavo, quam in plano diſtantiam, clariſſime apparet in ſpeculis vitreis, quorum exterior ſuperficies plana, interior vero concava. Parantur ſcilicet ex vitris plano-convexis in convexitate terminatis. Quod ſi intra focum & ſpeculum candelam ſtatuas accenſam, videbis in ſpeculo duplicem imaginem, alteram clariorem & majorem, quæ a ſuperficie concava reflectitur, alteram vero obſcuriorem & minorem, quæ a ſuperficie plana reflectitur. Illa vero majori intervallo poſt ſpeculum quam hæc diſtat. Unde jucundum exhiberi poteſt ſpectaculum ligni in ſpeculo ardentis, quod tamen extra ſpeculum non ardet. Nimirum ſi inter candelam accenſam & ſpeculum collocetur ligni fruſtum longius, quam latius; ut ſit in catheto flamma; ligni tantum imago unica cernitur, utpote objecti obſcurioris, quæ a ſpeculo concavo reflectitur, ideoque per flammam priorem tranſit, quæ quaſi ex eo erumpere videtur, ut ideo lignum in ſpeculo continuo ardeat, nec tamen comburatur. Quod vero imago exiguo admodum intervallo poſt ſpeculum diſtare videtur, ratio hæc eſt quia major eſt objecto nec plura objecta eidem contigua una exhibentur. Cum ideo ex objectis interpoſitis de diſtantia judicium fieri nequeat & magna atque diſtincta videntur vicina* (210. 314 Optic.) *; non mirum, quod exigua admodum imaginis a ſpeculo diſtantia credatur. Illico tamen magna apparebit, ſi ſtylum quendam longiorem, quarta tamen diametri parte minorem, inter objectum & ſpeculum ſtatuas, qui ſit in catheto aliqua.*

COROLLARIUM 4.

244. Quoniam imago objecti quantumvis latæ in ſpeculo convexo inter duas cathetos incidentiæ punctorum extremorum continetur (§ 236); ſi objectum inter duas cathetos in diſtantia minore diametri parte quarta ſtatuatur, latitudo imaginis quantumvis magna apparere poteſt (§. 241).

COROLLARIUM 5.

245. Cum itaque objecti inter duas cathetos in diſtantia minore diametri parte quarta collocati imago & latitudinem, & altitudinem juſta majorem, imo quantumvis magnam habere poſſit (§. 241. 244); objecta inter focum & ſpeculum collocata monſtroſæ magnitudinis in ſpeculis concavis apparere debent.

SCHOLION 2.

246. *Nimirum quanto minor eſt imago objecti in ſpeculo convexo, tanto major eſſe debet in concavo* (§. 240).

COROLLARIUM 6.

247. In ſpeculo convexo imago objecti remotioris centro propior eſt quam vicinioris (§. 174). Ergo in concavo imago objecti a ſpeculo remotioris majori intervallo diſtat quam vicinioris, modo diſtantia objecti a centro ſit quarta diametri parte minor.

COROLLARIUM 7.

248. In ſpeculo convexo imago objecti remotioris minor eſt quam vicinioris (§. 178): ergo in concavo imago objecti inter focum & ſpeculum conſtituti major eſt, ſi foco quam ſpeculo propius.

COROLLARIUM 8.

249. Recedentis igitur a ſpeculo concavo imago continuo ſit major, modo ultra focum non recedatur, in quo confuſa evadit (§. 237): accedentis vero imago ſit minor.

COROLLARIUM 9.

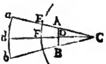
250. In ſpeculo convexo, quod eſt minoris ſphæræ ſegmentum, imago eſt minor quam in alio, quod majoris ſphæræ ſegmentum exiſtit (§. 180). Ergo in concavo, quod eſt minoris ſphæræ ſegmentum, imago major eſt quam in alio, quod majoris ſphæræ ſegmentum exiſtit: unde ſpecula concava ſphæræ minimæ ſegmenta microſcopii vicem præſtant.

SCHOLION 3.

251. *En magnum propoſitionum numerum inſtar Corollariorum faciliime deductorum: ad quas demonſtrandas multo alias apparatu utuntur ſcriptores Catoptricæ.*

THEOREMA 68.

252. *Si objectum* AB *inter focum & ſpeculum fuerit conſtitutum, imago ab poſt ſpeculum apparet ſitu erecto; ſiniſtra apparent dextra & dextra ſiniſtra.*



DEMONSTRATIO.

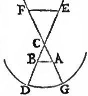
Sit AB longitudo objecti. Quoniam punctum A videtur in catheto C*a* & punctum B in catheto C*b* (§. 236); punctum ſuperius videtur in loco ſuperiori *a*, inferius in inferiori *b*, hoc eſt, objectum ſitu erecto poſt ſpeculum apparet. *Quod erat unum.*

Quod ſi AB concipiatur latitudo objecti; eodem modo patet, dextra dextris

ris ſiniſtra ſiniſtris reſpondere. Sed in viſione directa dextra objecti tuæ ſiniſtræ & illius ſiniſtra tuæ dextræ reſpondent, ideoque in ſpeculo concavo objecti inter focum & ſpeculum poſiti ſiniſtra apparent dextra, dextra vero videntur ſiniſtra. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 69.

253. *Si objectum* AB *inter focum & centrum conſtituatur; imago ejus* EF *ſitu inverſo apparet ultra centrum in libero aere, oculo ultra centrum remoto.*



DEMONSTRATIO.

Radii enim, per quos punctum A reflectitur, in catheto GF ultra centrum C in F, & qui punctum B reflectunt, in catheto DE ultra centrum C in E concurrunt (§. 231). Punctum igitur B veluti ex E & punctum A veluti ex F in oculum ultra EF conſtitutum radiat: conſequenter punctum B in E & punctum A in F, ideoque imago objecti ultra centrum ſitu inverſo videtur (§. 347 *Optic.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 70.



254. *Puncti* M *inter centrum* G *& focum* F *ſpeculi concavi poſiti & foco propioris quam centro imago videtur a ſpeculo remotior, quam puncti* I *centro* G *propioris, quam foco* F.

DEMONSTRATIO.

Radii MH & IH reflexi a puncto H cum catheto concurrunt ultra centrum (§. 231). Sed quoniam MHG > IHG & MHG = GHA, itemque IGH = GHN (§. 144); erit GHA > GHN (§. 89 *Arith.*), conſequenter radius HA, qui punctum M foco F propius reflectit, cum catheto in majore a centro diſtantia GA concurrit, quam qui punctum centro G propius I reflectit. Videtur ideo punctum M in majore a centro diſtantia, nempe in A, punctum vero I in minore, ſcilicet in N (§. 348 *Optic.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 71.

255. *Si objectum* (Vid. Fig. §. 253) EF *ultra centrum* C *fuerit conſtitutum, oculo itidem ultra centrum collocato imago apparebit in libero aere inter centrum & focum ſitu inverſo.*

DEMONSTRATIO.

Radii enim a puncto E in ſpeculum illapſi poſt reflexionem cum catheto CD concurrunt inter centrum C & focum; ſimiliter qui a puncto F illabuntur, poſt reflexionem cum catheto FG inter centrum C & focum concurrunt (§. 231). Punctum igitur E veluti ex B & punctum F veluti ex A in oculum ultra centrum conſtitutum radiat, conſequenter objecti EF imago videbitur inter focum & centrum in AB, ſitu quidem inverſo (§. 348 *Optic.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

256. Imagines ergo objectorum inverſæ ultra centrum C ſitorum a ſpeculo concavo reflectuntur

Digitized by Google

tur erectæ & inter centrum atque ſocum charta, in camera præſertim obſcura excipi poſſunt.

Corollarium 2.

257. Si objectum FF magis diſtet a centro, quam focus, imago objecto minor eſt. Quia enim tum AC $<$ EC; erit etiam ob verticales ad C æquales (§. 156 *Geom.*) AB $<$ EF (§. 267 *Geom.*).

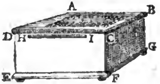
Scholion.

258. *Jucunda admodum ſpecula concava, quæ majoris præſertim ſphæræ ſegmenta ſunt, ut objecta magna integra reflectere poſſint, præbent ſpectacula. Certe ſi gladium adverſus ſpeculum vibres; alius ex eodem prodibit ad oculum uſque protenſus: cumque etiam capitis imago in libero aere conſpiciatur, vero gladio illum percutere licebit, phantaſtico tuum percutiente. Si manum verſus ſpeculum porrigas, ex eo prodibit alia inverſa tuæ jungenda. Ut autem majori admirationi ſint ignaris imagines in aere pendulæ, objecta poſt alia abſcondi debent, ne ipſamet videantur. Quoniam etiam objectum idem extra centrum collocatum a diverſis ſpeculi partibus in oculos reflectitur, ut quilibet videat imaginem peculiarem; in minoribus ſpeculis imagines coaleſcentes monſtroſas objecti figuras exhibent. Ita e. gr. facies intuentis unam habet frontem, naſos duos, oculos tres, ora duo; imo interdum inter naſum geminum oculos duos communibus palpebris gaudentes. Quodſi vitrum, ex quo ſpeculum paratur, ſit coloris ſuccinei; facies intuentis eodem colore tincta magis deformabitur.*

Problema 23.

259. *Ciſtulam catoptricam conſtruere, in quam introſpiciens videat objecta ciſta majora, e. gr. caput humanum aut ædificium quoddam.*

Resolutio.



1. Conſtruatur ciſtula ABCDEFG pro magnitudine ſpeculi concavi, quo uſurus es, formam parallelepipedi habens, ne deſit ſufficiens ſpatium radiis reflectendis & tegatur ut ſupra (§. 119) charta pergamena pellucida, aut vitro lævigato quidem, ſed non polito.
2. Ad planum ABG firmetur ſpeculum concavum, quod majoris ſphæræ ſegmentum eſſe præſtat.
3. In plano oppoſito DEFC applicetur pictura hominis aut ædificii, aut objecti cujuſcunque alterius, & ſuper ea fiat apertura oblonga HI vitro plano polito munienda.

Quodſi enim introſpicias, pictura a ſpeculo reflexa ſub vera objecti magnitudine comparebit.

Scholion.

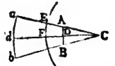
260. *Quoniam primum per rimam introſpiciens & ciſtæ magnitudinis ſibi adhuc conſcius in ciſta videt objectum ejus molem excedens, veluti caput quoddam humanum, a trunco tamen non ſeparatum; in ſtuporem abripitur & pro diverſitate objecti in terrorem conjicitur.*

Theorema 72.

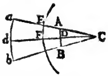
261. *Lineæ rectæ ad ſpeculum concavum ſphæricum perpendicularis imago eſt linea recta; lineæ vero ad ſpeculum obliquæ vel eidem parallelæ imago eſt concava.*

Demonstratio.

Si linea ad ſpeculum perpendicularis, in catheto incidentiæ exiſtit (§. 16). Quare cum quodlibet ejus punctum in iſta catheto videatur (§. 236); imago ejus linea recta ſit neceſſe eſt. *Quod erat unum.*



Sit AB ſpeculo parallela vel ad idem obli-



obliqua, ducaturque ex centro C recta CF ad AB perpendicularis; erit CA > CD (§. 220 *Geom.*) ideoque ob CF = CE (§. 40 *Geom.*) FD > AE (§. 92 *Arith.*). Punctum igitur D a ſpeculo remotius majori intervallo poſt ſpeculum videtur, quam vicinius A (§. 247). Quare cum *d* magis diſtet a D, quam *a* ab A & *b* a B; imago *adb* videbitur concava (§. 279 *Optic.*). *Q. e. d.*

CAPUT V.

De Speculis Cylindricis, & Conicis, Pyramidalibus, aliisque pluribus.

PROBLEMA 24.

262. *Specula cylindrica & conica, itemque pyramidalia & alia figuræ cujuſcunque conficere.*

RESOLUTIO.

Quomodo ſpecula cylindrica & conica convexa, itemque pyramidalia, ex vitro fiant, docuimus ſupra (§. 142).

Metallica eodem artificio parantur, quo ſupra ſpecula ſphærica concava fieri docuimus, niſi quod moduli ex luto (§. 199) deſcripto parandi, requirant alios ligneos figuram ſpeculorum habentes. Quodſi modulus pro elliptico, parabolico & hyperbolico ſpeculo effici debet:





1. In tabula ænea aut lignea accuratiſſime deſcribatur ellipſis AB (§. 435 *Analyſ. fin.*) parabola (§. 401 *Analyſ. fin.*) aut hyperbola CD (§. 471 *Anal. fin.*) & figura accurate exſcindatur, margo vero ejus lævigetur.
2. Affigatur ipſi axis (*Vid. Fig.* 1) EF cum manubrio & binis fulcris ellipticæ figuræ axis imponatur.
3. Subſternatur lutum, quod ſuperius (§. 199) pro formandis modulis parare docuimus.
4. Axis EF cum plano AB circumducatur, donec luto figura elliptica, quantum fieri poteſt, exactiſſime fuerit impreſſa.
5. Axis figuræ parabolicæ aut hyperbolicæ (*Vid. Fig.* 2) CD apice E ita infigatur, ut ſemper maneat erectus, prope manubrium vero ad fulcrum aliquod firmetur, & ut ante circumducatur, donec luto circumpoſito figuram ſui accuratiſſime impreſſerit.
6. Moduli pars ſic formata exſiccetur & vel pinguedine illinatur, vel pulvere lateritio conſpergatur, atque ex ſimi-

Digitized by Google

ex ſimili luto cavitati impreſſo moduli pars convexa paretur; quam *modulum maſculinum*, ſicuti illam *fœmininum* appellare ſolent.

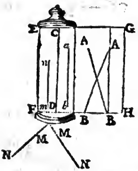
7. Modulus maſculinus exſiccatus ſecundum convexitatem ita jungatur concavitati fœminini, ut inter utrumque tantum ſpatii relinquatur, quantum ſpeculum occupare debet. Reliqua fiant ut ſupra (§. 199).

Specula pyramidalia, cylindrica atque conica, tam convexa, quam concava, fiunt quoque ex folio ſelenitæ eodem modo terminato, quo ſpecula plana terminari docuimus (§. 49), & vel convexitati vel concavitati cylindri aut coni, vel ſuperficiei pyramidis ligneæ ſuperinducuntur: quod flexilitas materiæ patitur.

SCHOLION.

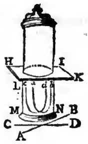
263. *Specula elliptica, parabolica & hyperbolica omnium difficillime parantur, quia poliendo figura facile depravatur, ſi vel maxime modulus perfectam figuram ellipticam, parabolicam vel hyperbolicam habuerit.*

DEFINITIO 22.



264. *Speculo cylindrico vel conico ſecundum longitudinem objici* dicitur, quod eſt in plano EFHG ſpeculum per axem CD ſecante. Et planum *ſecat* ſpeculum per *axem*, ſi axis ſpeculi CD fuerit in plano ſecante EFHG.

DEFINITIO 23.



265. *Speculo cylindrico vel conico ſecundum latitudinem objici* dicitur, quod eſt in plano HLKI baſi MN parallelo, vel in eodem plano, cui ſpeculum inſiſtit, ipſummet diametro ſpeculi parallelum.

OBSERVATIO 3.

266. *Si ſtylus aliquis ſpeculo cylindrico ſecundum longitudinem objicitur; imago intra ſpeculum apparet in recta axi parallela, ſuperficiei quam centro propior, ejuſdem fere cum objecto longitudinis, ubi oculus ſtylo non fuerit altior. Quodſi oculum eleves, longitudo imaginis extendetur; ſi deprimas, eadem in ſe quaſi contrahitur.*

COROLLARIUM 1.

267. Linea igitur objectiva (*Vid. Fig. §. 264*) AB, quæ ſpeculo ſecundum longitudinem objicitur, intra ſpeculum habet imaginem rectam *ab* axi CD parallelam, objecto propemodum æqualem.

COROLLARIUM 2.

268. Dimenſiones itaque objectorum, longitudini ſpeculi cylindrici reſpondentes parum mutantur.

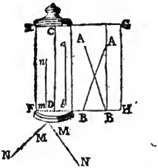
OBSERVATIO 4.

269. *Si ſtylus in plano, cui ſpeculum cylindricum inſiſtit, vel in plano baſi ſpeculi parallelo vel diametro baſis, vel bordæ in directum collocetur; imago,*

Digitized by Google

ut ante, intra ſpeculum apparet erecta in recta axi parallela, ſuperficiei quam centro propior. Quodſi oculus elevatur eadem celeritate, qua oculus movetur, imago extenditur multo magis, quam ſi ſtylus fuerit in plano ſpeculum per axem ſecante; ſin iſte deprimitur, hæc quaſi in ſepſam contrahitur.

Corollarium 1.



270. Lineæ igitur objectivæ in plano, cui ſpeculum inſiſtit, vel quod baſi ejus parallelum, diametro vel chordæ in directum jacentis MN imago *mn* axi ſpeculi CD parallela apparet, punctumque remotius N videtur in ſpeculo altius in *n*.

Corollarium 2.

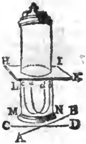
271. Linea itaque objectiva in plano, cui ſpeculum inſiſtit vel quod baſi ejus parallelum, in directum jacens diametro vel chordæ, inſtar lineæ apparet, quæ ſecundum longitudinem ſpeculo objicitur (§. 267).

Observatio 5.

272. *Si ſtylus ſpeculo cylindrico ſecundum latitudinem objicitur; imago ejus apparet curva, eoque minor, quo a ſpeculo remotior.*

Corollarium 1.

273. Linea igitur objectiva, quæ ſpeculo ſecundum latitudinem objicitur AB vel CD, imaginem curvam habet, eoque minorem, quo a ſpeculo remotior.



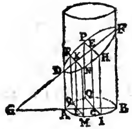
Corollarium 2.

274. Quæ ideo ſpeculo cylindrico ſecundum latitudinem objiciuntur; eorum figuræ mutantur & dimenſiones eo magis minuuntur, quo longius a ſpeculo diſtant.

Scholion 2.

275. *Hac quidem de imaginibus objectorum in ſpeculis cylindricis ab experientia petere libuit, quia de loco earundem in hoc ſpeculorum genere adhuc deſiderantur demonſtrationes ſatis firmæ ac inconcuſſæ. Quæ enim* Alhazen *atque* Vitellio *eam in rem afferunt, non ſatisfaciunt. Neque ideo facile eſt ſupplere hunc defectum, quia planum reflexionis pro diverſo ſpeculi & puncti radiantis ſitu ſpecie variat: id quod in Theoremate ſequente demonſtramus.*

Lemma.



276. *Si Cylindrus oblique ſecetur, hoc eſt, ita ut diameter ſectionis* FD *continuata cum diametro baſeos cylindri* BA *itidem continuata in* G *concurrat; planum ſectionis* DHFR *erit ellipſis.*

Demonstratio.

Ducantur enim ad diametrum circuli normales ML & IC, ſitque in C centrum circuli. Ex I & M, itemque L & C, Q & O erigantur normales IH & MN, itemque CE, LK, OP & QR. Ducantur denique PH & RN: erit

erit ob MN = QR & IH = OP *ex natura ſectionis*, RN ipſi QM & PH ipſi OI parallela (§. 226 *Geom.*), conſequenter ob EC & HI, itemque KL & MN parallelas (§. 256 *Geom.*), EH = CI & KN = LM (§. 257 *Geom.*). Quare cum ſit (§. 268 *Geom.*).

$$GD : DE = GA : AC,$$
$$\& \ GD : DK = GA : AL$$
$$\& \ GK : KF = GL : LB$$

ideoque etiam ob

$$GD : GK = GA : GL :$$

erit etiam (§. 197 *Arith.*)

$$GD : KF = GA : LB$$

atque hinc porro (§. 196 *Arith.*)

$$DE : DK = AC : AL$$
$$DE : KF = AC : LB$$

conſequenter

$$DE^2 : DK . KF = AC^2 : AL . LB$$

(§. 213 *Arith.*),

hoc eſt, ob AC = CI (§. 40 *Geom.*) = EH *per demonſtr.* & $AL . LB = LM^2$ (§. 377 *Analyſ. finit.*) $= KN^2$ *per demonſtr.* $DE^2 : DK . KF = EH^2 : KN^2$, ideoque $DE^2 : EH^2 = DK . KF : KN^2$, (§. 173 *Arith.*). Quoniam itaque (§. 268 *Geom.*).

$$GD : DE = GA : AC$$
$$GE : EF = GC : CB$$
$$GD : GE = GA : GC$$

ideoque (§. 197 *Arith.*)

$$GD : EF = GA : CB$$

& hinc porro (§. 196 *Arith.*)

$$DE : EF = AC : CB$$

ac præterea AC = CB (§. 40 *Geom.*) erit DE = EF; ideoque DHF ellipſis (§. 430 *Analyſ. finit.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 73.

277. *Si planum reflexionis per axem ſpeculum cylindricum ſecat; reflexio eodem modo contingit ac in ſpeculo plano: ſi fuerit baſi parallelum; reflexio fit ut in ſpeculo ſphærico: ſi denique ſpeculum oblique ſecet, ſeu ſi fuerit ad baſin ejus obliquum; reflexio fit ut in ſpeculo elliptico.*

DEMONSTRATIO.

Si planum reflexionis per axem ſecet ſpeculum cylindricum, communis interſectio plani & ſpeculi eſt linea recta (§. 465 *Geom.*). Radii igitur a linea recta reflectuntur. Quoniam itaque communis interſectio ſpeculi plani, & plani reflexionis itidem linea recta, ideoque etiam in hoc radii a linea recta reflectuntur; reflexio hoc in caſu in ſpeculo cylindrico perinde fieri debet, ac ſi in plano contingeret. *Quod erat unum.*

Si planum reflexionis ſecet ſpeculum cylindricum per ſectionem baſi parallelam; communis interſectio plani & ſpeculi eſt arcus circuli (§. 466 *Geom.*). Quoniam itaque communis interſectio ſpeculi ſphærici & plani reflexionis itidem arcus circuli; reflexio in caſu præſenti in ſpeculo cylindrico perinde fieri debet, ac ſi in ſphærico contingeret. *Quod erat alterum.*

Denique ſi planum reflexionis ſpeculum oblique ſecet, planum ſectionis erit ellipſis (§. 276). Cum ideo communis interſectio ſpeculi & plani reflexionis ſit arcus ellipticus; reflexio non aliter contingit, ac ſi in ſpeculo elliptico fieret. *Quod erat tertium.*

COROL-

Digitized by Google

COROLLARIUM.

278. Quoniam planum reflexionis non tranſit per axem ſpeculi, niſi cum oculus & linea objectiva fuerint in eodem plano; nec baſi parallelum exiſtit, niſi cum punctum radians & oculus in eadem conſtituuntur altitudine; reflexio in ſpeculo cylindrico plerumque fit, ac ſi in elliptico contingeret.

SCHOLION.

279. *Apparet ideo, a theoria ſpeculi elliptici multum luminis expectare cylindricum.*

THEOREMA 74.

280. *Specula cylindrica deformant imagines objectorum.*

DEMONSTRATIO.

Objectorum enim dimenſionem, quæ longitudini eorum reſpondet, parum mutant nec juxta eas figuræ vim inferunt (§. 268): quæ vero latitudini reſpondet, eam eo magis minuunt, quo longius a ſpeculo diſtant objecta, ſimulque juxta eam figuras immutant (§. 274). Sublata igitur partim ſecundum longitudinem & latitudinem proportione & figura mutata, imagines deformes evadunt. *Q. e. d.*

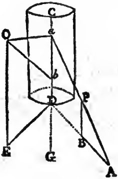
SCHOLION 1.

281. *Deformationes, ut §. 268 & 274 in dato quolibet caſu haud difficulter prædicuntur. Ponamus e. gr. faciem hominis ita objici ſpeculo cylindrico, ut longitudo ſit axi, latitudo diametro parallela: apparebit admodum longa, ſed vix digitum lata. Contra ſi eandem eidem ita objicias, ut latitudo ſit axi, longitudo diametro parallela; ejus figura erit ovalis latitudine altitudinem plurimum excedente. Naſum habebit exiguum, et admodum latum, oculos fere clauſos.*

SCHOLION 2.

282. *Quemadmodum vero ſpecula cylindrica imagines formoſas deformant; ita e contrario deformatas reformant. Ut autem intelligatur, quomodo imagines deformari poſſint, ut in ſpeculo cylindrico formoſæ appareant; ſequens præmittenda eſt theoria.*

DEFINITIO 24.



283. Si ex oculo O in planum, cui ſpeculum inſiſtit, perpendicularis demittatur OE; punctum E dicitur *punctum ſuboculare*. Recta ex puncto ſuboculari E ad punctum D, cui linea reflectens CD inſiſtit ducta ED, vocatur *ſubocularis*.

THEOREMA 75.

284. *Linea objectiva cum axi parallela* (Vid. Fig. §. 283) PB, *tum diametro vel chordæ in directum jacens* AB *habet ſingula puncta reflexionis in recta* CD *axi parallela*.

DEMONSTRATIO.

Utriuſque lineæ imago *ab* eſt axi parallela (§. 267. 271) & ſingulæ rectæ in ſuperficie cylindri peripheriæ baſis perpendiculariter inſiſtentes ſunt eidem axi parallelæ (§. 465. 336 *Geom.*). Ergo imago *ab* eſt rectæ cuilibet in ſuperficie ſpeculi parallela (§. 495 *Geom.*). Quoniam vero imago *ab* inſtar objecti radiat in O per radios reflexos O*a*, O*b* &c. (§. 348 *Optic.*), radii vero reflexi omnes a recta *ab* ad idem punctum O

in

in eodem ſunt plano; triangulum *aOb* ſpeculum ſecundum longitudinem ſecabit, ideoque ſingula puncta reflexionis erunt in recta CD axi parallela. *Q. e. d.*

THEOREMA 76.

285. *Si linea objectiva* (Vid. Fig. §. 283) AD *conſideretur ut radius incidens; erit ſubocularis* DE *reflexus.*

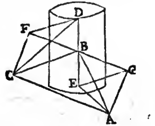
DEMONSTRATIO.

Quoniam in plano AD ſunt radii incidentes, in plano vero COED reflexi (§. 284); utrumque planum ad planum obliquationis eandem habet inclinationem (§. 144). Quodſi ergo planum obliquationis ſecet planum ſuboculare in DG: erit EDG = GDA (§. 509 *Geom.*). Eſt itaque ED reflexus incidentis AD (§. 24). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

286. Data igitur linea objectiva AB in plano; cui ſpeculum cylindricum inſiſtit, invenitur ſubocularis ED, ſi ducta ex centro ſpeculi per punctum incidentiæ D recta DG, tanquam catheto obliquationis (§. 146), fiat EDG = GDA & contra.

THEOREMA 77.



287. *Si radius* AB *incidat in ſpeculum cylindricum & inde reflectatur per* BC; *erit angulus* ABE *angulo* DBC *æqualis.*

DEMONSTRATIO.

Fiat AB = BC & puncta A atque C connectantur recta AC. Ducatur per punctum reflexionis B tangens FG & ex A atque C demittantur perpendiculares AG & CF. Fiat denique DB = BE, ducanturque rectæ EA, EG, DF & DC.

Quoniam ABG = CBF (§. 24), AGB = CFB (§. 145 *Geom.*) & AB = CB *per conſtr.* erit BG = FB & AG = FC (§. 252 *Geom.*). Porro FB = BG *per demonſtr.* DBF = GBE (§. 156 *Geom.*) & DB = BE *per conſtr.* Ergo FD = GE (§. 179 *Geom.*). Quia planum reflexionis FCAG ad planum tangens ſpeculum in puncto reflexionis DFEG rectum eſt (§. 38) & AG atque CF perpendiculares ad illud planum in punctis G & F *per conſtruct.* erit quoque AG perpendicularis ad EG, & CF perpendicularis ad FD (§. 484 *Geom.*), ideoque AGE = CFD (§. 145 *Geom.*). Eſt vero etiam FD = GE & CF = AG *per demonſtrata*. Ergo CD = AE (§. 179 *Geom.*). Cum itaque etiam ſit AB = BC & DB = BE *per conſtruct.* erit angulus EBA = CBD (§. 204 *Geom.*). *Q. e. d.*

SCHOLION.

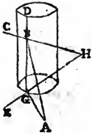
288. *Facilior foret demonſtratio in ſchematiſmo reali, ſi nempe cylindro ligneo debita ratione affigerentur fila ferrea, lineas repræſentantia, ut ſingularum linearum ſingulorumque angulorum vera quantitas in ſuo plano appareret: quod & in ſimilibus caſibus tenendum. Difficulter enim imaginatio per intellectum rectificatur, ſi ſenſus huic contraria exhibet.*

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA 78.

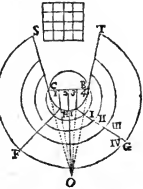
289. *In ſpeculo cylindrico eſt altitudo oculi* CE *ad altitudinem puncti reflexionis* GB, *ut compoſita ex ſuboculari* EG *& linea objectiva in plano horizontali* GA *ad eandem objectivam* GA.



DEMONSTRATIO.

Quia CE & BG ad EH perpendiculares *per hypoth.* erit CE : BG = EH : GH (§. 267 *Geom.*). Et quia BG etiam perpendicularis ad GA (§. 484 *Geom.*), ideoque BGA = BGH (§. 145 *Geom.*) præterea CBD = HBG (§. 156 *Geom.*) & CBD = GBA (§. 287), ideoque HBG = GBA (§. 87 *Arith.*): erit GA = GH (§. 251 *Geom.*) & hinc EH = EG + GA (§. 88 *Arith.*), conſequenter CE : BG = EG + GA : GA. *Q. e. d.*

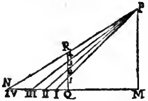
PROBLEMA 25.



290. *Figuram in plano horizontali delineare, quæ in ſpeculo cylindrico ibidem collocato appareat inſtar quadrati in plures areolas quadratas minores diviſi.*

RESOLUTIO.

1. Circa diametrum ſpeculi cylindrici deſcribatur circulus baſi cylindri æqualis HBC (§. 171 *Geom.*).
2. Aſſumto puncto ſuboculari O ducantur tangentes OC & OB (§. 291 *Analyſ. finit.*), quia ultra eas nullus radius a ſpeculo reflexus in oculum cadere poteſt. Poſſunt etiam duci rectæ OC & OB ita, ut circulum ſecent, quia, quæ per tangentes videntur, non ſatis diſtincta apparent.
3. Puncta contactus vel interſectionum C & B connectantur recta CB, quæ aſſumenda pro latere quadrati in ſpeculo apparentis, quia imago in ſpeculo cylindrico inter centrum & ſuperficiem comparet (§. 269).
4. Dividatur CB in quotcunque partes æquales & ex ſingulis diviſionum punctis 1. 2. 3 &c. ducantur ad punctum ſuboculare O rectæ O1, O2, O3 &c.
5. Radii OH, OI &c. reflectantur in F, G &c. (§. 286): fiant nempe HF, IG &c. reflexi ipſorum O1, O3 &c.



6. Super recta indefinita MQ erigatur perpendicularis MP, quæ ſit altitudini oculi æqualis.

7. Ex

Digitized by Google

7. Ex M in Q transferatur ſubocularis OH, & in Q erigatur perpendicularis QR, quæ ſit lateri quadrati in ſpeculo apparentis æqualis & in tot partes æquales diviſa, in quot latus iſtud dividere libuit.
8. Per ſingula diviſionum puncta 1. 2. 3 &c. ducantur rectæ PI, PII, PIII &c.
9. Ex (*Vid. Fig. §.* 290) I in I, II, III &c. transferantur rectæ I. I, I. II, I. III &c. ipſis QI, QII, QIII &c. æquales.
10. Eodem modo dividantur rectæ HF &c. & per puncta diviſionum ejuſdem ordinis ducantur curvæ: vel quia ſumma accuratione in talibus non eſt opus, per tria puncta ducantur arcus circulares, ut in figura factum eſſe comparet.

Dico figuram SFGT in ſpeculo cylindrico CHB erecto inſtar quadrati in areolas quadratas æquales diviſi apparituram.

Demonstratio.

Recta IG apparet in ſpeculo verticaliter erecta (§. 269) & quia OI & GI ad ſpeculum æqualiter inclinantur *per conſtruct.* erit OI ſubocularis (§. 283) & hinc recta GI reflectetur in oculum O a ſuperficie ſpeculi (§. 285). Quoniam vero eſt compoſita ex ſuboculari OI & recta GI ad rectam GI, ut altitudo oculi ad latus quadrati in ſpeculo apparentis *per conſtruct.* erit IG linea objectiva, quæ in ſpeculo apparet lateri quadrati quam proxime æqualis (§. 289). Et eodem modo conſtat, apparere I. I, I. II, I. III &c. uni, duabus, tribus &c. partibus ejuſdem lateris æquales. Idem cum de reliquis lineis in plano ductis HF, &c. demonſtretur; figura in plano delineata in ſpeculo cylindrico inſtar quadrati in areolas quadratas æquales diviſi apparere debet. *Q. e. d.*

Corollarium.

291. Quodſi ergo quadratum conſtruatur, cujus latus ſit ipſi QR æquale, idemque in areolas æquales, ut ante, dividatur, & in ejus area imago quæcunque pingatur, tandem quæ in ſingulis areolis ejuſdem comparent in areolas reſpondentes quadrati deformati transferantur; imago deformata per reflexionem reformabitur, videbiturque in ſpeculo formoſa.

Scholion 1.

292. *Quadratum in areolas æquales diviſum, in quo imago delineatur, appellari ſolet* craticula prototypi; *figura vero deformata, quæ in ſpeculo inſtar quadrati in areolas æquales diviſi apparet,* craticula ectypi. *Quodſi igitur ſemel craticula ectypi delineata fuerit, ſine ulla moleſtia toties multiplicari poteſt, quoties libuerit, ſi ſingula puncta interſectionum* I, II, III &c. *acu perforentur & pulvis carbonum ſubtilis linteo incluſus in chartam aliam ſubjectam tranſmittatur.*

Scholion 2.

293. *Quodſi quis in arte delineandi non fuerit ſatis exercitatus; ei percommoda erit* machina anamorphotica *ab ingenioſo mechanico Lipſienſi* Jacobo Leupoldo *inventa & in* Actis Eruditorum An. 1712 *deſcripta. Etſi enim rigorem geometricum non ſuſtineat (id quod geometriæ ignari exinde colligere poſſunt, quia quadratum per machinam iſtam deformatum in ſpeculo non apparet in areolas æquales diviſum); ad praxin tamen, ubi ſumma accuratione opus non eſt, abunde ſufficit, prout unuſquiſque experiri facile poteſt.*

Theorema 79.

294. *Si radii paralleli ita incidunt in ſuperficiem ſpeculi cylindrici concavi, ut axem ejus ad angulos rectos ſecent, & inclinatio eorundem ad ſpeculum fuerit 60 gradibus minor; poſt reflexionem uniuntur in linea recta axi parallela, quæ minori intervallo, quam quarta diametri parte diſtat.*

DEMON-

Digitized by Google

Demonstratio.

Quodſi ſpeculum cylindricum ſecetur per plana ad axem recta ſeu baſi parallela; interſectiones in ſuperficie ſpeculi erunt peripheriæ circulorum æqualium (§. 466 *Geom.*). Quare cum radii incidant paralleli *per hypoth.* qui ex ſingulis peripheriis reflectuntur, in puncto aliquo concurrunt, quod minore intervallo, quam quarta diametri parte a ſpeculo diſtat (§. 209) & ob circulorum æqualitatem ſingula puncta concurſus a centris ſuorum circulorum æqualiter diſtant (§ 210). Quare cum centra omnia ſint in axe (§. 465 *Geom.*); omnia puncta concurſus ab axe eodem intervallo diſtant. Concurrunt itaque in recta axi parallela (§. 81 *Geom.*). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

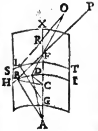
295. Quoniam radii Solares ſunt ad ſenſum paralleli (§. 93 *Optic.*); ſi ſpeculum cylindricum cavum Soli directe objicitur, per reflexionem formabitur linea lucida axi parallela, intervallo minore, quam quarta diametri parte a ſpeculo diſtans.

Corollarium 2.

296. Quia igitur in uno puncto (Phyſico ſcilicet, non Mathematico) tantum uniuntur radii ab uno arcu reflexi; ſpeculum cylindricum cavum non eſt uſtorium (§. 214).

Theorema 80.

297. *Radii* AB *& AD, qui ex eodem puncto axis* A *in eandem peripheriam* HI *ſpeculi cylindrici concavi incidunt, poſt reflexionem in uno puncto* F *uniuntur, quod tanto intervallo diſtat a centro circuli* C, *in cujus peripheria reflexio contingit, quanto punctum radians* A *inde removetur.*



Demonstratio.

Ex centro C concipiantur ducti radii CB & CD ad puncta reflexionis B & D. Quoniam planum circuli, cujus centrum eſt in C, axem ad angulos rectos ſecat, erunt BCA & BCF anguli recti (§. 484 *Geom.*). Et quia BC ad arcum HI perpendicularis (§. 38 *Analyſ. infinit.*); erit ABC = CBF (§. 144), conſequenter AC = CF (§. 251 *Geom.*). Radius igitur BF in puncto B reflexus axem ſecat in puncto F, quod tanto intervallo a centro C diſtat, quanto punctum radians A inde removetur. Quare cum eodem modo oſtendatur, incidentem AD vel quemcunque alium ita reflecti, ut axem ſecet in diſtantia CF ipſi AC æquali; evidens eſt omnes radios, qui a peripheria HI reflectuntur, ſe mutuo interſecare in puncto F. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

298. Per radios igitur reflexos OD, PB &c. punctum A videri debet in F (§. 348 *Optic.*).

Corollarium 2.

299. Quoniam ſpeculum cylindricum ſecundum longitudinem eſt planum (§. 377), punctum G a puncto ſublimiori L in oculum O reflectitur (§. 69). Quare cum omnes radii a peripheria ST reflexi axem in R ſecent (§. 297), punctum G videbitur in R, conſequenter recta AG in FR (§. 346 *Optic.*), ideoque viſibile ſitu inverſo videtur.

Scholion.

300. *Hinc intelligitur, quomodo* Kircherus & Schottus (a) *ope ſpeculi cylindrici concavi efficere potuerint, ut flamma candelæ ſupra ſpeculi orificium in libero aere pendula, admirantibus artificii Catoptrici ignaris innoxie tangeretur. Idem* Kircherus,

(a) Vid. *Schottus* in Magia Univerſali Part. I. Lib. V. Cap. 4. Prop. I. Cor. p. 351.

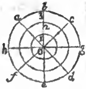
tur, referente Schotto (a) *ſpeculo cylindrico concavo ex miſtura confecto Aſcenſionem Domini ita ad vivum exhibuit, ut omnes figuræ in medio aeris pendere viderentur. Ut vero artificium tegi poſſit, ſpeculum ſemicylindricum includitur thecæ cylindricæ & imagines in fundo ita collocantur, ut ſita ſint inverſa reſpectu intuentis, nec prorſus horizontaliter proſtrata, ſed verſus oculum elevata. Horum vero omnium demonſtratio limites noſtros excedere videtur.*

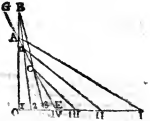
PROBLEMA 26.

301. *Delineare figuram deformem, quæ oculo ſupra axem ſpeculi conici elevato apparet formoſa.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam, teſte experientia, oculo ſupra axem ſpeculi conici elevato omnis circumjecta planities ſuperficiem totius ſpeculi implere videtur & per foramen admodum exiguum tranſpicienti inſtar circuli baſi æqualis propemodum apparet; ideo imago deformanda delineatur in circulo ſpeculi conici baſi æquali & tam peripheria per diametros *ad*, *be*, *cf* &c. quam radii O*b*, O*c*, O*g*, O*d* &c. per circulos concentricos in partes quotcunque æquales O1, 1.2, 2.3 &c. dividuntur.

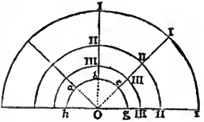




2. Ut habeantur puncta I, II, III &c. in planitie circumjecta, quæ per radios reflexos intra ſpeculum in 1, 2, 3 &c. videntur; conſtruatur triangulum rectangulum AOE, cujus baſis OE ſit radio ſpeculi, altitudo AO altitudini ſeu axi ejuſdem æqualis, & in AO producta ſumatur AB altitudini oculi æqualis.

3. Ad ſingula diviſionum puncta 1, 2, 3 &c. ex puncto B, in quo ſupponitur oculus, ducantur rectæ B1, B2, B3 &c.

4. Quoniam hi ſunt radii reflexi, per quos puncta 1, 2, 3 &c. videntur, AE vero eſt interſectio plani reflexionis & ſpeculi; fiant anguli I.AE, II.DE &c. æquales angulis BAG, BDG &c. erunt AI, DII &c. radii incidentes (§. 24), conſequenter, I, II &c. puncta radiantia, quæ per reflexionem in 1, 2 &c. videntur.



5. Producantur itaque radii O*a*, O*b*, O*c* &c. in *craticula prototypi*, & in continuatos transferantur diviſiones OI, OII, OIII &c. tandemque ex centro O ducantur circuli concentrici: ita prodibit *craticula ectypi*.

6. Quodſi itaque per ſingulas ejus areolas diſpergantur, quæ in reſponden-

(a) An. 1712. pag. 167.

tibus areolis craticulæ prototypi depicta cernuntur; figura prodibit difformis, quæ oculo ſupra verticem ſpeculi conici decenter elevato, formoſa apparet. *Q.e.d.*

SCHOLION 1.

302. *Supra laudatus* Leupoldus *machinam quoque invenit* Anamorphoticam, *in* Actis Eruditorum (a) *deſcriptam, per quam imagines deformes delineari poſſunt, a ſpeculo conico ita reformandas, ut ſatis formoſa in eo appareant.*

SCHOLION 2.

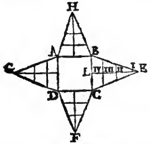
303. *Poſſunt quoque fieri imagines deformes iis ſimiles, quæ a ſpeculis cylindricis reformantur, oculo ante ſpeculum conicum conſtituto formoſa apparitura: ſed quia priores magis deformantur, ideo poſterioribus præferuntur.*

PROBLEMA 27.

304. *Imaginem deformem delineare, quæ oculo ſuper axe ſpeculi pyramidalis elevato formoſa apparet.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. Imago deformis delineanda, quæ a ſpeculo pyramidali quadrangulari reformetur.



1. Quia, experientia teſte, ſpeculum pyramidale ſuper baſi ABCD elevatum non reflectit niſi triangula BEC, CFD, DGA, AHB in plano circumjecto deſcripta in oculum ſuper axe elevatum, ex intermediis ſpatiis HBE, ECF &c. nullus radius ad eundem pertingit; illa vero triangula totam ſpeculi ſuperficiem occupant & per foramen exiguum tranſpicienti ad idem planum baſi æquale ABCD depreſſa apparent; ideo imago deformanda delineatur in noſtro caſu in quadrato ABCD baſi ſpeculi æquali & ex centro tum per diagonales, tum per rectas latera AB, BC &c. biſecantes perimeter in partes æquales dividitur, porro etiam recta EL & EB in partes quotcunque æquales dividitur, ut ductis per puncta diviſionum lineis, quæ lateribus baſeos ſint æquidiſtantes, prototypon craticulæ includatur.
2. Jam cum ſectio ſpeculi per axem & rectam EL in baſi ductam ſit triangulum rectangulum, & quodlibet punctum diviſionis craticulæ prototypi ſit in radio reflexo; eodem prorſus modo, quo in problemate præcedente (§. 301) inveniuntur puncta in axe LE trianguli reflectendi BEC, I, II, III &c. quibus datis, ipſum conſtrui poteſt.
3. Reliqua deinde itidem eodem modo peragantur, quo in Problemate citato.

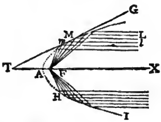
SCHOLION.

305. *Anamorphoſes, quæ ope ſpeculorum pyramidalium perficiuntur, magis placent reliquis, quia imaginis deformatæ partes ſunt disjunctæ & inter eas alia quæcunque depingi poſſunt, unum continuum extra ſpeculum cum ipſis formantia, in ſpeculo autem non videnda; quo ipſo obtinetur, ut illa extra ſpeculum difficilius dignoſcantur.*

(a) An. 1712. pag. 367.

THEO-

THEOREMA 81.



306. *Omnes radii* LM, lm *&c. cum axe* AX *paralleli in ſpeculum parabolicum incidentes in foco parabolæ genitricis* F *concurrunt*.

DEMONSTRATIO.

Tangat enim TG parabolam in M; erit TF = FM (§. 411 *Analyſ. finit.*). Ergo angulus MTF = TMF (§. 184 *Geom.*). Quoniam vero ML ipſi AX parallela *per hypoth.* erit etiam LMG = MTF (§. 233 *Geom.*), conſequenter TMF = GML (§. 87 *Arith.*). Eſt igitur MF radius reflexus incidentis LM (§. 24). Quare cum eodem modo oſtendatur, eſſe F*m* cujuſcunque alterius *ml* reflexum; radii omnes axi paralleli in eodem puncto F, foco nempe parabolæ, uniuntur. *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

307. Quia radii paralleli omnes in uno puncto uniuntur, ſpecula parabolica inter uſtoria ſunt omnium præſtantiſſima.

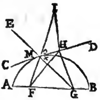
SCHOLION 1.

308. *Parandaſunt ſpecula parabolica inſtar tubæ per revolutionem arcus* HI *circa axem* AX *genita, ut focus* F *ſit extra ſpeculum.*

SCHOLION 2.

309. *Patet jam ratio, cur punctum* F *diſtans a vertice parabolæ* A *quarta parametri parte* AF *dicatur* Focus, *quia nempe ibi per radios reflexos excitatur ignis.*

THEOREMA 82.



310. *Radius* FM *ex uno foco* F *in ſpeculum ellipticum incidens in focum alterum* G *reflectitur.*

DEMONSTRATIO:

Recta FM ex foco F ducta continuetur in I, donec IM = MG. Angulus IMG per rectam CD dividatur bifariam (§. 209 *Geom.*), & ad punctum quodcunque H ducantur rectæ HI, HF, HG. Quoniam $o = x$ & MI = MG *per conſtruct.* erit IH = HG (§. 179 *Geom.*). Sed IH + HF > IF (§. 190 *Geom.*). Ergo HF + HG > IF, conſequenter ob MI = MG *per conſtruct.* & FM + MG = AB (§. 434 *Analyſ. finit.*) ideoque FM + MI (= IF) = AB, HF + HG > AB (§. 87 *Arith.*). Punctum igitur H & quodcunque aliud extra M in recta CD aſſumtum extra ellipſin cadit (*§. cit. Analyſ. finit.*), & hinc CD ellipſin in M tangit (§. 47 *Geom.*). Quare cum verticales ad M nempe CMF & IMH ſint æquales (§. 156 *Geom.*) & $o = x$ *per conſtruct.* ideoque CMF = GMD (§. 87 *Arith.*); ſi FM fuerit radius incidens; erit MG reflexus (§. 24). *Q.e.d.*

COROLLARIUM.

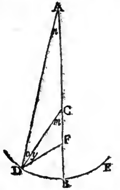
311. Si igitur candela accenſa ponatur in foco ſpeculi elliptici uno F; radii ejus poſt reflexionem coeunt in altero G.

CAPUT

CAPUT VI.

De Catoptrica Analytica, ſeu modo inveſtigandi Theoremata Catoptrica per Analyſin.

PROBLEMA 28.



312. *Data diſtantia* AB *puncti radiantis* A *a ſuperficie ſpeculi ſphærici concavi* DBE, *invenire punctum* F, *in quo radius reflexus* DF *cum axe* AB *concurrit.*

RESOLUTIO.

Sit in C centrum ſpeculi & CB radius $= a$, diſtantia puncti radiantis AB $= b$, BF $= x$; erit FC $= a - x$. Quoniam ſupponimus oculum, qui videt imaginem puncti radiantis A in ſpeculo, eſſe in axe conſtitutum, ut radius reflexus DF in eundem incidere poſſit, radius incidens AD axi AB valde vicinus eſſe debet, ut ideo arcus DB, anguli DCB menſura (§. 57 *Geom.*), conſequenter & ipſe angulus DCB admodum exiguus ſit (§. 58. 59 *Geom.*). Erunt igitur multo magis anguli o & n (§. 239 *Geom.*), itemque angulus y (§. 144) valde exigui. Eadem de cauſa DC & CB, itemque DF & FB tanquam quantitate contemtibili differentes pro æqualibus aſſumi poſſunt. Quoniam itaque $m : y =$ FD : FC & $n : o =$ DC : AC (§. 19 *Trigon.*); erit $n + o : o =$ DC + AC : AC (§. 190 *Arith.*), ſeu ob $n + o = m$, $o = y$, & DC $=$ CB, $m : y =$ AB : AC (§. 168 *Arith.*), conſequenter (§. 167 *Arith.*).

$$AB : AC = FB : CF$$

$$b : b - a = x : a - x$$

ideoque $2b - a : b = a : x$ (§. 190 *Arith.*).

Et hinc $\frac{ab}{2b - a} = x$

ſeu $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC} = \frac{AB \cdot BC}{AB + AC}$

ob $AB - BC = AC$.

Theorema. Si radius AD in ſuparficiem ſpeculi concavi incidens ab axe AB divergit; erit diſtantia puncti concurſus F a ſuperficie ſpaculi BF ad ſemidiametrum BC, ut diſtantia puncti radiantis a ſuperficie ſpeculi AB ad compoſitam ax eadam diſtantia & diſtantia puncti radiantis a centro AC.

Quodſi diſtantia puncti concurſus F ſive foci a centro CF deſideretur, cum ſit

$$CF = BC - FB$$

erit $CF = a - \frac{ab}{2b - a}$

$= \frac{2ab - a^2 - ab}{2b - a} = \frac{ab - a^2}{2b - a} = \frac{AC \cdot BC}{2AB - BC}$

$= \frac{AC \cdot BC}{AB + AC}$.

Theo-

Digitized by Google

Theorema. Si radius AD in ſuperficiem ſpeculi concavi incidens ab axe divergit; erit ut compoſita ex diſtantia puncti radiantis a ſuperficie ſpeculi & ejus diſtancia a centro, ad diſtantiam a centro ſpeculi; ita ſemidiameter ſpeculi, ad diſtantiam foci a centro.

COROLLARIUM 1.

313. Si diſtatia puncti radiantis AB ſit infinita, erit BC reſpectu AB infinite parva, ideoque AB & AC haberi poſſunt pro æqualibus (§. 4 *Analyſ. infinit.*). Quamnbrem $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB}$ (§. 312) $= \frac{1}{2}BC$, hoc eſt, diſtantia foci a ſpeculo FB eſt dimidio radio, ſeu quartæ diametri parti æqualis: quod conſonum iis, quæ ſupra demonſtravimus (§. 209. 211).

COROLLARIUM 2.

314. Quodſi ut ante diſtantia puncti radiantis AB ſit infinita, erit CF ob rationem eandem $= \frac{AC \cdot BC}{2AC} = \frac{1}{2}BC$, hoc eſt, diſtantia foci a centro eſt quartæ diametri parti æqualis: id quod convenit cum Corollario præcedente (§. 313).

COROLLARIUM 3.

315. Quodſi $AB > BC$, hoc eſt, ſi punctum radians A ultra centrum C a ſpeculo ſphærico concavo diſtet; cum ſit $2AB - AB = AB$, erit $2AB - BC > AB$ (§. 91 *Arith.*). Enimvero $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$ (§. 312) & $\frac{AB \cdot BC}{AB} = BC$. Quamobrem ſi AB . BC dividatur per quantitatem ipſa AB majorem, veluti hic per $2AB - BC$; erit $FB < BC$ (§. 202 *Arith.*), hoc eſt, diſtantia foci F a ſuperficie ſpeculi eſt radio BC minor, ſeu punctum concurſus cum axe intra centrum a ſpeculo diſtat.

COROLLARIUM 4.

316. Similiter ſi $AB > BC$, ſeu diſtantia puncti radiantis a ſpeculo ſphærico concavo major radio; erit $AB > AC$ & $AB + AC > 2AC$ (§. 90 *Arith.*). Quamobrem cum ſit $CF = \frac{AC \cdot BC}{AB + AC}$ (§. 312) & $\frac{AC \cdot BC}{2AC} = \frac{1}{2}BC$; erit $CF < \frac{1}{2}BC$ (§. 202 *Arith.*), hoc eſt, diſtantia puncti concurſus a centro eſt $< \frac{1}{2}BC$, ſeu quarta diametri parte.

COROLLARIUM 5.

317. Quamobrem cum focus radiorum parallelorum (qui proprie focus dicitur) diſtet a centro intervallo $\frac{1}{2}BC$; radius vero divergens AB cum axe poſt reflexionem concurrat intervallo minore quam $\frac{1}{2}BC$; punctum concurſus F erit inter centrum & focum radiorum parallelorum.

COROLLARIUM 6.

318. Quodſi fuerit $AB = BC$, hoc eſt, ſi punctum radians fuerit in centro ſpeculi ſphærici concavi, erit $BF = \frac{BC \cdot BC}{2BC - BC}$ (§. 312) $= \frac{BC \cdot BC}{BC} = BC$, hoc eſt, punctum concurſus erit in ipſo centro C. Idem etiam patet hoc modo. $CF = \frac{AC \cdot BC}{BA + AC}$ (§. 312). Sed quando $AB = BC$, erit $AC = AB - BC = 0$, ideoque $CF = 0$, hoc eſt, diſtantia puncti concurſus a centro nulla eſt, conſequenter punctum concurſus in ipſo centro eſt, ſeu radius reflexus cum axe in puncto radiante concurrit.

COROLLARIUM 7.

319. Quodſi fuerit $AB = \frac{1}{2}BC$, hoc eſt, ſi punctum radians fuerit in foco radiorum parallelorum (§. 313); erit $BF = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot BC}{BC - BC}$ (§. 312) $= \frac{\frac{1}{2}BC \cdot BC}{0}$. Quamobrem cum BF in hoc caſu ſit quantitas infinita, punctum concurſus cum axe a ſpeculo infinito intervallo diſtat. Quoniam itaque radius ex foco in ſpeculum incidens poſt reflexionem cum axe non concurrit, niſi intervallo infinito, hoc eſt, nunquam; radius ex foco in ſpeculum incidens erit poſt reflexionem axi parallelus, quemadmodum ſupra demonſtratum (§. 224).

COROLLARIUM 8.

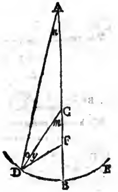
320. Similiter ſi fuerit $AB = \frac{1}{2}BC$; erit $CF = BC \cdot (AB - BC) : (2AB - BC)$ (§. 313) $= \frac{BC \cdot - \frac{1}{2}BC}{BC - BC} = - \frac{\frac{1}{2}BC^2}{0} = \infty$. Eſt igitur diſtantia puncti concurſus a centro infinita, hoc eſt, radius ex foco in ſpeculum concavum incidens poſt reflexionem ultra centrum concurrit intervallo infinito, hoc eſt, nunquam: id quod cum Corollario præcedente convenit.

COROLLARIUM 9.

321. Quodſi fuerit $AB < CB$, ſed $> \frac{1}{2}CB$, hoc eſt, ſi punctum radians inter focum & centrum conſiſtat, erit $2AB > CB$. Ponamus exceſſum rectæ 2AB ſupra CB eſſe rectam quandam GH: erit

$2AB =$

Digitized by Google



$$2AB = CB + GH$$

$$2AB \cdot \tfrac{1}{2}CB = CB \cdot \tfrac{1}{2}CB + GH \cdot \tfrac{1}{2}CB$$

& $2AB - CB = GH$

$$\frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} = \frac{CB \cdot \tfrac{1}{2}CB}{GH} + \tfrac{1}{2}CB$$

(§. 94 *Arith.*).

$$\frac{AB \cdot CB}{2AB - CB} > \tfrac{1}{2}CB \text{ (§. 84 Arith.)}.$$

Enimvero $FB = \frac{AB \cdot CB}{2AB - CB}$ (§. 312).

Ergo $FB > \tfrac{1}{2}CB$ (§. 89 *Arith.*), hoc eſt, ſi punctum radians inter centrum atque focum conſtituatur, radius divergens ab axe poſt reflexionem cum eodem concurrit in diſtantia quarta diametri parte majore a ſuperficie ſpeculi.

COROLLARIUM 10.

322. Iiſdem poſitis, quæ in Corollario præcedente, erit

$$2AB = CB + GH$$

$$AB = \tfrac{1}{2}CB + \tfrac{1}{2}GH$$

$$AB - CB = \tfrac{1}{2}GH - \tfrac{1}{2}CB$$

$$(AB - CB)CB = \tfrac{1}{2}GH \cdot CB - \tfrac{1}{2}CB^2$$

$$\frac{(AB - CB)CB}{2AB - CB} = \tfrac{1}{2}CB - \frac{\tfrac{1}{2}CB^2}{GH}$$

(§. 94 *Arith.*). $< \tfrac{1}{2}CB$ (§. 84 *Arith.*).

Sed $FC = \frac{(AB - BC)BC}{2AB - CB}$.

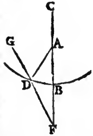
Ergo $FC < \tfrac{1}{2}CB$ (§. 89 *Arith.*), hoc eſt, ſi punctum radians inter centrum atque focum conſtituitur, radius divergens ab axe poſt reflexionem cum eodem concurrit in diſtantia a centro quarta diametri parte minore.

COROLLARIUM 11.

323. Quoniam ſi ex puncto radiante inter centrum & focum conſtituto radius in ſpeculum ſphæricum concavum non procul ab axe incidit, ab eodem reflexus cum axe concurrit in diſtantia majore quarta diametri parte a ſuperficie ſpeculi (§. 321) & minore quarta diametri parte a centro (§. 322); focus autem a centro non minus, quam a ſuperficie dimidia radii ſeu quarta diametri parte diſtat (§. 313); punctum concurſus in hoc caſu inter focum atque centrum eſt.

COROLLARIUM 12.

324. Si denique $AB < \tfrac{1}{2}CB$, hoc eſt, ſi punctum radians fuerit inter focum & ſuperficiem ſpeculi; erit etiam $2AB < CB$ (§. 180 *Arith.*) & hinc $2AB < CB$ (§. 180 *Arith.*) & hinc $2AB - BC$ quantitas negativa (§. 17 *Analyſ. finit.*), conſequenter $FB = \frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$ eſt quantitas negativa (§. 36 *Analyſ finit.*); id quod indicio eſt punctum concurſus eſſe poſt ſpeculum. Ut enim ſit poſitiva, fieri debet $\frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB}$.



COROLLARIUM 13.

325. Quoniam radius AD ex puncto A inter focum & ſuperficiem ſpeculi poſito in ſuperficiem ſpeculi incidens ita reflectitur in DG, ut retro continuatus concurrat cum axe poſt ſpeculum in F; ex puncto F poſt reflexionem ab axe divergit (§. 84 *Geom.*).

COROLLARIUM 14.

326. Cum punctum radians A ſupponatur in axe ſpeculi, qui utpote per centrum C tranſiens (§. 470 *Geom.*) ad ſuperficiem ſpeculi perpendicularis (§. 38 *Analyſ. infinit.*); erit axis ſpeculi cathetus incidentiæ (§. 16). Quamobrem cum in ſpeculo ſphærico concavo plerumque locus imaginis ſit in concurſu radii reflexi cum catheto incidentiæ (§. 236); per ea, quæ de puncto concurſus dicta ſunt, locus imaginis in diverſis caſibus determinatur, ſuntque diſtantiæ illius puncti a ſuperficie ſpeculi diſtantiæ imaginum a ſpeculo.

COROLLARIUM 15.

327. Sit diſtantia punctorum radiantium a ſuperficie ſpeculi in ratione 1 : *m*: Erunt ergo diſtantiæ

Digitized by Google

ſtantiæ imaginum a ſpeculo ut $\frac{AB \cdot BC}{2AB - BC}$ ad $\frac{mAB \cdot BC}{2mAB - BC}$ (§. 312. 326), conſequenter ut $\frac{1}{2AB - BC}$ ad $\frac{m}{2mAB - BC}$ (§. 181 *Arith.*), ſeu ut $2mAB - BC$ ad $2mAB - mBC$ (§. 178 *Arith.*). Quodſi ſit $m > 1$; erit $2mAB - BC > 2mAB - mBC$ ſi vero $m < 1$; erit $2mAB - BC < 2mAB - mBC$.

Corollarium 16.

328. Quodſi ergo (*Vid. Fig. 1 pag. præc.*) $AB > BC$, hoc eſt, ſi punctum radians fuerit ultra centrum a ſpeculo remotum; objecto a ſpeculo recedente, imago ad idem accedit (§. 327).

Corollarium 17.

329. Quodſi punctum radians fuerit ultra centrum a ſpeculo remotum, objecto ad ſpeculum accedente, imago ab eodem recedit.

Corollarium 18.

330. Sit jam (*Vid. Fig. §. 324*) $2AB < BC$, ideoque $AB < \frac{1}{2}BC$, hoc eſt, ſit punctum radians inter focum & ſuperficiem ſpeculi; erunt diſtantiæ imaginum ut $\frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB}$ ad $\frac{mAB \cdot BC}{BC - 2mAB}$ (§. 324 326), conſequenter ut $BC - 2mAB$ ad $mBC - 2mAB$. Quodſi ergo $m > 1$; erit $mBC > BC$, ideoque $BC - 2mAB < mBC - 2mAB$. Si vero $m < 1$; erit $BC > mBC$, $BC - 2mAB > mBC - 2mAB$ (§. 97 *Arith.*).

Corollarium 19.

331. Quodſi ergo objectum inter focum & ſuperficiem ſpeculi conſtitutum ad focum accedit, ſeu a ſpeculo recedit, imago quoque ab eodem recedit.

Corollarium 20.

332. Si vero idem a foco recedit, ſeu ad ſpeculum accedit; imago quoque ad idem accedit.

Corollarium 21.

333. Quoniam itaque imago objecti inter focum & ſuperficiem ſpeculi conſtituti poſt ſpeculum apparet (§. 324); imago majore intervallo poſt ſpeculum comparet, ſi objectum ſpeculo propius, quam ſi ab eodem remotius.

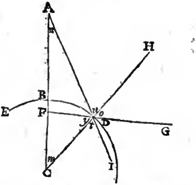
Corollarium 22.

334. Quodſi (*Vid. Fig. §. 324*) $BC = \infty$, hoc eſt, ſi radius ponatur infinitus; ſpeculum concavum degenerat in planum. Enimvero tum AB reſpectu ipſius BC infinite parva, ideoque nihilo æqualis (§. 4 *Analyſ. infinit.*). Quamobrem etiam $2AB$ nihilo æquivalet, ideoque $FB = \frac{AB \cdot BC}{BC - 2AB}$ (§. 312) $= \frac{AB \cdot BC}{BC} = AB$, hoc, eſt imago tanto intervallo videtur poſt ſpeculum planum, quanto ante ipſum abeſt: quemadmodum ſuperius demonſtratum eſt (§. 56).

Scholion.

335. *Ex Corollariis hiſce apparet, quanta facilitate ex formula analytica deducantur palmaria de ſpeculis concavis Theoremata. Poteramus ex eadem quoque deducere, quæ ad ſpecula convexa pertinent; ſed majoris evidentiæ cauſa Problema ſequens ſubnectimus.*

Problema 29.

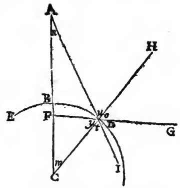


336. *Data diſtantia* AB *puncti radiantis* A *a ſuperficie ſpeculi ſphærici convexi* DBE, *invenire punctum* F, *in quo radius reflexus* GF *cum axe* AB *concurrit.*

Resolutio.

Sit in C centrum ſpeculi & radius $CB = a$, diſtantia puncti radiantis a ſuperficie ſpeculi $AB = b$, diſtantia puncti concurſus radii reflexi cum catheto incidentiæ ab eadem ſuperficie ſpeculi $BF = x$; erit diſtantia ejuſdem a centro $FC = a - x$. Jam $v = o$ (§. 144) & $v = t$ atque $o = y$ (§. 156 *Geom.*),

Digitized by Google



Geom.), ideoque $t = y$ (§. 87 *Arith.*), conſequenter ob $t = n + m$ (§. 239 *Geom.*) $y = n + m$ (§. 87 *Arith.*). Cum, ut in Problemate præcedente, radius incidens AD ipſi AB admodum vicinus ponatur, erit ut ibidem AD $=$ AB, FD $=$ FB & anguli n, m, y valde exigui, conſequenter $y:m =$ FC : BF & $m:n =$ AB : BC (§. 19 *Trigon.*). Quare cum ſit $m + n : m =$ AB $+$ BC : AB (§. 190 *Arith.*) & ob $m + n = y$ *per demonſtrata* $y : m =$ AB $+$ BC : AB (§. 168 *Arith.*); erit etiam (§. 168 *Arith.*).

$$AC : AB = FC : BF$$

ideoque

$$a + b : b = a - x : x$$

$$ab - bx = ax + bx$$

$$ab = 2bx + ax$$

$$\frac{ab}{2b + a} = x = FB$$

hoc eſt $\frac{AB \cdot FC}{2AB + BC} = \frac{AB \cdot BC}{AC + BA} = FB$

ſeu $FB : BC = AB : AC + BA$

Theorema. Si radius AD incidens in ſuperficiem ſpeculi convexi ab axe AC non nimis divergi; erit diſtantia puncti concurſus radii reflexi cum axe a ſuperficie ſpeculi ad radium convexitatis, ut diſtantia AB puncti radiantis a ſuperficie ſpeculi ad compoſitam AC $+$ AB ex diſtantia ejuſdem puncti a centro & diſtantia a ſuperficie.

Quodſi diſtantia puncti concurſus radii reflexi cum catheto incidentiæ F a centro ſpeculi FC quæratur, erit ob

$$CF = BC - BF$$

$$CF = a - \frac{ab}{2b + a} = \frac{2ab + a^2 - ab}{2b + a} = \frac{ab + a^2}{2b + a}$$

$$= \frac{(AB + BC)\,BC}{2AB + BC} = \frac{AC \cdot BC}{AC + AB}$$

ideoque $AC + AB : AC = BC : CF$

Theorema. Si radius AD incidens in ſuperficiem ſpeculi ſphærici convexi non multum ab axe ejus AC divergit, erit diſtantia puncti concurſus F radii reflexi GF a centro ſpeculi FC ad radium convexitatis BC, ut diſtantia puncti radiantis a centro ſpeculi AC ad compoſitam ex eadem diſtantia AC & diſtantia ejuſdem a ſuperficie ſpeculi AB.

Corollarium 1.

337. Quoniam AC $+$ BA $>$ AB; erit $\frac{AB}{AC + AB} < 1$ (§. 221 *Arith.*), ideoque $\frac{AB \cdot BC}{AC + BA} <$ BC (§. 180 *Arith.*). Diſtantia igitur puncti concurſus radii reflexi cum catheto incidentiæ in ſpeculo ſphærico convexo ab ejus ſuperficie ſemper minor eſt radio.

Corollarium 2.

338. Quare cum imago puncti radiantis A videatur in iſto puncto concurſus (§. 151); in ſpeculo ſphærico convexo ſemper videtur inter centrum & ſuperficiem ſpeculi.

Corollarium 3.

339. Sit AB $= \infty$, erit BC reſpectu AB infinite parva, ideoque 2AB $+$ BC $=$ 2AB (§. 4 *Analyſ. infinit.*), conſequenter $\frac{AB \cdot BC}{2AB + BC} = \frac{AB \cdot BC}{2AB} = \frac{1}{2}BC =$ FB. Diſtantia igitur puncti concurſus radii reflexi cum catheto incidentiæ nunquam majore intervallo a ſuperficie ſpeculi diſtat, quam dimidio convexitatis radio.

Corollarium 4.

340. Quoniam diſtantia puncti radiantis habetur pro infinita, ſi radius ab axe divergens eidem ad ſenſum ſit parallelus; radius a puncto remoto in ſuperficiem ſpeculi ſphærici convexi incidens

Digitized by Google

cidens cum catheto incidentiæ concurrit intervallo quartæ diametri partis.

COROLLARIUM 5.

341. In ſpeculo ſphærico convexo imago nunquam majore intervallo diſtat a ſuperficie ſpeculi quam quarta diametri parte (§. 339) & imago quidem objecti valde remoti a ſuperficie ſpeculi quarta diametri parte diſtat.

SCHOLION.

342. *Objectum an valde remotum ſit, æſtimatur ex ratione radii* BC *ad ejus diſtantiam a ſuperficie ſpeculi* AB. *In minoribus ideo ſpeculis minor diſtantia ad hoc ſufficit, quam in majoribus.*

COROLLARIUM 6.

343. Quodſi radius convexitatis BC fuerit infinitus, hoc eſt, ſi ſpeculum fuerit planum; erit 2AB reſpectu BC $= 0$ (§. 4 *Analyſ. infin.*), ideoque $BF = \frac{AB . BC}{BC} = AB$. In ſpeculo itaque plano imago tanto intervallo videtur poſt ſpeculum, quanto ante ipſum ab eodem abeſt.

COROLLARIUM 7.

344. Sit ratio diſtantiarum punctorum radiantium $= 1 : n$; erunt diſtantiæ imaginum a ſuperficie ſpeculi inter ſe ut $\frac{ab}{2b + a}$ ad $\frac{nab}{2nb + a}$, ideoque ut $ab(2nb + a)$ ad $nab(2b + a)$ (§. 178 *Arith.*), conſequenter ut $2nb + a$ ad $2nb + na$ (§. 181 *Arith.*).

SCHOLION.

345. *Quodſi ergo* n *explicetur per aliquem numerum, dentur que* a & b; *ratio diſtantiarum innoteſcit in numeris.*

COROLLARIUM 8.

346. Quodſi $1 : n$ fuerit ratio minoris inæqualitatis ſeu $n > 1$; erit $na > a$, ideoque $2nb + na > 2nb + a$ (§. 90 *Arith.*). Creſcente ideo diſtantia puncti radiantis extra ſpeculum creſcit diſtantia imaginis a ſuperficie ſpeculi intra ſpeculum. Recedente igitur objecto a ſpeculo, imago ejus intra ſpeculum a ſuperficie verſus centrum recedit.

COROLLARIUM 9.

347. Quodſi $1 : n$ fuerit ratio majoris inæqualitatis, ſeu $n < 1$; erit $na < a$, ideoque $2nb + na < 2nb + a$ (§. 90 *Arith.*). Decreſcente ideo diſtantia puncti radiantis a ſpeculo decreſcit diſtantia imaginis a ſuperficie. Viſibilis itaque ad ſpeculum accedentis imago ad ejus ſuperficiem accedit, a centro recedens.

COROLLARIUM 10.

348. Quodſi b fuerit $= 0$, hoc eſt, ſi viſibile ſuperficiem ſpeculi tangit, erit $\frac{ab}{2b + a} = 0$, ideoque diſtantia a ſuperficie ſpeculi nulla eſt. Videtur igitur imago in ipſa ſpeculi ſuperficie.

SCHOLION.

349. *Atque ex his Corollariis intelligitur, cur imago ſtyli longioris ſuperficiem ſpeculi altero ſuo extremo contingentis & diametro ſpeculi in directum ſiti ſit eidem continua & in directum ſita.*

COROLLARIUM 11.

350. Si fuerit $b = a$, ſeu viſibile a ſpeculo radii intervallo diſtet; erit $\frac{ab}{2b + a} = \frac{a^2}{3a} = \frac{1}{3}a$, ſeu imago tertia ſemidiametri parte a ſuperficie ſpeculi diſtat, ideoque duabus tertiis a centro.

COROLLARIUM 12.

351. Quodſi fuerit $b = na$ & $n > 1$, ſeu diſtantia puncti radiantis major radio; erit $\frac{ab}{2b + a} = \frac{na^2}{2na + a} = \frac{na}{2n + 1} = \frac{n}{2n + 1}a$. Quoniam $2n + 1 > n$; erit $\frac{n}{2n + 1}a < a$ (§. 221 *Arith.*). Idem adhuc obtinet, ſi $n < 1$. Diſtantia igitur imaginis a ſuperficie ſpeculi continuo minor eſt radio, quantacunque fuerit diſtantia imaginis: id quod jam alio modo ante elicuimus.

COROLLARIUM 13.

352. Quodſi fuerit $n = \infty$, erit unitas reſpectu $2n$ nihilo æqualis (§. 4 *Analyſ. infinit.*), & diſtantia imaginis a ſuperficie ſpeculi $\frac{na}{2n} = \frac{1}{2}a$, ſeu dimidio radio æqualis: quemadmodum denuo jam ante reperimus.

COROLLARIUM 14.

353. Quodſi ponamus $\frac{ab}{2b + a} = \frac{1}{2}a$; hoc eſt, ſi imago a ſuperficie ſpeculi diſtet intervallo quartæ partis diametri; erit $2ab = 2ab + aa$, ideoque $aa = 0$: quod cum ſit abſurdum, imago a ſuperficie ſpeculi nunquam quarta diametri parte diſtare poteſt, ſi radius incidens a catheto incidentiæ divergit.

SCHOLION.

354. *Conſentit hoc cum ſuperioribus, ubi diſtantiam viſibilis infinitam requiſivimus, ut imago diſtet a ſuperficie ſpeculi quarta diametri parte: tum enim radius incidens catheto incidentiæ cenſetur parallelus.*

COROLLARIUM 15.

355. Si radii duorum ſpeculorum fuerint ut a ad na, ſitque $n > 1$; erunt diſtantiæ imaginum a ſuperficiebus ſpeculorum, viſibili ab utroque ſpeculo eodem intervallo remoto, ut $\frac{ab}{2b+a}$ ad $\frac{nab}{2b+na}$, ideoque ut $2b + na$ ad $2nb + na$ (§. 178. 181 *Arith.*). Quamobrem cum ſit $2nb > 2b$ ex hypotheſi, diſtantia imaginis in ſpeculo majoris ſphæricitatis major eſt, in ſpeculo minoris minor, ſeu imago ejuſdem viſibilis in eadem diſtantia a ſpeculo majore intervallo videtur poſt ſpeculum, ſi majoris fuerit ſphæræ ſegmentum, quam ſi minoris fuerit.

COROLLARIUM 16.

356. Sit $\frac{ab}{2b+a} = b$, ſeu diſtet imago viſibilis tanto intervallo a ſuperficie ſpeculi, quanto ante ipſum idem abeſt; erit $ab = 2bb + ab$, ideoque $2bb = a$: quod cum ſit abſurdum, in ſpeculo ſphærico convexo imago nunquam tanto intervallo poſt ſpeculum eſſe poteſt, quanto ante ipſum objectum conſtituitur.

COROLLARIUM 17.

357. Sit $\frac{ab}{2b+a} = \frac{1}{2}b$, ſeu ſit diſtantia imaginis poſt ſpeculum diſtantiæ viſibilis a ſpeculo dimidia; erit $ab = bb + \frac{1}{2}ab$ ideoque $\frac{1}{2}ab = bb$, ſeu $\frac{1}{2}a = b$. Objectum igitur a ſpeculo intervallo dimidii radii ſpeculi ab eodem diſtare debet, ut imaginis diſtantia ſit dimidia diſtantiæ objecti.

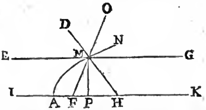
SCHOLION.

358. *Ex his Corollariis intelligitur, quanta facilitate plurima Catoptrica Theoremata inveniri poſſint, ope theorematum generalium, quæ & ipſa abſque multa difficultate ruuntur. Poterat hæc theoria etiam extendi ad alias curvas: poſſunt tamen aliis quoque methodis puncta concurſus radiorum reflexorum cum axe inveniri. Ut induſtriam lectoris excitemus, ſequens addere lubet Problema.*

PROBLEMA 30.

359. *Invenire punctum* (Vid. Fig. ſeq.) F, *in quo radius* GM *vel* EM *axi* AK *parabolæ* AMN *parallelus cum eodem poſt reflexionem concurrit, ſive in concavitatem, ſive in convexitatem incidat.*

RESOLUTIO.



Sit MH ad parabolam in M normalis & parameter parabolæ $= a$, AP $= x$, AF $= y$; erit PH $= \frac{1}{2}a$ (§. 36 *Analyſ. infinit.*) FP $= x - y$ & FH $= \frac{1}{2}a + x - y$. Jam ob parallelismum rectarum GM & AK angulus GMH $=$ MHF (§. 233 *Geom.*) & ex natura reflexionis FMH $=$ GMH (§. 144), ideoque MHF $=$ FMH (§. 87 *Arith.*), conſequenter FH $=$ FM (§. 253 *Geom.*). Eſt vero $PM^2 = ax$ (§. 388 *Anal. finit.*), ideoque $FM^2 = x^2 - 2xy + y^2 + ax$ (§. 417 *Geom.*). Quamobrem cum ſit $FH^2 = \frac{1}{4}a^2 + ax + x^2 - ay - 2xy + y^2$ *per demonſtr.* erit itidem *per demonſtrata*.

$$x^2 - 2xy + y^2 + ax = \frac{1}{4}a^2 + ax + x^2 - ay - 2xy + y^2)$$

ideoque $0 = \frac{1}{4}a^2 - ay$

$$ay = \frac{1}{4}a^2$$

$$y = \frac{1}{4}a$$

Theorema. Si radius parallelus EM vel MG incidat in parabolam AMN, poſt reflexionem in puncto F cum axe concurrit, quod a vertice A quarta parametri parte diſtat.

SCHOLION.

360. *Non abſimili modo punctum, ubi radius reflexus quicunque cum axe alterius curvæ concurrit, inveniri poteſt.*

Finis Elementorum Catoptricæ.

ELEMEN-

Digitized by Google

ELEMENTA DIOPTRICÆ.

PRÆFATIO.

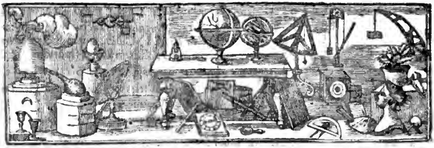
HOdie *Dioptrica* teleſcopiorum ac microſcopiorum perfectioni potiſſimum deſtinatur: unde ratio refractionis in ſpecillis ſeu vitris politis cujuſcunque figuræ inprimis in ea explicatur. Plerique Autores utuntur proportione prope vera angulorum inclinationis & refractionis, quam in his Elementis quoque illuſtravi: *Molyneux* & *Hugenius* ſoli veram proportionem ſinuum anguli inclinationis & refracti adhibent, quamvis diverſa ratione. Ille enim calculo geometrico puncta concurſus & diſperſionis radiorum eruit: hic vero generaliter abſque certa hypotheſi eadem invenire docet. Ego ex vera refractionis lege indolem refractionis generaliter in omni diaphano figuræ potiſſimum planæ ac ſphæricæ demonſtro & generalia ad ſpecilla vitrea & aquea applico, ac inde teleſcopiorum ac microſcopiorum, aliorumque inſtrumento-

rum

Digitized by Google

rum dioptricorum conſtructionem deduco. Aliqua tamen exempla demonſtrationum vulgarium affero, ut methodorum varietas innoteſcat ad amplificandum ingenii vires, quem ſcopum labori meo non ultimum præfigendum eſſe ſtatui. Prodeſt Dioptrices cognitio illis, qui rerum naturalium cognitionem curæ cordique habent: neque enim ſolum principia ſuppeditat, unde quæſtiones phyſicæ permultæ enodantur, verum etiam veræ methodi philoſophandi de rebus naturalibus ideam Lectoribus inſinuat & varias obſervandi & experimentandi methodos ſuppeditat. In Aſtronomia utilis eſt tum ad obſervandum, tum ad demonſtrandum, ut hodie ſine Dioptrica mancum ac mutilum dicendum ſit Aſtronomiæ ſtudium. Varias quoque ad vitam affert utilitates & jucunditates; quod ſatis perſpicient, qui vel hæc elementa attentione non ſuperficiaria perluſtrabunt. Addidi eum in finem vitrorum poliendorum aliorumque perficiendorum praxes, ut iis una conſulerem, qui ſuperficiaria cognitione rerum contenti ad inſtrumenta Dioptrica paranda potiſſimam curam dirigunt.

Digitized by Google



ELEMENTA DIOPTRICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Fundamentis Dioptricæ.

DEFINITIO 1.

1. DIOPTRICA ſeu *Anaclaſtica* eſt ſcientia viſionis refractæ.

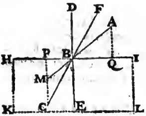
SCHOLION.

2. *Potiſſimum autem in Dioptrica traditur refractio luminis in vitris lenticularibus, quia ex iis tum teleſcopia, tum microſcopia, tum vitra cauſtica, tum aliæ machinæ Dioptricæ parantur: propterea quod hæ theoriæ utilitate ſua ſeſe commendant.*

DEFINITIO 2.

3. *Viſio refracta* eſt, quæ fit per radios refractos.

DEFINITIO 3.



4. *Radius incidens* ſeu *linea incidentiæ* eſt recta AB, per quam lumen irrefractum in eodem medio propagatur a puncto refractionis uſque ad ſuperficiem corporis refringentis HKLI.

DEFINITIO 4.

5. *Radius refractus* ſeu *linea refractionis* eſt recta (*Vid. Fig.* §.4) BC, per quam lumen poſt refractionem in medio diverſæ denſitatis ab eo, per quod a puncto radiante emanaverat, propagatur.

DEFINITIO 5.

6. *Superficies refringens* eſt ſuperficies diaphani, in qua fit refractio, ſeu in qua radius incipit a via priſtina deviare.

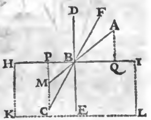
DEFINITIO 6.

7. *Punctum refractionis* eſt punctum (*Vid. Fig.* §.4) B in ſuperficie refringente, in quo refractio contingit. Vocatur idem reſpectu radii incidentis AB *punctum incidentiæ*.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITIO 7.



8. *Planum refractionis* eſt, in quo ſunt radius incidens AB & refractus BC.

DEFINITIO 8.

9. *Axis incidentiæ* eſt recta (*Vid. Fig. §. 8*) DB ad ſuperficiem refringentem in puncto incidentiæ perpendicularis, ducta in eodem medio, unde incidit radius.

DEFINITIO 9.

10. *Axis refractionis* eſt recta (*Vid Fig. §. 8*) BE ad ſuperficiem refringentem in puncto refractionis B perpendicularis, ducta in medio refringente.

DEFINITIO 10.

11. *Angulus incidentiæ* eſt angulus (*Fid. Fig. §. 8*) ABI, quem facit radius incidens AB cum ſuperficie refringente HI.

DEFINITIO 11.

12. *Angulus inclinationis* eſt angulus (*Vid. Fig §. 8*) ABD, quem facit radius incidens AB cum axe incidentiæ DB.

DEFINITIO 12.

13. *Angulus refractionis* eſt angulus (*Vid. Fig. §. 8*) MBC, quem facit radius refractus BC cum incidente MB ultra ſuperficiem refringentem protracto.

DEFINITIO 13.

14. *Angulus refractus* eſt angulus (*Vid Fig. §. 8*) CBE, quem facit radius refractus BC cum axe refractionis BE.

DEFINITIO 14.

15. *Lens* ſeu *ſpecillum* dicitur vitrum formæ lenticularis.

DEFINITIO 15.

16. *Vitrum plano-convexum* eſt, cujus ſuperficies altera convexa, altera plana. Communiter intelligitur convexitas ſphærica, niſi expreſſe contrarium moneatur.

DEFINITIO 16.

17. *Vitrum convexo-convexum* eſt, cujus utraque ſuperficies convexa. Dicitur etiam *utrinque convexum*. Eſtque *vel æqualiter convexum*, ſi eadem diameter utriuſque convexitatis; vel *inæqualiter convexum*, ſi convexitatum diametri diverſæ.

DEFINITIO 17.

18. *Vitrum plano-concavum* eſt, cujus altera ſuperficies concava, altera plana. Communiter intelligitur concavitas ſphærica, niſi diſerte contrarium moneatur.

DEFINITIO 18.

19. *Vitrum concavo-concavum* eſt, cujus utraque ſuperficies concava. Dicitur etiam *utrinque concavum*. Eſtque vel *æqualiter concavum*, ſi concavitatis eadem diameter, vel *inæqualiter concavum*, ſi concavitatum diametri ſunt diverſæ.

DEFINITIO 19.

20. *Meniſcus* eſt vitrum, cujus altera ſu-

ra ſuperficies convexa, altera concava. Vocatur etiam interdum *lunula*.

DEFINITIO 20.

21. ***Axis lentis*** eſt recta, tranſiens per axem ejus ſolidi, cujus ſegmentum lens exiſtit.

E. gr. Lens ſphærica plano-convexa eſt ſegmentum alicujus ſphæræ: ejus itaque axis idem eſt cum axe ſphæræ, ſeu recta per hunc tranſiens.

DEFINITIO 21.

22. ***Punctum concurſus*** eſt punctum, in quo radii refracti concurrunt, ſi per refractionem fiunt convergentes. Vocatur etiam *focus*.

DEFINITIO 22.

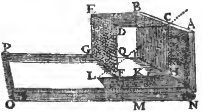
23. ***Punctum diſperſus*** eſt punctum, ex quo radii refracti divergunt, ſi poſt refractionem divergentes evadunt. Vocatur etiam *focus virtualis*.

PROBLEMA I.

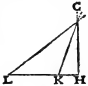
24. ***In legem refractionis per experimenta inquirere.***

RESOLUTIO.

Si deſideretur refractio ex aere in vitrum, qua potiſſimum opus habemus in Dioptrica,



1. paretur cubus vitreus CBEDGFHI exacte politus.
2. Jungantur ad angulos rectos duo aſſerculi dedolati NIPO & NABI, ita ut latitudo communis IN excedat latus cubi IH, multo magis autem idem ſuperet longitudo inferioris NO: altitudo vero minoris CH ſit lateri cubi æqualis.
3. Obvertatur hoc inſtrumentum anaclaſticum Soli in diverſis altitudinibus ſupra horizontem, noteturque terminus umbræ tam intra cubum in K, quam extra eum in L.
4. Quoniam CK eſt radius refractus, CL vero irrefractus; erit HCK angulus refractus (§.14), KCL angulus refractionis (§.13) & HCL angulus inclinationis (§.12), conſequenter ſi CL ſumatur pro ſinu toto, HL ſinus anguli inclinationis, & HK ſinus anguli refracti (§.2 *Trig.*). Obſervare igitur licebit rationem ſinus anguli refracti HK ad ſinum anguli inclinationis HL, utramque nempe lineam HK & HL accurate in ſcala ſubtiliter diviſa dimetiendo.



5. Et quia in triangulo HCL ad H rectangulo latera HC & HL dantur, itemque in triangulo CHK latera HC & HK; invenitur angulus inclinationis HCL & angulus refractus HCK (§.40 *Trigon.*).
6. Si loco cubi vitrei adhibeatur vaſculum aqua, vel alio liquore plenum, refractio ex aere in aquam vel liquorem alium obſervabitur.

COROLLARIUM I.

25. Radius in ingreſſu ex aere in vitrum aut generaliter ex medio rariori in denſius, ad axem refractionis frangi obſervatur; hine angulus refractus

fractus minor angulo inclinationis, & radius perpendicularis ad ſuperficiem refringentem irrefractus tranſit.

COROLLARIUM 2.

26. Ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti conſtans deprehenditur; nempe, ſi refractio ſit ex aere in vitrum, major quam 114 ad 76, minor vero quam 115 ad 76, hoc eſt, quam proxime ut 3 ad 2, obſervante *Hugenio* (a).

SCHOLION 1.

27. *Conſentit cum hac obſervatione altera Illuſtr.* Newtoni (b), *qua ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti exhibetur ut* 31 *ad* 20, *hoc eſt, itidem fere ut* 3 *ad* 2. *Hac igitur proportione ad explicandas refractiones in lentibus vitreis commode utimur in Dioptricis. Quamvis enim in omni vitro non ſit eadem refractionis quantitas; in argumentis tamen phyſicis omnimoda accuratione non eſt opus.*

SCHOLION 2.

28. *In aqua pluvia* Carteſius *rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti deprehendit* (c) *ut* 250 *ad* 187, *hoc eſt, propemodum ut* 4 *ad* 3: *cum quo deinde conſpirat obſervatio* Newtoni (d), *vi cujus ratio obtinet ut* 529 *ad* 396. *Ceterum idem* Newtonus *in ſpiritu vini eam facit ut* 100 *ad* 73, *quæ itidem a ſeſquitertia non multum abit; in aere vero ut* 3851 *ad* 3850.

SCHOLION 3.

29. *Multæ dantur methodi obſervandi quantitatem refractionis, paſſim apud Autores explicatæ. Ego hic tradidi eam, quam* Keplerus (e) *commendat, quia nulla Dioptrices principia ſupponit, alias additurus inferius, ubi earum fundamenta demonſtrabuntur.*

COROLLARIUM 3.

30. Uno igitur angulo inclinationis &, qui ipſi reſpondet, refracto per obſervationem reperto, facile per computum eruuntur anguli refracti ſingulis angulis inclinationis reſpondentes.

COROLLARIUM 4.

31. Si angulus inclinationis graduum 70, angulus refractus 38° 50′, obſervantibus *Kirchero* (f) & *Zahnio* (g).

(a) In Dioptrica pag. 5.
(b) Optic Lib. II. Part. 3 pag. 232. edit. Lat.
(c) In Tract. de Meteoris Cap. 8. §. 10. pag. m. 221.
(d) Loc. cit.
(e) Dioptr. Lib. I. Prop 3.
(f) In Arte Magna Lucis & Umbræ Lib. VIII. Part. 1. C p. 2.
(g) In Oculo artific. Fund. 2. Syntag. 1. Cap. 2. fol. 218. & ſeqq.

SCHOLION 4.

32. *Et hinc* Zahnius *condidit tabulam refractionum ex aere in vitrum ad ſingulos gradus anguli inclinationis, quam hic contractam exhibemus.*

Angul. inclin.	Angul. refractus.			Angul. refractionis.		
1	0°.	40′	5″	0°.	19′	55″
2	1.	20.	6	0.	39.	54
3	2.	0.	3	0.	59.	56
4	2.	40.	5	1.	19.	55
5	3.	20.	3	1.	39.	57
6	3.	59.	50	2.	0.	10
7	4.	39.	48	2.	20.	12
8	5.	19.	49	2.	40.	11
9	5.	59.	35	3.	0.	25
10	6.	39.	16	3.	20.	44
11	7.	18.	55	3.	41.	5
12	7.	58.	32	4.	1.	28
13	8.	38.	2	4.	21.	58.
14	9.	17.	25	4.	42.	35
15	9.	56.	46	5.	3.	14
16	10.	35.	59	5.	24.	1
17	11.	15.	3	5.	44.	57
18	11.	54.	5	6.	5.	55.
19	12.	34.	36	6.	25.	24
20	13.	11.	35	6.	48.	25
25	16.	22.	51	8.	37.	9
30	19.	29.	29	10.	30.	31
35	22.	30.	18	12.	29.	42
40	25.	34.	6	14.	35.	54
45	28.	9.	19	16.	50.	41
50	30.	44.	35	19.	15.	25
60	35.	18.	12	24.	41.	48
70	38.	50.	0	31.	10.	0
80	41.	5.	15	38.	54.	55
90	41.	51.	40	48.	8.	20

COROLLARIUM 5.

33. Quod ſi itaque angulus inclinationis fuerit minor quam 20 graduum, & radius ex aere in vitrum refringatur; angulus refractionis erit propemodum pars tertia inclinationis. Angulus enim refractionis, qui convenit inclinationi unius gradus, a parte tertia deficit 5 ſecundis, angulus refractionis reſpondens inclinationi duorum graduum e parte tertia abeſt 9 ſecundis, & ita porro. Angulo inclinationis 20 graduum reſpondet angulus refractionis 6° 48′ 25″, ideoque excedit partem tertiam 8′ 25″. Sed angulus refractionis conveniens angulo inclinationis 30 graduum, partem tertiam jam ſuperat gradu dimidio & 31 ſecundis & inde exceſſus continuo fit major.

COROL.

Digitized by Google

COROLLARIUM 6.

34. Quamdiu itaque angulus inclinationis minor fuerit quam 20 graduum; radius ex aere in vitrum refrangitur ad axem refractionis ſeu incidentiæ tertia propemodum parte anguli inclinationis.

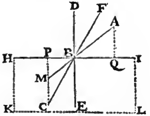
SCHOLION 5.

35. *Hoc principio utitur* Keplerus *ad demonſtrandas refractiones in ſpecillis in ſua* Dioptrica *& poſt ipſum uſi ſunt Scriptores Dioptricæ plerique omnes. Exemplo enim* Alhazeni & Vitellionis, *legem refractionis quæſivit in ratione angulorum, ideoque ad veritatem puram pervenire non potuit. Conſtantem rationem eſſe ſinuum angulorum inclinationis & refracti, multiplici experimento detexit* Willebrordus Snellius, *quamvis non adverterit lineas, per quas rationem conſtantem explicavit, eſſe illorum angulorum ſinus. Ex ejus ſcripto non edito eandem rationem conſtantem, non nominato* Snellio, *propoſuit* Carteſius (a), *cui vulgo hoc inventum tribui ſolet.* Snellio *idem vindicat* Hugenius, *cui conſtabat,* Carteſium *tractatum* Snellii *vidiſſe* (b). *Ceterum cum ex* Optica (§. 192) *conſtet, radios luminis omnes non ejuſdem eſſe refrangibilitatis; conſtans illa ratio admittenda eſt diverſa in ſingulis radiorum ſpeciebus: unde quam a ſe obſervatam contendunt Autores, eam de radiis medium refrangibilitatis gradum habentibus, hoc eſt, viridibus intelligendam eſſe jam monuit perſpicaciſſimus* Newtonus (c). „ Differentiam tamen ideo parvam *judicat*, ut raro ejus ullam rationem haberi ſit „ neceſſe.

PROBLEMA 2.

36. *In legem refractionis per rationes inquirere.*

RESOLUTIO.



Quoniam lumen in diverſis mediis, diverſa quippe vi reſiſtentibus, eadem celeritate moveri nequit, ſit ratio celeritatis luminis incidentis AB ad celeritatem refracti $BC = m : n$. Erunt itaque tempora, quibus lineæ AB & BC percurruntur in ratione nBA ad mBC (§.39 *Mechan.*). Demittantur perpendiculares AQ & CP ſiatque $AQ = a$, $CP = b$, $PQ = c$, $PB = x$, erit $BQ = c - x$, conſequenter $BC = \sqrt{(bb + xx)}$ & $AB = \sqrt{(aa + cc - 2cx + xx)}$, ideoque tempus, quo percurritur via $AB + BC = m\sqrt{(bb + xx)} + n\sqrt{(aa + cc - 2cx + xx)}$: quod erit minimum aliquod; quia, cum natura ſemper via breviſſima agat, lumen ex A in C via breviſſima pervenire debet. Habemus ideo

$$\frac{mxdx}{\sqrt{(b^2 + x^2)}} + \frac{nxdx - ncdx}{\sqrt{(aa + cc - 2cx + xx)}} = 0$$

(§. 61 *Analyſ. infinit.*)

& hinc

$$mx : \sqrt{(b^2 + x^2)} = n(c - x) : \sqrt{(a^2 + c^2 - 2cx + x^2)}$$

hoc eſt, $mPB : BC = nBQ : BA$

Fiat $BC = BA$

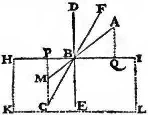
erit $mPB = nBQ$

conſequenter $m : n = BQ : PB$

Quodſi ergo BA ſeu BC ſumatur pro ſinu toto, erit BQ ſinus anguli A, & PB ſinus anguli C (§. 2. *Trigon.*), hoc eſt, quia AQ & PC ipſi DE parallelæ (§. 256 *Geom.*), PB ſinus anguli CBE & BQ ſinus ipſius ABD (§.233 *Geom.*), nempe PB ſinus anguli refracti (§.14), BQ vero ſinus anguli inclinationis (§.12). Patet ideo, *ſinum anguli inclinationis eſſe ad ſinum anguli refracti in ratione conſtante, ea nempe, quæ eſt celeritatis luminis ante refractionem ad celeritatem ejuſdem poſt refractionem.*

(a) In Dioptrica Cap. 2. § 2. pag. m. 57.
(b) In Dioptrica, pag. 2. & 3.
(c) In Optic. Ax. 5. & Lib. I. Part. I. Prop. 6. pag. 61. & ſeqq. Edit. Lat.

Corollarium 1.



37. Quodſi radius refractus CB ſumatur pro incidente, erit ut *n* ad *m* ita ſinus anguli CBE ad ſinum anguli refracti (§. 36). Eſt vero etiam ut *n* ad *m* ita ſinus anguli CBE ad ſinum anguli ABD (§. *cit.*). Ergo ſinus anguli ABD eſt idem cum ſinu anguli refracti (§. 177 *Arith.*), conſequenter ABD eſt angulus refractus incidentis CB (§. 2 *Trign.*). Radius ideo CB, ſi contraria ratione refringitur, cum incidente BA coincidet.

Corollarium 2.

38. Quando itaque radius ex vitro in aerem, & generaliter ex medio denſiori in rarius tranſit, ab axe incidentiæ ſeu refractionis refringitur, & hinc angulus refractus major eſt angulo inclinationis (§. 12. 14).

Corollarium 3.

39. Si angulus inclinationis 30 gradibus minor; tum propemodum eſt MBC $=\frac{2}{3}$MBE (§. 33 *Dioptr.* & §. 156 *Geom.*). Quare cum ſit CBE $=\frac{2}{3}$MBE; erit MBC $=\frac{1}{2}$CBE, conſequenter ſi refractio fit ex vitro in aerem & angulus inclinationis 30 gradibus minor; radius refringitur ab axe refractionis dimidia propemodum parte anguli inclinationis (§. 37).

Scholion.

40. *Atque hoc eſt alterum principium dioptricum, quo Autores fere omnes cum* Keplero *utuntur ad refractiones in ſpecillis demonſtrandas.*

Corollarium 4.

41. Si refractio ex aere in vitrum contingit, ratio ſinus inclinationis ad ſinum anguli refracti eſt ut 3 ad 2 (§. 26), ſi vero ex aere in aquam fit, ut 4 ad 3 (§. 28). Ergo ſi refractio contraria ratione ex vitro vel aqua in aerem contingit, eorundem ſinuum ratio erit in caſu priore ut 2 ad 3, in poſteriore ut 3 ad 4 (§. 37).

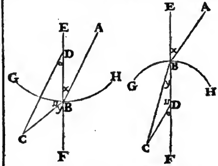
Corollarium 5.

42. Quoniam ratio ſinus inclinationis ad ſinum refracti ut 3 ad 2, ſi refractio ex aere in vitrum fit; vel ut 4 ad 3, ſi fit ex aere in aquam, pertinet ad radios mediæ refrangibilitatis (§. 35); ratio quoque eorundem ſinuum ut 2 ad 3, ſi refractio fit ex vitro in aerem; vel ut 3 ad 4, ſi fit ex aqua in aerem, obtinet in lumine mediæ refrangibilitatis.

Corollarium 6.

43. Quoniam tamen differentia, quæ ex diverſo refrangibilitatis gradu oritur adeo exigua eſt, ut attendi non mereatur (§. 35); ideo in refractione quoque, quæ fit ex vitro vel aqua in aerem non attendenda venit.

Theorema 1.



44. *Si recta* EF *ſecet ſuperficiem refringentem quamcumque* GBH *ad angulos rectos in puncto incidentiæ, & ex puncto quocumque intra diaphanum denſius* D *ducatur recta* DC *radio incidenti* AB *parallela; hæc refracto* BC *occurret in* C, *eritque ad partem refracti* CB *ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

Demonstratio.

Quoniam CD ipſi AB parallela *per hypoth.* erit $o=x$ (§. 233 *Geom.*). Sed ſi radius BC exit ex medio denſiori in tenuius, veluti ex vitro in aerem $y > x$ (§. 38); ſi vero tranſit ex tenuiori in denſius, veluti ex aere in vitrum $y < x$ (§. 25):

Digitized by Google

(§. 25): ergo in caſu priore $y > o$, ſeu $o < y$, in poſteriore $y < o$ (§. 89 *Arith.*); conſequenter in priore $o + v < y + v$, in poſteriore $y + v < o + v$. Sunt vero in illo $y + v$, in hoc $o + v$, duobus rectis æquales (§. 147 *Geom.*). Ergo in illo $o + v$, in hoc $y + v$ duobus rectis minores ſunt (§. 89 *Arith.*) & hinc in utroque DC ipſi BC occurrit (§. 262 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Jam cum $o = x$ *per demonſtr.* ideoque angulus inclinationis (§. 12) & y ſit angulus refractus (§. 14), ſit vero præterea CB ad CD, ut ſinus anguli o ad ſinum anguli y (§. 5 & §. 33 *Trigon.*); evidens eſt, quod ſit CB ad CD, in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. *Quod erat alterum.*

Corollarium 1.

45. Quando igitur BC ex vitro in aerem exit, ad CD eſt in ratione ſubſeſquialtera (§. 41): ſi vero ex aere in vitrum tranſit, ad CD rationem ſeſquialteram habet (§. 26).

Corollarium 2.

46. Quando lumen ex aqua in aerem exit; CB ad CD habet rationem ſubſeſquitertiam (§. 41); ſi vero ex aere in aquam tranſit, ſeſquitertiam (§. 28).

Theorema 2.

47. *Si recta* (Vid. Figg. §. 44) EF *ſecet ſuperficiem refringentem* GH *ad angulos rectos & radius refractus* BC *rectæ cuidam alteri* DC *ex quocunque axis* EF *puncto* D *intra medium denſius aſſumto ductæ ita occurrat, ut ad eam habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti; erit* CD *radio incidenti* AB *parallela.*

Demonstratio.

CB eſt ad CD ut ſinus anguli o ad ſinum anguli y (§. 35 *Trigon.*). Eſt vero etiam CB ad CD ut ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti *per hypoth.* Quare cum y ſit angulus refractus; erit o angulo inclinationis x æqualis (§. 177 *Arth.*), conſequenter CD ipſi AB parallela (§. 255 *Geom.*). *Q. e. d.*

Theorema 3.

48. *Radius incidens in ſuperficiem curvam, ſive convexam, ſive concavam, perinde refringitur, ac ſi incideret in planam, quæ curvam in puncto incidentiæ tangit.*

Demonstratio.

Superficies curva & plana, quæ ipſam tangit, habent partem infinite parvam communem. Sed radius in tam exigua parte refringitur. Ergo perinde eſt ac ſi refringeretur in ſuperficie plana, quæ curvam in puncto incidentiæ tangit. *Q. e. d.*

CAPUT

CAPUT II.

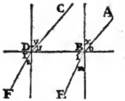
De Refractione in Superficiebus Planis.

THEOREMA 4.

49. *Si radii paralleli ex uno diaphano tranſeunt in aliud diverſæ denſitatis; etiam in medio altero manent paralleli.*

DEMONSTRATIO.

Si radii ad ſuperficiem refringentem incidant perpendiculares, irrefracti tranſeunt (§. 25); ideoque in diaphano ſecundo eorum ſitus non mutatur. Sed in diaphano primo erant paralleli *per hypotheſin*. Ergo etiam in diaphano ſecundo manent paralleli. *Quod erat unum.*



Si radii AB & CD ad ſuperficiem refringentem obliqui, ſed paralleli; erunt anguli incidentiæ *o* & *v* (§. 233 *Geom.*); conſequenter etiam anguli inclinationis *x* & *y* æquales (§. 145 *Geom.* & §. 91 *Arith.*). Quoniam igitur angulorum inclinationis *x* & *y* ſinus ad ſinus angulorum refractorum *m* & *n* eandem rationem habent (§. 26), ſinus etiam angulorum *m* & *n* (§. 177 *Arith.*), conſequenter ipſi anguli refracti *m* & *n* (§. 2 *Trigon.*), ideoque & anguli *s* & *r* (§. 145 *Geom.* & §. 91 *Arith.*) æquales. Radii igitur refracti BE & DF paralleli ſunt (§. 255 *Geom.*). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

50. Quodſi igitur vitrum utrinque planum Soli directe objiciatur; lumen per ipſum tranſiens perinde propagatur, ac ſi vitrum abeſſet (§. 83 *Optic.*): ſi oblique obvertatur, lumen tamen refractum ejuſdem manet intenſitatis (§. 86 *Optic.*).

LEMMA

51. *Coſecantes angulorum, qui menſuram trium graduum non excedunt, a cotangentibus in centeſimis radii non differunt: coſecantes vero eorum, quorum menſura gradibus quinque major non eſt, cum cotangentibus in decimis radii conveniunt.*

DEMONSTRATIO.

Etenim vi canonis differentia cotangentium & coſecantium uſque ad gradum tertium in quatuor notis prioribus nulla eſt. Exprimunt vero quatuor notæ priores radii particulas centeſimas, nempe ſi radius eſt partium 1000, cotangens ſinus anguli trium graduum eſt 19081, coſecans ejuſdem 19087. In centeſimis igitur cotangentes & coſecantes uſque ad tertium gradum non differunt. *Quod erat unum.*

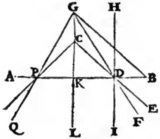
Simili prorſus modo oſtenditur, cotangentium & coſecantium differentiam nullam eſſe in decimis radii uſque ad gradum quintum. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

52. Quodſi itaque decima vel centeſima pars radii

radii in dato aliquo caſu adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel ægre admodum aſſignari poſſit; coſecantes angulorum in caſu priore quinque, in poſteriore tribus gradibus non majorum ſunt inter ſe ut cotangentes.

THEOREMA 5.



53. *Diſtantia* DK *puncti refractionis* D *a catheto incidentiæ* CL *eſt ad diſtantiam puncti radiantis* CK *a ſuperficie refringente, in ratione ſinus anguli inclinationis ad coſinum ipſius.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam CL ad AB perpendicularis (§.225 *Geom.*), & axis refractionis HI itidem ad AB normalis (§. 10); erit HI ipſi CL parallela (§. 256 *Geom.*), conſequenter KCD angulo inclinationis CDH æqualis (§.233 *Geom.*). Sed KD eſt ad KC in ratione ſinus anguli inclinationis KCD ad ſinum anguli KDC (§. 33 *Trigon.*). Quare cum KDC ſit complementum ipſius KCD ad rectum (§. 241 *Geom.*); erit KD ad CK in ratione ſinus anguli inclinationis ad coſinum ejuſdem (§. 11 *Trigon.*).

COROLLARIUM I.

54. Quoniam ſinus anguli 5 graduum ad ejus coſinum eſt, ut 8715 ad 99619, hoc eſt fere ut 1 ad 11$\frac{1}{4}$; quamdiu diſtantia puncti refractionis KD minor eſt undecima parte diſtantiæ puncti radiantis KC, angulus inclinationis minor eſt quam 5 graduum.

COROLLARIUM 2.

55. Similiter quia ſinus anguli 3 graduum ad ejus coſinum, ut 5233 ad 99862, hoc eſt fere ut 1 ad 19$\frac{1}{12}$; quamdiu diſtantia puncti refractionis KD minor eſt parte decima nona diſtantiæ puncti radiantis KC, angulus inclinationis minor eſt quam trium graduum.

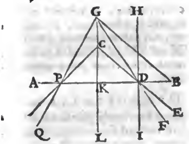
THEOREMA 6.

56. *Si radius ex uno medio in diaphanum aliud diverſæ denſitatis & planæ ſuperficiei oblique incidit; diſtantia puncti radiantis a ſuperficie refringente eſt ad diſtantiam puncti diſperſus, in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem anguli refracti.*

DEMONSTRATIO.

Tendat radius CD ex medio tenuiori in diaphanum denſius AB, ſitque CK cathetus incidentiæ & HI axis refractionis: refringetur radius ad axem (§. 25) ideoque refractus DF concurret cum catheto ultra C in G. Jam quoniam GL (§.16 *Catoptr.*) & HI ad AB normales (§.10), erit GK diſtantia puncti diſperſus (§. 225 *Geom.*), atque HI ipſi GL parallela (§.256 *Geom.*), conſequenter KCD = CDH & KGD = FDI (§.233 *Geom.*). Eſt vero CDH angulus inclinationis (§. 12) & FDI angulus refractus (§.14): ergo KCD angulo inclinationis & KGD angulo refracto æqualis. Jam ſi KD ſumatur pro ſinu toto, erit KC tangens anguli KDC & KG tangens anguli KDG (§.7 *Trigon.*), ſeu quia KDC eſt complementum ipſius KCD, & KDG complementum ipſius KGD ad rectum (§. 241 *Geom.*), KC eſt cotangens ipſius KCD & KG cotangens ipſius KGD (§. 11 *Trigon.*). Quare CK ad GK ut cotangens anguli inclinationis ad cotangentem refracti. *Quod erat unum.*

Sit



Sit GD radius incidens ex medio denſiori in diaphanum tenuius: frangetur ab axe HI in DE (§.38), ideoque cum catheto incidentiæ GL infra punctum radians G in C concurrit. Patet vero, ut ante, eſſe KGD angulo inclinationis GDH, KCD angulo refracto CDH æqualem, & ideo KC ad KG ut cotangentem anguli inclinationis ad cotangentem anguli refracti. *Quod erat alterum.*

PROBLEMA 3.

57. *Data diſtantia* (Vid. Fig. ut ſup.) KC *puncti radiantis* C *in ſuperficiem planam diaphani diverſæ denſitatis a medio, per quod incidit* CD, *una cum diſtantia* KD *puncti refractionis* D *a catheto incidentiæ* KC; *invenire diſtantiam puncti diſperſus* GK *a ſuperficie refringente* AB.

RESOLUTIO.

1. Quoniam in triangulo KCD ad K rectangulo (§. 225. 78 *Geom.*) dantur crura KD & KC; invenietur angulus KCD (§.40 *Trigon.*), quem angulo inclinationis CDH æqualem eſſe conſtat, *per antea demonſtrata* (§. 56).
2. Quia datur ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 24); per regulam trium invenitur porro ſinus anguli refracti GDH, & hinc in canone ſinuum ipſe angulus refractus. Imo ſi refractio ex aere in vitrum fit: angulus refractus ſine calculo in tabula ſuperius tradita (§. 32) evolvi poteſt.
3. Datis angulis inclinationis & refracto, tandem reperitur diſtantia puncti diſperſus GK (§. 56).

Et perinde Problema ſolvitur, ſi refractio fiat ex medio denſiori in tenuius, hoc eſt, ſi G fuerit punctum radians, C vero punctum diſperſus.

E. gr. Incidat radius DC ex aere in vitrum, ſitque CK = 33′, KD duorum pedum: erit

Log. KD	0.3010300
KC	1.5185139
Sin. Tot.	10.0000000
Log. cotang. KCD	11.2174839

& hinc, vi canonis, angulus inclinationis KCD vel CDH = 3° 28′ 10″.

Eſt vero ut 3 ad 2, ita ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 26). Ergo ſinus refracti = 2. 605161 : 3 = 403441: unde, vi canonis, reperitur angulus refractus KGD quam proxime 2° 18′ 40″. Quare tandem.

Log. cotang. KCD	11.2174839
cotang. KGD	11.3940661
KC	1.5185119
	12.9125800
Log. KG	1.6950961

Habetur ideo KG = 4° 9′ 5″ 5‴.

SCHOLION.

58. *Sinus deſumſimus ex canone majore* Pitiſci; *logarithmos vero ex magno canone triangulorum* Ulacci, *neglectis ſcrupulis per approximationem quærendis ad evitandas calculi tricas.* (a)

THEOREMA 7.

59. *Si radiorum* (Vid. Fig. ut ſup.) CD & CP *ex eodem puncto in ſuperficiem planam diaphani diverſæ denſitatis* AB *inci-*

(a) Juxta canonem *Ulacci* minorem CDH = 3° 28′ 6″; ſinus KGD = 2. 604968 : 3 = 403312. Item cot. KGD = 11. 3940686.

incidentiæ puncta refractionis D & P *a catheto incidentiæ* CK *æqualiter diſtent; refracti* DF & PQ *idem punctum diſperſus* G *habent.*

DEMONSTRATIO.

Quia PK = KD *per hypoth.* & anguli ad K recti (§. 78 *Geom.*); erunt anguli inclinationis PCK & KCD æquales (§ 179 *Geom.*). Habent ergo diſtantiæ punctorum, in quibus radii refracti DF & PQ cum catheto incidentiæ concurrunt, ad CK eandem rationem (§. 56), ideoque æquales ſunt (§. 177 *Arith.*); conſequenter punctum diſperſus G idem eſt (§. 169 *Geom.*). *Q. e. d.*

Eadem eſt demonſtratio, ſi ſupponamus G eſſe punctum radians, C vero punctum diſperſus.

COROLLARIUM I.

60. Quoniam radiorum valde vicinorum diſtantia a catheto ad ſenſum eadem eſt; radii valde vicini ex eodem puncto G diſperguntur.

COROLLARIUM 2.

61. Quare cum radii refracti in oculum extra cathetum incidentiæ conſtitutum incidentes vel æqualiter a catheto diſtent, vel valde vicini ſint; veluti ex puncto G emanantes in eum illabuntur; conſequenter punctum C per radios refractos in G videri debet.

THEOREMA 8.

62. *Si radius* (Vid. Fig. pag. præc.) CD *ex medio tenuiori in diaphanum denſius planam ſuperficiem habens* AB *oblique incidit; diſtantia puncti radiantis* CK *minorem rationem habet ad diſtantiam puncti diſperſus* KG, *quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen diſtantia puncti refractionis a catheto incidentiæ* KD *minor fuerit undecima vel decima nona parte diſtantiæ puncti radiantis* CK, *& in caſu priore decima, in poſteriore centeſima ejus pars ſit adeo exigua, ut aſſignari nequeat, vel ſaltem contemni mereatur; erit* CK *ad* KG *ad ſenſum in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

DEMONSTRATIO.

Dicatur brevitatis gratia ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis $n:m$, ducaturque GB radio incidenti CD ex puncto diſperſus G parallela: erit CK : KG = CD : GB (§. 268 *Geom.*). Eſt vero GB > GD (§. 417 *Geom.*) ideoque CD : GB < CD : GD (§. 205 *Arith.*). Ergo CK : KG < CD : GD (§. 89 *Arith.*). Quare cum ſit CD ad GD, ut ſinus anguli CGD ſeu GDH (§. 233 *Geom.*) ad ſinum anguli KCD (§. 35 *Trigon.*), vel CDH (§. 233 *Geom.*), conſequenter ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & n ad m ut idem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis; erit $n:m$ = CD : GD, ideoque CK : KG < $n:m$ (§. 89 *Arith.*). *Quod erat unum.*

Quodſi DK < $\frac{1}{11}$ CK, erit angulus inclinationis KCD < 5° (§. 54). Quare ſi etiam decima pars radii adeo exigua fuerit, ut vel plane non, vel ægre admodum aſſignari poſſit; erit CK : KG = CD : GD (§. 52), conſequenter cum CD ad GD ſit in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis *per demonſtrata*, etiam CK ad KG eandem rationem habet. Idem eodem modo oſtenditur, ſi DK < $\frac{1}{19}$ CK & centeſima pars radii parvitatis contemptibilis. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM 1.

63. Quodſi ergo refractio ex aere in vitrum contingit; diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto vicinorum eſt ſeſquialtera puncti radiantis; remotiorum vero ſeſquialtera major (§. 26).

COROLLARIUM 2.

64. Si refractio ex aere in aquam contingit; diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto incidentiæ vicinorum eſt ſeſquitertia, remotiorum vero ſeſquitertia major (§. 28).

SCHOLION.

65. *Conſentit cum hiſce calculus ſecundum* Problema 3 *inſtitutus. Sane in exemplo ibi allato erat* $CK = 33'$ *& reperiebatur* $KG = 49' 5''$. *Quodſi vero fiat ut* 2 *ad* 3 *ita* 33 *ad* KG, *reperietur denuo* $KG = 33 \cdot 3 : 2 = 99 : 2 = 49' \frac{1}{2} = 49' 5''$.

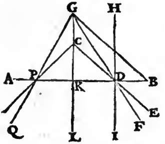
COROLLARIUM 3.

66. Oculo itaque in medio denſiore conſtituto, objecta in rariore collocata remotiora apparent quam ſunt (§. 339 *Optic.*) & locus imaginis in quolibet caſu dato vel ex ratione refractionis data (§. 62) vel per calculum juxta Problema 3 inſtituendum (§. 57) facile definitur.

SCHOLION.

67. *Ita piſcibus ſub aqua natantibus remotiora apparent, quam ſunt, quæ extra aquam conſtituuntur.*

THEOREMA 9.



68. *Si radius* GD *ex medio denſiori in diaphanum tenuius, quod planam ſuperficiem* AB *habet, oblique incidit; diſtantia puncti radiantis* GK *majorem rationem habet ad diſtantiam puncti diſperſus* CK *quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. In caſu reliquo Theorematis præcedentis erit* GK *ad* KC *ad ſenſum, in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

DEMONSTRATIO.

Dicatur brevitatis gratia ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis $n : m$, ducaturque ex puncto radiante GB radio refracto CD parallela: erit $KG : KC = GB : CD$ (§. 268 *Geom.*). Eſt vero $GB > GD$ (§. 417 *Geom.*): ideoque $GB : CD > GD : CD$ (§. 203 *Arith.*). Ergo $KG : KC > GD : CD$ (§. 89 *Arith.*). Quare cum eodem modo, quo in demonſtratione Theorematis præcedentis pateat eſſe $m : n = GD : CD$; erit $KG : KC > m : n$ (§. 89 *Arith.*). *Quod erat unum.*

Poſterius eodem modo oſtenditur, quo idem de radiis ex medio tenuiori in diaphanum denſius incidentibus (§. 62) demonſtravimus.

COROLLARIUM 1.

69. Quodſi ergo refractio ex vitro in aerem contingit; diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto vicinorum eſt ſubſeſquialtera diſtantiæ puncti radiantis; remotiorum vero ſubſeſquialtera minor (§. 41).

COROLLARIUM 2.

70. Sed ſi refractio ex aqua in aerem ſit, diſtantia puncti diſperſus radiorum catheto vicinorum eſt ſubſeſquitertia diſtantiæ puncti radiantis; remotiorum vero ſubſeſquitertia minor (§. 42).

COROLLARIUM 3.

71. Oculo itaque in medio rariore conſtituto objecta in denſiore collocata viciniora apparent quam ſunt (§. 339 *Optic.*) & locus imaginis in quolibet caſu dato vel ex ratione refractionis data (§. 68), vel per calculum juxta Problema tertium inſtituendum (§. 57) facile definitur.

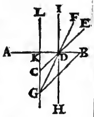
SCHOLION.

72. *Hinc planum, cui cubus vitreus politus imponitur in experimento ſuperiori* (§. 24), *ad dimidiam* ;

fundus

funditur vaſis aqua pleni ad tertiam altitudinis partem per refractionem attollitur reſpectu oculi ſupra planum refringens perpendiculariter elevati. Et piſces aliaque corpora ſub aquis poſita propiora videntur quam ſunt.

THEOREMA 10.



73. *Si radius ex medio quocunque incidens in diaphanum diverſæ denſitatis tendat ad punctum aliquod rectæ* LG *ad ſuperficiem planam refringentem* AB *perpendicularis; erit diſtantia puncti, ad quod incidens convergit, ad diſtantiam puncti concurſus in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem refracti.*

DEMONSTRATIO.

Incidat radius ED ex medio rariori in denſius, convergens ad punctum C perpendiculi LC. Refringetur ergo ad axem IH (§. 25), ideoque demum infra C cum LG concurret. Jam quia IH parallela ipſi LG (§. 256 *Geom.*), erit KCD angulo inclinationis IDE & KGD angulo refracto GDH æqualis (§. 233 *Geom.*). Quodſi itaque KD ſumatur pro ſinu toto, erit KC tangens anguli KDC ſeu cotangens ipſius KCD & KG tangens anguli KDG ſeu cotangens ipſius KGD (§. 7. 11 *Trigon.*). Eſt itaque KC ad KG in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem refracti.

Quodſi radius FG tendens ad punctum G ex medio denſiori in rarius incidit, refractio fiet ab axe (§. 38) & refractus CD cum perpendiculo LG concurret in C, eritque ideo KCD angulo refracto CDH & KGD angulo inclinationis IDF æqualis (§. 233 *Geom.*); conſequenter, ut ante, diſtantia puncti convergentiæ KG ad diſtantiam puncti concurſus KC, in ratione cotangentis anguli inclinationis ad cotangentem refracti. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

74. Eodem itaque modo, quo in Theoremate 7 (§. 59) oſtenditur, radios ad idem punctum C vel G tendentes, in uno G vel C poſt refractionem concurrere, ſi idem fuerit angulus inclinationis. Habent ſcilicet diſtantiæ punctorum, in quibus radii refracti concurrunt cum perpendiculo LG eandem rationem (§. 73), ideoque æquales ſunt (§. 177 *Arith.*); conſequenter punctum concurſus G vel C idem eſt (§. 169 *Geom.*).

COROLLARIUM 2.

75. Quoniam ideo radii valde vicini ad idem punctum phyſicum tendunt; in uno quoque poſt refractionem concurrunt.

PROBLEMA 4.

76. *Data diſtantia puncti* (Vid. Fig. §. 73) C, *ad quod radius* ED *tendit, a ſuperficie refringente* AB, *una cum diſtantia* KD *puncti refractionis* D *a perpendiculo* LG, *in quo eſt punctum convergentiæ* C; *invenire diſtantiam puncti concurſus* GK *a ſuperficie refringente* AB.

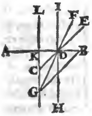
RESOLUTIO.

Eadem prorſus eſt, quæ Problematis tertii (§. 57). Nimirum

1. Ex datis in triangulo KCD ad K rectangulo cruribus KD & KC invenitur angulus inclinationis KCD (§. 40 *Trigon.*).
2. Ex data ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti, invenitur porro ſinus anguli refracti *per regulam trium*: unde non ignotus eſſe poteſt angulus refractus.

Digitized by Google

3. Datis ideo angulis inclinationis & refracto reperitur tandem diſtantia puncti concurſus KG (§. 73). Eodem modo reperitur punctum concurſus C, ſi radius incidens tendit ad punctum G.



THEOREMA 11.

77. *Si radius* (Vid. Fig. ut ſup.) ED *tendens ad punctum* C *ex medio tenuiori in diaphanum denſius, quod planam habet ſuperficiem* AB *oblique incidit; diſtantia* CK *puncti ad quod ante refractionem tendit, a ſuperficie refringente* AB *eſt ad diſtantiam* GK *puncti concurſus ab eadem in ratione minore, quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen* DK *diſtantia puncti refractionis* D *a perpendiculo* LG, *in quo eſt punctum convergentiæ* C, *minor fuerit undecima parte diſtantiæ puncti radiantis* CK *& ejuſdem pars decima, vel minimum centeſima fuerit parvitatis contemnendæ, erit* CK *ad* GK *ad ſenſum, in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

DEMONSTRATIO.

Eadem prorſus eſt, quæ Theorematis 8 (§. 62).

COROLLARIUM 1.

78. Quodſi ergo refractio ex aere in vitrum contingit, diſtantia puncti concurſus radiorum catheto LG vicinorum a ſuperficie refringente AB eſt ſeſquialtera diſtantiæ puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero diſtantia eſt ſeſquialtera minor (§. 26).

COROLLARIUM 2.

79. Si refractio ex aere in aquam contingit, diſtantia puncti concurſus radiorum catheto LG vicinorum a ſuperficie refringente AB eſt ſeſquitertia diſtantiæ puncti C, ad quod irrefracti tendunt; remotiorum vero diſtantia eſt ſeſquitertia minor (§. 28).

THEOREMA 12.

80. *Si radius* (Vid. Fig. ut ſup.) FD *tendens ad punctum* G *ex medio denſiori in diaphanum tenuius, quod planam habet ſuperficiem* AB, *oblique incidit; diſtantia* GK *puncti* G, *ad quod ante refractionem tendit, a ſuperficie refringente eſt ad diſtantiam* CK *puncti concurſus ab eadem, in ratione majore, quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen* DK *diſtantia puncti refractionis* D *a perpendiculo* LG, *in quo eſt punctum convergentiæ* G, *minor fuerit undecima parte diſtantiæ* CK *puncti radiantis & ejuſdem pars decima, vel minimum centeſima fuerit parvitatis contemnendæ, erit* GK *ad* CK *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

DEMONSTRATIO.

Eadem prorſus eſt, quæ Theorematis 9 (§. 68).

COROLLARIUM 1.

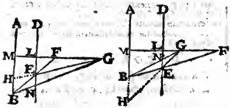
81. Quodſi ergo refractio ex vitro in aerem contingit & radii fuerint perpendiculo LG vicini, erit KG ad KC in ratione ſeſquialtera; ſi vero radii fuerint remotiores in ratione ſeſquialtera majore (§. 41).

COROLLARIUM 2.

82. Similiter ſi refractio ex aqua in aerem contingit; habebit in caſu priore KG ad KC rationem ſeſquitertiam, in poſteriore ſeſquitertia majorem (§. 42).

THEOREMA 13.

83. *Si oculus fuerit conſtitutus in medio rariore, objectum in denſiore collocatum videtur per radium in ſuperficie plana re-*



na refractum juſto majus; ſi vero objectum in rariore, oculus in denſiore medio conſtituatur illud juſto minus apparet. In utroque caſu eſt magnitudo apparens ad veram, in ratione compoſita diſtantiæ FL *puncti* F *ad quod radii irrefracti tendunt, a ſuperficie refringente* DE *ad diſtantiam* GL *oculi* G *ab eadem, & diſtantiæ* GM *objecti* AB *ab oculo* G *ad* FM *diſtantiam ejuſdem a puncto* F, *ad quod radii irrefracti tendunt.*

DEMONSTRATIO.

Sit radius (*Vid. Fig.* 1) ML ad ſuperficiem refringentem DE perpendicularis: tranſit ergo irrefractus (§. 25). Quodſi radius BE ad punctum F tendens ex medio rariori in denſius defertur, punctum concurſus G a ſuperficie DN remotius, quam punctum convergentiæ F (§. 77), radius ideo, qui irrefractus ex puncto B ad G pertingeret, a perpendiculo GM remotior eſſe debet quam refractus EG. Quare ſi in G ſupponatur oculus videns refracte objectum MB ſub angulo LGE, per irrefractos idem ibidem videret ſub angulo LGN: conſequenter per radios refractos minus apparet, quam per irrefractos (§. 209 *Optic.*). *Quod erat unum.*

Quodſi (*Vid. Fig.* 2) BE ex medio denſiori in rarius defertur, punctum concurſus G a ſuperficie refringente minori intervallo diſtat, quam punctum F, ad quod irrefractus tendit (§. 68) radius ideo, qui irrefractus ad punctum G pertingeret, perpendiculo GM vicinior quam GE. Quare ſi in G ſupponatur oculus videns objectum MB refracte ſub angulo LGE, quod directe ſub angulo LGN videret; eidem objectum majus apparere debet quam per radios irrefractos (§. 209 *Optic.*). *Quod erat alterum.*

Ob paralleliſmum linearum MB & LE (§. 256 *Geom.*); erit GM : GL = MB : LN & GM : GL = MH : LE (§. 268 *Geom.*), ideoque MB : LN = MH : LE (§. 167 *Arith.*), conſequenter MB : MH = LN : LE (§. 173 *Arith.*), hoc eſt, magnitudo vera MB eſt ad apparentem MH ut LN ad LE. Porro (§. 268 *Geom.*).

$$FM : FL = MB : LE$$
$$GM : GL = MB : LN$$

Hinc LE = MB . FL : FM & LN = MB . GL : GM conſequenter

$$LE : LN = \frac{FL . MB}{FM} : \frac{GL . MB}{GM}$$

hoc eſt LE : LN = FL . GM : GL . FM (§. 178. 181 *Arith.*), conſequenter invertendo LN : LE = GL . FM : FL . GM (§. 173 *Arith.*). *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM.

84. Si objectum AB fuerit valde remotum, erit FM ipſi GM phyſice æqualis, ideoque magnitudo vera MB ad apparentem MH, ut GL ad FL, ſeu ut diſtantia oculi G a plano refringente DE ad diſtantiam puncti convergentiæ F ab eodem plano.

SCHOLION.

85. *Hinc ſub aquis demerſa oculo in aëre conſtituto majora apparent: piſcibus vero ſub aquis, quæ ſunt in aëre, minora apparere debent.*

PROBLEMA 5.

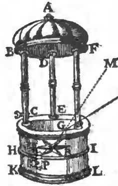
86. *Machinam hydromanticam con-*

ſtrue-

Digitized by Google

ſtruere, vi cujus imaginem oculis ſpectatoris immoti pro arbitrio ſubducere & ad eos iterum reducere poſſis.

RESOLUTIO.



1. Fiant duo vaſa ABF & CGLK intus cava & tribus columellis, quarum una BC epiſtomio C inſtructa ſit itidem cava, inter ſe connexa.
2. Vas inferius CL per diaphragma HI in duas cavitates dividatur, quarum inferior mediante epiſtomio P claudi & aperiri poteſt.
3. In fundo cavitatis prioris collocetur imago R, quæ ſpectatori in O per radium directum GM non apparet.

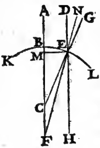
Quodſi epiſtomium C aperias, aqua in cavitatem CI deſcendet, radiuſque GM refringetur a perpendiculo GR in O (§. 38). Spectator itaque per radium refractum OG imaginem videbit. Si jam clauſo epiſtomio C alterum P aperiatur, aqua in cavitatem inferiorem HL deſcendet. Ceſſante igitur refractione radius nullus ab objecto R ad oculum amplius pertinget. Clauſo vero rurſus epiſtomio P & aperto ſuperiore C, aqua denuo effluet: ſicque radius refractus OG denuo ſiſtet imaginem, quæ evanuerat.

CAPUT III.

De Refractione Luminis in Superficiebus Sphæricis tam Cavis, quam Convexis.

THEOREMA 14.

87. RADIUS DE axi *ſphæræ denſioris parallelus, poſt refractionem ſimplicem cum eodem ultra centrum C in F concurrit.*



DEMONSTRATIO.

Quia ſemidiameter CE ad punctum refractionis E ducta eſt ad ſuperficiem KBL perpendicularis (§. 38 *Analyſ. infinit.*), erit ea axis refractionis (§. 10). Quare cum radius EH ad eum refrangatur (§. 25); ad axem ſphæræ AF convergit, ideoque tandem cum eo concurrit (§. 83 *Geom.*), & quidem ultra centrum C in F, quia angulus refractionis FEH minor eſt angulo inclinationis CEH (§. 25). *Q. e. d.*

THEO-

THEOREMA 15.

88. *Si radius* (Vid. Fig. §. 87) DE *in ſuperficiem ſphærice convexam diaphani denſioris incidit axi ejus* AF *parallelus, erit ſemidiameter* CE *ad radium refractum* EF, *in ratione ſinus anguli refractionis ad ſinum anguli inclinationis; diſtantia vero puncti concurſus a centro* CF *ad radium refractum* FE, *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex demonſtratione Theorematis præcedentis (§. 87) conſtat, ſemidiametrum CE eſſe axem refractionis & DH eſt axi AF parallela *per hypoth.* erit BCE angulo inclinationis DEG & CEF angulo refractionis FEH æqualis (§. 233 *Geom.*). Quare CE ad EF, in ratione ſinus anguli refractionis CFE ad ſinum anguli inclinationis BCE, & CF ad EF in ratione ſinus anguli refracti CEF ad ſinum anguli inclinationis BCE (§. 35 *Trigon.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 6.

89. *Data diſtantia* (Vid. Fig. §. 87) ME *puncti refractionis* E *ab axe diaphani ſphærice convexi* AF, *una cum ſemidiametro ejus* CE; *invenire punctum* F, *in quo radius ex medio rariori incidens & axi parallelus* DE *cum axe unitur*.

RESOLUTIO.

1. Quoniam angulus ad M rectus eſt (§. 225 *Geom.*), ex datis lateribus ME & CE invenitur angulus MCE (§. 38 *Trigon.*), quem angulo inclinationis æqualem eſſe conſtat ex demonſtratione Theorematis 15 (§. 88).

2. Et quia ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti datur (§. 24), reperto angulo inclinationis reperietur per regulam trium ſinus anguli refracti, conſequenter ipſe angulus refractus CEF.

3. Quodſi hunc ex angulo MCE ſubtrahas, relinquetur angulus refractionis CFE (§. 239 *Geom.*).

4. Unde tandem ob datos angulos inclinationis & refractionis, una cum ſemidiametro CE, reperitur diſtantia puncti concurſus F a centro CF (§. 36 *Trig.*); cui ſi ſemidiameter CB addatur, habebitur quoque diſtantia ejuſdem a ſuperficie refringente BF.

E. gr. Si ME = 1′, CE = 8′, fiatque refractio ex aere in vitrum, erit

Log. CE		0.9030900
	Sin. tot.	10.0000000
	ME	0.0000000
Log. Sin. MCE		9.0969100,

cui in canone quam proxime reſpondent 7° 10′ 50″.

Jam cum ſit ſinus anguli MCE ad ſinum anguli CEF ut 3 ad 2 (§. 26); reperietur ſinus anguli CEF = 1249965 . 2 : 3 = 833310, cui in canone quam proxime reſpondent 4° 46′ 48″. Eſt itaque angulus FEH 2° 24′ 2″. Tandem

Log. Sin. FEH		8.6220617
	Sin. FEC	8.9207992
	CE	0.9030900
		9.8238892
Log. CF		1.2018275,

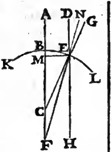
cui in canone reſpondent 1592 —

Eſt ergo CF quam proxime 1° 5′ 9″ 2‴ ſeu 16′, conſequenter BF = 2° 3′ 9″ 2‴ ſeu 24′.

Sit angulus inclinationis BCE = 3°, reperietur refractus CEF = 2° & angulus refractionis CFE = 1°, & hinc porro CF = 1° 5′ 9″ 9‴ ſeu 16′ conſequenter BF = 2° 3′ 9″ 9‴ ſeu 24′.

THEOREMA 16.

90. *Si radius* (Vid. Fig. §. 87) DE *axi* AF *parallelus in ſuperficiem convexam* BL *diaphani ſphærici denſioris incidit; diſtantia foci a ſuperficie refringente* FB *eſt ad diſtantiam ejus a centro* FC, *in ratione*



tione majore quam ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. Quodſi tamen radii fuerint axi valde vicini, angulo inclinationis BCE *paucorum graduum exiſtente, diſtantiæ foci a ſuperficie & centro* FB & FC *erunt quam proxime in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti.*

Demonstratio.

FB $>$ FE (§. 302. 303 *Geom.*). Sed FE eſt ad FC, ut ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 88). Ergo FB ad FC rationem majorem habet quam ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 203 *Arith.*). *Quod erat unum.*

Quodſi angulus inclinationis BCE fuerit paucorum graduum; erit FE ipſi BF propemodum æqualis, ideoque BF & FE eandem rationem propemodum habent ad FC (§. 168 *Arith.*). Eſt itaque in eo caſu BF ad FC quam proxime in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. *Quod erat alterum.*

Corollarium I.

91. Quodſi refractio ex aere in vitrum contingit, erit in caſu radiorum axi vicinorum BF : FC $=$ 3 : 2 & in caſu radiorum ab axe remotiorum BF : FC $>$ 3 : 2 (§. 26), conſequenter in priore BC : BF $=$ 1 : 3 (§. 193 *Arith.*) & hinc in poſteriore BC : BF $<$ 1 : 3.

Scholion I.

92. *Convenit cum hiſce calculus ſuperior in Probl.* 6 (§. 89).

Corollarium 2.

93. Si refractio ex aere in aquam contingit, erit in caſu priore BF : FC $=$ 4 : 3 & in poſteriore BF : FC $>$ 4 : 3 (§. 28), conſequenter in priore BC : BF $=$ 1 : 4 (§. 193 *Arith.*) & hinc in poſteriore BC : BF $<$ 1 : 4.

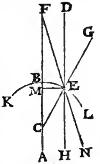
Corollarium 3.

94. Quoniam radii Solares ſunt ad ſenſum paralleli (§. 94 *Optic.*); ſi in ſuperficiem ſphæræ vitreæ ſolidæ vel aqua repletæ incidunt, intra eam cum axe non concurrunt.

Scholion 2.

95. *Fallitur ideo* Vitellio, *dum ſibi perſuadet, radios Solis parallelos in ſuperficiem ſphæræ chryſtallinæ incidentes ad centrum refringi.*

Theorema 17.



96. *Si radius* DE *axi* FA *parallelus ex medio denſiore in diaphanum ſphæricum rarius incidit; poſt refractionem ab axe divergit, eſtque diſtantia* FC *puncti diſperſus a centro diaphani ſphærici ad ſemidiametrum ejus* CE, *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli refractionis; ad portionem vero radii refracti retroducti* EF *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

Demonstratio.

Quoniam ſemidiameter CE ad ſuperficiem ſphæræ perpendicularis (§. 38 *Analyſ. infin.*), erit ea axis refractionis (§. 10), ideoque radius DE ab eo frangitur (§. 38); conſequenter refractus EN ab axe intra diaphanum ſphæricum divergit & hinc in medium denſius

retro

retro continuatus cum eodem concurrit (§. 263 *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quoniam DH ipſi FA parallela *per hypoth.* & CG ad ſuperficiem KL perpendicularis (§. 38 *Analyſ. infin.*); erit BCE angulo inclinationis DEG (§. 233 *Geom.* & §. 12 *Dioptr.*) & CFE angulo refractionis HEN (§. *cit. Geom.* & §. 13 *Dioptr.*) æqualis. Erit itaque FC ad CE, ut ſinus anguli refracti CEN ad ſinum anguli refractionis CFE; & FC ad FE, ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 35 *Trigon.*). *Quod erat alterum.*

Problema 7.

97. *Data diſtantia* (Vid. Fig. pag. præc.) ME *puncti refractionis ab axe diaphani rarioris ſphærici, in quod incidit ex medio denſiori radius* DE *axi* FA *parallelus, una cum ſemidiametro diaphani* CE; *invenire punctum diſperſus* F.

Resolutio.

1. Quoniam ME ad MC perpendicularis (§. 225 *Geom.*), in triangulo ad M rectangulo, ex datis lateribus ME & CE, invenitur angulus inclinationis BCE (§. 38 *Trigon.*).
2. Quia datur ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 24 36); per regulam trium porro reperitur ſinus anguli refracti; & hinc vi canonis angulus refractus CEN.
3. Ab angulo refracto CEN ſubducendus eſt angulus inclinationis BCE, & relinquetur angulus refractionis CFE (§. 239 *Geom.*).
4. Quare tandem (§. 96) reperietur FC diſtantia puncti diſperſus a centro, unde ſubducta ſemidiametro BC, ejus a ſuperficie refringente BEL diſtantia relinquitur.

E. gr. Sit ME = 1″, EC = 12″. Quoniam CE ad ME, ut ſinus totus ad ſinum anguli inclinationis; reperietur hic = 10000000 : 12 = 833333 & hinc, vi canonis, BCE = 4° 46′ 50″. Quodſi jam ſupponamus refractionem fieri ex vitro in aerem, erit ſinus anguli refracti CEN = 3. 833333 : 2 = 1249999, cui in canone quam proxime reſpondent 7° 10′ 50″. Unde F = 2° 24′, tandemque

Log. Sin.	F.	8.6219615
Sin.	CEN	9.0968979
	CE	1.0791812
		10.1760791

Log. EC = 1.5541176, cui in canone quam proxime reſpondent 3′ 5″ 8‴ 2⁗ ſeu 36″ Eſt igitur FB = 2382⁗ ſeu 24″.

Theorema 18.

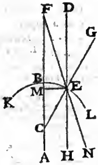
98. *Si radius* (Vid. Fig. pag. præc.) DE *axi* AF *parallelus in ſuperficiem convexam* BEL *diaphani ſphærici rarioris ex medio denſiori incidit; diſtantia puncti diſperſus a centro* FC *ad diſtantiam ejus a ſuperficie* FB *rationem majorem habet, quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis. Quodſi tamen radius* DE *fuerit axi* FA *valde vicinus, ratio erit quam proxime ea, quæ eſt ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*

Demonstratio.

FC ad FE habet rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 96). Sed FE > FB (§. 302 *Geom.*). Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 205 *Arith.*). *Quod erat unum.*

Quodſi radius DE fuerit axi FA admodum propinquus, differentia rectarum FE & FB evadet tandem parvitatis contemnendæ; conſequenter FC ad

Digitized by Google



FB & FE eandem quam proxime rationem habet (§. 168 *Arith.*). Sed FC eſt ad FE ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 96). Ergo etiam FC ad FB eandem quam proxime rationem habet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM 1.

99. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit in caſu radiorum axi vicinorum $FC : FB = 3 : 2$ (§. 41), conſequenter $BC : FB = 1 : 2$ (§. 193 *Arith.*). In caſu radiorum ab axe remotiorum $FC : FB > 3 : 2$ (§. 41).

COROLLARIUM 2.

100. Si refractio ex aqua in aerem contingit erit in caſu priore $FC : FB = 4 : 3$ (§. 41), conſequenter $BC : FB = 1 : 3$ (§. 193 *Arith.*). In caſu poſteriori $FC : FB > 4 : 3$ (§. 41).

COROLLARIUM 3.

101. Cum ideo punctum diſperſus F a ſuperficie refringente BL longius diſtet ſi radii ex aqua, quam ſi ex vitro in aerem erumpunt; radii paralleli in priore caſu minus diſperguntur, quam in poſteriore.

SCHOLION.

102. *Cum his conſentit calculus ſecundum Problema 7 inſtitutus* (§. 97).

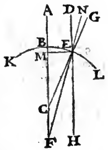
THEOREMA 19.

103. *Si radius* (Vid. Fig. ut ſup.) DE *axi* AF *parallelus incidat in ſuperficiem convexam* BEL *diaphani ſphærici rarioris ex medio denſiori; erit diſtantia puncti diſperſus a centro* FC *ad radium* BC *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli refractionis.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim FC ad CE, in ratione ſinus anguli CEN ad ſinum anguli CFE (§. 35 *Trigon.*). Cum refractio fiat ex medio denſiori in rarius, radius incidens DE refringitur ab axe in EN (§. 38), eritque CEN angulus refractus (§. 14) & NEH = EFC (§. 233 *Geom.*) ob paralleliſmum rectarum DH & AF, CFE angulus refractionis (§. 13). Eſt itaque FC ad CE ſive CB in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli refractionis. *Q. e. d.*

THEOREMA 20.



104. *Si radius* HE *axi* FA *parallelus in ſuperficiem concavam diaphani ſphærici denſioris ex medio rariori incidit; refractus* EN *diſpergetur ex puncto axis* F, *ita ut* FE *habeat ad* FC *rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam ſemidiameter CE ſecat BEL ad angulos rectos (§. 38 *Analyſ. infin.*) & BF ipſi EH parallela *per hypoth.* Radius refractus EF cum BF concurrere debet (§. 25), eſtque FE ad FC in ratione ſinus anguli BCE = CEH (§. 233 *Geom.*) ad ſinum anguli CEF (§. 35 *Trigon.*), hoc eſt ut ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti (§. 14 *Dioptr.* & §. 22 *Catoptr.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 8.

105. *Data diſtantia* (Vid. Fig. §. 104) ME *puncti refractionis* E *ab axe* AF,

una

una cum ſemidiametro CE *diaphani ſphærici denſioris* BEL, *in cujus cavam ſuperficiem radius* EH *axi parallelus ex medio rariori incidit; invenire diſtantiam puncti diſperſus* F *a ſuperficie refringente* FB.

RESOLUTIO.

1. Cum in triangulo EMC angulus M ſit rectus (§. 225 *Geom.*), ex datis ME & CE reperietur angulus inclinationis MCE (§. 38 *Trig.*).
2. Quia ratio ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti datur (§. 24), per regulam trium invenietur ſinus anguli refracti, ideoque vi canonis habetur ipſe angulus refractus CEF, qui
3. Ex angulo inclinationis BCE ſubductus relinquit angulum refractionis CFE (§. 239 *Geom.*).
4. Datis itaque in triangulo CEF omnibus angulis & latere CE, invenitur diſtantia puncti diſperſus FC a centro (§. 36 *Trig.*).

E. gr. Sit EM = 1″, BC = 16″; erit ſinus anguli inclinationis = 10000000 : 16 = 625000. Eſt itaque BCE, vi canonis, 3° 35′. Quare ſi ponamus refractionem fieri ex aere in vitrum, erit ſinus anguli refracti (§. 26) 625000. 2 : 3 = 416666, ideoque, vi canonis, CEF = 2° 23′ 16″ & hinc CFE = 1° 11′ 46″. Quare tandem

Log. Sin. CFE	8.3196098
CE	1.2041200
Sin. CEF	8.6197435
	9.8238635
Log. FC	1.5042537,

cui in tabulis quam proxime respondent 3′ 1″ 9‴ 3⁗ ſeu 32″. Ergo FB = 48″.

THEOREMA 21.

106. *Si radius* (Vid. Fig. §. 104) EH *axi* FB *parallelus in diaphani ſphærici denſioris ſuperficiem cavam* BEL *ex medio rariori incidit; diſtantia puncti diſperſus a ſuperficie refringente* FB *eſt ad diſtantiam ejus a centro* FC, *in ratione majore quam ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti. Quodſi tamen radii fuerint axi valde vicini, anguli* BCE *paucorum graduum exiſtente; erit* BF *ad* CF *quam proxime, in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti.*

DEMONSTRATIO.

BF > EF (§. 302. 303 *Geom.*). Sed FE eſt ad FC in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti (§. 104). Ergo FB ad FC rationem iſta majorem habet (§. 203 *Arith.*) *Quod erat unum.*

Quodſi FE fuerit ipſi FB valde propinqua, differentia earum erit parvitatis contemnendæ, ideoque ratio rectarum FE & FB ad FC quam proxima eadem (§. 168 *Arith.*). Sed FE eſt ad FC in ratione ſinus anguli inclinationis, ad ſinum anguli refracti (§. 104). Ergo FB ad FC, in hoc caſu, quam proxime rationem eandem habet. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM 1.

107. Quodſi refractio ex aere in vitrum contingit, erit in caſu radiorum axi vicinorum FB : FC = 3 : 2, in caſu remotiorum ab axe FB : FC > 3 : 2 (§. 26), conſequenter in priore CB : FC = 1 : 2 (§. 193 *Arith.*).

SCHOLION.

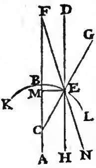
108. *Conſentit cum his calculus in Problemate octavo* (§. 105).

COROLLARIUM 2.

109. Si refractio ex aere in aquam contingit, erit in caſu radiorum axi vicinorum FB : FC = 4 : 3 (§. 28), in caſu remotiorum ab axe FB : FC > 4 : 3; conſequenter in priore BC : FC = 1 : 3 (§. 193 *Arith.*).

Corollarium 3.

110. Quia punctum diſperſus F a centro C longius diſtat, ſi refractio in aqua, quam ſi in vitro contingit (§. 107. 109); in poſteriore caſu radii refracti minus diſperguntur quam in priore.



Theorema 22.

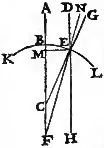
111. *In hypotheſi theorematis præcedentis, erit radius concavitatis* CE *ad diſtantiam puncti diſperſus a centro* F, *in ratione ſinus anguli refractionis ad ſinum anguli refracti.*

Demonstratio.

Eſt enim CE ad FC, in ratione ſinus anguli CFE ad ſinum anguli CEF (§. 35 *Trigon.*). Enimvero CFE = FEH (§. 233 *Geom.*), ob parallelismum EH & BF *per hypoth.* angulus refractionis (§. 13) & CEF angulus refractus (§. 14). Eſt igitur CE ad FC, ut ſinus anguli refractionis ad ſinum anguli refracti. *Q. e. d.*

Theorema 23.

112. *Si Radius* HE *axi* AF *parallelus ex medio denſiori in ſuperficiem cavam* KBL *diaphani ſphærici rarioris incidit; refractus in* FE *cum axe* AF *in* F *concurrit, ita ut diſtantia puncti concurſus a centro* CF *ſit ad radium refractum* FE, *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*



Demonstratio.

Quoniam CG ſecat BEL ad angulos rectos (§. 38 *Analyſ. infinit.*) & ex C ducta CF eſt radio incidenti parallela *per hypoth.* refractus EF eidem occurrere debet in F (§. 41), eſtque FC ad FE, ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 35 *Trigon.*). *Q. e. d.*

Problema 9.

113. *Data diſtantia puncti refractionis* (Vid. Fig. §. 112) ME *ab axe diaphani ſphærici* KBL *rarioris, in cujus ſuperficiem cavam radius* EH *axi* AF *parallelus ex medio denſiore incidit, una cum ſemidiametro diaphani* CE; *invenire diſtantiam foci a ſuperficie refringente* BF.

Resolutio.

1. Ex datis in triangulo CME ad M rectangulo (§. 225 *Geom.*) lateribus ME & CE, invenitur angulus inclinationis MCE (§. 38 *Trigon.*).
2. Et quia ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis datur (§. 24. 36), ille quoque per regulam trium facile invenitur.
3. Angulus inclinationis BCE ex refracto CEN ſubductus relinquit angulum refractionis HEN ſeu CFE (§. 233 *Geom.*).
4. Tandem ex datis in triangulo FCE præter latus CE angulis ſingulis, reperitur FC (§. 36 *Trigon.*).

E. gr. Sit ME = 1″, CE = 10″; erit ſinus anguli MCE = 10000000 : 10 = 1000000, cui in canone quam proxime reſpondent 5° 44′ 21″.

Quare

Quare ſi ponamus refractionem ex vitro in aerem fieri, reperietur ſinus anguli CEN $=$ 1000000. 3 : 2 $=$ 1500000, cui in canone quam proxime conveniunt $8^{\circ}\ 37'\ 37''$. Et hinc angulus refractionis CFE $2^{\circ}\ 53'\ 16''$. Quare tandem

Log. Sin. F		8.7022558
	CE	1.0000000
Sin.	FEC	9.1760919
		10.1766919
Log.	FC	1.4738361

cui in tabulis reſpondent quam proxime $2'\ 9''\ 7'''\ 7''''$ ſeu fere 30. Unde FB $=$ $1'\ 9''\ 7'''\ 7''''$ ſeu $20''$.

THEOREMA 24.

114. *Si Radius* (Vid. Fig. §. 112) HE *axi* AB *parallelus ex medio denſiori in diaphani ſphærici rarioris ſuperficiem cavam incidit; diſtantia foci a centro* FC *habet ad diſtantiam ejus a ſuperficie refringente* FB *rationem majorem quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis; at ſi radius fuerit axi vicinus, erit* FC *ad* FB, *in ratione illorum ſinuum.*

DEMONSTRATIO.

F eſt ad FE ut ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 112). Sed FB < FE (§. 302 *Geom.*). Ergo FC ad FB rationem majorem habet quam ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 203 *Arith.*). *Quod erat unum.*

Quodſi radii axi AB fuerint valde vicini, erit differentia rectarum FB & FE parvitatis contemnendæ; unde FC rationem eandem habet ad FB & FE (§. 168 *Arith.*); conſequenter FC ad FB in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 112). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

115. Si refractio ex vitro in aerem contingit, in caſu radiorum axi vicinorum erit FC ad FB ut 3 ad 2 (§. 41), in caſu remotiorum FC : FB > 3 : 2. Unde BC : FB $=$ 1 : 2 (§. 193 *Arith.*), in caſu priore.

COROLLARIUM 2.

116. Si refractio ex aqua in aerem contingit, in caſu radiorum axi vicinorum erit FC : FB $=$ 4 : 3 (§. 41), *in* caſu remotiorum FC : FB > 4 : 3. Unde BC : FB $=$ 1 : 3 (§. 193 *Arith.*) in caſu priore.

THEOREMA 25.

117. *In hypotheſi theorematis precedentis, erit radius concavitatis* (Vid. Fig. §. 112) CE *ad diſtantiam puncti diſperſus a centro* CF, *in ratione ſinus anguli refractionis* CEF *ad ſinum anguli refracti* CEN.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ Theorematis 22 (§. 111).

LEMMA.

118. *Coſinus anguli ſeptem graduum, & multo magis anguli minoris a ſinu toto in centeſimis non differt. Coſinus vero viginti graduum nondum in decimis a ſinu toto diſſidet. Et idem de ſecantibus eorundem angulorum valet.*

DEMONSTRATIO.

Quodſi enim ſinus totus fuerit 10000, coſinus ſeptem graduum eſt, vi canonis, 9925. Differentia itaque $\frac{75}{10000}$ ſeu $\frac{7}{1000} < \frac{1}{100}$. *Quod erat unum.*

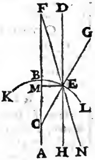
Similiter ſi ſinus totus fuerit 10000, coſinus viginti graduum eſt, vi canonis 9396. Differentia itaque $\frac{604}{10000}$ ſeu $\frac{6}{100} < \frac{1}{10}$. *Quod erat alterum.*

Nec abſimili modo idem de ſecantibus oſtenditur. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM I.

119. Quoniam in triangulo MFE ad M rectangulo, FEM eſt complementum anguli F ad rectum (§. 241 *Geom.*), & hinc FE ad FM, ut ſinus totus ad coſinum anguli F (§. 13 & 11 *Trig.*); quamdiu angulus F ſeptem gradus non excedit, diffe-

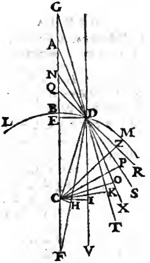
differentia hypothenuſæ FE & catheti FM centeſima iſtius parte minor; & quamdiu idem angulus F viginti gradus non ſuperat, differentia rectarum FE & FM decima longe minor.



Corollarium 2.

120. Quodſi ergo in triangulo rectangulo FME angulus F fuerit 7 graduum vel minor, & centeſima hypothenuſæ FE para fuerit parvitatis contemnendæ, hypothenuſa FE, & cathetus FM ad ſenſum æquales ſunt. Eodemque modo patet, fore ad ſenſum FE = FM, ſi F 20° vel minor, & $\frac{1}{10}$ EF parvitatis contemnendæ.

Theorema 26.



121. *Si axis* AF *diaphani ſphærici* LBM *ita ſecetur in* N, *ut* NB *habeat ad* NC *rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & ex puncto* N *incidat radius* ND *per medium radius in ſuperficiem convexam diaphani denſioris* LM, *angulo* N *paucorum graduum exiſtente; refractus* DV *erit axi* AF *parallelus. Quodſi incidens* AD *ex puncto remotiori* A *emanet, refractus* DF *cum axe concurrit in* F; *ſi vero incidens* QD *ex puncto viciniori* Q *adveniat, refractus* DT *ab axe divergit punctum diſperſus in* G *habens.*

Demonstratio.

Quoniam ND ipſi NB admodum vicinus, ſeu angulus BND paucorum graduum *per hypoth.* erit ND ipſi NB propemodum æqualis (§. 120). Quare cum NC ad NB habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti *per hypoth.* etiam NC ad ND eandem rationem habebit (§. 168 *Arith.*). Sunt vero latera NC & ND, ut ſinus angulorum CDS & NCD (§. 35 *Trig.*). Quoniam itaque CDS eſt angulus inclinationis (§. 12), erit NCD refracto CDV (§. 14) æqualis; conſequenter DV axi AF parallela (§. 255 *Geom.*). *Quod erat primum.*

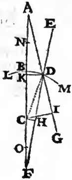
Si radius AD ex puncto remotiori incidit, erit CDX angulus inclinationis (§. 12), CDF angulus refractus (§. 14). Quare ſi ex centro C demittantur perpendiculares CH & CO, itemque CI & CP; ſumto CD pro ſinu toto, erit CO ſinus anguli inclinationis CDX & CH ſinus refracti eidem reſpondentis CDF, ſimiliterque CP ſinus anguli inclinationis CDS radii ex N emanantis & CI ſinus anguli refracti CDV eidem reſpondentis (§. 2 *Trig.*). Eſt vero CP : CI = CO : CH (§. 26) ideoque CP : CO = CI : CH (§. 173 *Arith.*). Quare cum CP > CO, quia angu-

angulus CDS > CDX (§. 84 *Arith.*); etiam CI > CH, conſequenter radius refractus DF a puncto axis C minus diſtat, quam parallela DV. Sed in puncto D eadem erat utriuſque ab axe diſtantia. Ergo diſtantia ipſius DF ab axe in progreſſu minuitur, ideoque DF cum eodem convergit (§. 83 *Geom.*), tandemque alicubi, veluti in F, concurrere debet. *Quod erat ſecundum.*

Si denique radius QD ex puncto viciniori incidit, erit CDR angulus inclinationis & CDT refractionis (§. 12 & 14) demiſſæque ex C perpendiculares CZ & CK, ſumto CD pro ſinu toto, eorundem ſinus (§. 2 *Trigon.*). Unde eodem, quo ante modo, oſtenditur, refractum DT ab axe divergere, ideoque punctum diſperſus in G habere. *Quod erat tertium.*

Problema 10.

122. *Si axis* AF *diaphani ſphærici* LM *ita ſecetur in* N, *ut* NB *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & ex puncto remotiori* A *per medium rarius in ſuperficiem convexam diaphani denſioris* LBM *radius incidat, angulo* BCD *exiguo exiſtente; determinare diſtantiam puncti concurſus a ſuperficie refringente* BF.



Resolutio.

Ex centro C demittantur perpendiculares CH & CI, quæ ſumto CD pro ſinu toto, erunt ſinus angulorum refracti CDF & inclinationis CDG (§. 2 *Trigon.* & §. 11 & 14 *Dioptr.*). Demittatur etiam ex D ad axem AF perpendicularis DK. Quoniam angulus BCD exiguus exiſtit *per hypoth.* erit CK ipſi CB ad ſenſum æqualis (§. 120) & hinc etiam FK ipſi FB atque AK ipſi AB, imo etiam per eandem rationem perpendiculares ex C demiſſæ CH & CI æquales habentur perpendicularibus ex punctis I & H ad axem demiſſis.

Fiat itaque $AB = d$, $CB = a$, $CH = m$, $CI = n$, $FB = x$, erit $AC = a + d$, $FC = x - a$, conſequenter (*per demonſtrata* & §. 268 *Geom.*).

$$FC : FK = CH : KD$$

$$x - a : x = m : \frac{mx}{x-a}$$

$$AC : AK = CI : KD$$

$$a + d : d = n : \frac{nd}{a+d}$$

Habemus ideo

$$mx : (x - a) = nd : (a + d)$$

$$max + mdx = ndx - nad$$

$$nad = ndx - max - mdx$$

Quæ ultima æqualio in analogiam reſoluta dabit,

$$((n - m)d - ma) : na = d : x$$

hoc eſt $((n - m)\,AB - m\,CB) : n\,CB = AB : FB$. Data ideo ratione refractionis $n : m$ (§. 24), in quolibet caſu ſpeciali per regulam trium invenietur FB.

E. gr. Si refractio ex aere in vitrum contingit, $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Sit $CB = 6''$, $AB = 150''$; erit $n - m = 1$, $(n - m)\,AB - m\,CB = 150'' - 12'' = 138''$, $n\,CB = 18''$, conſequenter $FB = 150 . 18 : 138 = 19\frac{13}{23} = 195'''$ fere.

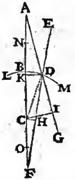
Corollarium I.

123. Ergo ſi refractio ex aere in vitrum contingit, erit $AB - 2CB : 3CB = AB : FB$ (§. 26) & hinc $AB - 2CB : AC = AB : AF$ (§. 190 *Arith.*).

COROL-

Corollarium 2.

124. Si refractio ex aere in aquam fit, erit AB—3CB : 4CB = AB : BF (§. 41) & hinc AB — 3CB : AC = AB : AF.



Theorema 27.

125. *Si axis diaphani ſphærici* AF *ita dividatur in* N, *ut* NB *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & ex puncto* A *radius* AD *axi vicinus, (hoc eſt, angulo* A *paucorum graduum exiſtente) per medium rarius in ſuperficiem convexam diaphani denſioris* LM *incidat; erit* AN : NC = AB : FB.

Demonstratio.

Sit ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis $= m : n$; erit NB : NC $= m : n$ *vi hypoth.* & hinc BC : NB $= n - m : m$ (§. 193 *Arith.*), conſequenter NB $= m$BC : $(n - m)$, ideoque NC = BC + mBC : $(n - m)$ & AN = AB — mBC : $(n - m)$. Eſt itaque

$$AN : NC = AB - \frac{mBC}{n-m} : BC + \frac{mBC}{n-m}$$

hoc eſt AN : NC = $(n - m)$AB — mBC : nBC (§. 178 *Arith.*). Eſt vero $(n - m)$AB — mB : nBC = AB : FB (§. 122). Quare AN : NC = AB : BF (§. 167 *Arith.*). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

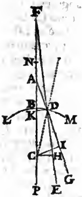
126. Erit igitur etiam AN : AC = AB : AF (§. 190 *Arith.*) & ideo ulterius AN : AB = AC : AF (§. 173 *Arith.*).

Corollarium 2.

127. Eſt ideo etiam AN : BN = AC : CF (§. 193 *Arith.*).

Problema 11.

128. *Si axis* FP *ita fuerit diviſus in* N, *ut* NB *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto* A *in ſuperficiem convexam* LM *diaphani ſphærici denſioris per medium rarius incidat radius* AD *axi vicinus; punctum diſperſus* F *determinare.*



Resolutio.

Quoniam radius AD axi diaphani AC vicinus, ideoque angulus A exiguus ſupponitur; ſi DK ad AC, CH ad FE, & CI ad AG perpendiculares demittantur, erit ad ſenſum AK = AB, FK = FB, & perpendiculares ex K ad AG, ex I & H ad AC demiſſæ a normalibus DK, CI & CH ad ſenſum non different (§. 120). Quodſi CD ſumatur pro ſinu toto; erit CI ſinus anguli inclinationis CDG (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptr.*) & CH ſinus anguli refracti CDE (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*).

Fiat jam AB $= d$, CB $= a$, CH $= m$, CI $= n$, FB $= x$, erit AC $= a + d$, FC $= x + a$, conſequenter (*per demonſtrata* & §. 268 *Geom.*)

$$FC : FK = H : KD$$

$$x + a : x = m : \frac{mx}{x+a}$$

$$AC : AK = CI : KD$$

$$a + d : d = n : \frac{nd}{d+a}$$

Habemus ideo

mx:

$$mx:(x+a) = nd:a+d$$

$$max + mdx = ndx + nad$$

$$max + mdx - ndx = nad$$

Hæc æquatio in analogiam reſoluta dabit

$$ma + (m-n)\, d : na = d : x$$

$$mBC + (m-n)AB : nCB = AB : FB$$

Data ideo ratione refractionis $m:n$ (§. 24), in dato quolibet caſu ſpeciali per regulam trium invenitur FB.

E. gr. Si refractio ex aere in vitrum contingit; erit $n:m = 3:2$ (§. 26). Sit $CB = 6''$, $AB = 10''$, erit $mBC = 12$, $(m-n)AB = -10'$, $nCB = 18$, conſequenter $FB = 18.10:2 = 90''$.

Corollarium 1.

129. Ergo ſi refractio ex aere in vitrum contingit, erit $2BC - AB : 3CB = AB : FB$ (§. 26) & hinc $2BC - AB : AC = AB : AF$ (§. 193 *Arith.*).

Corollarium 2.

130. Si refractio ex aere in aquam fit, erit $3BC - AB : 4BC = AB : FB$ (§. 41) & hinc $3BC - AB : AC = AB : AF$ (§. 193 *Arith.*).

Theorema 28.

131. *Si axis diaphani ſphærici* (Vid. Fig. §. 128) FP *ita ſecetur in* N, *ut* NB *habeat ad* NC *rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & ex puncto viciniori quam* N *per medium rarius incidat radius* AD *axi vicinus* (*hoc eſt angulo* A *paucorum graduum exiſtente*) *in ſuperficiem diaphani denſioris convexam* LM; *erit* $AN:NC = AB:FB$.

Demonstratio.

Sit ratio ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis $= m:n$; erit $NB:NC = m:n$ *per hypoth.* ideoque $BC:NC = n-m:n$ & $BC:NB = n-m:m$ (§. 193 *Arith.*), ideoque $NC = nBC:(n-m)$, & $NB = mBC:(n-m$, conſequenter $AN = mBC:(n-m) - AB$. Eſt itaque $NA:NC = \frac{mBC}{n-m} - AB : \frac{nBC}{n-m} = mBC - (n+m)AB : nBC$ (§. 178 *Arith.*) $= AB : FB$ (§. 128). *Q. e. d.*

Corollarium.

132. Eſt itaque etiam $NA:AC = AB:AF$ (§. 193 *Arith.*).

Problema 12.

133 *Si radius* (Vid. Fig. §. 128) FD *ex puncto* F *axis* FP *per medium denſius in ſuperficiem convexam* LBM *diaphani ſphærici rarioris incidit; determinare punctum diſperſus* A.

Resolutio.

Ex antecedentibus conſtat, demiſſis CH & CI ex centro diaphani C perpendicularibus ad radium incidentem FE & refractum AG, fore CH ſinum anguli inclinationis CDE & CI ſinum anguli refracti CDG, & ſi fiat $CH = m$, $CI = n$, $FB = d$, $BC = a$, $AB = x$ & hinc $AC = a + x$, $FC = a + d$, fore ulterius

$$AC : AB = CI : KD$$

$$a + x : x = n : \frac{nx}{a+x}$$

$$FC : FB = CH : KD$$

$$a + d : d = m : \frac{md}{a+d}$$

Habemus ergo

$$nx:(a+x) = md:(a+d)$$

$$nax + ndx = mad + mdx$$

$$nax + ndx - mdx = mad$$

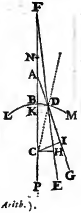
Hæc æquatio in analogiam reſoluta dabit

$$na + (n-m)d : ma = d : x$$

hoc eſt, $nBC + (n-m)\, FB : mBC = FB : AB$.

Digitized by Google

E. gr. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit $n:m = 3:2$ (§. 41). Quare ſi $BC = 8''$, $FB = 20''$, erit $nBC + (n - m) FB = 24 + 20 = 44$, $mBC = 16$, conſequenter $AB = 20 . 16 : 44 = 7\frac{4}{11}$.



COROLLARIUM I.

134. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit $3BC + FB : 2BC = FB : AB$ (§. 41), ideoque $FC : 2BC = FA : AB$ (§. 193 *Arith.*).

COROLLARIUM 2.

135. Si refractio ex aqua in aerem fit, erit $4BC + FB : 3BC = FB : AB$ (§. 41) & hinc $FC : 3BC = FA : AB$ (§. 193 *Arith.*).

THEOREMA 29.

136. *Si ex puncto* (Vid. Fig. ut ſup.) F *axis diaphani ſphærici rarioris per medium denſius incidat radius* FD *axi vicinus, ſitque* A *punctum diſperſus radii refracti* DG *cum axe* FP *ita diviſo, ut* BP ad PC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis; erit* $FP : PC = FB : BA$.

DEMONSTRATIO.

Sit ſinus anguli inclinationis ad refractum ut m ad n. Quoniam $BP : PC = n : m$ *per hypoth.* erit $BC : PC = n - m : m$ & $BC : BP = n - m : n$ (§. 193 *Arith.*), ideoque $PC = mBC : (n - m)$ & $BP = nBC : (n - m)$, conſequenter $FP = nBC : (n - m) + FB$. Eſt itaque $FP : PC = \frac{nBC}{n - m} + FB : \frac{mBC}{n - m} = nBC + (n - m) FB : mBC$ (§. 178 *Arith.*) $= FB : AB$ (§. 133). *Q. e. d.*

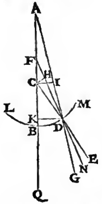
COROLLARIUM I.

137. Eſt igitur etiam $FP : FC = FB : FA$ (§. 193 *Arith.*), & $FP : FB = FC : FA$ (§. 173 *Arith.*).

COROLLARIUM 2.

138. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit $3BC + FB : FB = FC : FA$ (§. 41); ſi vero ex aqua in aerem, $4BC + FB : FB = FC : FA$ (§. *cit.*). Eſt enim $FP = nBC : (n - m) + FB$.

PROBLEMA 13.



139. *Si radius* AD *ex puncto axis* A *per medium rarius in cavam ſuperficiem diaphani ſphærici denſioris* LM *incidat; determinare punctum diſperſus* F.

RESOLUTIO.

Sit CI ſinus anguli inclinationis $CDA = n$, CH ſinus anguli refracti $CDF = m$, $AB = d$, $FB = x$, $CB = a$, erit $FC = x - a$, $AC = d - a$, & ex antecedentibus conſtat fore

$$AC : AB = CI : KD$$
$$d - a : d = n : \frac{nd}{d - a}$$
$$FC : FB = CH : KD$$
$$x - a : x = m : \frac{mx}{x - a}$$

Habemus ergo

$$nd : (d - a) = mx : (x - a)$$
$$ndx - nda = mdx - max$$
$$max + ndx - mdx = nda$$

Hæc

Digitized by Google

Hæc æquatio in analogiam ſequentem reſolvitur

$$am + (n - m)\, d : na = d : x$$

$$m\mathrm{BC} + (n - m)\,\mathrm{AB} : n\mathrm{BC} = \mathrm{AB} : \mathrm{FB}$$

E. gr. Si refractio fit ex aere in vitrum, erit $n : m = 3 : 2$ (§. 26). Quare ſi BC = 20″, AB = 80″; erit $m\mathrm{BC} + (n - m)\,\mathrm{AB} = 40 + 80$, $n\mathrm{BC} = 60$, ideoque FB = 80. 60 : 120 = 40.

COROLLARIUM 1.

140. Si refractio ex aere in vitrum contingit, erit 2BC + AB : 3BC = AB . FB (§. 26) & hinc 2BC + AB : AC = AB : AF (§. 193 *Arith.*).

COROLLARIUM 2.

141. Si refractio ex aere in aquam fit, erit 3BC + AB : 4BC = AB : FB (§. 28) & hinc 3BC + AB : AC = AB : AF (§. 193 *Arith.*).

THEOREMA 30.

142. *Si radius* (Vid. Fig. §. 139) AD *ex puncto axis* A *per medium rarius in cavam ſuperficiem diaphani ſphærici denſioris* LBM *incidat, &* CQ *ad* QB *habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti; erit* AQ : CQ = AB : FB.

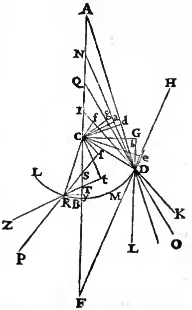
DEMONSTRATIO.

Quoniam CQ : QB = $n : m$ *per hypotheſin* erit CB : CQ = $n - m : n$ & CB : QB = $n - m : m$ (§. 193 *Arith.*). atque hinc CQ = nCB : $(n - m)$ & QB = mCB : $(n - m)$, ideoque AQ = mCB : $(n - m)$ + AB. Eſt itaque AQ : CQ = $\frac{m\mathrm{CB}}{n-m}$ + AB : $\frac{n\mathrm{CB}}{n-m}$ = mCB + $(n - m)$ AB : nCB (§. 178 *Arith.*) = AB : FB (§. 139). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

143. Eſt ergo AQ : AC = AB : AF (§. 193 *Arith.*) & hinc AQ : AB = AC : AF (§. 173 *Arith.*).

THEOREMA 31.

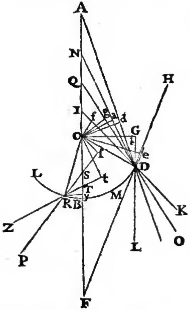


144. *Si axis* AB *diaphani ſphærici concavi* DMBRL *ita dividatur in* N, *ut* BN *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto* N *incidat radius* ND *axi vicinus per medium denſius in rarius; erit refractus* DL *axi* AF *parallelus. Quodſi ex puncto ulteriori* A *incidat* AD, *refractus* DF *cum axe* AF *in puncto* F *concurret; ſi vero ex puncto propiori* I *vel* S *adveniat radius* ID *vel* SR, *refractus* DO *vel* RZ *ab axe* AF *divergit habens punctum diſperſus in* Q *vel* T. *Si denique radius incidat ex centro* C, *nullam refractionem patitur.*

 DEMON-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.



Si radius DL axi parallelus & vicinus per medium rarius in ſuperficiem convexam diaphani ſphærici denſioris DMBRL incidit, fueritque BN ad CN in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti; erit N punctum concurſus poſt refractionem (§. 90). Quare ſi refractus DN ſumatur pro incidente, ſitque ideo angulus NDC angulus inclinationis, qui ante erat refractus; erit nunc radius DL refractus, qui ante erat incidens (§. 37); conſequenter refractus DL axi AF parallelus. *Quod erat primum*.

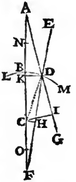
Demittantur jam ex centro C rectæ C*a*, C*b*, C*d*, C*e*, C*f*, Cg ad ND, DG, DA, DH, DI, DQ perpendiculares; erunt C*a*, C*d*, C*f* ſinus angulorum inclinationis CDN, CDA, CDI (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptr.*) & C*b*, C*e*, Cg ſinus angulorum refractorum CDG, CDH, CDQ (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*). Quare cum ſit C*a* : C*b* = C*d* : C*e* (§. 26 & 36) & C*d* > C*a*, erit etiam C*e* > C*b*; conſequenter centrum C a radio refracto DH magis diſtat, quam a parallelo DG, & hinc DH ab axe AB divergit, ideoque DF cum BF convergit (§. 263 *Geom.*). *Quod erat ſecundum*.

Similiter quia C*a* : C*b* = C*f* : Cg (§. 26. 36) & C*f* < C*a*, erit quoque Cg < C*b*, conſequenter centrum C a radio refracto DQ minus diſtat, quam a parallelo DG & hinc DQ cum axe AB convergit, ideoque DO ab eodem divergit (§. 263 *Geom.*). Eſt itaque punctum diſperſus in Q (§. 23). Quod vero incidentis SR punctum diſperſum ſit in T ſimiliter patet (§. 38). *Quod erat tertium*.

Si radius ex centro incidit, eſt ad LM perpendicularis (§. 38 *Analyſ. infinit.*). Tranſit ergo irrefractus (§. 25.) *Quod erat quartum*.

PROBLEMA 14.

145. *Si axis diaphani ſphærici ita dividatur in* O, *ut* BO *ſit ad* OC *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis & ex puncto* F *incidat radius* FD *axi vicinus per medium denſius in ſuperficiem cavam diaphani rarioris* LBM, *determinare punctum concurſus* A.



RESO-

Resolutio.

Ex centro C demittantur in radium incidentem DF & refractum DG (§. 38) perpendiculares CH & CI; ſumto CD pro ſinu toto, erit CH ſinus anguli inclinationis CDF (§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Dioptric.*) & CI ſinus anguli refracti CDG (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*). Demittatur ex puncto refractionis D perpendicularis ad axem DK. Ex antecedentibus conſtat, fore ad ſenſum FK ipſi FB & perpendiculares KD, CI & CH perpendicularibus ex puncto K ad AG & ex punctis I & H ad axem BF demiſſis æquales. Quare ſi fiat CH $= m$, CI $= n$, FB $= d$, AB $= x$, CB $= a$, erit FC $= d - a$, A$c = x + a$, ideoque (§. 268 *Geom.*).

$$AC : CI = AB : KD$$

$$x + a : n = x : \frac{nx}{x+a}$$

$$FC : CH = FB : KD$$

$$d - a : m = d : \frac{md}{d-a}$$

Habemus igitur

$$nx : (x + a) = md : (d - a)$$

$$ndx - nax = mdx + mad$$

$$ndx - mdx - nax = mad$$

Hæc æquatio in ſequentem reſolvitur analogiam

$$(n - m)d - na : ma = d : x$$

hoc eſt, $(n - m)$FB $- n$CB $: m$CB $=$ FB : AB

E. gr. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit $n : m = 3 : 2$ (§. 41). Quare ſi FB $= 24''$, BC $= 6''$; erit AB $= 24 . 12 : (24 - 18) = 48''$.

Corollarium I.

145. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit FB $-$ 3CB : 2CB $=$ FB : AB (§. 41), ideoque, FB $-$ CB : 2CB $=$ FA : AB (§. 190 *Arith.*), hoc eſt, FC : 2CB $=$ FA : AB.

Corollarium 2.

147. Si refractio ex aqua in aerem contingit, erit FB $-$ 4CB : 3CB $=$ FB : AB (§. 41) ideoque FB $-$ CB : 3CB $=$ FA : AB (§. 190 *Arith.*), hoc eſt, FC : 3CB $=$ FA : AB.

Theorema 32.

148. *Si axis diaphani ſphærici* (Vid. Fig. §. 145) FB *ita dividatur in* O, *ut* BO *ad* OC *ſit in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & ex puncto* F *per medium denſius in ſuperficiem concavam diaphani rarioris* LBM *incidat radius* FD; *erit* FO : CO $=$ FB : FA.

Demonstratio.

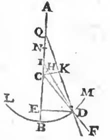
Sit BO : OC $= n : m$; erit BC : OC $= n - m : m$ & BC : BO $= n - m : n$ (§. 193 *Arith.*), ideoque CO $= m$BC $: (n - m)$ & BO $= n$BC $: (n - m)$, atque FO $=$ FB $- n$BC $: (n - m)$. Eſt igitur FO : CO $=$ FB $- \frac{nBC}{n-m} : \frac{mBC}{n-m} = (n - m)$FB $- n$BC $: m$BC (§. 178 *Arith.*) $=$ FB : AB (§. 145). *Q. e. d.*

Corollarium.

149. Ergo FO : FC $=$ FB : FA (§. 190 *Arith.*), conſequenter FO : FB $=$ FC : FA (§. 173 *Arith.*).

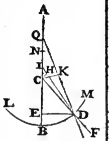
Problema 15.

150. *Si axis diaphani ſphærici* AB *ita dividatur in* N, *ut* BN *ad* NC *habeat rationẽ ſinus anguli refracti ad ſinũ anguli inclinationis, & ex pũcto* I *diaphano viciniori quam* N *incidat per medium denſius in ejus ſuperficiem cavam* LBM *radius axi vicinus* ID; *determinare punctum diſperſus* Q.



Reso-

Resolutio.



Demittantur ex centro C perpendiculares CH ad radium incidentem ID & CK ad refractum DQ: erit CH ſinus anguli inclinationis CDI(§. 2 *Trigon.* & §. 12 *Diptr.*) & CK ſinus anguli refracti CDK(§. 2 *Trig.* & §. 14 *Diop.*). Demittatur etiam ex D recta DE ad axem AB normalis; erit eadem ob anguli Q parvitatem perpendiculari ex E ad QD demiſſæ æqualis: ob quam rationem etiam QE = QB. Quare ſi fiat CH = *m*, CK = *n*, BC = *a*, IB = *d*, QB = *x*, ideoque IC = *d* — *a*, CQ = *x* — *a*; erit (§. 268 *Geom.*.

$$QC : QB = CK : ED$$

$$x - a : x = n : \frac{nx}{x-a}$$

$$IC : IB = CH : ED$$

$$d - a : d = m : \frac{md}{d-a}$$

Habemus ideo

$$nx : (x - a) = md : (d - a)$$

$$ndx - nax = mdx - mad$$

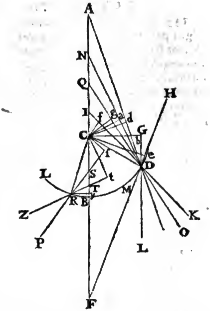
$$mad = nax + mdx - ndx$$

Hæc æquatio in ſequentem abit analogiam:

$$na + (m - n)\, d : ma = d : x$$

$$n\mathrm{BC} + (m - n)\mathrm{IB} : m\mathrm{BC} = \mathrm{IB} : \mathrm{QB}.$$

E. gr. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit $m : n = 2 : 3$ (§. 41). Quare ſi BC = 6″, IB = 10″; erit QB = 10. 12 : (18 — 10) = 15″.



Quodſi radius ex puncto S intra centrum C & ſuperficiem diaphani ſito incidat, continuetur RS in *s* & RT in *t*: atque ex C demittantur perpendiculares C*ſ* & C*t*, quæ erunt ſinus anguli inclinationis CRS & refracti CRT. Quare cum, ob verticales ad S & T, △△ C S*ſ* & SR*y*, itemque CT*t* & RT*y* ſint ſimilia, & ob parvitatem angulorum S & T ſit S*y* = SB & T*y* = TB: reperietur eodem, quo ante modo,

$$n\mathrm{BC} + (m - n)\mathrm{SB} : m\mathrm{BC} = \mathrm{SB} : \mathrm{TB}.$$

Corollarium 1.

151. Si refractio ex vitro in aerem contingit, erit 3BC — IB : 2BC = IB : QB (§. 41), conſequenter IC : 2BC = QI : QB (§. 193 *Arith.*).

Corollarium 2.

152. Si refractio ex aqua in aerem contingit, erit 4BC — IB : 3BC = IB : QB (§. 41), conſequenter IC : 3BC = QI : QB (§. 193 *Arith.*).

THEO-

Theorema 33.

153. *Si axis diaphani ſphærici* (Vid. Fig. 1 pag. præc.) AB *ita dividatur in* N, *ut* BN *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & ex puncto* I *ſuperficiei viciniori quam* N, *per medium rarius in ſuperficiem cavam diaphani ſphærici denſioris* LBM *radius incidat; erit* IN : NC = IB : QB.

Demonstratio.

Si ratio refractionis ponatur ut ſupra $m:n$, erit NC : NB $= m:n$, *vi hypoth.* unde NC : CB $= m : n - m$ & NB : CB $= n : n - m$ (§. 193 *Arith.*), ideoque NC $= m$CB $: (n - m)$ & NB $= n$CB $: (n - m)$ & IN $= n$CB $: (n - m)$ — IB. Eſt itaque IN : NC $= \frac{nCB}{n-m} - IB : \frac{mCB}{n-m} = nCB - (n+m)IB : mCB$ = IB : QB (§. 150). *Q. e. d.*

Corollarium.

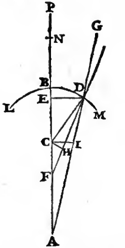
154. Ergo IN : IC = IB : IQ (§. 193 *Arith.*).

Problema 16.

155. *Si radius* (Vid. Fig. ſeq.) GA *tendens ad punctum* A *axis* BA *diaphani ſphærici denſioris incidat per medium rarius in ejus ſuperficiem convexam* LBM; *determinare punctum concurſus* F.

Resolutio.

Quia radius GA frangitur ad axem refractionis CD, eſt autem angulus refractionis ADF minor angulo inclinationis ADC (§. 25); evidens eſt, punctum concurſus F eſſe inter centrum C & A. Quod ſi ex centro C demittantur perpendiculares CH & CI,



notenturque ea, quibus in antecedentibus jam ſæpe uſi fuimus, & fiat CH $= m$, CI $= n$, BC $= a$, AB $= d$, FB $= x$, erit FC $= x - a$, AC $= d - a$ atque.

$$AC : AB = CI : ED$$
$$d - a : d = n : \frac{nd}{d-a}$$
$$FC : FB = CH : ED$$
$$x - a : x = m : \frac{mx}{x-a}$$

Habemus ideo

$$mx : (x - a) = nd : (d - a)$$
$$mdx - max = ndx - nad$$
$$nad = ndx - mdx + max$$

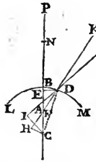
Hæc æquatio in ſequentem reſolvitur analogiam:

$$(n - m)\,d + ma : na = d : x$$

hoc eſt, $(n - m)$AB $+ m$CB $: n$CB = AB : FB.

E. gr. Si refractio ex aere in vitrum contingit, erit $m : n = 2 : 3$. Quare ſi CB = 10″, BA = 25′, erit FB = 25 . 30 : (25 + 20) = $16\frac{2}{3}$.

Quod ſi



Quodſi punctum A, ad quod radius GDA tendit, fuerit inter centrum C & ſuperficiem diaphani; tum quia radius DA ad perpendiculum DC refringitur, angulus tamen refractionis ADF minor eſt angulo inclinationis ADC (§. 25); refractus DF axi occurret inter A & C. Jam ſi DA & DF ultra axem producantur & in eas perpendiculares CI & CH demittantur; ſumta DC pro ſinu toto, erit CI ſinus anguli inclinationis ADC (§. 2 *Trigon.* & §. 10 *Dioptr.*) & CH ſinus anguli refracti FDC (§. 2 *Trigon.* & §. 14 *Dioptr.*) & ob parvitatem angulorum A & F (§. 120) AD = AE = AB, FD = FE = FB. Quare ſi fiat ut ante CI $= n$, CH $= m$, CB $= a$, AB $= d$, FB $= x$, erit AC $= a - d$, FC $= a - x$, & cum verticales ad A & F ſint æquales (§. 156 *Geom.*), demiſſa ex D perpendiculari DE, erit (§. 267 *Geom.*)

$$AC : CI = AE : ED$$

$$a - d : n = d : \frac{nd}{a-d}$$

$$FC : CH = FB : ED$$

$$a - x : m = x : \frac{mx}{a-x}$$

Habemus itaque

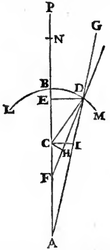
$$nd : (a - d) = mx : (a - x)$$

$$nda - ndx = max - mdx$$

$$nda = ndx - mdx + max$$

Quæ æquatio cum ſuperiori coincidit. Eadem igitur regula ſatisfacit determinando puncto concurſus F, ſive radius incidens ad punctum axis intra centrum & ſuperficiem, ſive ad aliud ultra centrum ſitum tendat.

COROLLARIUM I.



156. Si refractio ex aere in vitrum contingit, erit AB + 2CB : 3CB = AB : FB (§. 26), ideoque AB + 2CB : AC = AB : AF (§. 193 *Arith.*).

COROLLARIUM 2.

157. Si refractio ex aere in aquam contingit, erit AB + 3CB : 4CB = AB : FB (§. 28), ideoque AB + 3CB : AC = AB : AF (§. 193 *Arith.*).

THEOREMA 34.

158. *Si radius* (Vid. Fig. 1 & 2 hujus pag.) GD *tendens ad punctum* A *axis diapha-*

Digitized by Google

diaphani ſphærici incidat per medium rarius in ejus ſuperficiem convexam LBM *& poſt refractionem eidem occurrat in* F; *axe in* N *producto, donec* CN *habeat ad* NB *rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, erit* AN : CN = AB : FB.

DEMONSTRATIO.

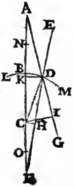
Quoniam CN : NB = $n : m$ *per hypoth.* erit CB : NB = $n - m : m$ & CB : CN $n - m : n$ (§.193 *Arith.*), ideoque NB = mCB : $(n - m)$, CN = nCB : $(n - m)$ & AN = mCB : $(n - m)$ + AB. Eſt itaque AN : CN = $\frac{mCB}{n-m} + AB : \frac{nCB}{n-m}$ = mCB + $(n - m)$AB : nCB = AB : FB (155) *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

159. Eſt ideo AN : AC = AB : AF (§. 193. *Arith.*), conſequenter AN : AB = AC : AF (§. 173. *Arithm.*)

THEOREMA 35.

160. *Si partes axis diaphani ſphærici* OC *&* OB *fuerint in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti, & radius* ED *axi vicinus ad punctum* F *ultra* O *ſitum tendens per medium denſius in diaphani rarioris ſuperficiem convexam* LM *incidat; refractus* DG *diſpergetur ex puncto* A, *ita ut ſit* FO : FB = FC : FA.

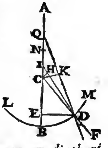


DEMONSTRATIO.

Si radius FD in concavam ſuperficiem incidit & ab axe CD refringitur in DG, ex puncto A ita diſpergitur, ut FO : FB = FC : FA (§. 149). Sed ſi radius ED incidit in diaphani rarioris convexam ſuperficiem, angulus inclinationis idem, qui ante manet, & eadem quantitate ab axe refractionis CD refringitur (§. 36). Ergo is quoque refractus ex puncto A ita diſpergi debet, ut ſit FO : FB = FC : FA. *Q. e. d.*

THEOREMA 36.

161. *Si fuerit in axe diaphani* NC *ad* NB *in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti, & radius* FD *ad punctum* I *inter centrum* C *& punctum* N *ſitum tendens per medium denſius in ſuperficiem convexam diaphani rarioris incidit; poſt refractionem is axi occurret in* Q, *ita ut ſit* NI : IB = IC : IQ.

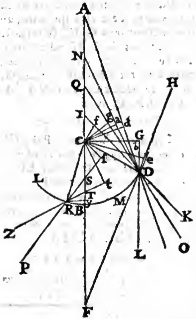


DEMONSTRATIO.

Si radius ID ex medio denſiori incidit in cavam ſuperficiem, ab axe refractionis CD refractus axi diaphani in Q occurrit, ita ut NI : IB = IC : IQ (§. 154). Sed ſi radius DF in ſuperficiem convexam diaphani ex medio denſiori incidit, idem manet angulus inclinationis & radius ibidem ab axe CD eadem, qua ante, quantitate refringitur (§. 36). Ergo idem quoque poſt refractionem concurrit cum axe in Q, adeo ut NI : IB = IC : IQ. *Q. e. d.*

Digitized by Google

THEOREMA 37.

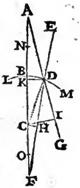


162. *Si fuerit* NC *ad* NB *in ratione ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti, & radius* PR *axi vicinus tendens ad punctum* S, *inter centrum* C *& ſuperficiem diaphani ſphærici rarioris* DR *ſitum, per medium denſius in ejus ſuperficiem convexam incidat; refractus* RT *cum axe in* T *concurrit, ita ut ſit* $SN : SB = SC : ST$.

DEMONSTRATIO.

Si radius SR in ſuperficiem cavam per medium denſius incidit, refractus ab axe refractionis CR ex puncto T diſpergitur, ita ut ſit $SN : SC = SB : ST$ (150. 153), conſequenter $SN : SB = SC : ST$ (§ 173. *Aritm.*). Enimvero ſi radius PR per medium denſius in ſuperficiem convexam incidit, idem manet angulus inclinationis & radius ibidem ab axe ſub eodem angulo refringitur (§. 36). Ergo refractus RT cum axe concurrit, ita ut ſit $SN : SB = SC : ST$. *Q. e. d.*

THEOREMA 38.



163. *Si* C *ſit centrum ſuperficiei ſphæricæ* LBM, *atque* NB *ad* NC *habeat rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & radius axi vicinus* GD *tendens ad punctum* A *per medium rarius incidat in ſuperficiem cavam diaphani ſpærici denſioris* LM; *refractus diſpergetur ex puncto* F, *ita ut ſit* $AN : AB = AC : FA$.

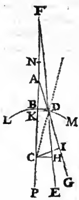
DEMONSTRATIO.

Si ex puncto A per medium rarius in ſuperficiem convexam incidit radius AD, refractus ad axem refractionis CD ita occurrit axi diaphani in F ut ſit $AN : AB = AC : AF$ (§. 126.) Sed ſi DG fuerit radius incidens, idem eſt angulus inclinationis GDC & ad axem refractionis CD eadem quantitate anguli GDF refringitur (§. 25. 26). Ergo refractus DE itidem axi in F occurrit, ita ut ſit $AN : AB = AC : AF$, conſequenter ex hoc puncto diſpergitur (§. 23). *Q. e. d.*

THEO-

THEOREMA 39.

Si fuerit NB *ad* NC *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, &* *radius* DG *tendens ad punctum* A *inter* N *& ſuperficiem diaphani ſitum, incidat per medium rarius in ſuperficiem cavam diaphani denſioris; refractus cum axe in* F *concurrit, ita ut ſit* NA : AB = CA : AF.



DEMONSTRATIO.

Si ex puncto A per medium rarius in ſuperficiem convexam incidit radius AD, refractus DE ad axem refractionis CD ex puncto F ita diſpergitur, ut ſit NA : AC = AB : AF (*§. 132*), ideoque NA : AB = CA : AF (*§. 173. Arithm.*). Sed ſi DG per medium rarius in ſuperficiem cavam incidit, idem eſt, qui ante, angulus inclinationis GDC & refractio ſub eodem angulo GDE ad axem refractionis CD contingit (*§. 25. 26*). Ergo radius refractus DF axi diaphani in F ita occurrit, ut ſit NA : AB = CA : AF. *Q. e. d.*

THEOREMA 40.

165. *Si fuerit* (V. fig. præc.) PB *ad* PC *in ratione ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis, & radius* EF *axi vicinus tendens ad punctum* F *per medium denſius incidat in ſuperficiem cavam diaphani ſphærici rarioris; refractus* AD *axi diaphani ita occurrit in* A *ut ſit* FP : FB = FC : FA.

DEMONSTRATIO.

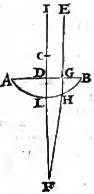
Eadem eſt, quæ demonſtratio theorematis præcedentis (*§. 164*).

CAPUT IV.

De Refractione Luminis in Lentibus Convexis.

THEOREMA 41.

166. R*adius* EG *axi vicinus & parallelus incidens in ſuperficiem planam lentis plano-convexæ luminoſo directe oppoſitæ, poſt refractionem cum axe concurrit in* F *& ſi* C *ſit centrum convexitatis,* CF *ad* FL *habet rationem refractionis ſeu ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis.*



DEMONSTRATIO.

Quia ſuperficies plana luminoſo directe opponitur *per hypoth.* radius EH ad AB perpendicularis, ideoque irrefractus tranſit uſque in H (§25). Incidit ideo in ſuperficiem cavam AHB adhuc axi parallelus. Quare cum ex lente denſiori in medium rarius erumpat, axi lentis in F occurrit, eſtque CF ad FL in ratione refractionis, hoc eſt, in ratione ſinus an-

Digitized by Google

anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis (§. 114). *Q. e. d.*

SCHOLION

167. *Poſthac conſtanter ſupponemus, lentem eſſe denſiorem medio circumfuſo & rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis vocabimus* rationem refractionis.

COROLLARIUM.

168. Si itaque refractio ex lente vitrea in aerem contingit, erit (Vid. Fig. pag. præc.) CF : FL = 3 : 2 (§. 41) ideoque FL = 2CL, hoc eſt, radii paralleli axi vicini cum eodem uniuntur in diſtantia diametri.

COROLLARIUM 2.

169. Si refractio ex lente aquea, hoc eſt, ex vitro plano convexo & aqua pleno contingit, erit CF : FL = 4 : 3 (§. 41) adeoque FL = 3CL, hoc eſt, radii paralleli axi vicini cum eodem uniuntur in diſtantia ſeſquidiametri.

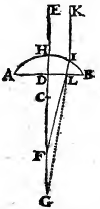
COROLLARIUM 3.

170. Ergo ſi in foco lentis plano convexæ, hoc eſt, in puncto F, quod a ſuperficie convexa lentis vitreæ ALB diſtat intervallo diametri, a ſuperficie vero lentis aqueæ intervallo ſeſquidiametri, collocetur candela accenſa, radii poſt refractionem erunt paralleli (§. 37).

COROLLARIUM 4.

171. Ope lentis plano convexæ optime obſervari poteſt ratio refractionis ex vitro in aerem.

THEOREMA 42.



172. *Si radius* KI *axi lentis plano convexæ vicinus & parallelus incidat in ſuperficiem convexam* AHB, *poſt duplicem refractionem axi occurret in* F, *ita ut* HG *ad* GC *&* GD *ad* FD *habeat rationem refractionis.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam radius KI axi EG parallelus, vi primæ refractionis in I tendit ad punctum G, ita ut GH ad GC habeat rationem ſinus anguli inclinationis ad ſinum anguli refracti (§. 90). Ergo, vi ſecundæ refractionis in L factæ, cum axe in F concurrit, ita ut GD ad FD rationem ſinus anguli refracti ad ſinum anguli inclinationis habeat (§. 80). *Q. e. d.*

PROBLEMA 17.

173. *Data ſemidiametro* (V. Fig. pr.) HC *craſſitie* DH *lentis plano-convexæ* AB, *& ratione refractionis; determinare focum* F, *radiorum axi parallelorum & vicinorum, in ſuperficiem convexam* AHB *incidentium.*

RESOLUTIO.

1. Sit brevitatis gratia ratio refractionis $= n : m$. Quoniam $n : m = HG : GC$ (§. 172); erit $n - m : n = HC : GH$ (§. 193. *Arithm.*), ideoque ratione refractionis, & ſemidiametro datis, inveniri poteſt GH. Eſt nempe generaliter $GH = nHC : (n - m)$.
2. Inde ſi ſubducatur craſſities lentis DH, relinquetur $GD = nHC : (n - m) - HD$.
3. Quare cum porro ſit $n : m = GD : FD$ (§. 172); ob datam rationem refractionis $n : m$, reperietur quoque FD, nempe univerſaliter FD =

$= \frac{mCH}{n-m} - \frac{mHD}{n} = ($ſi $\frac{mHD}{n}$ parvitatis contemnendæ $) = \frac{m}{n-m}$ CH.

Corollarium 1.

174. Si lens vitrea fuerit, erit FD $= 2CH - \frac{2}{3}$ HD (§. 26). Quare ſi duæ tertiæ craſſitiei lentis fuerint parvitatis contemnendæ (quod in praxi plerumque accidit); radii paralleli axi uniuntur in diſtantia diametri a lente, etiam cum in ſuperficiem convexam incidunt.

Corollarium 2.

175. Perinde igitur eſt, ſive ſuperficiem planam, ſive convexam luminoſo radiorum parallelorum obvertas (§. 168).

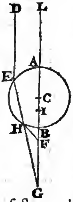
Scholion.

176. *Conſtat tamen cum experientia, tum calculo Trigonometrico juxta Caput præcedens inſtituto, plures radios in ſpatio minori uniri ſi ſuperficies convexa, quam ſi plana luminoſo obvertatur.*

Corollarium 3.

177. Si lens aquea fuerit, erit FD $= 3CH - \frac{1}{4}$ HD (§. 26). Quare ſi $\frac{1}{4}$ HD parvitatis contemnendæ, erit FD $= 3$CH, aut ſi mavis $\frac{3}{4}$ HD contemnere, FH $= 3$CH. Uniuntur ideo radii axi paralleli & vicini in diſtantia ſeſquidiametri, ſi refractio in aqua fiat, etiam cum ſuperficies convexa luminoſo obvertitur.

Theorema 43.



178. *Si radius* DE *axi* AB *parallelus & vicinus in ſphæram incidat; poſt duplicem refractionem axi continuato in* F *occurrit, ita ut, ſemidiametro* CB *bifariam in* I *diviſa,* CF *ad* FI *ſit in ratione refractionis.*

Demonstratio.

Quoniam radius DE axi AB vicinus & parallelus *per hypoth.* poſt refractionem in ingreſſu factam ad punctum G tendit, ita ut GA ad GC habeat rationem refractionis $n : m$ (§. 90). Quare cum etiam ſit $n - m : n =$ AC : GA & $n - m : m =$ AC : GC (§. 193. *Arithm.*); erit GA $= n$AC : $(n - m)$, & GC $= m$AC : $(n - m)$. Quodſi jam radius alteram patitur refractionem in egreſſu, fiatque BL : LC $= n : m$: cum axe in F concurrit, ut ſit GL : GB $=$ GC : GF (§. 165), ideoque BL : GB $=$ FC : GF (§. 193. *Arithm.*). Eſt vero CB : BL $= n - m : n$ (§. *cit.*), ideoque BL $= n$CB : $(n - n) =$ GA, *per demonſtrata.*

Ergo ſi fiat

AC $=$ CB $= a$, FC $= x$, erit

GA : GB $=$ FC : GF

$$\frac{na}{n-m} : \frac{na}{n-m} - 2a = x : \frac{ma}{n-m} - x$$

hoc eſt, $n : 2m - n = nx - mx : ma - nx + mx$ (§. 178. 181. *Arithm.*

$2m : n = ma : nx - mx$ (§. 190. *Arith.*)

$1 : n = \frac{1}{2}a : (n - m)x$ (181. *Arith.*)

$n - m : n = \frac{1}{2}a : x$ (181. 178. *Arith.*)

$m : n = x - \frac{1}{2}a : x$ (§. 193. *Arith.*).

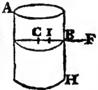
Quoniam FC $= x$ & CI $= \frac{1}{2}$ CB *per hypoth.* $= \frac{1}{2}a$; erit $x - \frac{1}{2}a =$ IF, ideoque

$m : n =$ IF : CF. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

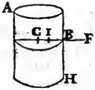
179. Quoniam circulus eſt ſectio cylindri pariter ac ſphæræ, immo omnis ſolidi per rotationem figuræ curvilineæ circa axem geniti; ſi radii paralleli diametro ſectionis baſi ſolidi parallelæ poſt duplicem refractionem in F concurrunt, IF ad CF rationem refractionis habebit.

Corollarium 2.



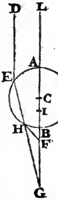
180. Facile ideo obſervatur ratio refractionis in omnis generis fluido, ſi radiis ſolaribus, qui pro parallelis haberi poſſunt (§. 94. *Optic.*) directe opponatur cylindrus AH li-

liquore quocunque dato plenus & in carta oppoſita notetur punctum F, ubi radii concurrunt. Quodſi enim radium CB bifariam ſeces in I, exibebit IF ad CF rationem refractionis deſideratam (§. *præc.*).



Corollarium 3.

181. Quoniam $n - m : n = \frac{1}{2} a : x$ (178); erit $x = na : (2n - 2m) =$ FC. Data itaque ratione refractionis & ſemidiametro ſphæræ refringentis CB, inveniri poteſt foci a centro diſtantia CF.



Corollarium 4.

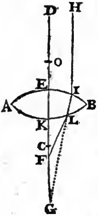
182. Si ſphæra vitrea, erit CF $= \frac{3}{2} a = \frac{3}{2}$ CB (§. 26), ideoque BF $= \frac{1}{2}$ BC $= \frac{1}{4}$ AB. Focus ideo a ſphæra vitrea quarta diametri parte diſtat.

Corollarium 5.

183. Si ſphæra aquea, erit CF $= \frac{4}{2} a =$ 2CB (§. 28), ideoque BF $=$ CB $= \frac{1}{2}$ AB. Focus ideo a ſphæra aquea dimidia diametri parte diſtat, conſequenter ſphæra aquea focum duplo remotiorem habet quam vitrea.

Theorema 44.

184. *Si radius* HI *axi* DG *parallelus & vicinus incidit in lentem utrinque convexam, poſt duplicem refractionem eidem occurrit in* F, *ſique tum* GE *ad* GC, *tum* DK *ad* DO *habuerit rationem refractionis; erit*



GD : GK $=$ GO : GF.

Demonstratio.

Si EG ad GC habuerit rationem refractionis, radius HI axi lentis vicinus & parallelus tendit ad punctum G (§. 90.). Quare ſi porro DK ad DO rationem refractionis habuerit, poſt alteram refractionem in egreſſu factam axi in F occurret, eſtque GD : GK $=$ GO : GF (§. 165). *Q. e. d.*

Corollarium.

185. Ergo etiam GK : DK $=$ GO : FO (§. 193. *Arithm.*).

Problema 18.

186. *Datis ſemidiametris* (Vid. fig. §. 184.) GE & OK *lentis utrinque convexæ, una cum craſſitie ejus* EK: *determinare focum* F *radiorum axi parallelorum & vicinorum.*

Resolutio.

1. Si ratio refractionis fuerit $= n : m$, erit GE : GC $= n : m$ & DK : DO $= n : m$ (§. 184), ideoque $n - m : n =$ CE : GE & $n - m : n =$ KO : DK (§. 193. *Arithm.*). Quare ſi ratio refractionis, & ſemidiametri CE atque KO dentur, inveniri poſſunt GE & DK.
2. Quare cum GD $=$ DK $+$ EG $-$ EK & GK $=$ GE $-$ EK, denique GO $=$ GE $+$ KO $-$ EK, ſitque GD : GK $=$ GO : GF (§. 184); GF quoque inveniri poteſt.
3. Quodſi vero GF ex GE ſubducas, relinquetur FE.

Corollarium 1.

187. Si EK fuerit parvitatis contemnendæ (quod plerumque accidit); erit GD $=$ DK $+$ EG,

Digitized by Google

+ EG, GK = GE & GO = GE + KO, ideoque DK + EG : GE = GE + KO : GF (§. 184).

Corollarium 2.

188. Ergo ſi refractio in lente vitrea contingit, cum ſit GE = 3CE & DK = 3KO (§. 91); erit 3KO + 3CE : 3CE = 3CE + KO : GF (§. 187), conſequenter KO + CE : CE = 3CE + KO : GF (§. 178. *Arithm.*).

Corollarium 3.

189. Quare ſi fiat KO = a, CE = b, GF = x; erit $x = (3bb + ab) : (a + b)$ ideoque ob GE = 3CE (§. 91) FE vel FK (in hypotheſi nempe craſſitiei EK contemnendæ)

$$= 3b - \frac{3bb - ab}{a+b} = \frac{3ab + 3bb - 3bb - ab}{a+b} = \frac{2ab}{a+b}.$$

Eſt nempe ſumma ſemidiametrorum KO & CE ad unius duplum 2CE, ut altera KO ad diſtantiam foci a lente FK.

Corollarium 4.

190. Si refractio in lente aquea contingit, cum ſit GE = 4CE & DK = 4KO (§. 93); erit 4KO + 4CE : 4CE = 4CE + KO : GF (§. 187), conſequenter KO + CE : CE = 4CE + KO : GF (§. 178. *Arithm.*

Corollarium 5.

191. Quare ſi fiat KO = a, CE = b, GF = x; erit $x = (4bb + ab) : (a + b)$, ideoque ob GE = 4CE (§. 93) in hypotheſi præſenti craſſitiei lentis contemnendæ, FE vel FK = 4b

$$- \frac{4bb - ab}{a+b} = \frac{4ab + 4bb - 4bb - ab}{a+b} = \frac{3ab}{a+b}.$$

Eſt nempe ſumma ſemidiametrorum KO & CE ad alterutrius triplum 3CE, ut altera KO ad diſtantiam foci a lente FK.

Corollarium 6.

192. Si lens vitrea fuerit utrinque æqualiter convexa; erit KO = CE, ideoque 2CE : CE = 4CE : FG (§. 179.); conſequenter CE : CE = 2 CE : GF (§. 183. *Arithm.*). Eſt itaque GF = 2 CE.

Corollarium 7.

193. Immo in eadem hypotheſi FK = $2a^2 : 2a = a$ = EC (§. 189), hoc eſt, focus a lente ſemidiametri intervallo diſtat.

Corollarium 8.

194. Si lens aquea utrinque æqualiter convexa, erit ob KO = CE, 2CE : CE = 5CE : GF (§. 190). Ergo GF = $\frac{5}{2}$ CE (§. 183. *Arithm.*

Corollarium 9.

195. In eadem hypotheſi FK = $3aa : 2a = \frac{3}{2}a$ (191), hoc eſt diſtantia foci a lente eſt ad ſemidiametrum in ratione ſeſquialtera.

Corollarium 10.

196. Cum in ratione, per quam foci diſtantia a lente utrinque inæqualiter convexa, neglecta craſſitie, determinatur; termini tres priores maneant iidem, quæcunque convexitas luminoſo obvertatur; foci quoque diſtantia eadem manere debet (§. 177. *Arithm.*).

Theorema 45.

197. *Lumen ſolare in foco lentis convexæ, ſive plano-convexæ, ſive convexo-convexæ, valde intenditur.*

Demonstratio.

Quoniam radii ſolares ſunt paralleli (§. 94. *Optic.*), axi vicini in foco lentium plano-convexarum atque convexo-convexarum, itemque ſphærarum, uniuntur (§. 172. 184. 178.). Radii igitur per integram lentem diſperſi in ſpatium minus rediguntur, conſequenter lumen ſolare in foco valde intenditur (§. 84. *Optic.*). *Q. e. d.*

Corollarium.

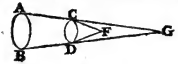
198. Non igitur mirum, quod radii ſolares ope lentis convexæ aut ſphæræ pellucidæ collecti ignem ſuſcitent & liquabilia liquefaciant, alioſque effectus edant, qui igni vehementiori debentur.

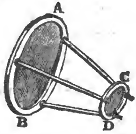
Scholion.

199. *Nemo lentes cauſticas majores unquam paravit Illuſtris* Dom. DE TSCHIRNHAUSEN, *quarum inter alia conſequentes prædicantur effectus in* Eruditorum Actis (a). *Lignum durum, immo aqua humectatum momento flammam concepit; aqua in vaſo parvo ſtatim effervescere cœpit; Metalla liquefacta ſunt, lateres, pumex, porcellana hollandica, asbeſtus in vitrum converſi; Sulphur, colophonia, pix & id genus alia ſub aqua colliquata; Lignum varius æſtate ſub vadem in carbonem converſum; Cineres vegetabilium, lignorum aliarumque materiarum in vitrum tranſmutati. Verbo quæ foco admovit, vel fundi, vel in calcem verti, vel in auras abire deprehendit. Notat autem*

(a) Ann. 1697. p. 415. & ſeqq.

autem, omnia melius ſuccedere, ſi carbonibus durioribus probeque excoctis materiæ vi ignis probanda imponantur, & non modo gemmas, ſed omnia etiam alia corpora præter metalla ſuis privari co-





loribus. Lentium diameter fuit trium & quatuor pedum, lentique majori AB *addita eſt minor* CD, *quæ radios ad punctum* G *tendentes in viciniori* F *colligit, ideoque magis unitorum vires intendit.*

Scholiqn 2.

200. *Quamvis vero radiorum ſolarium vires adeo ſtupendas expertus eſt; Lunæ tamen plenæ radii per eadem vitra cauſtica collecti nullum caloris incrementum præbuere.*

Scholion 3.

201. *Ceterum cum vis cauſtica lentium a convexitate earundem unice pendeat; mirum ſane non eſt, quod etiam ex glacie parata ignem excitent. Parantur autem iſtiuſmodi lentes, ſi fruſtum glaciei cavitati ſcutellæ immittatur, ut carbonum calore ad liquefactionem diſpoſitum figuram ejus induat.*

Scholion 4.

202. *Nec minus attoniti flammam flammæque effectus contuentur dioptrices ignari, quæ ope refractionis luminis in bulla vitrea aqua repleta facta excitatur, propterea quod ignis aquæ auxilio excitatur.*

Theorema 46.

203. *Si poſt ſphæram diaphanam, aut lentem ſive plano-convexam, ſive convexo-convexam vel æqualiter, vel inæqualiter, in foco collocetur luminoſum; radii poſt refractionem evadunt paralleli.*

Demonstratio.

Radii enim paralleli poſt refractionem in ſphæra diaphana aut lente convexa factam in foco uniuntur (§. 197). Quare ſi luminoſum fuerit in foco & ex eo radiet in lentem per radios inde divergentes, qui antea erant radii refracti, nunc fiunt incidentes, ideoque refracti evadunt, qui antea erant incidentes; conſequenter refracti ſunt paralleli. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

204. Hinc ope lentis convexæ aut bullæ vitreæ aqua repletæ lumen valde intenſum ad magnam diſtantiam projicitur (§. 84. *Optic.*).

Corollarium 2.

205. Quoniam tamen luminis per radios parallelos in aere propagati intenſitas continuo minuitur, ope refractionis in lente convexa factæ ad datam quamcunque diſtantiam propagari nequit.

Corollarium 3.

206. Si luminoſum in foco collocatum fuerit majoris amplitudinis, a punctis ſenſibiliter a ſe invicem diſtantibus incidentes radii inter ſe paralleli eſſe nequeunt, ſed plures conſtituunt tramites radiorum inter ſe parallelorum.

Scholion.

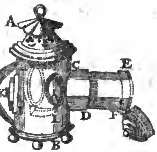
207. *Hac quoque aliqua ratio eſt, cur lumen per refractionem propagatum ſenſim ſenſimque langueſcat, dum nempe tramites luminoſi a ſe invicem diſcedunt.*

Problema 19.

208. *Lucernam conſtruere, quæ lumen valde intenſum ad inſigne diſtantiam projiciat.*

De-

RESOLUTIO.



1. Lucernæ AB afferruminetur tubus CD, cui alius ductitius EF immittatur.
2. Huic inſeratur lens vitrea utrinque convexa FE, diametro convexitatis unius circiter pedis, vel etiam majore, aut minore exiſtente, pro magnitudine ſcilicet lucernæ.
3. Ex oppoſito tubi CD intus aptetur ad parietem lucernæ ſpeculum concavum HI diametro concavitatis quinque circiter digitorum, vel etiam majore aut minore exiſtente, pro magnitudine nimirum lucernæ. Ita autem aptandum eſt ſpeculum, ut, ſi opus fuerit, remota capſa K, eximi poſſit.
4. In foco ſpeculi conſtituatur Ellychnium L & tubus ductitius cum lente extrahatur, donec lumen ſatis intenſum ad diſtantiam deſideratam projiciatur.

DEMONSTRATIO.

Quoniam Ellychnium L in foco ſpeculi concavi HI collocatur *per hypoth.* Radii poſt reflexionem ſunt paralleli (§. 224. *Catopt.*). Lumen itaque intenſum in lentem FE reflexum (§. 84. *Opt.*) poſt

refractionem conſtat radiis ad focum lentis in diſtantia ſemidiametri convergentibus (§. 193.) & inde rurſus divergentibus. Quodſi vero Ellychnium L fuerit quoque in foco lentis FE radii poſt refractionem ſunt itidem paralleli (§. 203.). Quare cum lumen hoc per ſe ſatis intenſum cum altero non minus intenſo concurrat, per intervallum diametri a lente lumen intenſiſſimum (§. 84. *Optic.*). Et licet poſtea decreſcat, quia tamen diverſi tramites radiorum parallelorum cum divergentibus procul admodum progrediuntur (§. 206.), lumen ſatis intenſum ad inſignem diſtantiam propagatur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

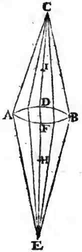
209. *Lucernarum iſtiuſmodi uſus eſt, ſi nocturno tempore objecta procul diſſita detegenda. Proſunt itē, ſi cancri & piſces de nocte congregandi, ut capientur.*

COROLLARIUM.

210. Quodſi ad diverſa loca, e. gr. per plures plateas, lumen una tranſmittendum, pluribus opus eſt tubis cum lentibus vitreis pluribuſque ſpeculis concavis iiſdem oppoſitis.

THEOREMA 47.

211. *Si* H *fuerit centrum convexitatis ſuperioris*, & I *centrum convexitatis inferioris lentis utrinque convexæ*, CH *ad* CD *in ratione refractionis; radii ex* C *in lentem incidentes poſt refractionem in* E *concurrunt, ita ut* EI *ad* EF *ſit in ratione refractionis*.

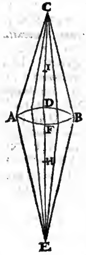


DEMONSTRATIO.

Etenim poſt pri-

f F mam

mam refractionem intra lentem propagantur paralleli (§. 121): ergo poſt alteram uniuntur in E, ita ut EI ad EF ſit in ratione refractionis (§. 121). *Q.e.d.*

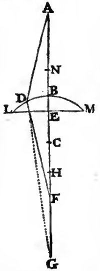


Corollarium.

212. Si lens vitrea fuerit; erit CD = 2DH (§. 26.) & EF = 2IF (§. 41.). Quare ſi punctum radians C a lente convexa AB diſtet intervallo diametri convexitatis ADB, punctum concurſus E ab eadem diſtat intervallo diametri convexitatis alterius AFB.

Theorema 48.

213. *Si* C *ſit centrum lentis planoconvexæ* LM, *fueritque* NB *ad* NC *in ratione refractionis & ex puncto ulteriori* A *incidat radius* AD *axi vicinus; poſt duplicem refractionem eidem occurret in* F, *ita ut poſita ratione refractionis* = n : m *ſit* (n — m) AB — m BC : AB = mBC : EF.



Demonstratio.

Si enim fiat AB = *d*, BC = *a*; erit GE = *nad* : ((*n*—*m*) *d* — *ma*) (§. 122).

Sed GE : FE = *n* : *m* (§. 80). Ergo EF = *mad* : ((*n*—*m*) *d*—*ma*), conſequenter.

(*n* — *m*) *d* — *ma* : *ma* = *d* : EF

hoc eſt, (*n* — *m*) AB — *m*BC : *m*BC = AB : EF. *Q.e.d.*

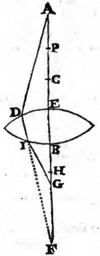
Corollarium 1.

214. Ergo ſi lens vitrea, erit AB — 2BC : 2BC = AB : EF (§. 26), ideoque cum 2BC ſit diſtantia foci principalis, hoc eſt radiorum parallelorum (§. 174), erit ut differentia diſtantiæ foci principalis a diſtantia puncti radiantis ad priorem, ita diſtantia poſterior ad diſtantiam foci minus principalis ſeu radiorum convergentium.

Corollarium 2.

215. Si lens aquea fuerit, erit AB—3BC : 3BC = AB : EF (§. 28.). Quare cum 3BC ſit diſtantia foci principalis (§. 177.); eadem regula lentibus vitreis & aqueis ſatisfacit.

Theorema 49.



216. *Si* C *fuerit centrum convexitatis inferioris* IB *&* H *ſuperioris* DE, PE *ad* PH *habeat rationem refractionis,*

ſit-

ſitque præterea AP (V. Fig. pr.) : PH = AE : EF *&* FP : PC = FB : BG; *erit* G *punctum concurſus radiorum axi vicinorum & ex puncto* A *oblique incidentium.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim AP : PH = AE : EF, vi refractionis in D factæ, (§. 125). Cum ideo radius DI in inferiorem ſuperficiem incidens ad punctum F tendat, & ex medio denſiore in rarius egrediatur *per hypoth.* erit FP : FB = FC : FG (§. 165). Eſt igitur etiam FP : FC = FB : FG (§. 173. *Arithm.*); conſequenter FP : PC = FB : BG (§. 193. *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 20.

217. *Data ratione refractionis* PC (V. F. §. 216.) : PB, *ſemidiametris convexitatum* CB *&* EH, *atque diſtantia puncti radiantis* A *ultra centrum* C; *invenire punctum* G, *ubi radius* AD *axi vicinus, & oblique incidens poſt refractionem cum eodem concurrit.*

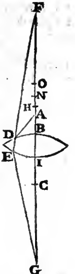
RESOLUTIO.

1. Quæratur punctum concurſus F, ad quod, vi primæ refractionis, tendit radius AD (§. 122).
2. Hinc inveſtigetur punctum G, ad quod, vi ſecundæ, cum axe concurrit (§. 165).

Idem problema reſolvitur utendo analogiis theorematis præcedentis, quamvis paulo prolixius, ſi calculo uti, non Geometrica conſtructione contentus eſſe volueris. In hoc altero vero caſu ſolutio poſterior priori præfertur.

THEOREMA 50.

218. *Si* C *fuerit centrum convexitatis ſuperioris* DB, *&* H *centrum inferioris* EI *lentis utrinque convexæ ſive æqualiter, ſive inæqualiter, &* NB *habeat ad* NC *itemque* OI *ad* OH *rationem refractionis, ſitque præterea* AN : NC = AB : FB *&* FO : OH = FI : GI; *erit* G *punctum, ubi radius* AD *oblique ex* A *incidens cum axe poſt refractionem concurrit.*



DEMONSTRATIO.

Quoniam NB ad NC rationem refractionis habet, & AN : NC = AB : FB, *per hypoth.* radius AD, vi primæ refractionis, ex puncto F diſpergitur (§. 131.). Quare cum porro ſit OI ad OH in ratione refractionis & FO : OH = FI : GI, *per hypoth.* erit G focus radiorum axi vicinorum ex A incidentium (§. 148). *Q. e. d.*

PROBLEMA 21.

219. *Data ratione refractionis, ſemidiametris convexitatum* BC *&* IH *atque diſtantia puncti radiantis* A *inter centrum* H *& lentem; invenire focum* G.

RESOLUTIO.

1. Quæratur punctum F, unde radius, vi primæ refractionis in D factæ, diſpergitur (§. 128).
2. Hinc ulterius inveſtigetur punctum G, ubi radius, poſt alteram refrac-

Digitized by Google

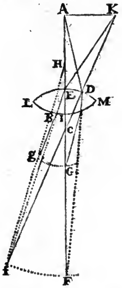
tionem, cum axe concurrit (§. 145).

Si Geometrica conſtructione contentus ſis, per Theorema præcedens optime abſolvetur.

Scholion.

220. *Ex his abunde patet, quomodo in omni caſu reliquo, vi principiorum in capite præcedenti expoſitorum, focus determinari poſſit; ſi nempe radius in lentem quamcumque convexam incidens ad punctum aliquod tendere ſupponatur; ea igitur ut prolixe hic perſequamur ſuperfluum eſſe videtur. Nimirum non alio fine refractionem indagavimus in ſuperficiebus ſphæricis & planis pro diverſitate radiorum incidentium & denſitatis mediorum, per quæ ante & poſt refractionem propagatur, quam ut inde refractio in lentibus determinari poſſit. Conſideremus itaque potius, quid accidat radiis a punctis extra axem lentium ſitis incidentibus vel etiam ad puncta extra axem lentium ſita tendentibus.*

Problema 22.



221. *Invenire focum radiorum ex puncto* K *extra axem* AF *ſito in lentem utcunque convexam incidentium.*

Resolutio.

Illud ſatis patet, ſi refractio in unica tantum ſuperficie fiat, punctum radians K ſemper eſſe in axe, qui eſt recta ex puncto dato K per centrum ſuperficiei, in quam incidit, ducta (§. 21). Unde, per principia in Capitibus præcedentibus tradita, in omni caſu haud difficulter focus radiorum inde incidentium determinabitur: quod ideo unice in caſu demonſtraſſe ſuffecerit.

1. Sit itaque lens utrinque convexa M L, axis lentis AF, punctum extra axem K, & K*f* ducatur per centrum C convexitatis ſuperioris, radius KD irrefractus tranſibit & punctum *f*, ad quod, vi primæ refractionis, tendit radius KE, determinabitur (§. 122).
2. Ex *f* ducatur ad centrum H convexitatis inferioris LIM recta H *f*, quæ erit axis aliquis diaphani, cujus ſuperficies LIM (§. 21). Cum ideo radius E*f* ad punctum *f* tendat & in cavitate ex diaphano denſiori in rarius refringatur; punctum concurſus *g* determinabitur (§. 165): quod eſſe focum, in quo colliguntur radii ex K venientes, per ſe patet.

Theorema 51.

222. *Foci* g *&* G *radiorum ex punctis* A *&* K *a centro ad ſenſum æqualiter diſtantibus in lentem quomodocunque convexam incidentium ab ea æqualiter ad ſenſum diſtant.*

Demonstratio.

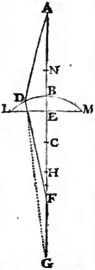
Quoniam CA = CK *per hypoth.* & CE = CD (§. 40. *Geom.*); erit EA = DK

Digitized by Google

= DK (§. 91. *Arithm.*). Eſt vero $(n-m)$ AE $-$ mCE : nCE = AE : FE & $(n-m)$ KD $-$ mDC : nDC = KD : Df (§. 122). Quamobrem cum ſit $(n-m)$ AE $-$ mCE : nCE = $(n-m)$ KD $-$ mDC (§. 168. *Arith.*); erit AE : FE = KD : Df (§. 167. *Arit.*), conſequenter EF = Df (§. 177. *Arith.*) & ob CE = CD (§. 40. *Geom.*) CF = Cf (§. 91. *Arithm.*). Jam cum angulus ACK exiguus ſupponatur; erunt anguli fHC & CfH multo magis exigui (§. 239. *Geom.*), conſequenter Hf ipſis HC & Cf ſimul ſumtis ad ſenſum æqualis, & hinc Hf = HF (§. 88, *Arithm.*). Quare etiam Hg ipſi HG (§. 165) & inde ob HI = HB. (§. 40. *Geom.*) porro Bg ipſi IG ad ſenſum æqualis (§. 91. *Arith.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 52.

223. *Focus radiorum divergentium a lente longius diſtat foco radiorum parallelorum, & diſtantia foci in priori caſu major aut minor eſt pro diſtantia puncti radiantis majore aut minore.*



DEMONSTRATIO.

Ponamus refractionem fieri in lente plano-convexa, diſtantia foci radiorum parallelorum HE erit 2BC, ſi C ſit centrum convexitatis (§. 168. 174). Sed diſtantia foci radiorum divergentium FE eſt 2BC . AB : (AB $-$ 2BC) (§. 214). Eſt itaque HE : FE = 2 CB : $\frac{2BC \,.\, AB}{AB - 2BC}$ = AB $-$ 2BC : AB (§. 178. 181. *Arithm.*). Quare cum AB $-$ 2BC < AB; erit HE < FE. *Quod erat unum.*

Sit 2BC = b, AB in caſu uno = a, in altero = ea; erit $a - b : a = ea - eb : ea$ (§. 178. *Arithm.*). Eſt vero $ea - eb < ea - b$ (§. 92. *Arit.*). Ergo $ea - eb : ae = (a - b) : a < ea - b : ea$ (§. 182. *Arit.*) ideoque HE ad FE in priori caſu rationem majorem habet quam in poſteriori (§. 203. *Arithm.*). Ergo diſtantia foci radiorum divergentium in caſu priori minor, quam in poſteriori (§. 206. *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

Eodem modo oſtenditur utrumque in quocunque caſu alio. *Q. e. d.*

THEOREMA 53.

224. *Objectorum lenti quomodocunque convexæ oppoſitorum imagines in foco ejus inverſo ſitu depinguntur.*

DEMONSTRATIO.

Omnes enim radii a puncto A (*Vid. Fig. in pag. præc.*) venientes in foco G concurrunt (§. 218); radii vero ex puncto K emanantes in foco g, & radii a punctis intermediis inter A & K adventantes in punctis intermediis inter g & G uniuntur (§. 222). Radii igitur ex puncto K propagati poſt refractionem, quaſi ex g radiant, & a puncto A propagati quaſi ex G emittuntur, conſequenter punctum K in g, punctum A in G videri debet (§. 348. *Optic.*). Objecti ideo imago in foco ſitu inverſo delineatur. *Q. e. d.*

CORO-

Corollarium 1.

225. Hinc ſi charta, in loco præſertim obſcuro, lenti convexæ in diſtantia foci objiciatur; Imagines objectorum in eam radiantium ſitu inverſo quem diſtinctiſſime ſuiſque nativis coloribus delineantur.

Corollarium 2.

226. Imagines objectorum vicinorum in majori diſtantia diſtincte delineantur; Imagines vero remotorum in minore (§. 223).

Corollarium 3.

227. Neque focus ideo radiorum ſolarium aliud eſt, quam imago ſolis.

Corollarium 4.

228. Hinc in eclipſibus ſolaribus imago ſolis deficientis jucundo ſpectaculo lentibus grandioribus ligno inuſitur.

Corollarium 5.

229. Quodſi ergo lentem quamcunque convexam objectis tam vicinis quam remotis obvertas, & chartam eidem ſubjiciae, in qua imago diſtincte repræſentatur; foci ab ea diſtantiam dimetiri & inde ſemidiametrum convexitatis (§. 168. 193.) conjicere licebit.

Scholion.

230. *Hoc modo explicari poſſunt, quæ ſupra de focis demonſtrata ſunt.*

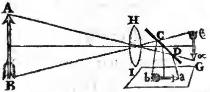
Corollarium 6.

231. Quodſi ſpeculum concavum ita conſtituas, ut imago inverſa per refractionem formata ſit inter centrum & focum, vel etiam ultra centrum; per reflexionem rurſus invertetur, ideoque erecta apparebit, in priori caſu ultra centrum (§. 253. *Catoptr.*), in poſteriori intra centrum (§. 254. *Catoptr.*).

Scholion.

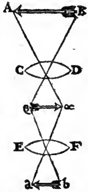
232. *Hoc artificium debetur* JOHANNI BAPTISTÆ PORTÆ (a).

Corollarium 7.



233. Si poſt lentem HI ſpeculum planum CD ſub angulo ſemirecto ad planum horizonti parallelum inclinet atque planum horizontale IG ita ſubſternas, ut Da = Dα & Cb = Cβ: imago, quæ remoto ſpeculo inverſa videretur in αβ nunc ſitu erecto videbitur in *ab*, quia punctum A a puncto ſpeculi D in *a* & B a puncto ſpeculi C in *b* reflectitur (§. 24. *Catoptr.*).

Corollarium 8.



234. Si poſt imaginem αβ per refractionem in lente CD ſectam conſtituatur lens altera convexa EF, ita ut imago inverſa αβ ſit extra focum ejus; Imago hæc perinde ac objectum aliquod in eam radiabit (§. 348. *Optic.*). Per refractionem itaque in altera lente formabitur imago inverſa *ba* imaginis inverſæ αβ (§. 224), hoc eſt, erecta objecti AB. Unde patet novum artificium imagines erigendi, ſi duæ lentes utrinque convexæ tubo ductitio inſerantur.

Scholion.

235. *Lentes vel ejuſdem ſunt ſphæricitatis, vel (quod præſtat) anterior majoris ſphæræ ſegmentum exiſtit. Sed cum non quævis vitrorum proportio commoda deprehendatur (lens enim interior ſi ſphæræ exiguæ ſegmentum, imagines obſcuræ evadunt); ideo ex* ZAHNIO (b) *proportionem diametrorum in particulæ centeſimis pedis huc apponere libet.*

Vitrum anterius utrinque convexum.	50	Vitrum anterius plano convexum.	25	Vitrum interius utrinque convexum.	40. 45. 50.
	55		$27\frac{1}{2}$		40. 45. 50. 55.
	60		30		40. 45. 50. 55. 60.
	65		$32\frac{1}{2}$		45. 50. 55. 60. 65.
	70		35		50. 55. 60. 65. 70.
	75		$37\frac{1}{2}$		55. 60. 65. 70. 75.
	80		40		60. 65. 70. 75. 80.
	85		$42\frac{1}{2}$		65. 70. 75. 80. 85.
	90		45		70. 75. 80. 85. 90.
	95		$47\frac{1}{2}$		75. 80. 85. 90. 95
	100		50		80. 85. 90. 95. 100
	110		55		90. 95. uſque ad 110
	120		60		& ita porro.
	130		65		
	140		70		
	150		75		
	200		100		

Nimirum ſi lentis prioris diameter fuerit $\frac{18}{100}$ *ſeu dimidii pedis; erit commode lentis poſterioris diameter*

(a) Magiæ Natural. Lib. XVII Cap. 6.

(b) Ocull. artific. fund. 1. Synt. 3. Cap. 4. f. m. 170.

diameter $\frac{40}{100}$, vel $\frac{41}{100}$, vel $\frac{12}{100}$. Et eadem manebit lentis poſterioris diameter, ſi anterior fuerit plano-convexa & diameter ejus $\frac{22}{100}$ pedis.

PROBLEMA 23.

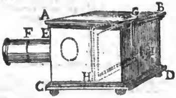
236. *Cameram obſcuram conſtruere, in qua imagines objectorum externorum diſtinctiſſime ſuiſque nativis coloribus ſitu vel inverſo, vel ſi mavis erecto repræſententur.*

RESOLUTIO.

1. Cubiculum quodcunque, ex quo feneſtra patet in locum multis objectis obſitum, totum obſcuretur, nonniſi exiguo in feneſtra foramine relicto.
2. Foramen muniatur lente vel plano-convexa, vel utrinque convexa, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum.
3. In diſtantia debita, per experientiam facile definienda, collocetur charta vel velum expanſum.

   In hac enim objectorum imagines deſideratæ delineabuntur inverſæ (§. 224).
4. Quodſi vero eaſdem ſitu erecto comparere malueris; id vel ope ſpeculi concavi (§. 231), vel ope ſpeculi plani (§. 233), vel ope duarum lentium tubo ductitio incluſarum (234) efficies.

Aliter.

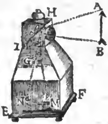


Quodſi cameram obſcuram portatilem aut ciſtulam paraſticam deſideres.

1. Ex ligno arido paretur ciſtula ABDC figuram parallelepipedi habens, cujus latitudo 9 circiter digitorum, longitudo duorum vel plurium pedum, pro diverſa magnitudine diametrorum lentium.
2. In plano AC applicetur tubus ductitius EF cum duabus lentibus, aut, ut imago minori a tubo intervallo diſtet, tribus utrinque convexis. Diametri anteriorum æquales e.g. $\frac{20}{100}$ pedis, diameter interioris minor e. g. $\frac{40}{100}$ (§. 235.
3. Intra ciſtulam perpendiculariter in debita a tubo diſtantia erigatur charta oleo imbuta & ſubſcudibus agglutinata GH, ut imagines in eam trajectæ tranſpareant.
4. Denique in I fiat foramen rotundum, ut ambobus oculis commode intropiſcere poſſis.

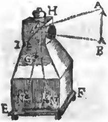
Quodſi tubum objectis obvertas, lentibus rite collocatis, quarum diſtantiam experientia optime definit; in charta GH objecta ut ante delineabuntur, ſitu erecto.

Aliter.



1. In medio ciſtulæ erigatur turricula rotunda vel quadrata HI verſus objectum AB aperta.

2. Po-

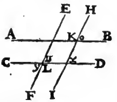


2. Pone aperturam inclinetur ſub angulo 45 graduum ſpeculum planum exiguum ab, quod
3. Radios Aa & Bb reflectat in lentem utrinque convexam G tubulo GL incluſam.
4. In diſtantia foci ſubſternatur tabula charta munda obducta EF imaginem $\alpha\beta$ exceptura.
5. Denique in NM fiat foramen oblongum, per quod intropiſcere poſſis.

SCHOLION.

237. *Uſus cameræ obſcuræ multiplex. Naturam viſionis optime declarat, ita ut non immerito oculus camera obſcura naturalis & viciſſim camera obſcura oculus artificialis appellotur. Jucundiſſima ſpectacula exhibet, tum quod imagines objectis ſuis ſimillimas ſuiſque nativis coloribus tinctas repræſentet, tum quod motus quoſcunque una exprimat, quod poſterius præſertim ars nulla imitari poteſt. Artis pictoriæ peritus ex contemplatione harum imaginum multa annotabit, quæ ad perfectionem illius tendunt: Artis vero imperitus objecta quævis accurate delineabit, ſi præſertim tertiam ſtructuram a nobis expoſitam ſibi elegerit. Tum vero camera obſcura etſi portatilis tanta amplitudinis conſtrui debet, ut homo tuto ingredi & commode juxta tabulam, in quam projicitur imago, ſedere poſſit.*

LEMMA

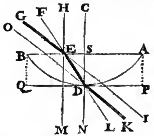


238. *Si fuerint duæ Lineæ parallelæ* AB & CD *& eas ſecent duæ aliæ* EF & HI, *ita ut angulus* HKB *ſit ipſi* CLF *æqualis; erit* FL *ipſi* KH *parallela.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim $o = x$ (§. 233. *Geom.*) & $o = y$ *per hypoth.* Ergo $y = x$ (§. 87. *Arithm.*) Quare cum ſit $y = u$ (§. 156. *Geom.*); erit $u = x$ (§. *cit. Arithm.*), ideoque KH ipſi LF parallela (§. 255. *Geom.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 54.



239. *Si angulus inclinationis* SDE *in egreſſu lentis fuerit æqualis angulo refracto* DEM *in ingreſſu; erit angulus refractus in egreſſu* KDN *angulo inclinationis in ingreſſu* HEG *æqualis.*

DEMONSTRATIO.

Sit ratio ſinus anguli MED ad ſinum anguli HEG $= m : n$; erit ſinus anguli SDE ad ſinum anguli KDN itidem $= m : n$ (§. 37). Sed ſinus anguli SDE æqualis eſt ſinui anguli MED *per hypoth.* Ergo ſinus anguli HEG ſinui anguli KDN æqualis eſt (§. 177. *Arithb.*); conſequenter anguli HEG & KDN æquales ſunt, *Q. e. d.*

THEOREMA 55.

240. *In vitro utrinque plano parallelarum baſium* (Vid. Fig. præc.) AB & PQ, *radius*

Digitized by Google

radius KD *poſt duplicem refractionem fit incidenti* GE *parallelus*.

DEMONSTRATIO.

Sint CN & HM axes refractionis. Quoniam AB ipſi PQ parallela *per hypoth.* & CN ad PQ atque HM ad AB perpendicularis (§. 10); erit quoque HM ad PQ perpendicularis (§. 230. *Geom.*), ideoque HM ipſi CN parallela (§. 256. *Geom.*). Cum ideo MED = SDE (§. 233. *Geom.*); erit etiam HEG = KDN (§. 239.), & hinc KO ipſi IG parallela (§. 238) *Q. e. d.*

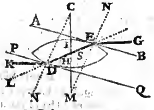
COROLLARIUM 1.

241. Quodſi PQ tangat arcum ADB in D, cujus centrum in C; erit QD ad CD perpendicularis (§. 308. *Geom.*). Quare cum etiam CN ad AB perpendicularis ſupponatur; erit PQ ipſi AB parallela. Radius igitur ED incidens in ſuperficiem concavam BDA perinde refringitur ac ſi in planam QP incideret (§. 48) & hinc radius refractus DK incidenti GI parallelus (§. 240.).

COROLLARIUM 2.

242. Eodem modo patet, ſi radius KD ſit incidens, fore refractum EG eidem parallelum.

THEOREMA 56.

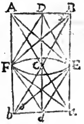


243. *Si* C *fuerit centrum convexitatis inferioris*, M *vero ſuperioris, & craſſities lentis* IH *ita diviſa in* S, *ut* MI : CH = IS : SH; *radius* DK *poſt duplicem refractionem in lente utrinque convexa factam, erit incidenti* GE *parallelus.*

DEMONSTRATIO.

Quia MI : CH = IS : SH *per hypoth.* erit etiam MI : IS = CH : SH (§. 173. *Arithm.*); & hinc MI : MS = CH : CS (§. 193. *Arithm.*), hoc eſt, ob MI = ME & CH = CD (§. 40. *Geom.*), ME : MS = CD : CS (§. 168. *Arithm.*). Quare cum verticales ad S ſint æquales (§. 156. *Geom.*), erit CDS = MES (§. 237. *Geom.*). Tangat jam recta AB lentem in puncto incidentiæ E in ingreſſu, & PQ in puncto incidentiæ D in egreſſu: radius GE in ſuperficie convexa perinde refrangetur, ac in plana, quæ in E lentem tangit, & radius KD in ſuperficie concava perinde refractus ac ſi incidiſſet in planam, quæ in puncto D lentem tangit (§. 48), eruntque MEA & CDQ anguli recti (§. 308. *Geom.*), ideoque æquales (§. 145. *Geom.*) conſequenter AED = EDQ (§. 91. *Arith.*). Eſt igitur AB ipſi PQ parallela (§. 255. *Geom.*), & hinc ſi DE ſit radius per lentem tranſiens, erit, poſt alteram refractionem, radius DK incidenti GE parallelus (§. 240.). *Q. e. d.*

THEOREMA 57.



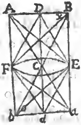
244. *Imago* ab *objecti* AB *poſt lentem convexam* FE *delineata eſt ad ipſum objectum* AB *quoad diametrum, in ratione diſtantiæ imaginis* Cd *ad diſtantiam objecti* CD.

DEMONSTRATIO.

Quoniam quodlibet objecti punctum per totam lentem FE radiat; neceſſario radius unus ex A proveniens per

Digitized by Google

punctum C tranſit, quod refractum C*a* facit incidenti AC parallelum (§. 241. 242. 243). Eodem modo patet, radium aliquem C*b* eſſe incidenti BC parallelum. Quodſi lentis



craſſities contemnatur, CA & C*a*, itemque BC & C*b* pro una recta haberi poſſunt. Quare cum ob parallelismum AB & *ab*, $o = x$ (§. 233. *Geom.*) & verticales ad C ſint æquales (§. 156. *Geom.*), triangulum *a*C*b* alteri ACB ſimile eſt (§. 267. *Geom.*), ideoque *ba* : AB = C*d* : CD (§. 396. *Geom.*). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

245. Quia imago objecti remotioris minus diſtat a lente quam vicinioris (§. 226), imago remotioris minor eſt quam vicinioris.

Corollarium 2.

246. Quoniam diſtantia imaginis a lente major eſt, ſi lens FE fuerit majoris ſphæræ ſegmentum, quam ſi minoris extiterit (§. 168. 193); imago quoque in caſu priore major eſt, in poſteriore minor.

Corollarium 3.

247. Imago igitur *ab* tantæ magnitudinis eſt, quantæ foret, ſi objectum AB radiaret in locum obſcurum per exiguum foramen in parietem eodem intervallo remotum, quo focus a lente diſtat (§. 120. *Optic.*).

Corollarium 4.

248. Quando objectum minus diſtat a lente foco radiorum parallelorum, imaginis diſtantia major eſt quam objecti (§. 224. 219); alias vero diſtantia imaginis minor quam objecti exiſtit (§. 214). In caſu itaque priore imago major eſt objecto in poſteriore minor (§. 246).

Corollarium 5.

249. Quia omnes radii ab axe non nimis remoti in eodem puncto uniuntur per refractionem, ſi ab eodem inciderint; ſi pars aliqua lentis prope axem tegatur, aut bullæ quædam, vel arenulæ, vel denique nævi quidam politruæ in lente obſerventur, nihil tamen horum in unam imaginis partem magis redundat, quam in reliquam.

Scholion 1.

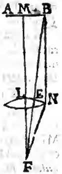
250. *Si imagines objecto majores fiunt, non ſatis diſtinctæ apparent, quia tum pauciores ſunt radii, qui in eodem puncto poſt refractionem concurrunt, unde contingit radios a diverſis punctis objecti emanantes in eodem imaginis puncto terminari. Sed hæc cauſa confuſionis* (§. 76. Opt.).

Scholion 2.

251. *Hinc apparet, non eandem in quovis caſu admitti lentis aperturam, ſi arcere volueris radios diſtinctioni nocituros. Quamvis autem tum imago maxime diſtincta, ſi radiis tantum prope axem concedatur ingreſſus; ob radiorum tamen defectum obſcurior eſt: obſcuritas vero etiam obſtat, quo minus imago ſatis diſtincta appareat.*

Theorema 58.

252. *Si oculus fuerit in foco F lentis utcunque convexæ; objectum AB ſitu videt erecto & auctum in ratione diſtantiæ ejus ab oculo FM ad oculi a lente diſtantiam FL, ſi vicinum fuerit: in infinitum, ſi fuerit remotum.*



Demonstratio.

Sit radius ML in axe lentis: erit ergo ad utramque ſuperficiem perpendicularis (§. 21) ideoque per utramque irrefractus tranſit (§. 25). Ducatur BN axi ML parallelus. Quia in F focus eſt radiorum parallelorum *per hypoth.* Radius BN refringetur in F (§. 22). Objectum igitur MB videtur per radios refractos ſub angulo LFN. Sed per irrefractos videtur ſub angulo MFB: in priore itaque caſu auctum apparet (§. 209. *Optic.*), ſitu tamen

erecto

Digitized by Google

erecto, quia punctum dextrum B per radium FN videtur verſus dextram; ſiniſtrum vero M per radium FL verſus ſiniſtram. *Quod erat unum*.

Quoniam arcus LN exiguus, ut pro recta haberi poſſit & ob angulos ad L & M rectos *per hypoth.* BM ipſi LN parallela (§. 256. *Geom.*); erit FM : FL = MB : LE (§. 268. *Geom.*). Sed ob parallelismum rectarum ML & BN *per hypoth.* MB = LN (226. *Geom.*) & objectum apparens eſt ad verum, ut LN ad LE, tantæ nimirum magnitudinis videntur verum & apparens, quantæ LE & LN in diſtantia FL videntur (§. 209. *Optic.*). Eſt igitur diameter apparentis ad diametrum veri, ut FM ad FL (§. 168. *Arithm.*). *Quod erat alterum*.

Si diſtantia objecti nimis longinqua, ratio FL & FM quavis data tandem major evadit, ideoque imago in infinitum augetur.

THEOREMA 59.



253. *Si oculus* G *fuerit in axe lentis convexæ* MF, *ſed inter focum* O *& lentem* DE; *objectum videtur ſitu erecto, ſed auctum quoad diametrum in ratione compoſita diſtantiæ puncti* F, *ad quod radius* BE *irrefractus tendit, a lente* FL *ad diſtantiam oculi ab eadem* GL, *& diſtantiæ objecti ab oculo* GM *ad diſtantiam ejuſdem objecti a puncto, ad quod radii irrefracti tendunt*, FM, *hoc eſt, ut* FL. GM *ad* GL. FM.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum demonſtratione theorematis 13. (§. 83).

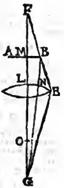
COROLLARIUM.

254. Si objectum AB fuerit longinqum, GF reſpectu ipſius GM tandem evaneſcit, ideoque FM ipſi GM redditur phyſice æqualis, conſequenter magnitudo apparens ad veram quoad diametrum, in ratione FL ad GL.

SCHOLION.

255. *Punctum* F, *ad quod radius* BE *irrefractus tendit per ſuperiora determinari poteſt. Immo data latitudine objecti* MB, *una cum angulo* MBE, *qui ob parallelismum rectarum* LI *&* MB *ipſi* LIF *æqualis, ſi nempe* LI *ſit normalis ad* GM; *in triangulo ad* M *rectangulo reperietur* FM (§. 36. Trigon.).

THEOREMA 60.

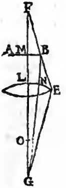


256. *Si oculus* G, *ultra focum* O *conſtitutus, per lentem utcunque convexam videat objectum* AB, *ſitque* F *punctum, unde radius ab extremo* B *incidens* BE *divergit remotius a lente ipſo objecto* AB; *objectum videbitur ſitu erecto, & auctum in ratione compoſita* FL *ad* FM *&* GM *ad* GL.

DEMONSTRATIO.

Quoniam objectum MB per radios refractos ſub angulo LGE, per irrefractos vero ſub angulo LGN videtur; in priore caſu auctum videri debet (§. 209. *Optic.*). Et quia punctum extremum B per radium GE videtur, M vero per radium GM; dextrum extremum vi-

detur verſus dexteram, ſiniſtrum vero verſus ſiniſtram, hoc eſt, objectum ſitu erecto videtur. *Quod erat unum*.



Patet vero ex theorematis 58. demonſtratione (§. 252.): magnitudinem veram eſſe ad apparentem quoad diametrum ut LN ad LE & LE haberi poſſe pro recta ipſi MB parallela. Eſt itaque (§. 268. *Geom.*).

$$FM : FL = MB : LE$$
$$GM : GL = MB : LN$$

Ergo

$$LE = MB.FL : FM \;\&\; LN = MB.GL : GM,$$

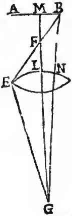
conſequenter

$$LE : LN = \frac{MB.FL}{FM} : \frac{MB.GL}{GM}$$

hoc eſt, $LE : LN = GM.FL : FM.GL$ (§. 178. 181. *Arithm. Q. e. d.*

THEOREMA 61.

257. *Si objectum* AB *a lente convexa adeo diſtet, ut radius* BE, *qui in oculum* G *refringitur ex puncto axis* F *inter lentem & objectum ſito ab eo divergat; ſitu videbitur inverſo, eſtque magnitudo apparens* LE *ad veram* LN, *in ratione compoſita* FL *ad* FM *&* GM *ad* GL.



DEMONSTRATIO.

Quia objectum AB ita ſitum eſt, ut radius BE in oculum G refractus axem ſecet in F; punctum B videbitur per radium GE, ideoque verſus ſiniſtram. Et quia M per radium GM videtur, idem verſus dexteram apparet. Ergo BM ſitu inverſo videtur. *Quod erat unum*.

Ex antecedentibus vero conſtat, magnitudinem veram ad apparentem, eſſe in ratione LN ad LE. Quare cum EN, vi antecedentium demonſtrationum, haberi poſſit pro recta ad FL perpendiculari & ipſi AB parallela; erit $GM : GL = MB : LN$ (§. 268. *Geom.*), ideoque $LN = MB.GL : GM$, & cum anguli ad L & M recti, verticales ad F æquales (§. 156. *Geom.*), $FM : FL = MB : EL$ (§. 267. *Geom.*), ideoque $LE = FL.MB : FM$. Quare

$$LE : LN = \frac{FL.MB}{FM} : \frac{GL.MB}{GM}$$

hoc eſt, $LE : LN = FL.GM : GL.FM$ (§. 178. 181. *Arithm.*). *Quod erat alterum*.

COROLLARIUM 1.

258. Si ſiat $GM = a$, $GL = b$, $FM = c$, $FL = d$, fueritque $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} > \frac{cb}{bd}$. (§. 235 *Arithm.*); conſequenter $ad > cb$ (§. 180. *Arithm.*). In hoc itaque caſu, in quo GM ad GL rationem majorem habet, quam FM ad FL, $LE > LN$ (§. 257), hoc eſt, objectum MB videtur auctum.

COROLLARIUM 2.

259. Si fuerit $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} < \frac{cb}{bd}$ (§. 235. *Arithm.*) conſequenter $ad < cb$ (§. 180. *Arithm.*). In hoc igitur caſu, in quo GM ad GL rationem minorem habet, quam FM ad FL, $LE < LN$ (§. 257), hoc eſt, objectum MB videtur minutum.

COROLLARIUM 3.

260. Si fuerit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; erit $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$

(§. 235.

Digitized by Google

(§. 235. *Arithm.*); conſequenter $ad = bc$ (§. 93. *Arithm.*). In hoc igitur caſu, in quo GM ad GL rationem eandem habet, quam FM ad FL, LE = LN (§. 257), hoc eſt, objectum MB tantæ magnitudinis oculo armato apparet, quantæ a nudo videtur.

THEOREMA 62.

261. *Si oculus fuerit in foco* F; *viſibile* AB *ejuſdem conſtanter magnitudinis apparet, quantocunque intervallo a lente removeatur.*



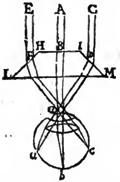
DEMONSTRATIO.

Quoniam radius BN axi MF parallelus, in focum F refringitur (§. 22), & diſtantia LF conſtans ſupponitur; angulus viſorius LFN ſemper idem manet. Objectum igitur MB ad quamcunque diſtantiam LM ejuſdem ſemper magnitudinis apparet (§. 209. *Optic.*). *Q. e. d.*

DEFINITIO.

262. *Polyedrum* eſt lens ex ſuperficiebus planis in convexitatem diſpoſitis compoſita.

THEOREMA 63.



263. *Si radii* EF, AB, CD *paralleli incidunt in ſuperficiem polyedri; poſt refractionem etiam ſunt paralleli.*

DEMONSTRATIO.

Quia ſuperficies polyedri componitur ex planis in convexitatem diſpoſitis (§. 262.) & radii paralleli incidunt, poſt refractionem in ingreſſu factam etiam ſunt paralleli (49.). Cum ideo in ſuperficiem planam LM paralleli incidant; poſt alteram itidem refractionem paralleli ſint neceſſe eſt (§. *cit.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

264. Quodſi polyedrum fuerit regulare LH, HI, IM ſunt veluti tangentes lentem ſphæricam convexam in F, B & D, conſequenter radii in puncta contactus incidentes axem interſecant (§. 166.). Quare cum reliqui ſint iiſdem paralleli (§. 263.); iidem quoque prope G ſe mutuo interſecare debent.

COROLLARIUM 2.

265. Quodſi ergo oculus ibi conſtituatur, ubi radii paralleli decuſſantur, a ſingulis hedris paralleli ab eodem objecto promanantes in eum propagantur. Quare cum humor chryſtallinus, utpote lenticula convexa (§. 34. *Optic.*), radios parallelos uniat (§. 178.), in totidem diverſis retinæ punctis *a*, *b*, *c* uniuntur radii, quot ſunt vitri LBM hedræ, conſequenter oculus per vitrum polyedrum toties videre poteſt objectum, quot ſunt hedræ ſi debito loco conſtituatur (§. 70. *Optica*).

COROLLARIUM 3.

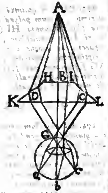
266. Quoniam radii ab objectis longinquis venientes ſunt paralleli (§. 93. *Optic.*); objectum remotum per vitrum polyedrum toties videtur, quot ſunt hedræ ipſius (§. 265.).

THEO-

Digitized by Google

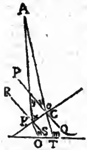
THEOREMA 64.

267. ***Si a puncto radiante* A *in diverſa polyedri regularis plana incidant radii* AB, AC, AD; *poſt refractionem in* G *decuſſantur & a ſingulis planis venientes ad ſingulas plagas tendunt nonnihil divergentes*.**



DEMONSTRATIO.

Quoniam HI ipſi KL parallela & AB ad HI perpendicularis *per hypoth.* erit etiam eadem ad KL normalis (§. 230. *Geom.*), idcoque radius A*b* irrefractus tranſit (§. 25). Cum vero KH, HI, IL conſiderari poſſint inſtar tangentium lentem convexam, radii in puncta contactus incidentes axem A*b* poſt refractionem ſecant (§. 213). Incidat jam radius AK in idem planum, in quod incidere ſupponitur AC ad punctum contactus, ſintque PQ & RS ad planum perpendiculares hoc eſt, axes refractionis (§. 10). Quoniam $o > x$ (§. 188. *Geom.*); cum ſit $o + u = y + x$ (§. 239. *Geom.*); erit $y > u$ (§. 92. *Arithm.*), conſequenter $n > m$ (§. 26.). Quamobrem cum anguli QCK & SKC ſimul ſumti ſint duo recti *per demonſtr.* erunt TCK & OKC ſimul ſumti duobus rectis majores (§. 90 *Arithm.*), & ideo radii KO & CT poſt primam refractionem divergunt (§. 261. *Geom.*): non tamen multum divergunt, quia ob parvitatem anguli A, o & x non multum differunt (§. 239. *Geom*). Ideoque & u atque y tanquam complementa ad rectos, conſequenter m atque n ab æqualitate parum abſunt (§. 26). Radius itaque KO etiam poſt alteram refractionem a radio CT nonnihil divergit (§. 68). Cum ideo radii per puncta contactus tranſeuntes axem ſecent *per demonſtrata*; reliqui ipſis vicini poſt refractionem parum divergentes ſimiliter ſeſe in vicinia interſecare debent & ideo poſt refractionem, qui ab uno plano veniunt, ad eandem quoque plagam tendunt; qui veniunt ab alio, ad aliam progrediuntur. *Q. e. d.*



COROLLARIUM.

268. Quodſi oculus ibi conſtituatur, ubi radii a diverſis planis advenientes decuſſantur; a ſingulis planis propagantur in eum radii nonnihil divergentes, hoc eſt, veluti ex diverſis punctis emanantes. Quare cum humor chryſtallinus, utpote lenticula convexa (§. 34. *Optic.*), radios a puncto emanantes in uno puncto iterum colligat (§ 216.); in totidem diverſis retinæ punctis *a*, *b*, (*Vid. Fig. 1. ut ſupra*) *c* uniuntur radii, quot ſunt vitri LBK hedræ; conſequenter oculus in ſoco G conſtitutus per polyedrum toties videt objectum etiam vicinum, quot ſunt hedræ (§. 70. *Optic.*)

SCHOLION 1.

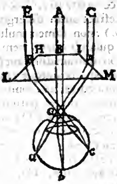
269. *Cum in demonſtratione uſi ſimus theorematibus, in quibus objecta ultra focum remota ſupponuntur; objectum quoque multiplicandum ultra focum diſtare debet, ejus nempe lentis, quæ eſt ſegmentum ſphæræ, cui polyedrum inſcribi poteſt.*

SCHOLION 2.

270. *Me non monente ſtatim apparet, imagines quoque objectorum in camera obſcura multiplicari, ſi foramini apponatur lens polyedra & ei in debita diſtantia jungatur convexa.*

SCHO

SCHOLION 3.



271. *Illud quoque prætereundum non eſt, quod radii ſolares in ſuperficiem* LM *incidentes poſt refractionem per ſingulas hedras colorati diſpergantur, ita ut in parietem præſertim album illapſi aut charta munda excepti, totidem maculas coloratas exhibeant, quot ſunt hedra polyedri, tanto quidem ſplendidiores, quo obſcurior fuerit locus, ubi experimentum capitur. Sæpiſſime id expertus ſum ope polyedri* LNM *tubo* LMIH *incluſi, ita ut* HI *eſſet planum, in quo radiorum per lentem propagatorum decuſſatio juxta ſuperiora contingit, tanta ideo amplitudinis, ut omnes radios per polyedrum refractos caperet. Radios autem ſolares per aperturam tubi* HI *in caſu præſenti immiſi.*



SCHOLION 4.

272. *Magis jucunda ſpectacula exhibere poteris in camera obſcura, ſi radios a refractione in priſmate trigona facta coloratos* (§. 183. Optic.) *polyedro paulo majore,* h. e. *latitudinis* 3 *aut* 4 *digitorum excipias. Quodſi leos a priſmate trium vel quatuor pedum intervallo removeatur, in pariete aut charta vicina maculæ, de quibus dixi, coloratæ multo illuſtriores apparebunt, gemmarum quemvis ſplendorem longe ſuperantes. In foco autem polyedri, hoc eſt, ubi radii decuſſantur (in hoc enim experimento radii excipiuntur a ſuperficie convexa polyedri) ſtella quadam ſplendoris prorſus admirandi conſpicitur. Non tamen in radiorum concurſu colores ita confunduntur, ut in lumen abeant, ſed ubi rurſus divergunt, diſtincti denuo obſervantur.*

SCHOLION 5.

273. *Ceterum quamvis in demonſtratione ſuppoſuerimus, vitrum polyedram eſſe regulare & habere planum unum* HI (Vid. Fig. 1. huj. pag.) *alteri* LM *parallelum, haud difficulter tamen apparet, eas quoque aliis polyedris ſphæra circumſcriptibilibus applicari poſſe, modo radius unus* AG *ſupponatur axis ſphæra. Quodſi planum unum fuerit ipſi* LM *parallelum, radii per ipſum refracti non erunt colorati.*

SCHOLION 6.

274. *Ut objectum verum digito attingere poſſis, ita quidem dirigendus, ut ad ſingulas imagines digiti ſinguli tendere videantur: ita nimirum verus quoque digitus ad objectum tendet. Hoc qui non obſervant, fruſtra objectum attingere conantur. Nonnulli polyedram movent in gyrum obſervantes, quodnam viſibilium maneat immotum: id enim objectum verum eſt, apparentibus loca mutantibus, ſi plana refringentia loca mutent.*

SCHOLION 7.

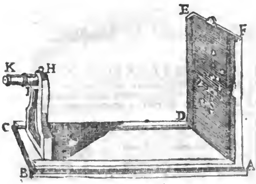
275. *Quodſi duas lentes polyedras in conſpicilla aptes, ut inſtar aliorum conſpicillorum naſo imponi poſſint; gemino oculo aperto objecta multiplicata videntur: quod gratius accidit, quam ſi oculo uno per polyedram tranſpiciente alter claudi debet.*

SCHOLION 8.

276. *Si in planis polyedri in convexitatem diſpoſitis pingantur imagines coloribus aqua dilutis & lens ad foramen cameræ obſcuræ aptetur; radii ſolares per eam tranſeuntes ſecum ferent ſpecies iſtarum imaginum eaſque in parietem oppoſitum projicient, multo quidem nitidiores, ſi lente convexa in foco polyedri poſita denuo refractio fiat* (§. 268.). *Hoc artificium ſimile eſt alteri, quo candelæ pariter ac ſolis lumine imago in charta depicta in cameram obſcuram projicitur. Scilicet charta, in qua imago depicta, oleo perungitur &, ne rugas contrahat, tigillis ligneis agglutinatur: quo facto ante foramen cameræ obſcuræ conſtituitur, candela accenſa pone illam collocata, niſi ſolis lumine illuſtretur. Radii nimirum luminis per chartam pellucidam tranſeuntes ſpeciem imaginis cum ſuis coloribus in cameram obſcuram ſecum ferent.*

Digitized by Google

Problema 24.



277. *Imaginem deformare, quæ per vitrum polyedrum adſpecta formoſa appareat.*

Resolutio.

1. Super tabula horinzontali ABCD erigatur alia AFED ad angulos rectos.
2. Tabula tam horizontalis, quam verticalis habeat inciſuras juxta longitudinem diſpoſitas, ita ut intra inciſuras horinzontalis AB & DC fulcrum BHC huc illucque moveri, intra inciſuras vero verticalis ED & FA charta munda alii compactiori agglutinata demitti & denuo extrahi poſſit.
3. Ad fulcrumBHC aptetur tubus ductitius IK, lente polyedra plano-convexa, ex 24. planis triangularibus non nimis magnis in parabolæ fere convexitatem diſpoſitis conſtante, in I inſtructus. In K tubus ſit obturatus & exiguo tantum foramine præditus; quod paulo ultra focum a lente remotum.
4. Fulcrum BHC a tabula verticali removeatur, ut ultra foci intervallum ab ea diſtet, eo quidem magis, quo major imago diſſipata per lentem recolligenda.
5. Ante foramen tubi K lampas collocetur (non candela, quia hujus flamma non conſtanter eadem) & areolæ luminoſæ in tabula verticali ſeu charta eidem applicata plumbagine notentur. Ne tamen facile aberres, in iis deſignandis, oculari continuo opus eſt obſervatione, ut nimirum appareat, utrum per lentem conſpectæ unum continuum exhibeant, necne.
6. In areolis iſtis pingantur partes, quæ conjunctæ totiuscujuſdam imaginem exhibeant, oculari ſemper adhibita obſervatione, ut per lentem ſingulæ bene ordinatæ compareant. Interjecta vero ſpatia alia pictura repleantur, opera inprimis data, ut libero etiam oculo conſpecta pictura imaginem rei cujuſdam ab ea, quæ per polyedrum videtur, diverſæ exhibeat.

Quodſi per foramen K picturam contuearis, partes per areolas diſperſæ unam continuam exhibebunt imaginem, quæ vero in ſpatiis intermediis depicta ſunt, plane non videntur.

Scholion.

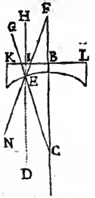
278. *Si baſis tubi* K *amplior fiat & pluribus foraminibus pertundatur, in eadem tabula* EFAD *plures imagines diſſipari poſſunt, ita ut per ſingula foramina inſpicienti ſingulæ diverſa appareant imagines: Sed majori artificio opus eſt ad plurium, quam ad unius diſſipationem.*

CAPUT

CAPUT V.

De Refractione Luminis in Lentibus Concavis & Meniſcis.

THEOREMA 65.



279. **S***I radii paralleli in lentem plano-concavam* KL *incidunt &* FC *ad* FB *fuerit in ratione refractionis; erit* F *focus virtualis.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam radius HI axi FB parallelus *per hypoth.* axis vero FB ad KL perpendicularis (§. 21. *Dioptr.*); erit etiam radius HI ad KL perpendicularis (§. 230. *Geom.*), ideoque irrefractus tranſit uſque ad E (§. 25). Quare cum FC ad FB ſit in ratione refractionis *per hypoth.* :rit F focus virtualis (§. 98). *Q. e. d.*

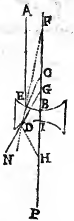
COROLLARIUM 1.

280. Si lens fuerit vitrea, erit FB = 2BC (§. 99), hoc eſt, focus virtualis F a lente KL diametri intervallo 2BC diſtat.

COROLLARIUM 2.

281. Si refractio in aqua contingit, erit FB = 3CB (§. 100.), hoc eſt, focus virtualis F a lente KL intervallo ſeſquidiametri 3BC diſtat.

THEOREMA 66.



282. *Si radius* AE *axi* FP *parallelus incidat in lentem utrinque concavam, & tam* FC *ad* FB *quam* IP *ad* PH *rationem refractionis habeat; atque* FP : PH = FB : BG; *erit* G *punctum diſperſus ſeu focus virtualis.*

DEMONSTRATIO.

Quia radius AE per medium rarius in ſuperficiem cavam diaphani denſioris incidit, & FC ad FB rationem refractionis habet *per hypoth.* radius refractus DE ex puncto F diſpergitur (§. 104). Cum itaque in ſuperficie convexa ex diaphano denſiori in medium rarius refringatur, & IP ad PH in ratione refractionis, atque FP : PH = FB : BG *per hyp:th.* erit G punctum, unde poſt alteram refractionem DN diſpergitur (§. 136). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

283. Si ergo ra io refractionis = *n* : *m*, CB = *a*, IH = *b*; erit FB = *na* : (*n* — *m*) & PI = *nb* : (*n* — *m*) (§. 190. *Arithm.*), conſequenter neglecta lentis craſſitie FP = FB + IP = (*na* +
H h *nb*)

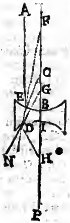
Digitized by Google

$nb):(n-m)$ & $PH = PI - IH = nb:(n-m) - b = (nb - nb + mb):(n-m) = mb:(n-m)$. Quare (§. 282)

$$\frac{n(a+b)}{n-m} : \frac{mb}{n-m} = \frac{na}{n-m} : BG$$

$$\text{h. e. } a + b : \frac{mb}{a-m} = a : GB$$

(§. 183. 184. *Arith.*) ſeu $(n-m)(a+b) : mb = a : BG$ (§. 178. *Arithm.*), hoc eſt, $(n-m)(CB + IH) : mIH = CB.BG$.



Corollarium 2.

284. Si refractio in lente vitrea contingit, erit $m = 2$, $n = 3$ (§. 26), ideoque $a + b : 2b = a : GB$, hoc eſt ſumma ſemidiametrorum CB & HI ad diametrum concavitatis alterius 2HI, ut ſemidiameter alterius CB ad diſtantiam foci virtualis a lente BG.

Corollarium 3.

285. Quodſi $a = b$, hoc eſt, ſi ſemidiametri HI & CB æquales, erit $BG = 2a^2 : 2a = a$, ſeu diſtantia foci virtualis a lente BG ſemidiametro CB vel HI æqualis.

Corollarium 4.

286. Si refractio in lente aquea contingit, erit $m = 3$, $n = 4$ (§. 28), ideoque $a + b : 3b = a : BG$, hoc eſt, ſumma ſemidiametrorum CB & HI ad ſeſquidiametrum concavitatis alterius 3HI, ut ſemidiameter alterius CB ad foci virtualis a lente diſtantiam BG.

Corollarium. 5.

287. Si $a = b$, hoc eſt, $HI = CB$, erit $BG = 3a^2 : 2a = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}CB$, hoc eſt, diſtantia foci virtualis a lente BG eſt ad ſemidiametrum BC in ratione ſeſquialtera.

Theorema 67.

288. *Si radii ſolares in lentem concavam incidunt, lumen poſt refractionem debilitatur.*

Demonstratio.

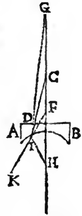
Cum enim radii ſolares ad ſenſum ſint paralleli (§. 94. *Optic.*), poſt refractionem in lente concava factam divergunt (§. 279). Lumen igitur debilitatur (§. 87. *Optic.*). *Q. e. d.*

Corollarium.

289. Effectus igitur lentium concavarum effectui convexarum contrarius eſt (§. 197).

Problema 25.

290. *Invenire punctum diſperſus E radii CD ex puncto axis C in lentem plano-concavam AB incidentis, ſuperficie plana puncto C obverſa.*



Resolutio.

1. Quia radius CD ex puncto C in ſuperficiem planam diaphani denſioris per medium rarius incidit; punctum G, ex quo poſt primam refractionem diſpergitur, invenitur per Theor. 8. (§. 62).
2. Quare cum radius ſimplicem refractionem paſſus DI veluti ex puncto axis G in ſuperficiem convexam incidat & ex medio denſiori in rarius refringatur; punctum F, ex quo radius IK, poſt alteram refractionem, diſpergitur; ſeu focus virtualis invenietur per Probl. 12. (§. 133) aut per Theor. 29. (§. 136).

Corollarium.

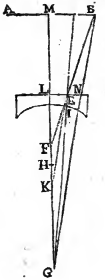
291. Quoniam per ea, quæ Cap. 2. & 3. tradita ſunt, ſemper determinari poteſt punctum diſperſus vel concurſus radii in ſuperficie plana, convexa & concava ex medio rariori in denſius & ex denſiori in rarius refracti, & ante refractionem vel ex puncto quodam axis divergentis, vel ad id convergentis; eodem prorſus modo focum lentium concavarum in omni caſu reliquo invenire licet, ſive radii ex puncto quodam axis ante primam refractionem emanent, ſive ad punctum quoddam axis tendant.

Scho-

SCHOLION.

292. *Ne igitur præter neceſſitatem prolixi ſimus, cum ſpeciales regulæ de refractione radiorum divergentium & convergentium in lentibus concavis non tam frequenter uſui ſint, quam quæ de lentibus convexis capite ſuperiori habentur; eas eruat, qui opus iiſdem habuerit.*

THEOREMA 68.



293. *Objectum* AB *per lentem cavam videtur ſitu erecto, & imminutum in ratione compoſita* FL *ad* FM *&* GL *ad* GM, *ſi nempe* F *ſit punctum, ad quod radius* BE *irrefractus tendit,* G *vero oculus.*

DEMONSTRATIO.

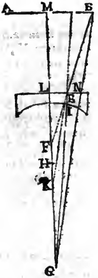
Quia radius refractus GI, per quem punctum B videtur, poſt refractionem in I ad punctum G tendit *per hypoth.* incidens EI ante refractionem in I factam ad punctum lenti viciniusK tendebat (§. 161, 162). Similiter cum radius EI poſt refractionem in E ad punctum K tendat *per demonſtrata* BE ante refractionem in E factam ad punctum F axi vicinius quam K, conſequenter multo vicinius quam G, tendebat (§. 77). Ergo radius BG, qui irrefractus ad G perveniret, lente remota, ſecabit lentem in puncto N ab axe LM remotiori, quam BE; conſequenter angulus LGE, ſub quo refracte videtur MB, minor eſt angulo LGN, ſub quo eadem MB directe in G videtur. Nec abſimili modo idem in aliis caſibus oſtenditur, ſi lens utrinque concava, vel plano-concavæ ſuperficies cava objecto obvertatur. Quare objectum per lentem cavam imminutum videtur (§. 209. *Optic.*). *Quod erat primum.*

Et quia punctum M videtur per radium GM utpote irrefractum (§. 25); B vero per radium dexteriorem GI: Objecti extremum ſuperius loco ſuperiore, inferius inferiore videtur. Objectum itaque ſitu erecto apparet. *Quod erat ſecundum.*

Quoniam LE videtur ſub eodem angulo, quo MB refracte; & LN ſub eodem, quo MB directe; diameter objecti apparens erit ad diametrum veram ut LE ad LN (§. 209. *Optic.*). Eſt vero LN perpendicularis ad MG (§. 21): quare cum etiam MB ad MG normalis ponatur, erit MB ipſi LN parallela (§. 256. *Geom.*) & hinc GM : GL = MB : LN & FM : FL = MB : LE (§. 268. *Geom.*), ideoque LN = GL . MB : GM & LE = FL . MB : FM.

$$LE : LN = \frac{FL \cdot MB}{FM} : \frac{GL \cdot MB}{GM}$$

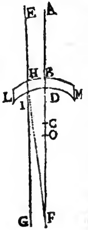
h. e. LE : LN = FL.GM : GL.FM (§. 178. 181. *Arith.*). *Quod erat tertium.*



Corollarium.

294. Quodſi objectum MB adeo procul diſtet, ut GF reſpectu ipſius FM fiat parvitatis contemnendæ; erit GM ipſi FM ad ſenſum æqualis, ideoque LE : LN = FL : GL (§. 181. *Arithm.*).

Theorema 69.



295. *Si radius* EH *axi* AF *parallelus in meniſco* LM *refringatur, atque diameter convexitatis* CB *diametro concavitatis* OD *æqualis; refractus* GI *erit axi* AF *itidem parallelus.*

Demonstratio.

Quia radius EH axi parallelus incidit in ſuperficiem convexam diaphani denſioris per medium rarius, poſt refractionem in H factam ad aliquod axis punctum veluti F tendet (§. 87). Sed quia OD = CB *per hypoth.* & craſſities lentis BD ſupponitur parvitatis contemnendæ; ad idem punctum F radius EH tenderet, ſi in puncto I ex medio rariori in denſius refringeretur (§. 90). Quare cum radius HF contraria ratione refractus cum incidente coincidat (§. 37); erit GI axi AF parallelus. *Q. e. d.*

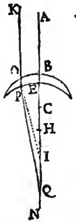
Corollarium 1.

296. Cum ideo meniſci, quarum diameter concavitatis diametro convexitatis æqualis eſt, radios nec colligant, nec diſpergant; earum in dioptrica nullus eſt uſus.

Corollarium 2.

297. Quoniam radii paralleli in vitro utrinque plano refracti poſt refractionem itidem ſunt paralleli (§. 49); meniſci, quarum diameter convexitatis æqualis eſt diametro concavitatis, vitris utrinque planis æquipollent.

Problema 26.



298. *Invenire focum* Q, *ubi radius* KO *axi meniſci ſemidiametrum concavitatis* HE *ſemidiametro convexitatis* CB *majorem habentis parallelus & vicinus cum axe concurrit.*

Resolutio.

1. Sit ratio refractionis $= n : m$, $HE = b$, $CB = a$. Quoniam radius KO poſt primam refractionem in O ad punctum I tendit, ita ut $n : m = IB : IC$ (§. 88), erit quoque $n - m : n = CB : IB$ (§. 193.

(§. 193. *Arithm.*), ideoque IB $= na:(n-m)$.

2. Quodſi KO in ſuperficiem convexam PE incideret, diſtantia foci a lente NE foret $nb:(n-m)$ *vi demonſtratorum*, atque hinc focus N longiori intervallo a ſuperficie PE diſtat, quam I, ideoque ob NI : IH = IB : IQ (§. 161. *Dioptr.* & §. 173. *Arithm.*), erit (§. 190. *Arithm.*) neglecta lentis craſſitie NI : NH = IB : EQ. Habemus itaque

$$\frac{nb-na}{n-m} : \frac{nb}{n-m} - b = \frac{na}{n-m} : EQ$$

h. e. $b-a : \frac{mb}{n-m} = a : EQ$ (§. 183. 184. 235. *Arithm.*). Eſt itaque EQ $= mab:(n-m)(b-a)$.

Corollarium 1.

299. Si meniſens ex vitro conſtet, erit $n:m = 3:2$ (§ 26), ideoque EQ $= 2ab:(b-a)$; conſequenter $b-a:a = 2b$: EQ, hoc eſt, ut differentia ſemidiametrorum convexitatis CB & concavitatis HE ad ſemidiametrum convexitatis CB, ita diameter concavitatis 2HE ad foci a meniſco diſtantiam EQ.

Corollarium 2.

300. Aquea ſi fuerit meniſcus, erit $n:m = 4:3$ (§. 28), ideoque EQ $= 3ab:(b-a)$; conſequenter $b-a:a = 3b$: EQ; hoc eſt, neglecta ientis craſſitie, HC : CB = 3HE : EQ, ſeu ut differentia ſemidiametrorum convexitatis & concavitatis ad ſemidiametrum convexitatis, ita ſeſquidiameter concavitatis ad diſtantiam foci a meniſco.

Corollarium 3.

301. Si ſemidiameter concavitatis HE tripla fuerit ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt, $b = 3a$; erit diſtantia foci a meniſco vitrea EQ $= 6aa:2a = 3a$ = HE, hoc eſt ſemidiametro æqualis (§. 299), ideoque meniſcus æquipollet lenti ntrinque æqualiter convexæ (§. 193).

Corollarium 4.

302. Eodem modo, ſi meniſcus aquea fuerit, in eadem hypotheſi reperitur QE $= 9aa:2a = \frac{9}{2}a = \frac{6}{2}a + \frac{3}{2}a$ = HE + $\frac{1}{2}$ HE (§. 300). hoc eſt, diſtantia foci a meniſco EQ eſt ad ſemidiametrum concavitatis HE in ratione ſeſquialtera, ideoque meniſens ienti utrinque æqualiter convexæ æquippollet (§. 195).

Scholion.

303. *Haud obſcurum eſt artificium quomodo inveniatur, quando meniſcus lenti utrinque æqualiter convexæ æquipollet. Tum enim in præſenti casu* QE $= \frac{3}{2}$ HE (§. 195), *hoc eſt*, 3ab : (b − a) $= \frac{3}{2}$ b. *Hæc æquatio reducta dat* b = 3a. *Eodem modo in lente vitrea* QE = HE (§. 193), *hoc eſt*, 2ab : (b − a) = b. *Unde reperitur* b = 3a, *ut ante. Et hoc artificio utendum quoque eſt, ubi reperire volueris, quando meniſcus lenti plano-convexæ, quando ſphæræ, quando lenti quomodocunque cavæ æquipolleat.*

Corollarium 5.

304. Si ſemidiameter concavitatis HE dupla fuerit ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt ſi $b = 2a$; erit diſtantia foci a meniſco vitrea EQ $= 4aa:a = 4a$ = 2HE, hoc eſt diametro æqualis (§. 299), ideoque meniſcus æquipollet ienti plano-convexæ (§. 168).

Corollarium 6.

305. Eodem modo, ſi meniſcus aquea fuerit, in eadem hypotheſi EQ $= 6aa:a = 6a$ = 3 HE (§. 300), ideoque meniſcus denuo æquipollet lenti plano-convexæ (§. 169).

Corollarium 7.

306. Si diameter concavitatis HE quintupla fuerit ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt, ſi $b = 5a$; erit diſtantia foci a meniſco vitrea $= 2 \cdot 5aa:4a = \frac{5}{2}a = \frac{1}{2}$ HE (§. 298) ideoque meniſcus ſphæræ vitreæ æquipollet (§. 182).

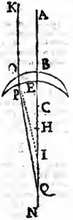
Corollarium 8.

307. Eodem modo ſi meniſcus aquea fuerit & ſemidiameter concavitatis HE quadrupla ſemidiametri convexitatis CB, hoc eſt, ſi $b = 4a$, erit diſtantia foci $= 3 \cdot 4aa:3a = 4a$ = HE, ideoque meniſcus ſphæræ aqueæ æquipollet (§. 183).

Co-

Digitized by Google

COROLLARIUM 9.



308. Quodſi diſtantia foci fuerit ad ſemidiamerum concavitatis in ratione data $m:1$; erit in meniſco vitrea $2ab:(b-a)=mb$ (§. 298.), ideoque $b=\frac{(2+m)}{m}a$, ſeu $b:a=m+2:m$. E. gr. Si focus diſtare debet a meniſco triplo ſemidiametri concavitatis intervallo; erit $m=3$, conſequenter ſemidiameter concavitatis in ratione 5 ad 3 exiſtit.

COROLLARIUM 10.

309. Similiter ſi diſtantia foci a meniſco vitrea fuerit ad ſemidiametrum convexitatis in ratione data $m:1$; erit $2ab:(b-a)=ma$ (§. 298), ideoque $b=ma:(m-2)$, ſeu $b:a=m:m-2$: E. gr. ſi focus diſtare debet triplo ſemidiametri convexitatis intervallo, erit ſemidiameter concavitatis illius tripla.

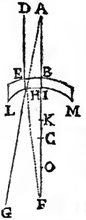
COROLLARIUM II.

310. Data igitur ſemidiametro convexitatis inveniri poteſt ſemidiameter concavitatis, quæ focum a meniſco removeat dato intervallo.

SCHOLION.

311. *Eadem omnia inveniuntur, ſi ponamus menifci ſuperficiem cavam lumini obverti.*

PROBLEMA 27.



312. *Invenire punctum diſperſus radiorum axi parallelorum in meniſcum incidentium, quæ habet ſemidiametrum concavitatis KI minorem ſemidiametro convexitatis BC.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam radius DE axi AB vicinus & parallelus in ſuperficiem convexam diaphani denſioris per medium rarius incidit, poſita ratione refractionis $=n:m$, axi AF in F poſt refractionem occurret, ita ut ſit $n:m=$ FB : FC (§. 88), conſequente $n-m:n=$ BC : FB (§. 183. *Arithm.*). Quare ſi fiat BC $=a$; erit FB $=na:(n-m)$.

2. Quia ſemidiameter concavitatis IK minor ſemidiametro convexitatis CB *per hypoth.* ſi radius DE in convexitatem ſuperficiei LIM incideret ac inde in medium denſius refringeretur, focus O ab ea minori intervallo diſtaret quam F, foretque (ſi KI $=b$) OI $=nb:(n-m)$ *per modo demonſtrata*. Quare radius EH tendens ad punctum F ex diaphano denſiori in rarius refractus diſpergetur ex A, ita ut ſit FO : FI $=$ FK : FA (§. 160) ſeu FO : FK $=$ FI : FA (§. 173. *Arithm.*), conſequenter (§. 190. *Arithm.*).

FO : OK $=$ FI : BA; hoc eſt,

$$\frac{na-nb}{n-m}:\frac{nb}{n-m}-b=\frac{na}{n-m}:\text{BA}$$

$a-b:\frac{mb}{n-m}=a:$ BA (§. 178. 181. *Arith.*), quia nempe neglecta lentis craſſitie FI $=$ FB & FO $=$ FI $-$ OI, atque OK $=$ OI $-$ IK.

Habemus igitur BA $=mab:(n-m)(a-b)$.

COROLLARIUM I.

313. Quodſi meniſcus fuerit vitreus erit BA $=2ab:(a-b)$, hoc eſt, ut differentia ſemidiametrorum convexitatis & concavitatis ad ſemidiametrum convexitatis, ita diameter concavitatis ad diſtantiam foci virtualis (§. 26).

COROLLARIUM 2.

314. Quodſi meniſcus aquea fuerit, erit BA $=3ab:(a-b)$ hoc eſt, ut differentia ſemidiametrorum concavitatis & convexitatis

ad

ad ſemidiametrum convexitatis, ita ſeſquidiameter concavitatis ad diſtantiam foci virtualis (§. 28).

COROLLARIUM 3.

315. Si meniſcus fuerit vitrea & ſemidiameter concavitatis IK ſemidiametri convexitatis BC ſubtripla; erit $a = 3b$, conſequenter AB $= 6bb : 2b = 3b = 3$IK $=$ CB, hoc eſt, diſtantia foci virtualis a meniſco eſt ſemidiametro convexitatis æqualis (§. 313.). Æquipollet ideo meniſcus lenti utrinque concavæ (§. 285).

COROLLARIUM 4.

316. Si meniſcus aquea fuerit, erit, in eadem hypotheſi, $9bb : 2b = \frac{9}{2}b = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2}$ CB (§. 313), ideoque meniſcus denuo æquipollet lenti aqueæ utrinque concavæ (§. 286).

COROLLARIUM 5.

317. Si meniſcus vitrea fuerit & ſemidiameter concavitatis ſemidiametro convexitatis ſubdupla, hoc eſt, $a = 2b$, erit AB $= 4bb : b = 4b = 2a =$ CB (§. 313), hoc eſt, diſtantia foci virtualis a meniſco eſt diametro convexitatis æqualis. Æquipollet ideo meniſcus lenti vitreæ plano-concavæ (§. 280).

COROLLARIUM 6.

318. Si meniſcus aquea fuerit, erit, in eadem hypotheſi, $6bb : b = 6b = 3a = 3$CB (§. 313), ideoque meniſcus æquipollet lenti aqueæ plano-concavæ (§. 281).

COROLLARIUM 7.

319. Si diſtantia foci virtualis a meniſco vitrea ad ſemidiametrum concavitatis in ratione data $m : 1$; erit $2ab : (a - b) = ma$ (§. 313).

Unde elicitur $b = \frac{ma}{m+2}$. E. gr. ſi focus virtualis diſtare debet triplo ſemidiametri convexitatis intervallo; erit $b = \frac{3}{5}a$.

COROLLARIUM 8.

320. Data igitur ſemidiametro convexitatis inveniri poteſt ſemidiameter concavitatis, quæ focum virtualem a meniſco removeat dato intervallo.

SCHOLION 1.

321. *Eadem omnia inveniuntur, ſi ponamus meniſci ſuperficiem cavam lumini obverti.*

SCHOLION 2.

322. *Solent autem meniſci, quæ diametrum convexitatis minorem habent diametro concavitatis, a nonnullis dici* meniſci propriæ *: quæ vero diametrum convexitatis majorem habent diametro concavitatis* meniſci impropriæ *appellantur.*

SCHOLION 3.

323. *Ceterum qua methodo focum radiorum parallelorum in meniſcis inveſtigamus; eadem quoque inveſtigantur foci radiorum divergentium & convergentium; ut ideo iis expreſſius docendis merito ſuperſedeamus.*

SCHOLION 4.

324. *Quia meniſci propriæ lentibus convexis æquipollent* (§. 301. & ſeqq.), *in numero vitrorum cauſticorum locum habent & in cameris quoque obſcuris adhiberi poſſunt.*

SCHOLION 5.

325. CARTESIUS *lentes hyperbolicas plano-convexas & convexo-convexas, itemque meniſcos ellipticas & hyperbolicas commendat* (a), *quia radios axi parallelos vel ab aliquo ejus puncto emanantes in eodem præciſe puncto uniant. Enimvero cum non modo difficillimum ſit lentes iſtiuſmodi ſatis exactas parare, verum etiam radios a puncto extra axem lentis ſito emanantes minus accurate colligant quam lentes ſphæricæ; Vitra objectiva ſphærica iis præferuntur, non refragante viro ſummo* NEWTONO (b) *& experientia id comprobante* MILLIETO DECHALES (c). *Supervacaneum igitur ducimus de hoc lentium genere in his elementis agere. Alias enim haud difficile foret theoriam refractionis in ſuperficiebus ſphæricis ope algebræ extendere ad quamlibet curvam & inde lentium iſtarum proprietates demonſtrare. Dedit jam iſtiuſmodi theoriam generalem* GUISNEE (d) *& aliam ab ea diverſam* JOHANNE CRAIGE (e).

(a) In Dioptr. Cap. 8. p. m. 111.
(b) In Princip. Phil. Nat. Mathem. Lib. I. Prop. 98. Schol. p. 229. Edit. tert. Londin.
(c) Dioptr. Lib. II. Prop. 69. fol. 686. Tom. III. Mund. Math.
(d) In Comment. Acad. Reg. Scient. Pariſ. Ann. 1704. p. 31. Edit. Amſtelod.
(e) In Optica Analytica, Lib. II.

CA-

Digitized by Google

CAPUT VI.

De Tubis ſeu Teleſcopiis.

DEFINITIO 24.

326. *Teleſcopium* ſeu *tubus* eſt Inſtrumentum dioptricum ex lentibus compoſitum, per quod remota tanquam vicina ſpectantur.

SCHOLION.

327. *Teleſcopiorum inventum longe utiliſſimum portenta univerſi nobis revelavit & eam Aſtronomiæ perfectionem conciliavit, quam antea ſperare nefas erat. Caſui autem debetur, non meditationi, ut ideo in inventore felicitatem magis prædicent, quam ingenium admirentur, qui ultra vulgi captum ſapiunt. Hinc parum intereſt noſſe, cuinam primum contigerit eſſe tam felici, ut in inventum nunquam pro dignitate deprædicandum primus inciderit. Primus dubio procul opticum tubum conſtruxit* JOHANNES BAPTISTA PORTA Neapolitanus, *ita enim* (a) : Si utrumque, *inquit*, (*vitrum nempe concavum & convexum*) recte conjungere noveris, & longinqua, & proxima majora & clara videbis : Non parum multis amicis auxilii præſtitimus, qui & longinqua obſoleta, proxima turbida conſpiciebant, ut omnia perfectiſſime contuerentur. *Enimvero* PORTA *inventum ſuum, quod caſui acceptum ferebat, non ſatis intellexit, ideoque nec magis id induſtria perfecit, nec ad obſervationes cæleſtes tranſtulit. Quindecim ab hinc annis, poſtquam liber* PORTÆ *prodierat, in quo illa ſcripſerat,* HUGENIO *autore* (b) *circa annum* 1609. *Artifex quidam* Middelburgenſis apud Selandos *tubum conſtruxit &* MAURITIO Principi Naſſoviæ *obtulit quem* JOHANNEM LIPPERSEIN *fuiſſe,* SIRTURUS (c) *contendit* PETRO BORELLO (d) *hanc gloriam vindicante* ZACHARIÆ HANSEN *artifici itidem* Middelburgenſi. *Poſt eos quoque teleſcopia confecit* JACOBUS METIUS Alemarienſis, *cui* ADRIANUS METIUS *Matheſeos Profeſſor* Franeckeranus *frater* JACOBI *laudem inventionis tribuit. Sed cum tubos ſeſquipedalibus non majores conficerent artifices iſti, mox in* Germania SIMON MARIUS, *in* Italia GALILÆUS *majores paravere ac meliores & ad contemplanda phænomena cæleſtia iis dem uſi ſunt : quorum obſervationes inexſpectatæ invento tam egregio magis perficiendo anſam dedere.*

(a) Magiæ Nat. Lib. XVII. Cap. 10.
(b) In Dioptrica, p. 163. 164.
(c) In Teleſcopio An. 1618. edito Part. II. C. 1.
(d) In tractatu de vero Teleſcopiorum inventore An. 1655. Editio C. 12.

DEFINITIO 25.

328. *Vitrum objectivum* eſt lens, quæ objecto obvertitur.

DEFINITIO 26.

329. *Vitrum oculare* eſt lens, quæ oculo vicinior.

SCHOLION.

330. *Quodſi teleſcopium ex pluribus quam duabus lentibus componatur, nonniſi una dicitur objectiva, reliquæ omnes dicuntur oculares.*

DEFINITIO 27.

331. *Tubus Hollandicus* ſeu *Galilæanus* eſt teleſcopium ex lente objectiva convexa & oculari concava compoſitum.

SCHOLION.

332. *Nomen inde eſt, quod in* Batavia *primum conſtructus* (§. 327) ; GALILÆUS *autem primus fuit, qui obſervationes teleſcopicas publici juris fecit ac plurima in cælo antea nobis ignota revelavit* (e).

DEFINITIO 28.

333. *Tubus Aſtronomicus* eſt teleſcopium ex lente objectiva convexa & oculari itidem convexa compoſitum.

SCHOLION.

334. *Nomen* Aſtronomici *inde eſt, quia hoc tuborum genus ad contemplationem rerum cæleſtium ſeu obſervationes Aſtronomicas adhibetur, propterea quod majorem viſionis campum admittat, quam teleſcopium* Galilæanum, *etſi objecta inverſa repræſentet.*

DE-

(e) In Nuncio Sidereo.

Digitized by Google

Definitio 29.

335. *Tubus terreſtris* eſt teleſcopium ex pluribus, quam duabus lentibus, communiter ex objectiva convexa & tribus ocularibus itidem convexis, compoſitum, ſeu teleſcopium objecta ſitu erecto ſpectanda exhibens ab *hollandico* tamen diverſum.

Scholion.

336. Nomen inde eſt, quod ad ſpectanda corpora terreſtria remota adhibetur, quia objecta ſitu erecto repræſentat.

Problema 29.

337. *Tubum ductitium in uſum teleſcopii conſtruere.*

Resolutio.

In conſtructione horum tuborum ſollicite cavendum eſt, ne pondere fiant moleſti & ne facile diſtorqueantur ſitum lentium everſuri. Unde non quilibet tubi in quolibet caſu commendantur.

I. Si tubi fuerint minores, ex laminis ferreis ſtanno obductis parantur, fiſtulis pluribus pro longitudine teleſcopii ſibi invicem immiſſis, ita ut, nec nimis facile, nec difficulter nimis diduci poſſint.

II. Quodſi tubi fuerint longiores, minime conſultum eſt, ut ex laminis ferreis parentur: quia ponderoſiores evadunt, nec commode de loco in locum tranſportari, nec ad viſibile dirigi poſſunt. Unde aliqui eos ex charta conficere ſolent hunc in modum.

1. Ex ligno tornetur cylindrus ligneus ejus longitudinis, quanta eſt charta, ex qua tubus fieri debet. Diameter vero tanta ſit, quanta eſſe debet cavitatis fiſtulæ minimæ.

2. Cylindro circumducatur charta nigra & huic agglutinetur alia, donec fiſtula cenſeatur ſatis firma: quæ tandem charta turcico more colorata obducatur. Ut citius atque commodius iſtiuſmodi fiſtulas parare poſſis; duo aut tria folia in uſum futurum ſuper tabula conglutinentur & ſub prelo compreſſa ſiccentur.

3. Fiſtula una exſiccata, eodem artificio parentur aliæ, & una ſuper aliam compingatur, donec diductæ exhibeant tubum longitudinis deſideratæ.

4. Denique annuli lignei Tornatoris arte parati fiſtularum extremis exterioribus agglutinentur, ut tubus extrahi poſſit.

III. Cum tubi chartacei id incommodi habeant, ut, ſi ductus fuerint anguſti, tempeſtate humida adeo coarctentur, ut vix ac ne vix quidem extrahi poſſint; ſi vero ductus fiant ſatis laxi, tempeſtate ſicca nimis amplientur, conſequenter in utroque caſu ſitus lentium facile depravetur; præterea iidem facile diſtorqueantur damnumque patiantur; optimam tuborum conſtruendorum rationem hanc ego judico.

1. Cylindro ligneo membrana tenuis (pergamenam vulgo vocant) circumducatur & conglutinetur, ne pulviſculis detritis lentes maculentur. Sitque membrana iſta nigredine infecta, ne radii reflexi confuſionem aliquam pariant.

2. Ex ligno fagino parentur aſſerculi admodum tenues & in cylindrum curvati membranæ cum cura agglutinentur.

3. Fiſtula hæc lignea veſtiatur membrana pergamena alba & circa extremum exterius fiat annulus exiguus AB ex duplici membrana pergamena conglutinatus, ut tubus commode diduci poſſit.



4. Eodem artificio fiat fiſtula alia ſuper priore & ita porro, donec diductæ exhibeant tubum longitudinis deſideratæ.
5. Singularum fiſtularum extremis interioribus aptetur annulus ligneus, ut radii ſpurii ad latera tubi alliſi arceantur: id quod majoris momenti deprehenditur in teleſcopiorum uſu, quam experientia nondum convictis videri poterat. Juvat autem annulos iſtos cochleis fœminis inſtrui iis in locis, ubi lentes aptandæ.
6. Denique ex ligno rariori tornatoris manu paretur operculum CD, quo vitrum objectivum contra pulverem tegi poſſit, ipſumque vitrum annulo ligneo incluſum mediante cochlea ad tubum firmetur.
7. Ejuſdem tornatoris induſtria ex eodem ligno fiat tubulus EFG tantæ longitudinis, quanta eſſe debet oculi a lente oculari diſtantia, & alteri tubi extremo decenter aptetur.

IV. *HEVELLIUS* (*a*) commendat tubos ex ligno ſicco tornatos, nec e multis partibus ductibuſque compactos, ut parallela lentium linea non turbetur.

(a) Selenogr. Prolog. f. 16.

Scholion 1.

338. *Si ductus tubi juxta tertium artificium parati commode extrahi nequeant, ſapone Veneto affricari debent.*

Scholion 2.

339. *Gluten, quo ad tubes ex charta conficiendes opus eſt, ita præparatur. Aqua calidæ, ſed nondum ferventi, immittatur farina triticea & cochleari agitetur, donec ab eodem extracta inſtar fili defluat. Hinc igni admotum coquatur & continuo cochleari agitetur, donec ſatis ſpiſſum evaſerit.*

Problema 29.

340. *Teleſcopium Batavum conſtruere.*

Resolutio.

1. Tubo conſtructo (§. 337) inſeratur lens objectiva convexa, ſive plano-convexa, ſive utrinque convexa, modo ſit majoris ſphæræ ſegmentum.
2. Eidem inſeratur lens ocularis utrinque concava quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum, ita ut ante imaginem lentis objectivæ in diſtantia foci virtualis collocetur.

Dico, oculo valentes & presbytas per teleſcopium viſuros objectum diſtincte, ſitu erecto & auctum in ratione diſtantiæ foci virtualis lentis ocularis ad diſtantiam foci lentis objectivæ: ut vero myopes videant objectum diſtincte, lentem ocularem objectivæ propius admovendam eſſe.

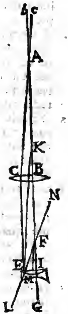
Demonstratio.

Quoniam per teleſcopium objecta valde remota ſpectantur (§. 327), radii ab eodem puncto in lentem objecti-

vam



vam incidentes ſunt paralleli (§. 94. *optic.*), conſequenter cum lens objectiva ſit vel plano-convexa, vel utrinque convexa *per conſtruct.* poſt lentem concurrunt (§. 166. 172. 184). Jam cum focus virtualis radiorum parallelorum in lente oculari utrinque concava *per conſtruct.* ſemidiametri intervallo diſtet (§. 285), radii in eam incidentes *vi conſtruct.* ad centrum concavitatis inferioris A tendunt. Quodſi ergo fiat AN = AB = BC; habebit NC ad NB rationem refractionis 3 : 2 (§. 26), conſequenter radius GD ad punctum A tendens poſt refractionem axi occurrit in F, ita ut NA : AB = CA : AF (§. 164), hoc eſt, ob NA = AB *per conſtruct.*, ideoque CA = AF = 2BA in foco virtuali radiorum parallelorum in cavitatem inferiorem incidentium (§. 280). Refractus ergo in egreſſu ML erit axi CF parallelus (§. 37). Quamobrem cum oculi valentes atque presbytæ diſtincte videant objecta per radios parallelos (§. 94. 379. 381. *Optic.*); per teleſcopium ita diſpoſitum diſtincte vident objecta valde remota. *Quod erat unum*.



Ponamus in A eſſe focum lentis objectivæ BC. Quoniam illorum radiorum, qui ab extremo dextro objecti per tubum viſi ad lentem pertingunt, unus per A tranſire debet; ſit radius iſte AC. Erit ergo refractus CE axe BI parallelus (§. 203), conſequenter poſt refractionem in cava factam, ex foco virtuali F, hoc eſt, centro concavitatis ſuperioris diſpergetur (§. 285). Quare cum omnes radii ab eodem extremo ad oculum poſt lentem cavam conſtitutum pertingentes ſint ipſi EL, qui vero a puncto medio adveniunt, axi FG paralleli, per ea, quæ primo loco demonſtrata ſunt, punctum medium videbitur in directum axi G A, dextrum vero extremum verſus dextram, in directum lineæ LN vel ipſi parallelæ, hoc eſt, ſitu erecto. *Quod erat ſecundum*.

Quoniam vero rectæ ipſi LN parallelæ axem ſub eodem angulo ſecant (§. 233. *Geom.*), ſemidiameter objecti per teleſcopium ſub angulo AFN, ſeu EFI (§. 156. *Geom.*), videtur: radii nimirum



LE & GI oculum perinde ingrediuntur, ac ſi pupilla in F conſtitueretur. Quodſi oculus nudus eſſet in A, ſemidiametrum objecti videret ſub angulo *c*A*b*, ſeu CAB (§. 156. *Geom.*). Quoniam vero objectum valde remotum ſupponitur, diſtantia AF ejus reſpectu evaneſcit, ideoque oculus nudus etiam in F ſub angulo ipſi A æquali, hoc eſt, ducta FM ipſi AC parallela, ſub angulo IFM (§. 233. *Geom.*), objecti ſemidiametrum videt. Eſt itaque ſemidiameter objecti nudo oculo viſa ad eam, quæ armato videtur, ut IM ed IE. Ducatur KE ipſi FM parallela: erit $IM : IE = IF : IK$ (§. 268. *Geom.*). Quare cum EK etiam ipſi AC parallela exiſtat (§. 232. *Geom.*); & CE ſit ipſi AK parallela *per demonſtr. n.* 1. erit $AK = CE$ (§. 257. *Geom.*). Sed quia ſitus lentium ſupponitur parallelus, $EC = BI$ (§. *cit.*). Ergo $IB = AK$ (§. 87. *Arithm.*), conſequenter $IK = AB$ (§. 88. *Arithm.*). Quamobrem $IM : IE = IF : AB$ *per demonſtr.* hoc eſt, ſemidiameter nudo oculo viſa eſt ad ſemidiametrum per teleſcopium viſam, in ratione diſtantiæ foci virtualis lentis ocularis FI ad diſtantiam foci lentis objectivæ AB. *Quod erat tertium.*

Quoniam Myopes habent retinam ab humore chryſtallino nimis remotam (§. 401. *Optic.*), radii vero divergentes ad majorem diſtantiam colliguntur, quam paralleli (§. 223), qui denique paralleli erant, divergentes evadunt, ſi lens ocularis objectivæ propius admoveatur (§. 164): ut myopes per teleſcopium objecta diſtincte videant, lens ocularis objectivæ propius admoveri debet. *Quod erat quartum.*

COROLLARIUM I.

341. Ut objectum integrum videatur, ſemidiameter pupillæ non minor eſſe debet diſtantia radiorum LE & GI, alias anim ab extramo dextro objecti radios non excipiet, ideoque nec illud videbit (§. 42. *Optic.*).

COROLLARIUM. 2.

342. Quo magis itaque pupilla fuerit ampliata, go major area per teleſcopium uno obtutu comprehenditur & contra.

SCHOLION I.

343. *Hinc ſi oculum claudas, antequam eundem teleſcopio admoveas, ut pupilla in tenebris multum dilatetur, intuitu primo latiorem campum comprehendes, quam ubi lucis fulgore rurſus coarctatur.*

COROLLARIUM 3.

344. Quia radiorum EL & IG major diſtantia in loco a lente remotiore; major quoque erit area uno obtutu comprehenſa, ſi oculus fuerit propior lenti concavæ.

COROLLARIUM 4.

345. Quia focus lentis objectivæ plano-convexæ & focus virtualis lentis ocularis plano-concavæ eſt in diſtantia diametri (§. 168. 280), focus vero lentis objectivæ utrinque convexæ & focus virtualis lentis ocularis utrinque concavæ iu diſtantia ſemidiametri (§. 193. 285); ſi lens objectiva fuerit plano-convexa & ocularis plano-concava, teleſcopium anget diametrum objecti in ratione diametri concavitatis ad diametrum convexitatis: ſi lens objectiva utrinque convexa & ocularis utrinque concava, amplificatio contingit in ratione ſemidiametri concavitatis ad ſemidiametrum convexitatis: ſi lens objectiva plano-convexa & ocularis utrinque concava, ſemidiamater objecti creſcit in ratione diametri convexitatis ad ſemidiametrum concavitatis: ſi denique lens objectiva utrinque convexa, ocularis plano-concava, augmentum ſit in ratione diametri concavitasia ad ſemidiametrum convexitatis (§. 340).

Co-

Corollarium 5.

346. Quoniam ſemidiametrorum eadem eſt ratio, quæ diametrorum (§. 181. *Arithm.*), teleſcopia eodem modo diametrum objecti amplificant, ſive fuerit lens objectiva plano-convexa & ocularis plano-concava; ſive illa utrinque convexa, hæc utrinque concava (§. 345).

Corollarium 6.

247. Quia ſemidiameter concavitatis ad diametrum convexitatis minorem rationem habet, quam ejus diameter (§. 203. *Arithm.*), teleſcopium magis amplificat, ſi lens ocularis utrinque concava quam ſi plano-concava (§. 345. *Diopt.* & §. 205. *Arithm.*).

Corollarium 7.

348. Quia ſemidiameter pariter atque diameter concavitatis ad diametrum convexitatis minorem rationem habet quam ad ejus ſemidiametrum (§. 203. *Arithm.*), teleſcopium magis amplificat, ſi lens objectiva plano-convexa, quam ſi utrinque convexa (§. 345. *Diopt.* & §. 205. *Arithm.*).

Corollarium 8.

349. Quo major fuerit diameter lentis objectivæ & quo minor ſemidiameter lentis ocularis; eo minorem rationem habet diameter objecti nudo oculo viſa ad ſemidiametrum armato viſam (§. 345), conſequenter eo major videtur diameter objecti per teleſcopium (§. 205. *Arithm.*)

Corollarium 9.

350. Quia objecti ſemidiameter amplificatur pro ratione anguli EFI (§. 340.), quo major vero angulus EFI, eo minorem objecti partem oculus uno obtutu comprehendit (§. 341); teleſcopium eo minorem objecti partem oculo ſpectandam exhibet, quo magis ejus diametrum amplificat.

Scholion 2.

351. *Atque hæc eſt ratio; cur de alio teleſcopio inveniendo cogitaverint mathematici, poſtquam imperfectionem ejus, quod caſu inventum fuerat, diſtincte cognoverunt: nec ſucceſſu caruit eventus, quemadmodum ex ſubſequentibus plenius conſtabit.*

Scholion 3.

352. *Quodſi rationem nimis parvam habuerit ſemidiameter vitri ocularis ad ſemidiametrum objectivi; objectum per teleſcopium non ſatis clarum apparet, quia nimia fit radiorum diſtractio, ut penicilli quotlibet objecti puncta in retina depingentes ex nimis paucis radiis conſtent. Defectu vero claritatis confunditur viſio. Illud quoque compertum eſt, lentes objectivas æquales non eandem ferre ocularem, ſi vel diaphaneitatis fuerint diverſæ, vel non eadem induſtria elaboratæ. Certe lens objectiva minus diaphana, vel etiam minus accurate elaborata, lentem ocularem requirit ſphæricitatis majoris quam magis diaphana, vel etiam accuratius elaborata. Neque difficulter ratio reddi poteſt. Etenim ſi lens objectiva fuerit minus diaphana, pauciores radii transmittuntur. Quamobrem cum conſtet, lentes oculares acutiores obſcurius exhibere objectum, quia pauciores radios ab eodem objecti puncto ad oculum refringunt, & eaſdem magis diſpergere radios, quam minus acutas, conſequenter radios a diverſis objecti punctis venientes & per lentem objectivam non ſatis a ſe invicem ſeparatos facile confundere; lentes oculares nimis acutæ nocent viſioni diſtinctæ. Et quoniam ſi lens ocularis fuerit acutior, manente eadem objectiva, objectum magis amplificatur, quam ubi minus acuta fuerit (§. 349), ſi vero magis amplificatur, nævi ex irregulari refractione orti magis fiunt conſpicui; patet lentem ocularem minus acutam eſſe debere, ſi lens objectiva non fuerit adeo perfecte elaborata.*

Scholion 4.

353. *Quamvis ideo per experientiam conſtet (quemadmodum obſervat* DECHALES*) (a), teleſcopium bonum haberi, ſi diſtantia foci lentis objectivæ fuerit ſex digitorum, diameter lentis ocularis plano concavæ digiti unius & lineæ unius, vel utrinque æqualiter concavæ digiti unius cum dimidio; non tamen ſuadendum eſt artifici ut huic vel alteri cuicunque combinationi, quæ experientiæ fide laudatur, nimis fidat. Præſtat igitur cum eadem lente objectiva conjungere oculares & majores & minores data, & ex iis eam eligere, per quam objectum maxime clarum atque diſtinctum videtur. Ita demum obtinentur tubi præſtantes, ut ideo errent præſtantiam ex ſola longitudine æſtimantes.*

Scholion 5.

354. HEVELIUS (b) *commendat lentem objectivam utrinque convexam, cujus diameter 4 pedum Gedanenſium, lentem ocularem utrinque concavam, cujus diameter* $4\frac{1}{2}$ *digitorum. Ait autem pedem Gedanenſem eſſe ad Pariſienſem regium ut 914 ad 1055, ad Rhenanum ut 914 ad 1000. Juxta eundem vitro objectivo utrinque æqualiter convexo, cujus diameter 5 circiter pedum, convenit oculare, cujus diameter* $5\frac{1}{2}$ *digitorum. Idem oculare ſatisfacere obſervat objectivo utrinque convexo, cujus diameter 8 pedum, immo majori, cujus nempe diameter*

(a) D'optr. Lib. II. Prop. 54. fol. 712. Tom. III. Mund. Math.

(b) In Proleg. Selenograph. f. 12 & 13.

Digitized by Google

diameter 10 pedum. Egregium prorſus teleſcopium baberi & quod ſiderum obſervationibus perquam idoneum ſit, monet, ſi eidem oculari jungatur vitrum objectivum 22 pedum vel utrinque convexum, vel plano-convexum. Enimvero cum nimis anguſta ſit area, quam iſtiuſmodi teleſcopia uno obtutu ſpectandam exhibent, ſi ultra tres aut quatuor pedes extendantur; nunc quidem nullus eorum amplius eſt in obſervationibus aſtronomicis uſus: nec ad objecta terreſtria ſpectanda adhibentur, niſi quæ 4 aut 5 digitorum longitudinem non excedunt. Et ad tam exigua teleſcopia HUGENIUS (a) *commendat rationem ſemidiametri lentis objectivæ ad ſemidiametrum ocularis quadruplam, immo duplam non majorem.*

COROLLARIUM 10.

355. Quoniam diſtantia lentis objectivæ & & ocularis eſt differentia inter diſtantiam foci virtualis ocularis & diſtantiam foci objectivæ (§. 340); longitudo teleſcopii habetur, ſi illam ab hac ſubtrahas: nempe longitudo teleſcopii eſt differentia inter diametros lentium objectivæ & ocularis, ſi illa plano-convexa, hæc plano-concava (§. 168. 280); differentia inter ſemidiametros lentis objectivæ & ocularis, ſi illa utrinque convexa, hæc utrinque concava, (§. 193. 285); differentia inter ſemidiametrum objectivæ & diametrum ocularis, ſi illa utrinque convexa, hæc plano-concava (§. 193 280); differentia denique inter diametrum objectivæ & ſemidiametrum ocularis, ſi illa plano-convexa, hæc utrinque concava (§. 168. 285).

SCHOLION 6.

356. *E. gr. Si lentis objectivæ utrinque convexæ diameter 4. pedum, ocularis utrinque concava diameter $4\frac{1}{2}$ digitorum; longitudo teleſcopii erit 1 pedis & $7\frac{1}{2}$ digitorum ſeu 1'. 7'. 6''.*

COROLLARIUM 11.

357. Quoniam denique per hoc teleſcopium objectum videtur magnum, clarum atque diſtinctum (§. 340); vitioum quoque apparere debet (§. 21. 314 *Optic.*).

PROBLEMA 31.

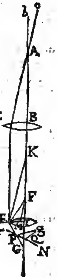
258. *Teleſcopium aſtronomicum conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Tubo conſtructo (§. 337.) inſeratur lens objectiva convexa, ſive plano-convexa, ſive utrinque convexa, modo ſit majoris ſphæræ ſegmentum.
2. Eidem inſeratur lens ocularis utrinque convexa, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum, in diſtantia communi focorum.

Dico oculum prope focum lentis ocularis conſtitutum viſurum objectum diſtincte, ſitu everſo & auctum in ratione diſtantiæ foci lentis ocularis ad diſtantiam foci lentis objectivæ.

DEMONSTRATIO.



Quoniam per teleſcopium objecta valde remota ſpectantur (§. 326), radii ab eodem puncto in lentem objectivam incidentes ſunt paralleli (§. 94. *Optic.*); conſequenter poſt lentem concurrunt (§. 166. 172. 184). Jam cum concurſus fiat in foco lentis ocularis *per conſtruct.* iidem radii refractione in hac facta evadent paralleli (§. 203). Quamobrem cum oculi valentes atque presbytæ diſtincte videant objecta remota (§. 379. 381. *Optic.*), ideoque per radios parallelos (§. 94. *Optic.*); per teleſcopium ita diſpoſitum diſtincte vident objecta valde remota. *Quod erat unum.*

Sit jam focus communis lentium in F, fiatque AB = BF. Quia radiorum unus AC, qui a dextro objecti latere emanant, per A tranſire debet; erit radius

(a) Dioptr. Prop. 49. p. 178.

dius CE axi AI parallelus (§. 203), ideoque a lente oculari refractus concurret in ejus foco G. Quare cum oculus prope eum conſtituatur *per hypoth.* & omnes radii reliqui ab eodem puncto objecti egreſſi, ad quod pertinet radius EG, huic paralleli refringantur *per modo demonſtrata*; punctum in latere dextro objecti videbitur in recta EG. Et eodem modo patet, punctum medium videri in axe GB. Objectum ergo ſitu everſo apparet. *Quod erat ſecundum.*

Conſtat vero ex hactenus demonſtratis, ſemidiametrum objecti per teleſcopium videri ſub angulo EGI, quæ nudo oculo in A, hoc eſt, quia objectum valde remotum ſupponitur, etiam in G ſub angulo *bAc*, ſeu BAC (§. 156. *Geom.*), ſpectatur. Fiat jam IF diſtantiæ foci IG æqualis. Quoniam anguli recti ad I æquales (§. 145. *Geom.*); erit FGE = EFI (§. 179. *Geom.*). Ducatur FM ipſi AC parallela: erit IFM = BAC (§. 233 *Geom.*). Eſt igitur ſemidiameter nudo oculo viſa ad ſemidiametrum armato viſam, ut IM ad IE. Ducatur KE ipſi FM parallela: erit IM : IE = IF : IK (§. 268. *Geom.*). Sed ob lentium parallelismum CE = BI (§. 230 226. *Geom.*) = BF + FI = AB + FI (§. 91. *Arit.*) ob AB = BF *per conſtruct.* & ob parallelismum rectarum CA & EK *per conſtruct.* CE = AK (§. 257. *Geom.*). Ergo BI = AK (§. 87. *Arithm.*), conſequenter ob AK + KI = AB + BI (§. 87. *Arith.*) AB = KI (§. 91. *Arit.*). Quare IM : IE = IF : AB, hoc eſt, ſemidiameter nudo oculo viſa eſt ad ſemidiametrum armato viſam, in ratione diſtantiæ foci lentis ocularis IF ad diſtantiam foci lentis objectivæ AB. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM 1.

359. Quia teleſcopium aſtronomicum ſitu everſo objecta exhibet (§. 358); ad contemplanda ſidera commode quidem eodem utimur (quæ an ſitu erecto contemplemur, an inverſo parum intereſt), ſed non æque ad ſpectanda objecta terreſtria, quia ſitus everſus ſæpe non permittit, ut objectum agnoſcatur.

COROLLARIUM 2.

360. Quodſi inter lentem ocularem & ejus focum G ſpeculum planum LN, ex metallo paratum probeque politum (§. 201. *Catoptr.*), longitudinis pollicaris, figuræ ovalis, ſub angulo ſemirecto ad axem inclinetur; radii EP & MQ ita reflectentur, ut in *g* concurrentes efficiant angulum ipſi PGQ æqualem. Eſt enim LPE = *g*PQ (§. 24. *Catoptr.*) = GPQ (§. 156. *Geom.*) & IQP = GQN (§. 156. *Geom.*) = *g*QN (§. 24. *Catoptr.*), ideoque PQG = PQ*g* (§. 147. *Geom.*) conſequenter PGQ = P*g*Q (§. 246. *Geom.*). Oculus itaque in *g* ejuſdem magnitudinis objectum videt, quantæ ipſi apparet in G (§. 209. *Optic.*), ſitu tamen erecto (§. 71. *Catopr.*). Addito igitur ſpeculo, teleſcopium ad ſpectanda objecta terreſtria commode adhibetur.

SCHOLION 1.

361. *Speculum metallicum eſſe debet, non vitreum, quia multiplex refractio in ſpeculis vitreis confuſionem parit* (§. 89. Catoptr.).

COROLLARIUM 3.

362. Quia focus vitri utrinque convexi ſemidiametri (§. 193), plano-convexi diametri intervallo a lente diſtat (§. 168. 174); ſi lens objectiva utrinque convexa, teleſcopium ſemidiametrum objecti amplificat in ratione ſemidiametri lentis ocularis ad ſemidiametrum lentis objectivæ; ſi vero lens objectiva plano-convexa, in ratione ſemidiametri lentis ocularis ad diametrum lentis objectivæ (§. 358).

COROLLARIUM 4.

363. Quare cum ſemidiameter lentis ocularis ad ſemidiametrum objectivæ majorem rationem habeat, quam ad ejus diametrum (§. 205. *Arit.*); teleſcopium ſemidiametrum objecti magis amplificat, ſi lens objectiva fuerit plano-convexa, quam ſi utrinque convexa exiſtat (§. 206. *Arit.*).

COROLLARIUM 5.

364. Ratio ſemidiametri lentis ocularis ad diametrum vel ſemidiametrum objectivæ eo minor, quo minoris ſphæræ ſegmentum fuerit vitrum oculare & quo majoris objectivum: teleſcopium itaque eo magis amplificat diametrum objecti, quo lens objectiva majoris, ocularis vero minoris ſphæræ ſegmentum fuerit.

SCHOLION 2.

365. *Neceſſe tamen eſt, ut ratio ſemidiametri lentis ocularis ad ſemidiametrum objectivæ ſit juſto minor; alias enim pauciores radios ab eodem objecti puncto ad oculum refringet, nec a diverſis punctis emanantes probe ſeparabit, ſicque viſio evadet obſcura & confuſa. Præterea hic quoque valent, quæ de teleſcopio* Batavo *Schol.* 3 & 4 *Probl.* 29 (§. 352. 353) *monuimus.* DECHALES (a) *obſervavit, lenti objectivæ* $2\frac{1}{4}$ *pedum convenire ocularem* $1\frac{1}{2}$ *digiti; Lenti objectivæ* 8, *imo* 10 *pedum, ocularem* 4 *digitorum. Lenti objectivæ* 8 *pedum ocularem* 4 *digitorum junxit* EUSTACHIUS DE DIVINIS, *qui in elaborandis propria manu perſpicillis excelluit.* HUGENII *teleſcopium, quo veram* Saturni *faciem & unum e comitibus ipſius primus detexit, conſtat ex vitro objectivo* 12 *pedum & oculari paulo minori, quam* 3 *digitorum: non tamen ad eadem phænomena obſervanda uſus eſt teleſcopio* 23 *pedum, quod duo habebat vitra ocularia* $1\frac{1}{2}$ *digitum diametro æquantia juncta invicem, ut æquipollerent uni radios parallelos ad intervallum* 3 *circiter digitorum cogenti* (b). *Idem obſervavit* (c) *lenti objectivæ* 30 *pedum convenire ocularem* $3\frac{3}{10}$ *digitorum & tabulam ſequentem a nobis contractam pro teleſcopiis aſtronomicis conſtruendis exhibet:*

Foci diſtantia vitri objectivi.	Diameter aperturæ.	Foci diſtantia vitri ocularis.	Amplific. ſec. Diam.
Pedes Rhenani.	Decim. & cent. dig.	Dec. & centeſ. digit.	
1	0. 55	0. 61	20
2	0. 77	0. 85	28
3	0. 95	1. 05	34
4	1. 09	1. 20	40
5	1. 23	1. 35	44
6	1. 34	1. 47	49
7	1. 45	1. 60	53
8	1. 55	1. 71	56
9	1. 64	1. 80	60
10	1. 73	1. 90	63
15	2. 12	2. 33	78
20	2. 45	2. 70	89
25	2. 74	3. 01	100
30	3. 00	3. 30	109
40	3. 46	3. 56	126
50	3. 87	4. 26	141
60	4. 24	4. 66	154
70	4. 58	5. 04	166
80	4. 90	5. 39	178
90	5. 05	5. 56	183
100	5. 48	6. 03	199

Conſtruxit autem hanc tabulam per regulam ſequentem: Foci diſtantia lentis exterioris, quem numerum pedum habebit, is numerus ducatur in 3000; facti radix erit diameter aperturæ quæſitæ in centeſimis pollicum (ſeu digitorum). Eadem ſi augeatur decima ſui parte, dabit foci diſtantiam lentis ocularis iiſdem centeſimis expreſſam. Apparentes vero rei viſæ latitudines ſunt ſicut diametri aperturarum. *Demonſtrationem vide apud Inventorem* HUGENIUM.

COROLLARIUM 6.

366. Si in duobus vel pluribus teleſcopiis eadem fuerit ratio lentis ocularis ad objectivam; objectum eodem modo amplificatur (§. 358).

SCHOLION 3.

367. *Forte hinc concludent nonnulli, in elaborandis perſpicillis majoribus inanem operam ſumi. Enimvero probe tenendum ex ſcholiis ſuperioribus, quod lens ocularis ad objectivam majorem in ratione minore eſſe poſſit quam ad objectivam minorem. E. gr. In teleſcopio* HUGENIANO 25 *pedum vitrum oculare eſt trium digitorum. Servata hac proportione, in teleſcopio* 50 *pedum idem foret* 6 *digitorum: ſed tabulæ inſpectio docet ſufficere vitrum oculare* $4\frac{1}{2}$ *digitorum: Hinc vi ejuſdem tabulæ teleſcopium pedum* 30 *amplificat in ratione* 1 : 141; *teleſcopium pedum* 25 *nonniſi in ratione* 1 : 100. *Negandum tamen non eſt, lentem objectivam minorem exacte elaboratam præferendam eſſe majori minus exacte elaboratæ. Cum enim illa non modo acutiorem lentem ocularem ferat, verum etiam aperturam majorem, radioſque ſatis accurate colligat; fieri ſane poteſt, ut teleſcopium minus, ſi non magis amplificet objectum, quam majus, idem tamen & clarius, & magis diſtinctum exhibeat: quod utrumque facit, ut rectius agnoſcatur. Sane non apparet, quid tandem* HEVELIUS (d) *prægrandi ſuo* 140 *pedum teleſcopio lente, ut apparet, non ſatis exacte elaborata inſtructo, fuerit aſſecutus, cum non modo* HUGENIUS *teleſcopio* 23 *pedum veram* Saturni *figuram & ejus ſatellitum quartum, verum etiam* CASSINUS *teleſcopiis* 35, 40 & 70 *pedum reliquas* Saturni *lunas aliaque phænomena detexerit* (e). *Enimvero ſi lentes prægrandes accurate fuerint elaboratæ, qualis eſt illa* 123 *pedum, quam* HUGENIUS Societati Regiæ Anglicanæ *donavit, & illa* CAMPANI *centum palmorum, qua maculas veneris contemplatus* FRANCISCUS BLANCHINUS (f), *ipſa experientia loquitur iiſdem patere, quæ aliis minoribus latent.*

CO-

(a) Diopt. Lib. II. Prop. 21. Cor. 1. fol. 639. Tom. III. Mund. Mathem.
(b) Syſtem. Saturnin p. 5. & 6.
(c) Diopt. Prop. 56. p. 211.

(d) Vid. Machin. Cœleſt. Tom. I. C. 21. f. 403. & ſeqq.
(e) Vid. Du Hamel in Philoſ. Vet. & Nov. Tom. V. Phyſ. Part. 2. Tract. 1. Diſſ. 3. C. 9. p. m. 209. & ſeqq.
(f) Vid. Heſperi & Phoſphori nova Phænomena.

Corollarium 7.

368. Quia lentium diſtantia aggregato ex diſtantiis ſocorum lentis objectivæ & ocularis æqualis (§. 358), focus vero vitri utrinque convexi ſemidiametri (§. 193), plano-convexi diametri intervallo a lente diſtat (§. 168. 174); longitudo teleſcopii æquatur aggregato ſemidiametrorum lentium, ſi objectiva utrinque convexa; ſummæ ſemidiametri lentis ocularis & diametri objectivæ, ſi objectiva plano-convexa.

Scholion 4.

369. *Quoniam ſemidiameter lentis ocularis reſpectu diametri vel ſemidiametri objectivæ admodum exigua (§. 365); longitudo teleſcopii ex diſtantia lentis objectivæ ordinario cenſetur, hoc eſt, ex ejus diametro, ſi fuerit plano-convexa, ex ejus ſemidiametro ſi utrinque convexa. Ita dicimus teleſcopium 12 pedum, ſi lentis objectivæ utrinque convexa ſemidiameter 12 pedum, aut lentis plano-convexa diameter itidem 12 pedum, ſemidiameter 6 pedum.*

Corollarium 8.

370. Cum myopes probe videant objecta vicina (§. 384 *Optic.*), per radios divergentes radiantia (§. 337. *Optic.*); lentem ocularem objectivæ propius admovere debent, ut radii per eam refracti fiant magis divergentes.

Scholion 5.

371. *Ut majorem campum uno obtutu comprehendere liceat, quidam lentem ocularem geminant, ita tamen ut prior ſit majoris ſphæræ ſegmentum, quam poſterior. Neque tamen eadem ratione lentes oculares collocant. Quidam nimirum tubo aſtronomico juxta problema præſens conſtructo addunt lentem ocularem alteram acutiorem, ita ut intra focum prioris conſtituatur: alii contra lentem ocularem priorem ita collocant, ut ſit intra focum objectivæ. Sed de his fuſius agere non attinet, quia tubi ex binis vitris ordinarie adhibentur.*

Scholion 6.

372. *Illud tamen notatu dignum eſt, ſi duæ lentes immediate jungantur, ita ut una alteram contingat, focum ad duplam diſtantiam ejus removeri, ad quam focus unius pertingit. Hinc &* HUGENIUS, *ut ſupra notatum eſt, loco vitri ocularis unius duo adhibuit contigua & acutiora.*

Corollarium 9.

373. Quia tubus aſtronomicus objecta clara, diſtincta & aucta exhibet (§. 358), ideo etiam vicina apparere debent.

Corollarium 10.

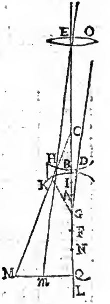
374. Cum objectum veluti ex foco objectivæ, ubi imago ejus conſiſtit, in lentem objectivam radiet; ſi in foco communi lentium objectivæ atque ocularis collocetur objectum aliquod, illud cum altero per tubum viſum eodem in loco apparere debet (§. 348. *Optic.*).

Scholion 7.

375. *Non difficultate caret fulcrorum conſtructio, quibus tubi majores imponendi, ne pandare poſſint, nec nimia difficultate huc illucve moveantur. Multum ea in re deſudavit* HEVELIUS (*a*), *&* P. CHERUBIN (*b*) *duplex excogitavit iſtiuſmodi fulcrorum genus: quorum unum poſtea deſcribemus. Si enim lentes objectivæ fuerint maximarum ſphærarum ſegmenta; Teleſcopia a tubi molimine liberari præſtat ex* HUGENIANO *invento, paulo poſt diſtinctius expenendo. Aliam adhuc machinam erigendi & dirigendi teleſcopia majora a* CAMPANO *inventam repræſentat* BLANCHINUS (*c*). *Quidam teleſcopia in brevitatem contrahere allaborarunt: quemadmodum ſequenti problemate docetur.*

Problema 32.

376. *Teleſcopium aſtronomicum contrahere, hoc eſt, tubum aſtronomicum conſtruere, qui minoris ſit longitudinis communi, viſibilis tamen diametrum æque amplificet.*



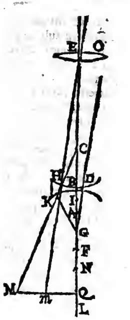
Resolutio.

1. Tubo ductitio conſtructo (§. 337) inſeratur lens objectiva EO, mediocris ſphæræ ſegmentum.
2. Lens ocularis prima BD ſit utrinque con-

K k cava

(a) In Machina Cœleſti, Tom I c. 19. 20. 21. 22 f. 379. & ſeq.
(b) D optique Oculaire. Part. 3.
(c) In Libro paulo ante laudato Tab. VIII.

Digitized by Google



cava, & ita collocetur in tubo, ut focus objectivæ A ſit pone ipſam, centro tamen concavitatis G propior. Dico imaginem jam fore in Q, ita ut ſit GA : GI = AB : QI.

3. Denique lens ocularis altera utrinque convexa, ſphæræ minoris ſegmentum, ita collocetur, ut ejus focus ſit in Q.

Dico, hunc tubum magis amplificaturum diametrum objecti, quam ſi lens objectiva convexa ad eamdem diſtantiam EQ imaginem exprimeret; conſequenter breviorem hac ratione conſtructum æquipollere longiori communi.

DEMONSTRATIO.

Fiat NC:NB = 3 : 2, ut nempe NC ad NB habeat rationem refractionis (§. 26); erit NC : BC = 3 : 1 (§. 193 *Arithm.*), conſequenter ſi fiat BC = GI = a & AB = d, erit NC = $3a$, NA = $2a - d$, & NA : AB = AC : AF (§. 164). Quamobrem NA : AC = AB : AF (§. 173. *Arithm.*) & ideo (§. 190. *Arithm.*).

$$NA : NC = AB : FB$$

$$2a - d : 3a = d : \frac{3ad}{2a-d}$$

Quodſi eſſet $d = a$, tum foret FB = $3aa : a = 3a$. Sed quia $d < a$, nempe AB < GB *per conſtruct.* (ſupponimus enim GB = GI, quia craſſities lentis cenſetur parvitatis contemnendæ): erit FB < $3a$ (§. 180. 182. *Arithm.*). Quare ſi fiat LI = $3a$, punctum L ultra F cadet, cumque ſit LG : LI = 2 : 3, hoc eſt, in ratione refractionis (§. 26); poſt alteram refractionem radius axi occurret in Q, ita ut ſit LF : FI = FG : FQ (§. 161), hoc eſt, LF : FG = FI : FQ (§. 173. *Arithm.*), & hinc (§. 190. *Arithm.*) LF : LG = FI : QI.

Eſt vero LF minor quam LG: ergo etiam FI, hoc eſt (neglecta craſſitie lentis BI) FB minor quam QI aut QB.

Patet ideo focum per lentem concavam removeri ex F in Q, atque ideo imaginem objecti in Q exiſtere. *Quod erat unum.*

Ponamus jam lentem aliquam convexam OE ad eandem diſtantiam QE imaginem objecti exprimere Qm, ita ut radius ab altero ejus extremo adveniens ſit Em, axem interſecans intra lentem E & incidenti in directum jacens (§. 241). Jam radius EH in ingreſſu in lentem concavam frangitur ad

Digitized by Google

ad perpendiculum HC (§. 25) & hinc refractus HK ab axe EQ magis divergit, quam E*m*. Porro HK in egreſſu a perpendiculo KG refrangitur, (§. 37), ideoque refractus KM ab axe magis divergit quam HK, conſequenter multo magis quam E*m*. Radii igitur KM & BQ majorem imaginem intercipiunt, quam H*m* & DQ, conſequenter lens concava HD & convexa EO æquivalent lenti objectivæ, quæ majoris ſphæræ ſegmentum & imaginem ipſi QM æqualem ad majorem diſtantiam quam EQ exprimit. *Quod erat alterum*.

Aliter.



Vir ſummus, Isaacus Newtonus (*a*) compendioſam tuborum conſtructionem invenit.

1. Fiat tubus ABCD in AD apertus, in BC vero clauſus, intus nigerrimus, tantæ circiter longitudinis, quanta eſt foci a ſpeculo concavo EF diſtantia.
2. Ad fundum BC aptetur ſpeculum metallicum concavum maximo, quo fieri poteſt, ſtudio politum, aut, ut objecta clariora exhibeantur, ſpeculum vitreum, ab anteriore ſui parte concavum, a poſteriori ex æquo convexum, convexa ſuperficie argento vivo induta. Niſi enim ubique eandem habuerit craſſitiem, ſpecies objectorum coloratas & minus diſtinctas reflectit.
3. Ab altera tubi extremitate ad ejus fere medium deſcendat anſa ferrea HL, cui agglutinetur ſpeculum planum metallicum, vel, quod melius eſt, priſma trigonum vitreum aut chryſtallinum G; cujus angulus ſuperior G rectus, reliqui duo ſemirecti. Facies in angulum G coeuntes debent eſſe quadratæ: tertii figura eſt parallelogrammum rectangulum. Ita autem collocari debet hoc priſma, ut radius a ſpeculo reflexus per mediam faciem GM tranſiens eam ſecet ad angulos rectos, ad rectangulum vero MN inclinetur ſub angulo ſemirecto, ea vero ſit illius a ſpeculo concavo EF diſtantia, ut radii reflexi *ac* & *bd* a concavo poſt alteram reflexionem in baſi priſmatis factam concurrant in *e*, hoc eſt, ut diſtantia foci *e* a ſuperficie reflectente priſmatis & hujus a ſpeculo concavo diſtantia ſit diſtantiæ foci a ſpeculo concavo æqualis, vi eorum, quæ ſupra (§. 360) demonſtrata ſunt.
4. In I ſit lenticula plano-convexa, cujus focus in *e*, ut radii reflexi oculum ingrediantur paralleli (§. 203).
5. Hæc denique lenticula tegatur lamella plumbea vel orichalcea, tenui foramine rotundo inſtructa, ut radii peregrini arceantur, confuſionem cauſaturi (§. 76. *Optic.*) ſit vero foramen ea magnitudine, quæ tantum luminis tranſmittat, quantum ad claram viſionem ſufficit.

(a) Optic. Lib. I. Part. I. Prop. 7. & 8. p. 85.

SCHOLION 1.

377. *Primum teleſcopii genus egregium eſt, modo lentes ſint ſatis accurate elaboratæ, quia lens concava, præſertim quæ minoris ſphæræ ſegmentum, radios valde diſpergit: unde & minus clarum, & confuſum apparere ſolet objectum, ſi lens objectiva non ſatis ſeparat radios ab eodem puncto venientes & cava nimium eosdem diſpergit.*

COROLLARIUM.

378. Quia lens concava convexæ juncta magnam objecti imaginem in exigua diſtantia exprimit (§. 376); hoc artificium egregie conducit ad cameras obſcuras portatiles (§. 236).

SCHOLION 2.

379. *Quoniam uſus cameræ obſcuræ poſtulat, ut imagines delineentur claræ & diſtinctæ quantum fieri poteſt; ideo & danda opera, ut lentes probe elaborentur, & cavendum, ne lens concava nimis acuta radios nimium diſpergat. Quid fieri conducat, tentando rectius definietur, quemadmodum jam ſupra (§. 353) in caſu ſimili annotavimus.*

SCHOLION 3.

380. *Cum vir excelſi ingenii* NEWTONIUS *de conſtructione teleſcopii ſui primum cogitaret, non tam de tubo contrahendo, quam de imperfectionibus tuborum ex refractione oriundis tollendis ſollicitus erat. Quoniam enim radios diverſæ refrangibilitatis eſſe primus repererat* (§. 199. Optic.); *facile quoque videbat, fieri non poſſe, ut omnis aberratio radiorum avertatur, quantacunque cum cura lentes poliantur. In primo, quem conſtruxit, tubo ſpeculi cavi metallici ſemidiameter erat* $12\frac{2}{3}$ *digitorum, a quo ideo focus diſtabat* $6\frac{1}{3}$ *digitorum intervallo: lenticulæ ocularis diameter erat* $\frac{1}{6}$ *unius digiti, ut ideo diametrum objecti amplificaret in ratione* 1 *ad* 38 (a). *Deprehendit autem, objecta aliquanto obſcuriora exhiberi. Unde ſuaſit poſtea* (b), *ut vitrea ſpecula metallicis ſubſtituantur: nec quicquam amplius in hoc negotio deſiderari putat, quam ut ars vitra poliendi magis perficiatur: obſervavit enim inæqualitates quasdam, quæ lentibus objectivis non officiunt, ſpeculis tamen multum obeſſe ac impedire, quo minus objecta diſtincte cernantur. Prima inventi hujus idea ex* JACOBI GREGORII Optica promota *ipſi advenit, qui ſimile quid ante ipſum meditatus.*

SCHOLION 4.

381. *Monet præterea* NEWTONUS (c), *ſi longitudo inſtrumenti ſit* 6 *pedum, ideoque ſemidiameter ſpeculi concavi pedum* 12 (§. 209. Catop.), *aperturam in ſpeculo eſſe debere* 6 *unciarum, & rem objectam amplificari in ratione* 1 *ad* 200 *vel* 300. *Si longius breviusque fiat, aperturam eſſe debere ut cubum radicis quadratæ quadratæ longitudinis & amplificandi potentiam ut aperturam. Speculum fieri jubet uncia una aut duabus latius quam aperturam. Olim* (d) *pro conſtructione iſtiuſmodi teleſcopiorum ſequentem exhibuit tabellam.*

Semid. ſpeculi concavi.	Apertura.	Diameter vitri ocularis.	Semid. ſpeculi concavi.	Aperturæ.	Diameter vitri ocularis.
$\frac{1}{2}$ ped.	100	100	6 ped.	645	186
1	168	119	8	800	200
2	283	141	10	946	211
3	338	157	12	1084	221
4	476	168	16	1345	238
5	562	178	20	1591	251

Nullum tamen eſt dubium, quin eadem hic valeant, quæ ſuperius de ocularibus vitris ad objectiva rite proportionandis dicta ſunt. JOHANNES HADLEJUS *iſtiuſmodi teleſcopium catadioptricum maximo ſucceſſu conſtruxit: etenim cum eſſet nonniſi pedum quinque cum parte quarta, in obſervationibus tamen aſtronomicis Satellitum* Jovis *atque* Saturni, *nec non annuli* Saturnini *paria præſtitit cum* HUGENIANO *centum & viginti trium pedum* (e). *Erat nimirum radius concavitatis ſpeculi* 10′ $5\frac{1}{4}$″. *Speculum planum ex eodem cum concavo metallo confectum erat ovale: Craſſities ejus* $\frac{1}{12}$ *ſeu* $\frac{1}{16}$ *unius digiti, latitudo dimidii circiter digiti, longitudo ad latitudinem ut* 1 *ad* $\sqrt{2}$. *Vitrum oculare triplex adhibuit; uni erat diſtantia foci* $\frac{1}{3}$ *alteri* $\frac{1}{10}$, *tertio* $\frac{1}{40}$ *circiter unius digiti, ita ut in caſu primo diameter objecti amplificaretur in ratione* 188. *vel* 190 *ad* 1, *in altero in ratione* 208 *ad* 1, *in tertio denique in ratione* 228 *ſeu* 230 *ad* 1 (f).

PROBLEMA 33.

382. ***Fulcrum conſtruere, quo teleſcopia* 15, 20 *aut* 25 *pedum ſuſtentari, commode ad objectum datum dirigi & in ſitu ſuo immota retineri poſſunt.***

RESOLUTIO.

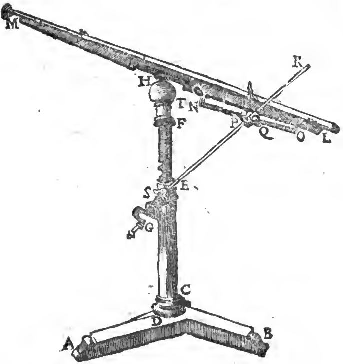
Placet nobis illud fulcri genus, quod R. P. CHERUBIN (g) invenit. En ejus conſtructionem.

α. Ba-

(a) Philoſ. Tranſact. n. 81. p. 4004.
(b) Optic. L. 1. p. 79.
(c) Loc. cit. p. 91. 92.

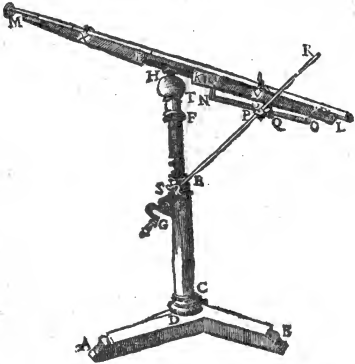
(d) Phil. Tranſact. n. 82. p. 40. 32.
(e) Philoſ. Tranſact. n. 376. p. 382. & ſeqq.
(f) Ibid. n. 376. p. 303. 304. 305.
(g) Dioptr. oculaire Part. 3. Sect. IX. Cap. I. fol. 371 & ſeqq.

Digitized by Google



1. Baſis fiat ex tribus partibus A, B, C in figuram trianguli firmiter inter ſe junctis: ut ex ſchemate ſatis patet.
2. Baſi infigatur columna lignea intus cava DE: cui
3. Immittatur virga ferrea dentata EF, cujus ope tubus elevari ac deprimi poteſt.
4. Hæc virga ex cavitate columnæ educenda & in eam reducenda ope manubrii G, cujus axis, ut in antlia pneumatica (§. 40. *Aerom.*) rotula dentata, ex altera figuræ parte latente, inſtructa.
5. Ne autem eadem ſua ſponte relabatur, pondere tubi preſſa, vel ope rotæ hamatæ, qualis in molis ferrariis (§. 992. *Mechan.*) occurrit, atque elateris, vel aliis artificiis mechanicis impediendum.
6. Fiat globus concavus ex ligno nuceo H tubulo TF affixus, & circa axem convertibilis, ut teleſcopium in omnem plagam dirigi poſſit.
7. Huic globo immitatur alius convexus, cui cochlea afferruminetur, ut tubi ſuſtentaculum ad eum aptari poſſit, ſitque concavus crena aliqua in-

Digitized by Google



inſtructus, ut tubus ſub angulo quocunque ad horizontem facile inclinari queat: quod artificium cum in fulcris inſtrumentorum geodæticorum obvium ſit, ut hic diſtinctius exponatur opus non eſt.

8. Suſtentaculum ML ex tribus partibus componatur, quarum media IK eſt quadrata intuſque cava inſtar canalis, altitudine & latitudine 3 digitorum, longitudine duorum circiter pedum cum dimidio, ut teleſcopium in cavitate reponi poſſit. Duæ laterales MI & KL ex aſſere non nimis tenui paratæ, ne mediæ ſimiles pondus præter neceſſitatem augeant.

9. Ut tamen teleſcopium firmiter incumbat, non modo ſegmenta annularia lignea prope extremitates affigenda, ſed teleſcopium quoque in medio utriuſque partis V & X alligandum.

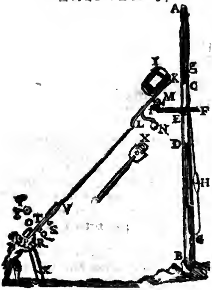
10. Ut vero idem in ſitu ſuo retineri poſſit, haſtæ ferreæ NO ſuſtentaculo infigendæ immittatur cubus orichalceus intus cavus Q, ut ſurſum deorſumque libere protrudi poſſit. Superficiei ſuperiori afferrumi-

minatus ſit axiculus rotundus per foramen in baſi inferiore cubi orichalcei alterius P trajiciendus, ut is circa hunc libere moveri poſſit.

11. Denique per cubum P trajiciatur regula lignea ER mediantibus cochleis partim ad cubum P, partim ad columnam ED parte ſui ſuperiore ferro obductam firmanda.

Ita nimirum teleſcopium elevari ac deprimi, in quamcunque plagam dirigi, ad horizontem quomodocunque inclinari & in omni ſuo ſitu firmiter retineri facile poteſt: quæ ſingula ex ipſa ſtructura per ſe manifeſta ſunt. Neque quicquam amplius a tubi fulcro deſiderari poteſt.

PROBLEMA 34.



383. *Teleſcopia longiora a tubi molimine liberare.*

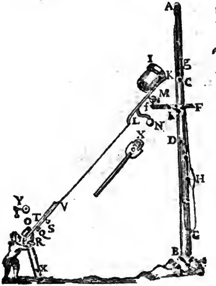
RESOLUTIO.

Egregii hujus problematis ſolutionem ſequentem dedit celeberrimus HUGENIUS (*a*):

1. Malus AB ejus *ſere* longitudinis, quæ foret tubi, normaliter in terram defigatur & antequam erigatur, latus unum dolabra complanetur atque ibi regulæ binæ affigantur inter ſe parallelæ ac ſeſquipollice diſtantes, itaque canalem efficientes, interius paulo latiorem, qui a ſummo malo ad imum fere pertingat.
2. In cacumine mali imponatur orbiculus A circa axem mobilis & in eum funis Gg ducatur dupla mali longitudine, craſſitudine minimi digiti dimidia, in ſe rediens & plumbum H pondere æquali adjectum habens, quantum eſt brachii mobilis cum lente impoſita; utque, ſi opus ſit, aſcendi poſſit, triangula lignea æqualibus ſpatiis defigantur, quæ in ſchemate omiſſa ſunt.
3. Aſſerculus bipedalis CD uno latere ita incidatur, ut intra canalem liberrime moveri queat.
4. Hujus medio affigatur brachium EF ligneum, pedum unum a malo exſtans, in cujus extremo aliud ſeſquipedale F*f* media ſui parte ad angulos rectos conjungatur. Utrumque horizonti parallelum extendatur.
5. Lens objectiva includatur in cylindrum cavum IK, 4 digitos longum & ex bractea ferrea fabricatum.

6. Huic

(a) In Aſtroſcopia compendiaria.



6. Huic cylindro affigatur bacillus pedalis KL, digiti craſſitudine inſiſtens globulo æneo M avellanæ magnitudine, qui in ſubjecto moduli ſui cavo liberrime volvi poſſit. Cavum uti fieri ſolet, ex duabus partibus conſtat, cochlea conſtringendis.

7. Ut lens æqualiter librata exigua vi moveri poſſit, pondus unius circiter libræ N ex filo æneo craſſiore ſemipedali ſuſpendatur cujus flexu facile obtinetur, ut centrum commune gravitatis ejus & lentis coincidat cum centro ſphærulæ M.

8. Bacillo KL infigatur ſtylus æneus L digiti longitudine & deorſum flexo, donec cuſpide ſua tantumdem ac centrum globuli M infra bacillum deſcendat, filum tenue bombycinum LV alligetur, quod ideo erit bacillo KL parallelum.

9. Lens ocularis O cylindro brevi includatur, eique bacillus PV affigatur.

10. Infra eum appendatur pondus exiguum S, quantum opus eſt ad faciendum libramentum.

11. In Q ſit capulus R, qui axiculum transverſum ferat, manu obſervatoris apprehendendus & bacillus P V verſus lentem objectivam directus filo LV alligetur.

12. Filum per foramen V trajectum verticillo T circumvolvatur, qui medio bacillo infixus, ut ejus converſione longitudo fili contrahi producique poſſit, quantum opus fuerit.

13. Ut obſervator lentem ocularem immotam tenere poſſit, fulcrum X brachiis ſupponatur, cujus ſtructura ex iſpectione figuræ ſatis manifeſta. Ejus altitudo 4′ 9″.

14. Ut in tenebris ſtellæ teleſcopio facile reperiantur, laterna opus eſt, cujus conſtructionem ſupra docuimus (§. 208).

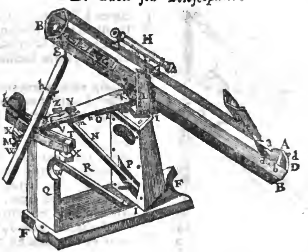
15. Denique ut lux quædam tenuis ab aere ad oculum manans excludatur, perforatus apponatur orbiculus Y, brachiolo mobili flexilique affixus.

SCHOLION.

384. *Quanti fieri debeat præclarum hoc* HUGENII *inventum, non illi modo experiuntur, qui teleſcopiis majoribus ſidera contemplari animum inducunt; verum etiam a praxi alienus facile judicabit, qui ſpeculam* HEVELII (a) *Regis ſumtibus eum in finem extruendam conſideraverit.*

PRO-

(a) Machin. Cœleſt. Tom. I. C. 22. f. 419.



PROBLEMA 35.

385. *Teleſcopium catadioptricum conſtruere, quo in obſervationibus cæleſtibus commode uti licet.*

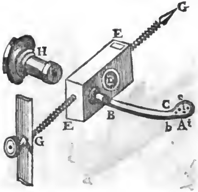
RESOLUTIO.

Conſtructio, quam dedit HADLEJUS (*a*) huc redit;

1. Speculum concavum A collocetur in fine tubi octangularis BB, tantæ longitudinis, quantam requirit diſtantia foci ſpeculi, v. gr. 6. pedum & amplius, ſi diameter ſpeculi $10\frac{1}{2}$ circiter pedum; tantæ vero latitudinis, ut ſpeculum commode recipere poſſit.
2. Tubi interior ſuperficies nigredine inficiatur, & in fine, ubi ſpeculum A collocatur, fiat inciſio longitudinis 6 vel 7. digitorum, ut tubus ope operculi C ibidem operiri & claudi poſſit, quando ſpeculum eidem vel inſerere, vel ex eo eximere volueris.
3. In fundo octangulari D fiat itidem inciſura $d\frac{1}{7}$ circiter unius digiti lata & ad centrum uſque extenſa, ut anſæ ſpeculo affixæ locus ſit, qua idem tenetur, dum tubo inſeritur, vel ex eo eximitur, extra hunc uſum claudenda.
4. Speculum ita collocetur, ut axis ejus congruat axi tubi, ope trium confibularum lignearum, quarum duæ conſpiciuntur in *aa*, tertia fundo tubi affixa, & in ſitu ſuo detineatur ope trium cochlearum, quarum una in *b* conſpicitur. Cavendum tamen, ne cochleæ nimia vi ſpeculum ad confibulas apprimant. Speculum autem hoc pacto inſeritur tubo, ut extra uſum eximi poſſit, ne ſplendor ejus obfuſcetur.

(*a*) Philoſoph. Tranſact. num. 376.

Digitized by Google



5. Speculum planum ope cochlearum affigatur brachio ferreo B, quod altero ſui extremo firmetur intra lignum mobile EE, ut ope cochleæ GG ſecundum tubi longitudinem ab ejus fundo removeri, vel eidem propius admoveri poſſit, donec exacta ſpeculorum a ſe invicem diſtantia obtineatur pro diverſa vitrorum ocularium, quibus uteris diſtantia (§. 376).

6. In medio ligni mobilis EE fiat cavitas cylindrica D, cujus axis ad ſuperficiem interiorem & exteriorem exacte perpendicularis, ut lens ocularis eidem immitti poſſit.

7. Brachium ferreum ad diſtantiam duorum circiter digitorum ad ſuperficiem ligni EE perpendiculare planis terminetur ſuperficiebus, ita ut latus alterutrum obvertat radio a puncto radiante ad ſpeculum tendenti; in *b* vero plana ſuperficies eundem reſpiciat, latere contrarium ſitum obtinente, & ita inflectatur, ut, ſi averſa ſpeculi plani ſuperficies ope cochlearum Cc ad idem firmetur, axis cavitatis cylindricæ D incidat in centrum ſuperficiei anterioris ſpeculi ſub angulo ſemirecto (§. 376).

8. Ut ſitus ſpeculi plani A accurate obtineri poſſit, in *i* duæ adſunt cochleæ, quarum auxilio ſpeculum elevari ac deprimi tantillo poteſt brachio immoto, donec axis cum eodem angulum ſemirectum faciat.

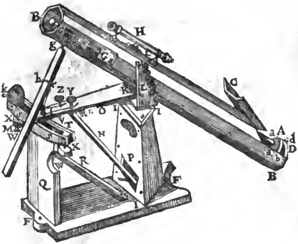
9. Tubulus H, cui inſeritur lenticula ocularis, cochlea inſtruatur, ut eidem aptari poſſit ſegmentum ſphæræ cavæ, quod oculi bulbum recipiat, ne lumine a latere illabente officiatur viſioni objecti teleſcopici.

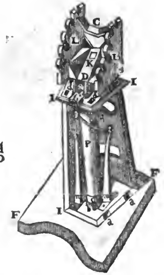
10. In ſuperiori tubi parte affigatur teleſcopium dioptricum commune H, (*Vid. Fig.* 1. *pag. ſeq.*) cujus longitudo octodecim digitorum, ita ut axis ejus ſit parallelus axi tubi, & in foco communi vitri ocularis & objectivi erigantur duo capilli in axe ſeſe interſecantes.

11. In foco vitri ocularis non procul a ſpeculo plano collocetur circulus, qui determinet partem objecti viſibilem; in altero vero ejuſdem foco, qui oculum reſpicit, lamina ferrea exiguo foramine pertuſa, ne ab interioribus tubi parietibus reflexi radii in oculum illabantur; conſequenter ne diſtinctæ viſioni officiatur.

12. Apertura denique limitetur annulo chartaceo ante ſpeculum concavum intra tubum collocando: quæ cum pro diverſitate viſibilis eadem non ſit, plures iſtiuſmodi annuli ad manus eſſe debent. Diameter aperturæ in iis, quibus uſus eſt HADLEJUS, fuit $5\frac{1}{2}$, 5 & 4. digitorum. Jam ut tubus commode ad objectum dirigi & in ſitu ſuo immotus detineri poſſit, peculiari machinamento opus eſt. Itaque

13. Ba-





13. Baſis FF fiat ex robuſto aſſere longitudinis trium aut duorum ac dimidii pedum, latitudinis 14 digitorum.

14. In altero ejus extremo excitetur perpendiculariter arca quadrilatera III, cujus altitudo duorum circiter pedum, lateribus duobus aſſeri in *a a* & operculo in *d d* infixis, reliquis vero ad hæc ope cochlearum firmatis.

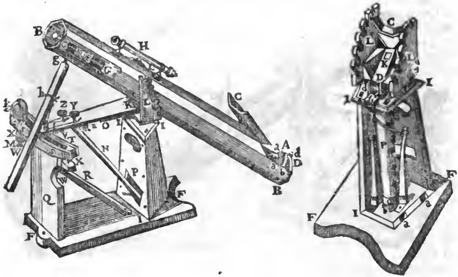
15. In operculo fiat foramen circulare, cujus diameter paulo major 3 digitis, per quod tranſeat columna verſatilis P axiculo ferreo in *c* inſtructa & ferro excavato in *b* inſiſtens.

16. Pars columnæ ſuperior ultra operculum unius circiter ac dimidii digiti intervallo emineat & capitulo K inſeratur, cujus longitudo 8, latitudo & craſſities 4 vel 5 digitorum.

17. Capitulo affigantur ſuſtentacula dentata LL 14 vel 15. digitos alta, quæ ab axe columnæ diſtant utrinque 5 digitorum intervallo, dentibus a ſe invicem æqualibus intervallis remotis, quibus incumbit axis ferreus C tubum ſuſtentans, juxta tubi inferiora latera incurvatus. Habent autem dentes diverſas altitudines, ut tubus pro diverſa objecti elevatione ſupra horizontem ad commoditatem oculi elevari poſſit.

18. Axis tubi $2\frac{1}{2}$ circiter digitis altior axe motus & centrum gravitatis ſpeculo cavo A intus collocato ab eodem 8 digitis retro diſtet. Et ne tubus, dum elevatur, retro deſcendat, duabus confibulis retineatur.

19. Affrictus columnæ, dum in gyrum agitur intra foramen operculi impediatur ſectore cylindrico, 65 circiter



vel 70 gradus continente & digitum circiter alto in parte ſuperiori D: intra cujus cavitatem in angulo quadrati applicetur lamina chalybea in medio juxta eundem angulum incurvata *oo* & vertex anguli internus intra duas laminæ partes ſit in axe columnæ & gyretur ſuper apice indurato ferri cuneiformis *f*, cujus baſis cochleis robuſtis ad ciſtam firmetur.

20 Capitulum ſecum vehat brachium planum, cujus longitudo 27 circiter, latitudo anterior, quæ altera paulo minor, 4 digitorum, ſuſtentatum ligno tenui O (*Vid. Fig. 1. ut ſup.*) ad latus infra agglutinatum & fulcro N a columna rotatili per aperturam ciſtæ in P procedens & extremo brachii occurrens intervallo 9 digitorum ab ejus extremo.

21. In altero baſis FF extremo perpendiculariter erigatur tabula Q 12 circiter digitos lata, 26 vel 27 vero alta, retinaculo R in ſitu ſuo firmiter detinenda.

22. Pars ſuperior tabulæ in ſuperficie exteriori referat ſegmentum cylindri, cujus axis idem eſt cum axe columnæ verſatilis, ut ſuſtentare poſſit ſuſtentaculum brachii, in quo ejus extremum incedit, dum columna convertitur.

23. Suſtentaculum SS eandem habeat figuram cylindricam, quæ ope quatuor cochlearum eidem conciliatur tranſeuntium per utrumque ejus extremum & aliud fruſtum ligni T ejuſdem cum illo longitudinis. Latus ejus ſuperius eſt complanatum, ne ſcabrities affrictum cauſetur in inceſſu

ceſſu brachii: ad quem imminuendum, porro

24. Brachium in V duobus inſtruitur rotulis circa axiculos ſuos verſatilibus (§. 956. *Mech.*) qui in linea per axem columnæ verſatilis tranſeunte ſiti.
25. Ad orbiculos illos ſuſtentaculum SS admotum ſervetur ope cochlearum W W, quarum matrices X X tabulæ Q affigantur.
26. Motus tubi dirigatur ope duorum paxillorum ferreorum Y & Z. Primus Y a brachii extremo diſtet intervallo 10 vel 11 digitorum & filum, quod eidem circumvolvitur, infra trochleam *f* verticaliter tabulæ extremo affixam ductum, alligetur tubo in *g*. Ope hujus paxilli anterior tubi pars debite elevatur. Quodſi vero contingat objecti elevationem ſupra horizontem eſſe magnam; filum alligetur baculo quadrato levi in *b*, cujus pars inferior incumbit brachio, ut impediatur, ne motu vibratorio fili tubus vacillet motum tremulum viſibili conciliaturus: huc enim facit & fili bretas, & baculi brachio adjacentis levis affrictus.
27. Paxillus alter *Z* inſervit motui tubi horizontali: quem in finem filum, quod eidem circumvolvitur, juxta trochleam pone alteram horizontaliter erectam, quam in figura exprimere non licuit, ductum pendeat a clavo capitulo minori *k* infixo. Ita autem collocetur paxillus Z, ut altera manu obſervatoris facile moveri poſſit, dum altera circa paxillum Y occupatur.
28. Ut paxilli Y & Z commode moveri poſſint, in inferiori brachii ſuperficie firmentur fruſta ligni foramine inſtructa, ita ut unumquodque ope ſerræ in altero foramine extremo ſcindatur in duas partes ut ope cochleæ *m* paxilli pede inſerto coarctari poſſit foramen, quantum uſus requirit.
29. Agit autem paxillus Z (*Vid. Fig. 2. pag. præc.*) adverſus, duos elateres *m* & *n* intra ciſtam III collocatos, quorum dexter *m* columnam vertit verſus ſiniſtram, ope funis elateri alligati & verticillo P circumvoluti, vi cujus debite extenditur. Et eodem modo ſiniſter *n* inſervit columnæ in partem contrariam vertendæ.

SCHOLION.

386. *Quoniam teleſcopium* NEWTONIANUM *quinquaginta propemodum annos neglectum fuit, quod tamen inſignem prorſus uſum ſpondet in obſervationibus aſtronomicis, ita ut non melius a tuborum opticorum prægrandium molimine liberari queamus, quam ubi ab hac imperfectione liberetur teleſcopium catadioptricum, quod ſpecula metallica nitorem ſuum facile amittant; ideo conſultum duximus apparatum illum prolixius deſcribi, qui cura* HADLEII *acceſſit & quo teleſcopii hujus uſus promtus redditur & expeditus.*

PROBLEMA 36.

387. *Teleſcopium terreſtre conſtruere;*

RESOLUTIO.

1. Tubo conſtructo (§. 337), inſeratur lens objectiva vel utrinque convexa, vel plano-convexa, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum.
2. Eidem jungantur tres lentes oculares utrinque convexæ & æqualium ſphærarum ſegmenta; ita quidem ut binarum quarumcunque diſtantia

Digitized by Google

ſtantia ſit aggregatum ex diſtantiis focorum earundem.

Dico, oculum lenti ultimæ in diſtantia foci ejus admotum videre objectum diſtinctum, ſitu erecto & amplificatum in ratione diſtantiæ foci lentis unius ocularis ad diſtantiam foci objectivæ.

DEMONSTRATIO.

Cum per tubum objecta remota ſpectentur (§. 326), ideoque radii ab uno puncto emanantes in lentem objectivam paralleli incidant (§. 94. *Optic.*), in diſtantia foci principalis delineabitur objecti imago ſitu inverſo (§. 224). Quare cum hæc imago ſit in foco lentis ocularis primæ *per conſtruct.* radii poſt refractionem alteram erunt paralleli (§. 203), qui in lentem tertiam incidentes poſt tertiam refractionem imaginem inverſam imaginis inverſæ, hoc eſt, erectam objecti in foco ejus formabunt (§. 224). Quoniam itaque hæc imago in foco lentis ocularis tertiæ exiſtit *per conſtruct.* Radii poſt quartam refractionem erunt paralleli. Oculus ideo objectum per radios parallelos videt: unde liquet ex demonſtrationibus anterioribus, quod idem diſtinctum videre debeat. *Quod erat unum.*

Quando imago inverſa in foco lentis oculo proximæ conſtituta in eam radiat, objectum ſitu inverſo apparet (§. 358). Ergo cum imago erecta ibidem conſtituta in eandem radiat, objectum ſitu erecto apparere debet. *Quod erat alterum.*

Radius AQ ex foco Q lentis objectivæ AB incidens, poſt refractionem fit axi IL parallelus (§. 203); conſequenter a lente oculari prima CD unitur ſemidiametri intervallo cum axe in M (§. 193). Et cum in M etiam ſit focus lentis ocularis ſecundæ EF *per conſtruct.* Radius FH poſt refractionem erit axi NO parallelus (§. 203), ideoque ab oculari tertia cum axe unitur in P ad diſtantiam ſemidiametri PO (§. 193). Sunt vero ſemidiametri lentium GH & CD æquales *per conſtruct.* Ergo PO = LM vel PH = MC. Quare cum demiſſis perpendicularibus D *l* & H *o* anguli recti ad *o* & *l* etiam ſint æquales nec minus H*o* = C*l* (§. 289. 291. *Geom.*); erit angulus OPH ipſi CML æqualis (§. 235. *Geom.*). Objecti ideo ſemidiameter tanta apparet in P, quanta videtur in M (§. 209. *Optic.*). Enimvero ſi IQ fuerit diſtantia foci lentis objectivæ, oculus in M poſitus videt ſemidiametrum objecti amplificatam in ratione ML vel PO ad IQ (§. 358). Ergo & in P ſemidiameter objecti aucta cernitur in ratione LM vel PO ad QI. *Quod erat tertium.*



COROLLARIUM I.

388. Tubus ideo aſtronomicus facile convertitur in terreſtrem, lentem ocularem triplicando, & terreſtris contra in aſtronomicum abiε, duas lentes oculares auferendo, eadem tamen manente potentia amplificandi.

CO-

Corollarium 2.

389. Quia diſtantia lentium ocularium exigua eſt, longitudo teleſcopii parum mutatur, ſi tribus ocularibus loco unius utaris.

Corollarium 3.

390. Patet autem ex conſtructione longitudinem teleſcopii haberi, ſi diametro lentis objectivæ plano-convexæ vel ſemidiametro utrinque convexæ addas quintuplum ſemidiametri lentium ocularium.

Scholion 1.

391. HUGENIUS *primum invenit in tubo aſtronomico non minus, quam in terreſtri multum conducere ad teleſcopii perfectionem, ſi ea in loco, ubi haret imago in lentem oculo proximam radians, conſtituatur annulus vel ex ligno tornatus, vel ex lamina metallica confectus cum foramine paulo anguſtiore, quam eſt vitri ocularis latitudo* (a). *Ita nimirum colores arcentur viſionem diſtinctam turbantes & tota area, qua uno obtutu comprehenditur, termino ſuo circumſcribitur.*

Scholion 2.

392. *Sunt equidem, qui tubos terreſtres ex tribus lentibus conſtruunt, objecta non minus erecta & amplificata exhibentes: ſed talia teleſcopia minus perfecta cenſeri debent, tum quia imagines coloribus inficiunt, tum quia circa marginem diſtorquent.*

Scholion 3.

393. *Nonnulli quatuor & pluribus lentibus ocularibus utuntur. Sed cum in tranſitu per ſingulas lentes pars quadam radiorum intercipiatur, objectiva non ſatis clara apparent. Sufficit itaque nobis optimum teleſcopii genus expoſuiſſe.*

Problema 37.

394. *Aperturam lentis objectivæ in teleſcopio definire.*

Resolutio.

1. Ex charta compacta & nigredine infecta exſcindantur plures annuli, ita ut diameter minoris foraminis piſi majoris diametrum adæquet, diameter vero foraminum in reliquis continuo creſcat. Totius vero annuli diameter ſit latitudini vitri objectivi æqualis.
2. Teleſcopium interdiu verſus objectum aliquod procul diſtans, noctu verſus lunam, planetam aliquem atque ſtellas fixas diverſæ magnitudinis dirigatur, & adhibitis diverſis aperturis notetur, per quamnam objectum non modo clarum, ſed & maxime diſtinctum appareat.

Ita nimirum aperturam convenientiſſimam deprehendes.

Scholion 1.

395. *Quantum momenti ſitum ſit in apertura vitri objectivi conveniente, experientia clariſſime loquitur. Nec difficulter idem ratione aſſequi datur. Radii enim ab axe remotiores a foco aberrant, nec in eo colliguntur: unde objecti imago in retina fit confuſa. Major vero aberratio eſt, qua a diverſa radiorum refrangibilitate pendet. Radium enim unum per refractionem in plures diverſicolores diſpeſci, diverſos ideo angulos cum catheto refractionis efficientes, dudum obſervavit* NEWTONUS (§. 199. Optic.). *Atque ex his fundamentis* HUGENIUS *deduxit* (b), *conſtituto per experientiam apertura lentis objectiva 30 pedum, eſſe ut 30 ad 3, hoc eſt, ut 10 ad 1 ita radicem ex diſtantia foci lentis cujuſcumque per 30 multiplicatam ad ejus aperturam, diſtantias vero focorum lentium ocularium eſſe aperturis proportionales.*

Scholion 2.

396. *Quoniam interdiu oculus majori lumine occupatus minus vivide afficitur a debiliori, ut plures radii per tubum ad oculum pertingant, aut amplianda erit apertura, aut lente oculari, quæ ſit majoris ſphæra ſegmentum, utendum. Sed ne aberratio radiorum,* NEWTONIANA *præſertim, viſioni diſtinctæ officiat; medelam poſteriorem afferre præſtat, quam priorem. Hinc interdiu lentem ocularem adhiberi conſultum eſt, cujus diameter ſit dupla diametri nocturna. Cum enim hac ratione imago interdiu in retina delineata ſit ſubdupla ejus, qua noctu ibidem exhibetur, quoad diametrum* (§. 358. Dioptr. & §. 181. Arithm); *claritatem quoque multo majorem quam illa habebit* (§. 89. Optic.).

Scholion 3.

397. *Illud quoque notatu dignum eſt, quod lentes objectiva majorem aperturam admittant, ſi tubi intus denigrentur & eorum ductus annulis ligneis muniantur* (§. 337).

Scho-

(a) In Syſtemate Saturnino p. 82. conſ. Dioptr. Prop. 53 p. 195.

(b) Dioptrops. P. p. 56. 205. & ſeqq.

SCHOLION 4.

398. *Cum tanta ſit lentis objectivæ obtegendæ circa marginem neceſſitas: mirum ſane videri poterat, quod per lentes vitreas, quæ majorum ſphærarum ſegmenta exiſtunt, ſolitiſque multo latiores ſunt, in ipſa luce meridiana, ſine ullo tubi molimine, objecta valde diſſita & per amplum ſpatium diffuſa clare atque diſtincte videri poſſint tam ſitu erecto, ſi intra focum & vitrum oculus conſtituatur, quam ſitu everſo, ſi ultra focum ſpectator conſiſtat. Etenim jam ante aliquot annos notatum eſt in* Actis Eruditorum (a), *me per tabulam vitream plano-convexam, cujus convexitatis diameter 30 pedum, longitudo duorum, latitudo unius cum dimidio exiſtebat, ad diſtantiam duorum milliarium Germanicorum in ipſa luce meridiana, ſine ullo tubi molimine, duobus oculis apertis ſine vitro oculari ædificia monti ſuperſtructa diſtinctiſſime vidiſſe. Nec credo ab hoc diverſum eſſe illuſtris* TSCHIRNHUSII *inventum, quod ab ipſo celatum tantopere commendatur a celeberrimo* FONTENELLIO (b). *Eadem enim obſervavi per vitrum non exacte politum, quæ de ſua lente ſingulari ad illuſtrem* Academiam Regiam Scientiarum *perſcripſit* TSCHIRHUSIUS, *ut ideo ſecretum nullum ſit, quod hic ſubeſſe ſuſpicatur* FONTENELLIUS.

PROBLEMA 38.

399. *Rationem experimentaliter definire, quam habet diameter objecti nudo oculo viſi ad diametrum per teleſcopium viſi.*

RESOLUTIO.

1. Dirigatur tubus verſus tectum alicujus domus & per eum oculus ſuperiorem tegularum ſeriem contueatur.
2. Oculus alter ſit apertus, ut eædem tegulæ quoque videantur nudo.
3. Teleſcopium tamdiu vertatur, donec unius tegulæ extremum per teleſcopium viſum incidat in extremum ejuſdem nudo oculo viſum.
4. Numerentur tegulæ nudo oculo viſæ, quæ uni vel pluribus tegulis per teleſcopium conſpectis congruunt.

Erit enim ut numerus prior ad poſteriorem, ita diameter objecti oculo armato viſi ad diametrum nudo oculo viſi.

SCHOLION 1.

400. *Ne manu vacillante obſervatio irrita fiat, tubus fulcro cuidam firmo inniti debet. Oculus non minus immotus ſit neceſſe eſt.*

SCHOLION 2.

401. *Quæ de tubis binoculis primum* ANTONIUS MARIA SCHYRLÆUS DE REITA (c) *& poſt ipſum alii, veluti* CHERUBIN Cappuccinus (d), *meditati ſunt: curioſitati magis, quam utilitati ſervire videntur. Unde non mirum, quod vir in hoc ſtudiorum genere præſtantiſſimus & de tuborum perfectione tantopere ſollicitus* HUGENIUS, *nullam eorum in ſuo de* Dioptrica *opere mentionem injiciat. Uno nimirum oculo ſatis bene diſtinguimus objecta, modo lens objectiva ſit exacte elaborata & aperturam habeat lentemque ocularem convenientem.*

(a) A. 1710. menſ. Octobr. p. 466. 467.
(b) Hiſt. Acad. Reg. Scient. A. 1700. p. 165. Edit. Bat.

(c) In Oculo Enochi atque Eliæ Lib. IV. f. 354. & ſeqq.
(d) In Dioptrica Oculari Tom. 2. qui ſub titulo: *La Viſion parfaite* prodiit.

CAPUT

Digitized by Google

CAPUT VII.

De Microſcopiis ſeu Engyſcopiis.

DEFINITIO 30.

402. M*Icroſcopium* ſeu *Engyſcopium* eſt inſtrumentum dioptricum, per quod objecta minuta valde aucta & diſtincte ſpectantur.

SCHOLION.

403. *Quando & a quonam microſcopia fuerint inventa, non liquet. Certe anno 1618 ea adhuc incognita fuiſſe, inde manifeſtum eſt, quod* HIERONYMUS SYRTURUS, *qui eo ipſo anno de origine & fabrica teleſcopiorum Librum edidit, nullam rerum mentionem injicit.*

DEFINITIO 31.

404. *Microſcopium ſimplex* eſt, quod unica lenticula aut ſphærula conſtat.

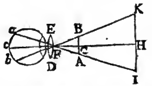
DEFINITIO 32.

405. *Microſcopium compoſitum* eſt, quod ex pluribus lentibus conſtat.

SCHOLION.

406. *Microſcopia compoſita anno 1621. apud* DREBBELIUM Batavum *jam conſpecta eſſe eumque tum pro inventore habitum fuiſſe, autor eſt* HUGENIUS (a). *Anno 1646. in libro obſervationum hoc inventum ſibi arrogavit* FRANCISCUS FONTANA Neapolitanus, *quaſi in id jam anno 1621. incidiſſet. Cum tubus inverſus ſit microſcopium, haud difficilis fuit microſcopii compoſiti inventio. Sed caſu, non minus quam tubus, reperiri potuit.*

THEOREMA 70.



407. *Si objectum* AB *ponitur in foco lenticulæ convexæ microſcopii ſimplicis* DE *& oculus lenticulæ ab altera parte proxime admovetur; videbis objectum diſtinctum, ſitu erecto, atque auctum in ratione diſtantiæ foci ad eam diſtantiam, in qua collocanda ſunt objecta, quæ nudo oculo cernuntur diſtincte.*

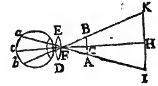
DEMONSTRATIO.

Quoniam objectum AB in foco lenticulæ convexæ DE collocatur *per hypot.* radii a ſingulis punctis emanantes poſt refractionem erunt inter ſe paralleli (§. 203). Oculus ergo valens objectum videre debet diſtincte, vi eorum, quæ de tubis demonſtrata ſunt (§. 358). *Quod erat primum.*

Porro cum radiorum unus AF a puncto A emanans poſt refractionem ſit incidenti parallelus, ideoque, neglecta particula craſſitiei lenticulæ, eidem in directum ſitus (§. 240), & idem eodem modo conſtet de aliquo radiorum ex puncto B in oculum delatorum; radii AF & BF, quibus reliqui ex iiſdem punctis A & B emanantes ſunt paralleli *per demonſtrata*, eodem modo oculum ingrediuntur, ac ſi lenticula removeretur. Sed lenticula remota, objectum apparet ſitu erecto, ut experientia conſtat. Ergo etiam per lenticulam ſitu erecto apparere debet. *Quod erat ſecundum*

Ex demonſtratis autem ſimul manifeſtum eſt, objectum AB ſub eodem angulo AFB videri, ſub quo ab oculo nudo cerneretur. Quoniam tamen diſtin-

(a) In Dioptr. p. 221.



ctum apparet *per demonſtrata*, cum nudo oculo in eadem diſtantia videatur valde confuſum: perinde eſt, ac ſi objectum aliquod ad diſtantiam FH remotum videretur; in qua æque diſtincte ſub eodem angulo cernitur. Eſt ergo diameter objecti AB ad diametrum apparentem IK ut FC ad FH, hoc eſt, ut diſtantia foci lenticulæ ad eam diſtantiam, in qua collocandum eſt objectum aliquod, ut ab oculo nudo diſtincte videatur. *Quod erat tertium*.

SCHOLION I.

408. HUGENIUS (a) *aſſumit, objectum nudo oculo tum apparere diſtinctum, ſi 8 digitorum intervallo removeatur. Iterata obſervatione didici, cum primum hæc ſcriberem, hoc eſt, A. 1714, ad 5 digitorum intervallum me quidem legere poſſe ſcripturam eo charactere expreſſam, quo corollaria in his elementis excuſa ſunt; ſed tamen nebulam quandam adhuc oculo obverſari, in diſtantia 8 digitorum prorſus evaneſcentem. Unde* HUGENIO *aſſentior, quæ ab oculo valente (ego enim, quo hæc ſcribo tempore, nempe A. 1714 neque in presbytarum, neque in myopum numero ſum) diſtincte videntur, 8 digitorum intervallo minimum diſtare debere. Atque hinc infertur*

COROLLARIUM I.

409. Microſcopia ſimplicia amplificant diametrum objecti AB in ratione diſtantiæ foci FC ad 8 digitorum intervallum. *E. gr.* ſit ſemidiameter lenticulæ utrinque convexæ digiti dimidii, erit $AB : IK = \frac{1}{2} : 8 = 1 : 16$, hoc eſt, diameter objecti augetur in ratione ſedecupla.

COROLLARIUM 2.

410. Cum diſtantia FH ſit conſtans, octo nimirum digitorum (§. 409); quo minor fuerit diſtantia foci FC, eo minorem ad FH rationem habebit (§. 203. *Arithm.*), conſequenter eo minorem quoque rationem habebit diameter vera objecti AB ad apparentem IK (§. 407), ideoque eo minor diameter videbitur reſpectu ipſius IK (§. 204 *Arithm.*) Eo itaque magis amplificabitur diameter objecti.

COROLLARIUM 3.

411. Quia in lenticulis plano-convexis diſtantia foci diametro (§. 168. 175), in utrinque convexis ſemidiametro æqualis (§. 193); microſcopia ſimplicia eo magis diametrum objecti amplificant, quo minoris fuerint ſphæræ ſegmentum (§. 410).

COROLLARIUM 4.

412. Si diameter convexitatis in lenticula plano-convexa & utrinque convexa eadem fuerit, nempe = 1; erit diſtantia foci prioris 1, poſterioris $\frac{1}{2}$, conſequenter ſemidiameter objecti AB ad apparentem in caſu priore, ut 1 ad 8; in poſteriore, ut $\frac{1}{2}$ ad 8 (§. 409), hoc eſt, ut 1 ad 16. Diameter ergo objecti in caſu poſteriore duplo major, quam in priore. Lenticula itaque duplo magis eam amplificat, ſi fuerit utrinque convexa, quam ſi plano-convexa.

COROLLARIUM 5.

413. Si ſemidiameter convexitatis majoris in lenticula utrinque inæqualiter convexa fuerit a, ſemidiameter minoris b; erit foci diſtantia $2ab : (a + b)$ (189). Cum ideo ſit ad diſtantiam foci lenticulæ utrinque æqualiter convexæ, cujus ſemidiameter $= a$, ut $2ab : a + b$ ad a (§. 193), hoc eſt; ut $2ab$ ad $aa + ab$, ſitque $2ab < aa + ab$, ob $a > b$ *per hypoth.* ideoque $aa > ab$ (§. 180. *Arithm.*); diſtantia foci lenticulæ inæqualiter convexæ minor eſt diſtantia foci æqualiter convexæ, cujus ſemidiameter æqualis ſemidiametro convexitatis majoris, conſequenter illa magis objectum amplificat quam hæc (§. 410).

COROLLARIUM 6.

414. Ex adverſo cum diſtantia foci lenticulæ utrinque inæqualiter convexæ ſit ad diſtantiam foci utrinque æqualiter convexæ, cujus ſemidiameter æqualis ſemidiametro convexitatis minoris, ut $2ab : (a + b)$ ad b, hoc eſt, ut $2ab$ ad $ab + bb$ ſitque $2ab > ab + bb$ (§. 180. *Arithm.*) ob $a > b$ *per hypoth.* diſtantia foci lenticulæ inæqualiter convexæ major eſt diſtantia foci æqualiter convexæ, cujus ſemidiameter æqualis eſt ſemidiametro convexitatis minoris; conſequenter illa minus amplificat objectum, quam hæc (§. 410).

COROLLARIUM 7.

415. Quoniam convexitas e ſphæra majore majorem aperturam admittit (§. 395); conſequenter

(a) In Dioptr. Prop. 59. p. 222.

Digitized by Google

quentèr per eam plures radii ad oculum tranſmittuntur, quam per convexitatem e ſphæra minore; objectum clarius cernitur, ſi convexitas major microſcopii objecto obvertitur, quam ſi minor.

COROLLARIUM 8.

416. Quia in lenticula aquea major eſt foci diſtantia, quam in vitrea, ſi nempe fuerint ſphærarum æqualium ſegmenta, (§. 174. 173. 192. & ſeqq.); Aquea objectum minus amplificat, quam vitrea (§. 407).

COROLLARIUM 9.

417. Quoniam myopes per radios divergentes diſtincte vident objecta (§. 384. *optic.*), objectum AB propius lenticulæ admovere debent, ut intra focum & lenticulam collocetur.

SCHOLION 2.

418. *Si quis rationem expendit, cur microſcopia ſimplicia objectum amplificent; illi non mirum videbitur, quod per idem microſcopium idem objectum eodem in loco collocatum diverſimode auctum apparere poſſit, prout intentio fuerit illud in viciniore aut remotiore loco videndi: id quod facile experire datur, ſi unus oculus ad microſcopium applicatus ad objectum, alter vero apertus in locum nunc remotiorem, nunc viciniorem dirigatur.*

COROLLARIUM 10.

419. Cum radii intra angulum *b* F *a* comprehenſi magis a ſe invicem diſcedant, quo magis oculus a lenticula removetur; eo minorem objecti partem is uno obtutu comprehendit, quo longius a lenticula diſtat: unde conſultum eſt, oculum quam proxime eidem admoveri.

SCHOLION 3.

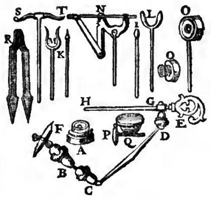
420. *Ut objecta commode in diſtantia convenienti ad lenticulam admoveri & in ſuo ſitu immota detineri poſſint; variæ excogitatæ ſunt microſcopiorum ſimplicium ſtructuræ, quarum præcipuas exponere libet.*

PROBLEMA 39.

421. *Microſcopia ſimplicia conſtruere.*

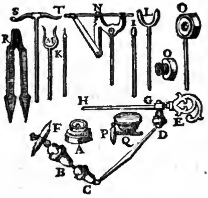
RESOLUTIO.

Ad uſum microſcopiorum ſimplicium commodam machinulam æneam variorumque inſtrumentorum apparatum invenit JOHANNES DE MUSCHENBROEK, artifex inſignis *Batavus*. Machinula inſtrumentorumque fabrica ex ſchematis, quod exhibemus, inſpectione ſatis obvia, ut magis ſingulorum uſum indicari, quam illam prolixis verbis deſcribi opus ſit.



1. Lenticulæ utrinque convexæ diverſæ ſphæricitatis, ut diverſimode amplificent objecta (§. 407), ſuperimpoſitis utrinque annulis orichalceis, ne juſto major ſit apertura capſulæ A ex nigro cornu tornatæ includuntur. Poſſunt tamen eædem capſulæ ex ebore, oſſibus lignoque duriori & rariori tornari. Capſula foramine pertuſa, ut ad machinulam aptari poſſit.
2. Machinula ex orichalco confecta ope trium globorum B, C & D in omnem ſitum convenientem facile diſponitur & ope manubrii E commode manu tenetur.
3. Inſtrumenta, quibus objecta debita ratione aptata, tabulo F infiguntur, capſula vero A ſtylo GH. Ita nimirum ſtylum inſtrumenti, quod objectum ſuſtentat, verſus lenticulam

Digitized by Google



protrudendo, vel retrahendo, machinulamque ope globulorum B, C & D huc illucque verſando, objecto in loco conveniente facile conſtituitur, ibique immotum retinetur.

4. Stylo I agglutinantur objecta tenuia, plana & exigua, veluti inſecti alicujus ala vel foliolum floſculi.

5. Stylo acuto K infiguntur objecta parva, non nimis lata, veluti caput aut pes muſcæ, pulex, pediculus, fruſtulum ligni.

6. Stylo bifurcato L agglutinantur objecta plana tenuia, oblonga, veluti faſciola chartæ, lintei, panni, folia arborum & plantarum, crines.

7. Stylo bifurcato M infiguntur objecta oblonga & craſſiora, veluti inſecta, quæ uni ſtylo infixa ſe contorquent, qualia ſunt erucæ, papiliones & inſecta craſſiora, veluti ſcarabæi, muſcæ.

8. Inſtrumento N applicantur tubuli vitrei capillares, liquoribus pleni, veluti ſi aquam pipere conditam, acetum, ſanguinem, lac contemplari libuerit.

9. Vaſculum O, quod beneficio cochleæ aperiri poteſt, ex ligno duriori tornatum continet duo vitra plana, non polita, annulo chartaceo interpoſito, ut animlacula viva, veluti pulices, culices, acari, pediculi &c. includi poſſint.

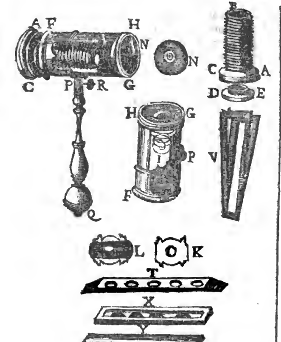
10. Diſco Q imponuntur objecta, quæ reliquis inſtrumentis non commode aptantur, veluti granula arenæ, pulvis farinaceus, ſalia. Quod objectum non ſatis firmiter incumbit, malleo ST in tabulo P defixo retinetur, parte quidem lata S, ſi objectum fuerit homogeneum, v. gr. filum, plumula, particula cuticulæ; parte vero acuta, ſi nullam ejus partem tegi conſultum ſit, veluti ſi alam inſecti, e. gr. Muſcæ, papilionis, ſcarabæi, aut integrum quoddam folium plantæ vel arboris contemplari libuerit.

11. Fuſcinula R, ex lamina orichalcea elaſtica parata, objectis apprehendendis inſervit, quæ digitis apprehendi commode nequeunt.

Aliter.

1. Torno ex orichalco paretur tubulus cavus orichalceus (*Vid. Fig. ſeq.*) AB, cujus ſuperficies exterior in cochleam efformatur, longitudinis paulo minoris, quam eſt diſtantia foci vitri utrinque convexi, ad illuminandum objectum, mediante annulo cochlea inſtructo DE ad baſin ejus AC aptando.

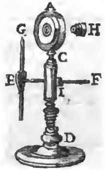
2. Fiat



2. Fiat tubulus alius paulo amplior FG itidem ex orichalco, ad utrumque latus apertum, ut objectum microſcopio admoveri poſſit.
3. Ejus baſi ſuperiori GH afferruminetur elater ex filo ferreo in ſpiram contorto I, ut objectum inter lamellas rotundas K & L eo, quem mox dicemus, modo collocatum & ope cochleæ BC lenti microſcopicæ decenter admotum in ſitu ſuo firmiter retineri queat.
4. Ad baſin HG cochlea fœmina M inſtructam firmantur ſcutellæ N cochlea mari O inſtructæ, in quibus lenticulæ diverſarum ſphæricitatum annulis orichalceis præmunitæ, ut juſta ſit apertura, reconduntur.
5. In P afferruminetur cochlea fœmina, ut ſtylus eburneus PQ, quo microſcopium commode tenetur, aptari poſſit, mediante cochlea tranſverſim acta R in ſitu ſuo immotus retinendus.
6. In regula eburnea T excaventur foramina rotunda, ita ut intra ea circelli ex vitro moſcovitico exciſi glutine aliquo firmari queant, quibus objecta exigua & pellucida præſertim, veluti minima inſecta, aut majorum alæ, partes cuticulæ, ſquamulæ piſcium &c. agglutinari poſſint.
7. Quodſi inſecta includere volueris, vitrea lamella Y tecta, intra canaliculum quadratum ex orichalco confectum & foraminibus pertuſum X reponatur.
8. Regula iſta ſive ſolitaria, ſive canaliculo incluſa, inter lamellas rotundas K & L repoſita mediante cochlea AB lenticulæ admoveatur, donec objectum diſtincte conſpici poſsit.
9. Quodſi objecta quædam alia tenuia, & oblonga, veluti linteum, cuticulam, alam inſecti majoris, e. gr. papilionis, crinem, filum contemplari volueris; regulæ loco utendum eſt inſtrumento V, cujus ſtructura ex ipſa figuræ inſpectione ſatis manifeſta.

Si quis ſumptibus parcat, idem microſcopium ex ligno parare poterit.

Digitized by Google



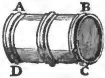
Aliter.

1. Lenticula utrinque convexa in capſula AC ex ligno vel oſſe tornata reponatur & mediante cochlea H ibidem firmetur.
2. Per pedunculum ligneum vel oſſeum CD trajiciatur ſtylus æneus, cujus ſuperficiei aliqua pars in cochleam efformata, ut in quolibet ſitu mediante cochlea fœmina I firmiter detineri poſſit.
3. Stylus ſit in E tubulo exiguo inſtructus, cui diverſa inſtrumenta cum variis objectis ſuperius in apparatu *Muſchenbroekiano* deſcripta immittere licet.

Ita nimirum varia objecta ad idem microſcopium commode applicari & in ſuo ſitu firmiter detineri poſſunt.

Quodſi eidem capſulæ varias lenticulas ſucceſſive indere libuerit, idem eodem modo efficies, quo in microſcopio præcedente.

Aliter.



1. Ex oſſe vel ligno tornetur tubulus AB.
2. Ad baſin BC aptetur vitrum planum, qui objectum agglutinari debet, v. gr. pulex, vermiculus, ala inſecti, particula lintei, ſeminis granulum exiguum.
3. Ad baſin alteram AD in debita a vitro diſtantia applicetur lenticula utrinque convexa, cujus ſemidiameter dimidii circiter digiti.
4. Vitrum planum lumini ſolari, vel candelæ ardenti obvertatur.

Quodſi tubulus ductitius fiat, lenticulæ diverſarum ſphæricitatum, uti in microſcopio altero, applicari poſſunt. Solet autem hoc *microſcopium* vulgo appellari *pulicare*, & loco lenticulæ adhiberi poteſt nodulus convexus ex vitro potorio nodoſo confracto.

Scholion.

422. *Pulicare Microſcopium cum* SCHEINERUS *in itinere è* Batavia *per inferiorem* Auſtriam *in* Tyrolim *febri correptus ibidemque in pago extinctus ſecum in ſarcinula haberet; Prætor & ſeniores pulicem microſcopio incluſum pro dæmone & ideo* SCHEINERUM *pro viro venefico habuere, eum hoc nomine indignum ſepultura pronunciantes, donec tandem aperto inſtrumento pulicem agnoverint* (a).

Theorema 71.



423. *Si objectum* AB *fuerit poſitum in foco ſphærulæ vitreæ* F *& oculus poſt eam, e. gr. in foco* G *conſtitutum; objectum videtur diſtincte & ſitu erecto, auctum quod diametrum in ratione $\frac{1}{4}$ diametri* EI *ad eam diſtantiam, in qua collocanda ſunt objecta quæ nudo oculo diſtincte videntur.*

DE-

(a) Schottus Mag. nat. Part. I. Lib. X Syntagm. 4. Cap. 1. p. 534. & Zahnius in Oculo Fund. 3. Syntagm. 3. Cap. 4. Probl. 1. F. m. 534.

DEMONSTRATIO.

Quoniam objectum AB in foco ſphærulæ F collocatur *per hypoth.* radii poſt reflexionem ſunt paralleli (§. 203). Oculus ergo ſanus objectum videre debet diſtincte, vi eorum, quæ de tubis demonſtrata ſunt (§. 358): *Quod erat primum.*

Porro quia oculus in foco radiorum parallelorum conſtitutus *per hypoth.* radius incidens AL, qui poſt duplicem refractionem a puncto A ad oculum pertingit, axi FG parallelus eſt. Quodſi ergo LD continuetur, donec axi in H occurrat, ita ut punctum H ſit illud, in quo poſt primam refractionem radius AL concurrit (§. 90); erit HG = GI (§. 91. 182) vel GD; ideoque angulus DGI duplus anguli DHI (§. 239. *Geom.*) cumque ſit FE = GI *per hypoth.* HG = FE (§. 78. *Arithm.*) = AL (quia diſtantia rectarum AL & FE exigua). Quare cum AL ipſi GH, ſeu FH parallela *per demon.*; erit AG ipſi LH parallela (§. 257. *Geom.*), ideoque LHI = AGI (§. 233. *Geom.*), conſequenter DGI duplus anguli AGI (*per demonſtr.* & §. 168. *Arithm.*). Et quoniam EC = CI (§. 40. *Geom.*) & EF = IG *per hypoth.* ideoque CG = CF (§. 88. *Arithm.*) = CA, ob differentiam contemnendam rectarum AC & CF; Angulus ACF duplus eſt anguli AGF (§. 184. 239. *Geom.*), & hinc ipſi DGI æqualis (§. 177. *Arithm.*). Videtur ergo ſemidiameter objecti AF ſub angulo ACF: unde ex iis, quæ ad Propos. 70 demonſtrata ſunt, patet eſſe diametrum veram ad apparentem, in ratione CF, hoc eſt, cum in F ſit focus ſphæræ *per hypoth.* $\frac{3}{4}$ diametri EI (§. 182), ad diſtantiam, in qua collocanda ſunt objecta, quæ oculus nudus diſtincte cernit. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

424. Qui valet oculis, objectum diſtincte non cernet, niſi 8 digitorum intervallo diſtet (§. 408); amplificant ergo ſphærulæ vitreæ diametrum objecti in ratione $\frac{3}{4}$ diametri ad intervallum 8 digitorum.

SCHOLION I.

425. *Sit e. gr. diameter ſphærulæ* EI $\frac{1}{10}$ *unius digiti, erit* CE = $\frac{1}{20}$ & EF = $\frac{1}{40}$ *ideoque* FC = $\frac{1}{20}$ + $\frac{1}{40}$ = $\frac{3}{40}$, *conſequenter diameter objecti vera ad apparentem, in ratione* $\frac{3}{40}$ *ad* 8, *hoc eſt*, 3 *a* 320, *ſeu* 1 *ad* 103 *fere.*

COROLLARIUM. 2.

426. Lenticula utrinque convexa auget diametrum in ratione ſemidiametri EC = $\frac{1}{2}$ EI ad intervallum 8 digitorum (§. 409); Sphærula autem vitrea in ratione $\frac{3}{4}$ EI ad item 8 digitorum intervallum (§. 424): Quare cum $\frac{1}{2}$ EI ad intervallum iſtud minorem rationem habeat quam $\frac{3}{4}$ EI (§. 203. *Arithm.*) ſi lenticula & ſphærula eandem diametrum habuerint, diameter objecti minoris per lenticulam ejuſdem magnitudinis videtur, quam apparet diameter majoris per ſphærulam (§. 204. *Arithm.*), conſequenter diameter objecti per lenticulam viſa major, quam per ſphærulam viſa; ſeu lenticula magis amplificat objectum quam ſphærula.

SCHOLION 2.

427 *Sit e. gr. Diameter lenticulæ utrinque convexæ* EI $\frac{1}{10}$ *unius digiti; erit diameter vera ad apparentem in ratione* $\frac{1}{20}$ *ad* 8, *hoc eſt*, 1 *ad* 160. *At in vitrea ſphærula eſt ut* 1 *ad* 103 (§. 425).

COROLLARIUM 3.

428. Quia diſtantia foci EF in ſphærula aquea $\frac{1}{2}$ EI (§. 183), ideoque CF = EI; diameter objecti per eam viſa amplificatur in ratione EI ad intervallum 8 digitorum (§. 423). Quare cum vitrea ejuſdem diametri eadem amplificet in ratione $\frac{3}{4}$ EI ad intervallum idem 8 digitorum (§. *cit.*); eodem quo ante modo patet, ſphærulam aqueam minus amplificare objectum, quam vitream.

SCHOLION 3.

429. *Sit e. gr. Diameter ſphærulæ aqueæ* EI $\frac{1}{10}$ *unius digiti, erit* FC *itidem* $\frac{1}{10}$, *ideoque diameter objecti vera ad apparentem in ratione* $\frac{1}{10}$ *ad* 8, *hoc eſt*, 1 *ad* 80. *Sed ſi vitrea foret; illa ad hanc haberet rationem* 1 *ad* 103 (§. 425).

CO.

Digitized by Google

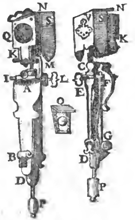
Corollarium 4.

430. Nec abſimili modo colligitur, ſphærulam minorem magis amplificare objectum, quam majorem.

Problema 40.

431. *Sphærulas vitreas quantumlibet exiguas conficere.*

Resolutio.



1. Vitri puri fruſtulum valde exiguum, quod filo ferreo tenuiſſimo madefactum adhæret, ad imam cerei flammam cœruleam aut, quod omnium optimum, ad flammam ſpiritus vini accenſi admoveatur, ne nigredine inficiatur.

2. Ibi cum ſtatim liquefiat & in gutulam rotundam abeat, guttula a flamma removeatur, quæ extemplo fluiditatem amittet.

3. Lamella orichalcea admodum tenuis complicata perforetur & foramina perquam exigua lævigentur, ne ulla in peripheriis eorum ſcabrities ſuperſit, quæ ulterius ad tollendum fulgorem fuligine inficere juvat.

4. Sphærula filo adhærens intra lamellas O ad foramina aptetur, ut ex figuræ inſpectione ſatis liquet.

Corollarium.

432. Quoniam ſphærulæ longe minores fieri poſſunt, quam lenticulæ; ex iis microſcopia omnium præſtantiſſima componuntur, quæ nempe omnium maxime amplificat objectum.

Scholion.

433. *Ponamus enim diametrum ſphærulæ eſſe* $\frac{1}{16}$ *unius digiti, erit diſtantia foci* $\frac{3}{64}$ *ideoque diameter vera ad apparentem ut* $\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$*, hoc eſt ut* $\frac{3}{64}$ *ad 8, ſeu ut 3 ad 512, vel denique ut 1 a 170 fere. Superficies ergo amplificabitur in ratione 1 ad 28900* (§. 406. Geom.) *& ipſum corpus in ratione 1 ad 4913000* (§. 578. 579. Geom.)*: quod ſane inſigne eſt augmentum.*

Problema 41.

434. *Microſcopia ex ſphærulis vitreis componere.*

Resolutio.

Per quam commoda ſunt microſcopia Johannis de Musschenbroek, quæ ideo primo loco deſcribere libet.

1. Lamina plana (*Vid. Fig.* §. 431.) A B, ornatus gratia circa marginem exciſa, tubulo extus quadrato, intus cavo CD ita jungatur mediante clavo B, ut tubulus ope cochleæ E propius ad eam admoveri & ab ea rurſus removeri poſſit.

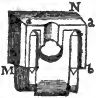
2. Quare ut in eodem ſitu firmiter detineatur tubulus CD, beneficio ejuſdem clavi B inter eum & laminam AB aptetur lamina elaſtica ex chalybe parata, qualis eſt altera FG in uſum alium lateri ejuſdem

tubuli

tubuli annexa; ut nempe beneficio cochleæ L lateraliter prorſus tubulus CD in ſitu ſuo firmiter perſiſtat.

3. Laminæ AB afferruminetur tubulus I cum brachiolo mobili IMK, cui

4. Lamella orichalcea MN cum geminis limbulis *ab* fruſto cornu nigricantis in modum hemiſphærii excavato & foramine pertuſo utrinque affixa infigatur, ut



5. Sphærula microſcopica intra binas lamellas O (*Vid. Fig. pag. præc.*) debite concluſa in limbos *ba* immitti & ad objectum adduci poſſit.

6. Per tubulum CD trajiciatur alius capulo P ex cornu nigricante confecto infixus, cui omnes ſtyli ſuperius (§. 421) deſcripti immitti poſſunt cum ſuis objectis.

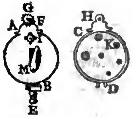
7. Ope hujus ſtyli objectum attollatur & deprimatur, ope cochleæ L lateraliter ad lenticulam promoveatur, ope denique cochleæ E ad eandem admoveatur, donec oculo in Q applicato diſtincte cernatur.

8. Denique ut lumen peregrinum arceatur, machinamentum S in modum ciſtulæ ex orichalco effictum cum lamella variis foraminulis pertuſa & circa clavum V mobili limbulis *ab* lamellæ corneæ ſubſtantiæ MN affixæ immittatur.

9. Et ut fluida accuratius contemplari liceat, inſtrumento X inſeratur fruſtulum vitri moſcovitici & uncello firmetur, eique guttula affundatur, a microſcopio avertenda, ne ſphærulæ ſuperficies ſordibus inficiatur & pelluciditatem amittat.

10. Similiter vitrum moſcoviticum agglutinari poteſt circello Z, recepturum objecta exigua pellucida.

Aliter.



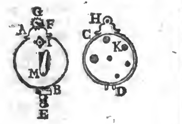
Elegans quoque eſt microſcopii ſtructura, quod manu viri plurimum Reverendi & Matheſeos apprime periti GODOFREDI TEUBERI manu elaboratum dono ipſius poſſideo. Ecce tibi eam.

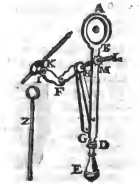
1. Ex orichalco parentur duæ lamellæ fere rotundæ AB & CD, quarum una AB ſtylo eburneo BE firmiter affixa, altera CD mediantibus apicibus D eidem infigi & cochlea F cum rotula G circa eundem axem mobili per foramen H trajecta alteri, quantum ſufficit, admoveri poteſt.

2. In I aptetur ſphærula exigua ex vitro confecta (§. 431).

3. Superficiei interiori ejuſdem lamellæ AB affigatur lamina elaſtica M, ut objectum in ſitu conveniente immotum detineri poſſit.

4. Alterius vero lamellæ ſuperficiei externæ affigatur orbiculus K variis foraminibus pertuſus & circa axiculum





lum fixum mobilis, ut per foramen in lamella CD e regione ſphærulæ effectum nunc major, nunc minor luminis quantitas ad illuminandum objectum immitti queat.

5. Denique objecta, veluti inſecta exigua, alæ majorum, lintea, fila, membranulæ &c. agglutinentur, vel ſola ſaliva madefacta, orbiculo vitreo ex altera parte polito, ex altera ſaltem lævigato, &

6. Orbiculo cum objectis inter binas lamellas interjecto, ita ut ſphærulæ reſpondeat objectum, & oculo ad ſphærulam I applicato, ope rotulæ G cochleæ F affixæ objectum in ſitum convenientem diſponatur, tandiu ſcilicet ſphærulæ admovendum, vel iterum ab eadem removendum, donec ſatis diſtincte cernatur.

Scholion.

435. *Qui ſtructuras microſcopiorum ſimplicium ex lenticulis conſtantium conſideraverit paulo attentius; haud difficulter plures ſtructuras ex ſphærulis conficiendorum ipſemet comminiſcetur: ut ideo mihi ſufficiat eorum præcipua delineaſſe, quæ in meorum inſtrumentorum apparatu habentur.*

Problema 42.

436. *Microſcopium aqueum conficere.*

Resolutio.

1. Ex lamina orichalcea, cujus ſpiſſitudo $\frac{1}{12}$ circiter digiti adæquat, paretur orbiculus AB cum ſtylo longiore BD, capulo corneo, ligneo, vel oſſeo DE infigendo.

2. In facie orbiculi antica paulo ultra dimidiam ejus ſpiſſitudinem excavetur ſegmentum ſphæricum, cujus latitudo $\frac{1}{8}$ circiter digiti.

3. In facie poſtica fiat cavitas alia ſphærica, cujus latitudo nonniſi $\frac{1}{16}$ unius digiti, dimidia nempe prioris.

4. In contactu cavitatum ſphæricarum fiat exiguum foraminulum rotundum, cujus diameter $\frac{1}{10}$ unius digiti non excedit.

5. Guttula aquea ope aciculæ complanatæ aut per exiguum tubulum immittatur, quæ in foraminulo ſphærulæ figuram exactam aſſumet.

6. Ut objecta omnis generis ſtylorum in apparatu microſcopii Muschenbroekiani ſuperius (§. 421) deſcriptorum ad focum ſphærulæ decenter applicari & in ſitu ſuo immota detineri poſſint; brachium IFG cum tubulo K, qui ſtylos cum objectis recipit,

Digitized by Google

pit, in G affigatur, ope juncturarum I & F quaquaverſum mobile & ope cochleæ L ac rotulæ M laminæque chalybeæ elaſticæ H ad ſphærulam adducendum ac quovis in ſitu firmiter retinendum.

SCHOLION I.

437. *Sphærulas aqueas in uſum microſcopii primus adhibuit* in Anglia STEPHANUS GRAY (a). *Qui idem Auctor eſt, guttulam fluidi, cui animalcula innatent, ſimili foramini immiſſam, ad candelæ aut lanæ plenæ lumen ſine ullo microſcopio adhibito animalculum mirifice auctum exhibere, quia nempe radii a ſuperficie guttulæ interiori anterioris hemiſphærii ita reflectuntur, ut ſub eodem angulo in ſuperficiem hemiſphærii poſterioris, cui oculus applicatur, incidant, ac ſi ex foco ſphærulæ emanaſſent. Unde eodem modo ad oculum propagantur, ac ſi objectum extra ſparulam in ejus foco conſtitueretur. Structuram tamen* GRAYANAM *microſcopii aquei immutare libuit, quia ea, quam expoſuimus, in reliquis quoque microſcopiis ſimplicibus, ſive ex ſphærulis, ſive ex lenticulis vitreis componendis perquam commoda exiſtit. Ceterum me non monente apparet, ſphærulam aqueam in ſuperioribus quoque microſcopiis omnibus adhiberi poſſe.*



SCHOLION 2.

438. *Solent etiam ſphærulæ vitreæ cavæ* Q, *quarum diameter dimidii circiter digiti, ſpiritu vini repleri & microſcopii loco adhiberi: ſed objecta non ideo multum amplificant.* (§. 423).

PROBLEMA 43.

439. *Microſcopium ex duabus lentibus componere.*

RESOLUTIO.



1. Lenticula objectiva vel plano-convexa, vel utrinque convexa DE ſit minimæ ſphæræ ſegmentum habeatque objectum AB extra focum F poſitum.

2. Lens ocularis GH utrinque convexa ſit majoris, non tamen nimis magnæ ſphæræ ſegmentum & ita collocetur poſt objectum, ut, ſi fiat CF : CL = CL : CK, in K ſit focus lentis ocularis.

3. Denique fiat LK : LM = LM : LI. Dico, ſi O fuerit locus, ubi objectum nudo oculo diſtincte videtur; oculum in I conſtitutum viſurum objectum AB diſtincte, ſitu inverſo atque auctum in ratione compoſita MK ad LK & LC ad CO.

DEMONSTRATIO.

Quoniam CF : CL = CL : CK *per hypoth.* erit CF : FL = CL : LK (§. 193. *Arith.*) ideoque radii ex puncto C emanantes in K uniuntur (§. 214. 217); conſequenter imago objecti ſitu inverſo ibi delineatur (§. 224). Eſt vero in K focus principalis lentis ocularis GH *per hypoth.* Radii ergo ad ſingula objecti puncta pertinentes ad oculum remittuntur paralleli (§. 203). Unde ex iis, quæ de tubis demonſtrata ſunt (§. 358), liquet objectum videri diſtincte. *Quod erat unum.*

Quia radiorum a puncto B emanantium unus poſt refractionem incidenti ad ſenſum in directum jacet (§. 243); ſit radius iſte BG ſeu LG. Unietur ergo poſt refractionem in lente oculari GH factam in puncto I, ita ut ſit LK : LM = LM : LI (§. 217). Sed ibi collocatur oculus *per hypoth.* Ergo punctum B videtur per radium IG. Quare cum C videatur per radium IC, objectum ſitu inverſo apparet. *Quod erat ſecundum.*

(a) Philoſoph. Tranſ. N. 221. p. 281. N. 223. p. 353.

Digitized by Google



Hinc vero ulterius patet, ſemidiametrum objecti CB videri ſub angulo GIM, quæ *per hypoth.* in O ſub angulo COB vel AOC diſtincte cerneretur. Quodſi ergo NI ducatur ipſi AO parallela; erit angulus NIM ipſi AOC æqualis (§. 233. *Geom.*), ideoque ducta GM ad IM perpendiculari, ſemidiameter objecti vera ad apparentem, ut NM ad GM (§. 209. *Optic.*) hoc eſt, ſumtis GI & IN, ad ſenſum æqualibus, pro ſinu toto, ut ſinus anguli NIM ſeu COB ad ſinum anguli GIM (§. 2. *Trigon.*); conſequenter in ratione compoſita ſinus anguli COB ad ſinum anguli GLI & ſinus anguli GLI ad ſinum anguli GIL (§. 178. 159. *Arithm.*). Sed ſinus anguli GLI ad ſinum anguli GIL, ut GI ad GL (§. 33. *Trigon.*), hoc eſt, quia GI & IM, itemque GL & LM ad ſenſum æquales ſunt, ut IM ad LM, & ſinus anguli COB ad ſinum anguli GLI ſeu CLB (§. 156. *Geom.*). vel BLO, ut BL ad BO (§. 35. *Trigon.*) hoc eſt, quia BL & CL, itemque BO & CO, ob exiguam objecti ſemidiametrum CB, ad ſenſum æquales, ut CL ad CO. Ergo ſemidiameter vera ad apparentem, in ratione compoſita IM ad LM, & LC ad CO, hoc eſt, ob LK : LM = LM : LI *per hypotheſin*, ideoque KM : LK = IM : LM (§. 193. *Arithm.*), in ratione compoſita KM ad LK & LC ad CO. *Quod erat tertium.*

Si objectum longe ultra focum diſtat, imago ejus paulo ultra eundem a lente removetur (§. 223). Quare ſi objectum foco ſit vicinum, imago ejus ultra focum principalem longius diſtabit (§. 37). In eadem vero objecti a foco principali remotioris diſtantia imago intervallo minore poſt lentem delineatur, ſi ea ſegmentum ſphæræ minoris fuerit, quam ubi majoris ſegmentum extiterit (§. 214): ergo imago foco vicini in eadem diſtantia intervallo majore poſt lentem delineatur, ſi ea ſegmentum ſphæræ minoris fuerit. Unde manifeſtum eſt rationem KM ad LK fore minorem in illo caſu (§. 205. *Arithm.*); conſequenter, cæteris manentibus iiſdem, etiam compoſitam ex KM ad LK & LC ad CO minorem eſſe in iſto caſu, quam ſi lenticula objectiva ſphæræ majoris ſegmentum fuerit (§. 180. 159. *Arithm.*). Præſtat ideo lenticulam objectivam valde exiguæ ſphæræ ſegmentum eſſe. *Quod erat quartum.*

Denique ſi lens ocularis GH parvæ fuerit ſphæræ ſegmentum, ratio ipſius KM ad LK minor eſt, quam ſi magnæ ſegmentum extiterit (§. 203. *Arithm.*); conſequenter, cæteris manentibus iiſdem, in eodem caſu compoſitam quoque ex KM ad LK & LC ad CO minorem eſſe (§. 189. 159. *Arithm.*). Objectum ideo magis amplificatur, ſi lens ocularis GH exiguæ fuerit ſphæræ ſegmentum *per demonſtrata*. Quoniam tamen lens, quæ eſt ſegmentum ſphæræ majoris, majorem imaginis partem ſubtendit, quam quæ ſegmentum minoris exiſtit, in illo caſu major campus uni obtutui patet, quam in altero. Præſtat igitur lentem ocularem GH eſſe ſegmentum ſphæræ nec nimis magnæ, nec nimis parvæ. *Quod erat quintum.*

Co-

Digitized by Google

Corollarium 1.

440. Quo magis objectum per microſcopium amplificatur, eo minor ejus pars uno obtutu comprehenditur.

Corollarium 2.

441. Eidem lenti oculari jungi poſſunt ſucceſſive diverſarum ſphæricitatum lenticulæ objectivæ, ut & objecta integra, ſed minus amplificata, & ejus partes ſigillatim tantum, ſed multum auctas per idem microſcopium contemplari liceat; quo in caſu ob diverſam imaginis diſtantiam tubum ductilitum eſſe oportet, cui lentes immittuntur.

Scholion 1.

442. *Commendatur ratio ſubdupla, itemque ſubſeſquiſexta lentis objectiva ad ocularem. Semidiametrum convexitatis in objectiva ad ſummum eſſe jubet* DECHALES (a) *digiti dimidii aut* $\frac{1}{3}$ *ejus; in oculari digiti integri, vel unius cum dimidio. Alii tamen vitrum objectivum trium digitorum, oculare digitorum ſex admittunt.* R. P. CHERUBIN (b) *vitri objectivi ſemidiametrum facit* $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ *aut* $\frac{1}{2}$ *digiti; ſemidiametrum vero vitri ocularis* $2\frac{1}{4}$, *vel* $2\frac{1}{2}$ *digiti.*

Corollarium 3.

443. Quoniam per ea, quæ ad problema 33 (§. 376) demonſtrata ſunt, diſtantia imaginis LK a lente objectiva DE major eſt, ſi lenti objectivæ ante focum ejus jungatur utrinque concava; ex demonſtratione propoſitionis præſentis colligitur, objectum magis amplificari, ſi inter lenticulam objectivam DE & ocularem GH, concava dicta ratione ponatur.

Scholion 2.

444. *Præſtantiam hujus microſcopii prædicat* Cl. JOHANNES MICHAEL CONRADI (c), *uſus lente objectiva utrinque convexa, cujus ſemidiameter 2 digitorum, apertura grani ſinapi æqualis; Lente utrinque concava 12, ad ſummum 16 digitorum & lente oculari utrinque convexa 6 digitorum.*

Corollarium 4.

445. Cum imago ad majorem diſtantiam projiciatur, quo propius lenticulæ objectivæ jungitur alia majoris ſphæræ ſegmentum (id quod facillime non modo experiri, verum etiam ex ſuperioribus principiis demonſtrare licet); ex tribus lentibus microſcopium componere licet, quod inſigniter amplificet objecta.

Corollarium 5.

446. Ex demonſtratione propoſitionis præſentis liquet, objectum magis amplificari, ſi lens ocularis fuerit minoris ſphæræ ſegmentum, ſed campum viſionis majorem eſſe, ſi eadem majoris ſphæræ ſegmentum extiterit (§. 439). Quodſi itaque duæ lentes oculares, quorum altera majoris, altera minoris ſphæræ ſegmentum, ita combinentur, ut per eas objectum valde vicinum, hoc eſt, non ultra focum primæ diſtans, videatur admodum diſtincte, & ſic combinatæ jungantur lenticulæ objectivæ; objectum & valde auctum videbitur, & major erit campus viſionis, quam ſi unica lente oculari utaris.

Corollarium 6.

447. Magis adhuc amplificabitur objectum & major ſimul haberi poterit campus viſionis, ſi lens objectiva, & ocularis geminentur (§ 443. 446).

Scholion 3.

448. *Quoniam tamen objectum videtur obſcurum, ſi lentes plures adhibeantur, quia pars aliqua radiorum in tranſitu per ſingulas lentes reflectitur: lentium multiplicatio probari nequit. Unde præſtantiſſimum inter compoſita habetur, quod ex una lenticula objectiva & duabus ocularibus* juxta Cor. 5. (§. 446) *componitur, microſcopium.*

Scholion 4.

449. DECHALES (d) *pro microſcopio ex tribus lentibus componendo commendat lentem objectivam* $\frac{1}{3}$ *vel* $\frac{1}{4}$ *digiti, lentem ocularem primam duorum digitorum aut digitorum duorum cum dimidio. Diſtare autem jubet lentes oculares intervallo 20 circiter linearum. Sed puto, diſtantiam optime per experientiam definiri eo, quem Cor. 5. (§. 446) expoſui, modo. Idem pro microſcopio 4 lentium laudat lentem objectivam 6 linearum, ocularem primam 21, ſecundam 18, tertiam 15 linearum. Deſcribit etiam* (e) *microſcopium* DEMONCONISII *ex tribus lentibus compoſiti. Lens objectiva in eo erat digiti unius cum una circiter linea, ejus apertura lineæ unius cum dimidia; lens ocularis prima digitorum duorum cum dimidio, ab objectiva quindecim digitorum intervallo remota; lens ocularis altera digiti unius cum quinque lineis, diſtans ab oculari prima, uno digito & novem lineis, oculo dimidii digiti intervallo remoto.* Cl. CONRADI (f) *teſtatur, ſe felici ſucceſſu fabricaſſe microſcopium ex lenticula objecti-*

va

(a) Diopt. Lib. II. Prop. 58. f. 720. Tom. III. Mund. Math.
(b) Diopt. Oculaire Par. 3. C. 5. f. 217.
(c) *Im Dreyfach geartetem Sehe-Strahle*, part. 3. C. 3. §. 18. p. 109.

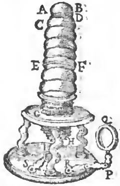
(d) Diopt. Lib. II. Prop. 58. f. 721. Tom. 3. Mund. Mathem.
(e) Diopt. Lib. II. Prop. 30. Mund. Math. Tom. 3. fol. 703.
(f) Im *Dreyfach geartetem Sehe-Strahle*, Part. 3. C. 4. §. 83. p. 113. 114.

va digiti dimidii & duobus ocularibus valde viciniis digitorum quatuor. Excellentiſſimum deprehendit, cum in locum lenticulæ objectivæ ſubſtitueret duas lentes utrinque convexas digitorum duorum aut unius cum dimidio ſe mutuo fere contingentes cum apertura vix lineæ dimidiæ. EUSTACHIUS DE DIVINIS (a) *loco lentis objectivæ utrinque convexa uſus eſt duabus lentibus plano-convexis, quarum convexitates ſe mutuo contingebant.* JOANNES FRANCISCUS GRINDELIUS AB ACH (b) *etiam pro utraque lente oculari ſubſtituit geminam utrinque convexam, quarum unius convexitas convexitatem alterius fere, non tamen prorſus contingit.* R. P. ZAHNIUS (c) *microſcopium binoculum non ſine ſucceſſu conſtruxit, idque duplici modo, quod apud ipſum videri poteſt, cum magis curioſum, quam utile ſit. Nos aliquot microſcopiorum compoſitorum fabricam externam adhuc exponemus.*

PROBLEMA 44.

450. *Microſcopia compoſita ad obſervationes inſtituendas commoda conſtruere.*

RESOLUTIO.



1. Quodſi lentium ſitus immotus eſſe poteſt (qualis eſt in microſcopio trium lentium, quod *Anglicanum* appellari ſolet), tubus BH ex ligno tornetur, ita tamen ut ex tribus partibus ABCD, CDEF & EFH conſtet, mediantibus cochleis inter ſe jungendis.

(a) Philoſoph. Tranſ. N. 42. p. 842.
(b) In Micrograph. nova, p. 7.
(c) In Oculo Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 2. §. m. 706. 707.

2. Lenticula objectiva aptetur in H, ocularis prima in EF, altera in CD: oculus vero applicetur in AB. Unde data, per problema antecedens & ejus corollaria, ſtructura interna, longitudo partium tubi facile definitur.

3. Pars ſuperior ABCD operculo muniatur, ne lens ocularis CD pulvere conſperſa vitium contrahat.

4. Pars inferior EH in cochleam deſinat, qua mediante intra fulcrum firmari & lenticula objectiva nunc objecto admoveri, nunc ab eodem removeri poſſit, prout uſus poſtulaverit.

5. Orbiculus I cum brachiolo circa centrum S mobilis, cui objecta imponenda, alteram ſuperficiem habeat albam, alteram nigram, quia objecta clara ac pellucida nigræ, objecta vero obſcurioris coloris albæ imponi conſultum eſt.

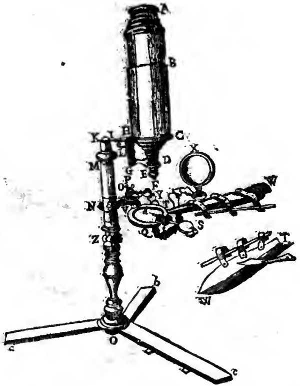
6. In R affigatur cum brachio RP ex variis articulis compoſito lens utrinque convexa Q annulo orichalceo concluſa ad objectum vel lumine ſolis, vel candelæ aut lampadis nocturno tempore illuminandum.

7. Quodſi ſitus lentium mutabilis eſſe debet, tubus ductitius ex charta conſtruendus, quemadmodum ſupra Probl. 29 (§. 337) docuimus.

8. Si tubum fulcro firmiter affixum eſſe malueris, orbiculus I microſcopio ABcirca cochleam L in gyrum acto lenticulæ objectivæ propius admovendus.



Ali-



Aliter.

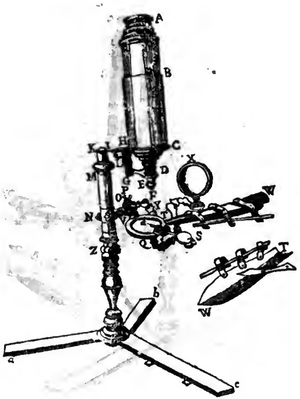
1. Fiat tubus ductitius ABC chartaceus (§. 337), eidemque in D cochlea orichalcea aptetur, ut lenticulæ oculares diverſæ ſphæricitatis ibidem firmari poſſint, prout magis, aut minus amplificari debet diameter objecti (§. 441), tum etiam ut tubus microſcopicus AE ipſe ad pedamentum ſuum firmari queat.

2. Eum itaque in finem paretur ex orichalco annulus D cochlea fœmina inſtructus & laminæ EGH ad angulum rectum incurvatæ cohærens. Eidem vero laminæ afferruminetur in H cochlea fœmina alia, quæ

3. Cochleam I globuli orichalcei K intra matricem M mobilis recipiat, cochleola L impediente, ne tubus brachio forſan impingente vacillet.

4.

Digitized by Google

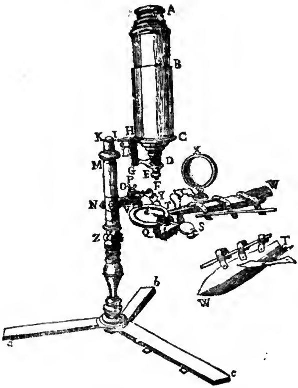


4. Jam ut objectum lenticulæ objectivæ admoveri poſſit, quantum ſufficit; ex lamina orichalcea fiat tubulus N mediante cochlea nunc coarctandus, nunc laxandus, prout uſus poſtulaverit.

5. Eidem afferruminentur duæ laminæ O exiguo intervallo a ſe invicem diſtantes, inter quas immittendum brachium perforatum annuli Q cum orbiculo vitreo, mediante cochlea V in hoc ſitu firmandum. Imponuntur autem orbiculo vitro objecta pellucida & fluidorum guttulæ, in quibus animalcula obſervare libuerit.

6. Ad objecta alia applicanda inſervit orbiculus S, cûjus altera ſuperficies candida, altera nigra, & acicula *d*: quem in finem non modo ſtylus *dS* huc

Digitized by Google



huc illucque protrudi & vi lamellæ chalybeæ elaſticæ *e* in ſitu ſuo firmiter retineri, ſed & ſuſtentaculum ſtyli circa axem ſuum moveri poteſt.

7. Si circulationem ſanguinis in piſciculo obſervare volueris, inſtrumentum TW annulo Q aptandum.

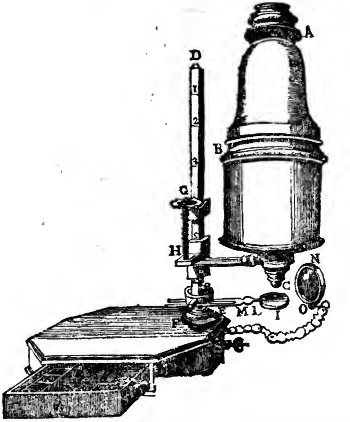
8. Ad illuminandum objecta inſervit lens utrinque convexa X mediante brachio plicatili Y in omnem ſitum facile diſponenda & ope coch'eæ P ad pedamentum microſcopii firmanda.

9. Columellæ eburneæ partes duæ in Z ita jungantur, ut microſcopium, ſi commodum fuerit, inclinari poſſit.

10. Baſis denique triangularis *abc* ita conſtruenda, ut inſpectio figuræ docet, quo perinde ac partes reliquæ, ſi quando commodum fuerit viſum re-

moveri ac in capſa modicæ magnitudinis totum inſtrumentum reponi & de loco in locum tranſportari poſſit.

11 Quomodo lentes in tubo ſint diſponendæ, ex ſuperioribus (§. 439) ſatis manifeſtum.



Aliter.

Cum in ſtructura præcedente ſatis ingenioſa id deſiderari poſſit, quod diſtantia objecti a lente objectiva paulo difficilius inveniatur, eidem jungere placet aliam artificis inſignis *Angli* MARSCHALLI, ubi directio objecti admodum expedita.

1. Tubi, cui lentes oculares in A & B immittuntur, objectiva vero in C aptatur, conſtructio partim ex Probl. 29 (§. 337), partim ex inſpectione

ne figuræ ſatis manifeſta.

2. Columella DE mediante globo E intra matricem F mobilis, ut microſcopium in quemlibet ſitum diſponere liceat.

3. Eadem in tot partes 1, 2, 3, 4, 5 &c. diviſa, quot ſphæricitatum lenticulis uti libuerit in contemplandis objectis, ut citra difficultatem diſtantia objecti a lente objectiva inveniri poſſit.

4. Cum vero ita non ſatis exacte determinetur, mediante cochlea GH tubus objecto adeo prope admoveri poteſt, quantum ſufficit.

5. Objecta vel imponantur orbiculo I, vel infigantur aut aptentur ad inſtrumenta illis ſimilia, quæ ſupra (§. 421) deſcripſimus, ſtylo eorum per tubulum LM trajecto.

6. Denique ad illuminandum objectum in convenientem ſitum diſponatur lens utrinque convexa NO eo modo ad pedamentum microſcopii aptanda, qui ex inſpectione figuræ ſatis manifeſtus.

S C H O L I O N.

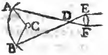
451. *Alias microſcopiorum fabricas excogitarunt* REV. P. PHILIPPUS BONANNI (a) & CL. CHRISTIANUS GOTTLIER HERTELIUS (b): *ſed prolixum nimis foret omnes deſcribere*. HERTELIANUM *deſcribitur etiam in* Actis Eruditorum (c).

P R O B L E M A 45.

452. *Microſcopium reflectens conſtruere*.

R E S O L U T I O.

1. Prope focum ſpeculi concavi AB collocetur objectum minutum C, ut imago ejus ipſo major formetur in D (§. 253. *Catoptr.*).



2. Jungatur ſpeculo lenticula utrinque convexa EF, ita ut imago D ſit in foco ejus.

Videbit ergo oculus imaginem inverſam (§. 252. *Catopt.*) ſeipſa majorem atque diſtincte (§. 407); conſequenter objectum magis auctum apparebit, quam per lenticulam ſolam.

S C H O L I O N.

453. *Microſcopii hujus inventor eſt vir incomparabilis* ISAACUS NEVVTONUS (d). *Sed verendum videtur, ne objecta appareant minus clara, niſi quis ſpeculo concavo metallico nitorem conciliare, conciliatum conſervare docuerit: quo facto geminus ſucceſſus ſperandus, quem experimur in teleſcopio catadioptrico* (§. 380).

P R O B L E M A 46.

454. *Teleſcopium quodlibet in microſcopium convertere*.

R E S O L U T I O.

Quia imago objecti foco vicini longiori intervallo a lente diſtat, quam remoti (§. 226), eadem vero in foco vitri ocularis conſtitui debet (§. 439); teleſcopium erit microſcopium, ſi lentem objectivam majori intervallo ab oculari removeris, quod per experientiam haud difficulter definitur.

C O R O L L A R I U M.

455. Quia diſtantia imaginis varia pro diverſa objecti a foco diſtantia (§. 226), magnitudo vero imaginis major eſt, ſi ejus a lente objectiva diſtantia major (§. 245); eundem tubum in microſcopia diverſimode diametrum objecti multiplicantia ſucceſſive convertere licet (§. 439).

(a) Micrograph. curioſ. C. 4 p. 26. & ſeqq.
(b) In novo invento microſcopii.
(c) Menſe Julio, A. 1783. p. 316. & ſeqq.
(d) Philoſoph. Tranſact. N. 80. p. 380.

PROBLEMA 47.

456. *Microſcopia optima parare vel ſibi comparare.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam multiplex refractio in tranſitu luminis per plures lentes officit viſioni claræ, lentibus quippe ſingulis aliquam luminis partem reflectentibus; microſcopia ſimplicia ceteris paribus præferantur compoſitis & minus compoſita magis compoſitis.
2. Quia ad diſtinctam viſionem non modo requiritur, ut imago ſit magna, verum etiam ut ſit ſatis clara; lenticulæ accurate elaboratæ præferantur ſphærulis (§. 426), inprimis cum clariora ſphærulis exhibeant objecta ob polituram eximiam, etiamſi non magis quam ſphærulæ amplificent objecta (§. 431).
3. Lenticulæ omni diligentia elaboratæ ad contemplationem eorundem objectorum adhibeantur & quæ objecta magis clare & diſtincte ceteris repræſentant, ſeligantur.
4. Obſervationes propriæ ope alicujus microſcopii factas comparentur cum obſervationibus ab autoribus factis, quorum microſcopia & in obſervando dexteritas celebrantur: ita enim innoteſcet, quam prope ad illorum microſcopia accedant, ex quibus aliquod ſeligendum.

SCHOLION.

457. *Hoc pacto* LEEUVVENHŒKIUS, *qui in obſervationibus microſcopicis parem vix habet, ſuperiorem neminem, microſcopia exquiſitiſſima adeptus, non aliis unquam uſus niſi lenticulari-bus iiſque ſimplicibus* (a).

CAPUT VIII.

De Machinis quibuſdam aliis, præſertim Catoptrico-Dioptricis.

DEFINITIO 34.

458. PEr *Machinam catoptrico-dioptricam* intelligo talem, quæ ſpeculis & lentibus componitur.

SCHOLION.

459. *Tales igitur ſunt, quas ſuperius jam deſcripſimus, cameræ obſcuræ, in quibus ſpeculorum ope ſpecies objectorum eriguntur* (§. 234), *lucerna lumen valde intenſum projiciens* (§. 208), *tubus* HUGENIANUS (§. 360), *teleſcopium reflectens* NEVVTONIANUM (§. 376) *& microſcopium reflectens itidem* NEVVTONIANUM (§. 452).

DEFINITIO 35.

460. *Polemoſcopium* eſt tubus recurvus ad ſpectanda objecta oculo non in directum jacentia idoneus.

SCHOLION.

461. *Inventor ejus eſt* JOHANNES HEVELIUS (b), *qui A.* 1637. *in id incidit & hoc nomen eidem impoſuit, quia in bello ejus eſſe poteſt uſus.*

DE-

(a) Philoſoph. Tranſact. N. 380. p. 451.
(b) Selenograph. Prolegom. f. 24. & ſeqq.

Digitized by Google

DEFINITIO 36.

462. *Vas hydromanticum* eſt vas aqua plenum, imagines objectorum foris exiſtentium in aqua innatantes exhibens.

SCHOLION.

463. *Spectaculi hujus jucundi Inventor eſt* R. P. ZAHN *ſæpius jam nobis laudatus* (a).

DEFINITIO 37.

464. *Laterna Magica* eſt laternæ quoddam genus, imagines exiguas, in oppoſito pariete quantumlibet auctas depingens.

DEFINITIO 38.

465. *Helioſcopium* eſt tubus aſtronomicus, per quem ſolem contemplari licet.

DEFINITIO 39.

466. *Polyoptrum* eſt tubus, per quem objectum videtur multiplicatum: ſed minutum.

PROBLEMA 48.

467. *Helioſcopium conſtruere*.

RESOLUTIO.

Quoniam per vitra colorata citra oculi læſionem ſolem intueri licet; non alia te opus eſt, quam ut lens tam objectiva, quam ocularis ex vitro colorato fiat, illa e. gr. ex rubro, hæc ex viridi. Neceſſe autem eſt, ut vitra ſint ſatis pellucida, nec inæqualiter colorata.

Aliter.

HEVELIUS, cum intelligeret, raro vitra colorata pellucida & æqualiter colorata haberi poſſe, duo vitra plana quodomolibet colorata interjecta charta cum exiguo foramine vel filo, vel glutine (quo in poliendis vitris utimur) firmiter connectere & in tubo ibidem, ubi oculus admovetur, applicare maluit (b).

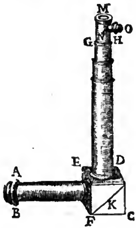
Aliter.

Vitrum oculare tubi aſtronomici ſuper candela accenſa fuligine inficiatur: ita eum in helioſcopium convertes. Vel præſtat vitrum fuligine infectum alteri puro jungere, annulo chartaceo craſſiori interjecto, & inter oculum & vitrum oculare conſtituere.

PROBLEMA 49.

468. *Pelemoſcopium conſtruere*.

RESOLUTIO.

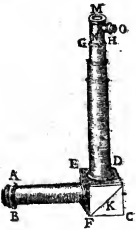


Teleſcopium quodlibet erit polemoſcopium, ſi tubus fiat recurvus inſtar ſiphonis rectanguli ABDM & inter lentem objectivam AB & ocularem primam GH (ſi plures fuerint) ita collocetur ſpeculum planum in K, ut ipſum quidem ad horizontem inclinetur ſub an-

(a) Ocul. Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 2. Tech. 7. f. m. 694.

(b) Selenogr. Prolegm. f. 21.

Digitized by Google



angulo ſemirecto, imago vero reflexa fit in foco ocularis vitri GH. Ita nimirum objecta lenti AB oppoſita perinde apparebunt, ac ſi ſpeculum K abeſſet & lens objectiva cum objectis in directum jaceret vitris ocularibus, vi eorum, quæ ſuperius (§. 360) demonſtrata ſunt.

Corollarium.

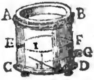
469. Quodſi in O introſpicere libuerit, non in M, ſpeculum planum alterum N adjungi poteſt eo, quem ſupra expoſuimus (§. 360) modo.

Problema 50.

470. *Vas hydromanticum conſtruere.*

Resolutio.

1. Fiat vas cylindricum ABDC per diaphragma vitreum EF non prorſus politum in duas cavitates diviſum.



2. in G applicetur lens utrinque convexa & in H inclinetur ſpeculum planum figuræ ellipticæ ſub angulo ſemirecto, ſitque IH & HG diſtantia foci lentis G paulo minor, ita ut locus imaginum objectorum per eam radiantium ſit intra cavitatem vaſis ſuperiorem.
3. Cavitas inferior intus denigretur, ſuperior autem aqua limpida repleatur.

Quodſi jam in loco ſuboſcuro vas collocetur ita ut lens objecto a ſole colluſtrato obvertatur; imaginem ejus in aqua natantem videbis (§. 233).

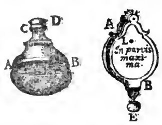
Scholion.

471. *Vas hydromanticum eſſe quandam cameræ obſcuræ ſpeciem, ſatis liquet, ſi ejus ſtructuram cum ſtructura hujus (§. 233) conferre libuerit.*

Problema 51.

472. *Polyoptrum conſtruere.*

Resolutio.



1. In vitro utrinque plano AB, cujus diameter 3 circiter digitorum, excaventur ſegmenta ſphærica, quorum latitudo vix quintam digiti partem adæquat. Quodſi enim vitrum ſufficienter ab oculo removeris, donec cavitates omnes uno obtuto comprehendas, veluti per totidem vitra ca-

va

va, objectum idem toties videbis, quot ſunt cavitates, idque valde minutum (§. 293).

2. Vitrum hoc objectivum aptetur in tubo ABCD, apertura AB diametro ejus æquali, altera vero CD tanta exiſtente quanta latitudo vitri ocularis (e. gr. unius circiter digiti). Longitudo vero tubi AC tanta eſſe debet, quanta eſt diſtantia vitri ocularis ab objectivo, per experientiam facile definienda.

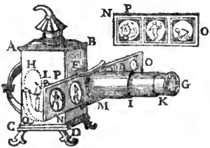
3. In CD aptetur vitrum oculare convexum vel ejus loco meniſcus, habens diſtantiam foci principalis paulo majorem longitudine tubi, ut nempe punctum, ex quo radii poſt refractionem in lente objectiva factam divergunt, in foco ipſius exiſtat.

Quodſi oculum ad vitrum oculare propius admoveris, objectum unicum toties videbis, quot cavitates vitro objectivo ſunt intritæ ſed magnitudine minuta.

PROBLEMA 52.

473. *Laternam magicam conſtruere.*

RESOLUTIO.



1. Ex lamina ferrea ſtanno obducta paretur laterna ABCD cum tubo ductitio FG prorſus ut in Probl. 19 (§. 208).

2. In H conſtituatur ſpeculum metallicum concavum e diametro unius pedis ad ſummum, ad minimum e diametro 4 digitorum. Vel ejus loco prope extremitatem tubi aptetur lens convexa, quæ ſit ſegmentum ſphæræ exiguæ, cujus ſcilicet diameter paucorum digitorum.

3. In foco ſpeculi concavi vel lentis collocetur lampas L cum ellychnio goſſypino ſpiſſiore.

4. Tubo ad januam laternæ afferruminato inſeratur lens utrinque convexa, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum, ſeu focum habeat 3 circiter digitis diſtantem.

5. Tubi ejuſdem pars extrema FM ſit quadrata & crena latiore utrinque inſtructa, per quam aſſerculus quadratus oblongus NO commode trajici & hunc illucque moveri poſſit.

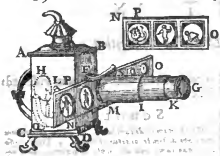
6. In aſſerculo fiant foramina rotunda P unius vel alterius digiti; ita tamen ut in parte averſa cavitates ſint quadratæ.

7. Pro amplitudine foraminis delineetur in vitro plano quadrangulari ac tenui orbiculus & in eo coloribus aqueis ac pellucidis pingatur imago quæcunque.

Quodſi imaginem cavitati aſſerculi immiſſam & inverſam ita conſtituas, ut non procul a foco lentis I diſtet; in oppoſito pariete albo prodigioſa magnitudine, ſuis cum coloribus, ſitu erecto, in loco obſcuro depingetur.

De-

Digitized by Google



DEMONSTRATIO.

Quoniam lampade in foco ſpeculi concavi vel vitri alicujus convexi collocata radii paralleli propagantur (§. 224 *Catoptr.* & §. 203. *Dioptr.*), imago multo lumine illuſtratur (§. 213. *Catoptr.* & 86. *Opt.*), ideoque multos radios in lentem I emitit. Quoniam vero prope focum lentis I collocatur *per hypoth.* ex demonſtratione Probl. 43. (§. 439) manifeſtum eſt, quod picturæ inverſæ imago inverſa, ipſaque multo major, poſt refractionem in lente I factam in oppoſito pariete formari debeat, tanto nempe major, quo minoris ſphæræ ſegmentum lens fuerit, & quo propius pictura foco lentis admovetur. In loco igitur obſcuro pictura prodigioſa magnitudine, & ſatis clare repræſentatur. *Q. e. d.*

Aliter.

Factis ſingulis, quæ ante præcepimus, tubo ductitio FG inſeratur lens altera convexa K, quæ ſit paulo majoris ſphæræ ſegmentum quam I. Quodſi enim pictura lenti I propius admoveatur, quam in diſtantia foci, radii divergentes ita propagantur, ac ſi ex P emanarent. Quare ſi lens K ita conſtituatur, ut locus P ſit foco ejus valde vicinus, eodem, quo ante, modo patet, imaginem pictura multo majorem in oppoſito pariete exhibitum iri.

SCHOLION I.

474. *Ad lumen intendendum ſpecula præferuntur lentibus, quia focus minori intervallo removetur a ſpeculo quam a lente* (§. 209. Catoptr. & §. 168. 193. Dioptr.).

SCHOLION 2.

475. DECHALES (a) *lentem primam* I *probat, ſi fuerit e diametro* 2, 4 *aut* 5 *digitorum & ad alteram* K *in ratione ſubdupla, e. gr. ſi* I *fuerit* 5 *digitorum, ut* K *ſit* 10 *digitorum. Speculi diameter juxta eundem* 2 *digitorum eſſe debet.* ZAHNIUS (b) *lentem* I *jubet eſſe ex diametro* $\frac{9}{10}$ *unius pedis & lentem* K *ex diametro unius pedis &* $\frac{1}{2}$; *in majoribus illam ex diametro unius pedis &* $\frac{1}{4}$, *hanc ex diametro pedum duorum &* $\frac{1}{2}$. *Enimvero in genere notandum eſt, quæcunque in inſtrumentis dioptricis de vitrorum proportionibus dicta ſunt, non ita præcipi, quaſi iis ſtricte ſit inhærendum, ſed ut facilius ad vitrorum commodam combinationem in praxi perveniri detur.*

SCHOLION 3.

476. *Quodſi animalcula quædam eo artificio includas, quod ſupra in microſcopiorum doctrina expoſuimus* (§. 424) *vel etiam objecta alia transparentia ſelenitidis folio agglutinata in imaginum loca ſubſtituas; laterna magica microſcopii vicem præſtabit.*

SCHOLION 4.

477. *Denique ſi eundem tubum cum ſuis vitris convexis & imaginibus ad foramen cameræ obſcuræ applices; in ea quoque repræſentationes ad lumen ſolare fieri poterunt.*

(a) Dioptr. Lib. II. C. 20. f. 668. Tom. III. Mund. Mathem.
(b) In Oculo Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 5. f. 718.

CAPUT

CAPUT IX.

De Perſpicillis & Dioptrica Analytica.

DEFINITIO 40.

478. *Perſpicilla* dicuntur lentes dioptricæ, quibus utimur ad corrigenda optica oculorum vitia. Dicuntur etiam *conſpicilla*.

THEOREMA 78.

479. *Myopibus conveniunt perſpicilla concava, ſive plano-concava fuerint, ſive utrinque concava.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam objecta remota per radios ad ſenſum parallelos (§. 93 *Optic.*), vicina per divergentes in oculum radiant (§. 59 *Optic.*); myopes vero vicina diſtincte, remota nonniſi confuſe vident (§. 384 *Optic.*); iidem non vident diſtincte niſi per radios divergentes, confuſe vero per parallelos. Quamobrem cum lentes tam plano-concavæ (§. 280), quam utrinque concavæ radios parallelos per refractionem efficiant divergentes (§. 282), ut perinde ſit ac ſi ab objecto vicino venirent; moypes per perſpicilla cava, ſive fuerint plano-concava, ſive utrinque concava, objecta remota diſtincte videre poſſunt. Medetur itaque perſpicillum iſtiuſmodi ipſorum vitio (§. 384. *Optic.*); conſequenter myopibus conveniunt perſpicilla concava, ſive plano-concava fuerint, ſive utrinque concava. *Q. e. d.*

DEFINITIO 41.

480. *Magis Myops* dicitur, qui ad minorem diſtantiam objectum vide tdiſtincte.

SCHOLION.

481. *Ponamus diſtantiam, ad quam collocatum objectum diſtincte videtur primum a* Titio, *eſſe ad diſtantiam, qua ab oculo* Sempronii *idem removeri debet, ut diſtincta evadat viſio, in ratione dupla; erit* Sempronius *magis myops quam* Titius.

THEOREMA 79.

482. *Magis myopi conveniunt perſpicilla minoris diametri ſeu radii; aſt minus myopi perſpicilla majoris diametri ſeu radii.*

DEMONSTRATIO.

Perſpicilla enim minoris diametri aut radii radios parallelos, ideoque ab objecto remoto advenientes (§. 93 *Opt.*), efficiunt magis divergentes, quam quæ ſunt diametri aut radii majoris (§. 280. 284). Quamobrem cum magis myops ad minorem diſtantiam objecta videat diſtincte (480), ideoque magis myopem per radios magis divergentes diſtincte videre conſtet, quam minus myopem; perſpicilla minoris diametri conveniunt magis myopi, quæ vero ſunt majoris diametri minus myopi. *Q. e. d.*

PROBLEMA 53.

483. *Determinare ſemidiametrum perſpicilli utrinque concavi, vel diametrum plano-concavi pro myope quocunque.*

(a) In Oculo Artific. Fund. 3. Synt. 5. C. 5. §. 718

Digitized by Google

Resolutio.

Removeatur objectum aliquod ab oculo, quoad abſque ullo incommodo diſtincte videri poteſt, ut appareat, quanto diſtare ab oculis intervallo debeat objectum, ut diſtincte a myope, cujus vitio mederi volueris, videri poſſit.

Dico hanc ipſam diſtantiam eſſe diametrum perſpicilli plano-concavi, vel ſemidiametrum utrinque concavi oculo myopis applicandi.

Demonstratio.

Quoniam enim objecta remota radiant per parallelos radios (§. 93 *Opt.*), ſi perſpicillum fuerit plano-concavum, punctum diſperſus refractorum diametri concavitatis intervallo ab eodem diſtat (§. 280); ſi vero fuerit utrinque concavum, idem ſemidiametri concavitatis intervallo abeſt (§. 285. Enimvero in caſu priori, diſtantia objecti a myope diſtincte videndi diametro concavitatis; in poſteriori autem ſemidiametro ejuſdem æqualis *per conſtruct.* Ergo objectum remotum a myope in caſu priore diſtincte videtur per perſpicillum plano-concavum: in poſteriore autem per utrinque concavum. *Q. e. d.*

Scholion.

484. *Quodſi perſpicillum ponatur inæqualiter concavum, diameter concavitatis unius pro arbitrio aſſumenda, quemadmodum ex problemate ſequente apparet.*

Problema 54.

485. *Data diſtantia ad quam myops diſtincte videt objectum, invenire ſpecillum utrinque inæqualiter concavum myopi conveniens ad diſtincte videndum objecta remota.*

Resolutio.

Sit diſtantia data $= d$, ſemidiameter concavitatis unius $= x$, alterius $= y$. Quoniam illa diſtantia æqualis eſt diſtantiæ puncti diſperſus, quemadmodum ex demonſtratione propoſitionis præcedentis patet; erit (§. 284.).

$$x + y : 2x = y : d$$

$$2xy = dx + dy$$

$$2xy - dy = dx$$

$$y = \frac{dx}{2x - d}$$

Quodſi ergo ſemidiameter concavitatis unius x pro arbitrio aſſumatur, altera y per regulam trium invenitur inferendo ſcilicet:

Ut differentia diſtantiæ, ad quam myops diſtincte videt objecta, a diametro concavitatis unius ad eandem diſtantiam; ita ſemidiameter iſtius concavitatis, ad ſemidiametrum concavitatis alterius.

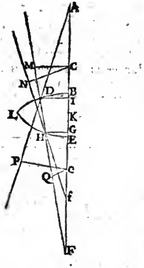
Scholion.

486. *Quoniam quæ de perſpicillis presbytarum demonſtranda ſunt, ex theoria ſuperiori non ſine ambagibus deducerentur; igitur placet præmittere, quæ ad dioptricam analyticam ſpectant. Etſi enim in ſuperioribus quoque uſi fuerimus hinc inde analyſi ad demonſtrationes vel contrahendas, vel facilitandas; poteſt tamen focus, & punctum diſperſus generali quadam formula determinari, ut ſpecialia theoremata ex eadem per modum corollariorum deducantur.*

Problema 55.

487. *Invenire diſtantiam foci a lente Ef* (Vid. Fig. pag. ſeq.) *in quo radii poſt duplicem refractionem in lente utrinque, ſed inæqualiter convexa concurrunt.*

Digitized by Google



R E S O L U T I O.

Sit axis lentis KL recta AF, radius incidens AD, centrum convexitatis inferioris C, ſuperioris c. Sit F punctum, ad quod tendit radius poſt primam refractionem in D paſſam, f vero focus, ſeu punctum, in quo poſt alteram refractionem in H factam axi occurrit. Ex centro c demittantur in radium in ſuperiorem convexitatem incidentem & in radium ſemel refractum, perpendiculares cP & cQ, itemque ex centro C in radium ſemel refractum FM & bis refractum fN perpendiculares CM & CN; tandem ex H & D perpendiculares ad axem DI & HG. Quoniam radius AD ab axe parum diſtat, ideoque angulus A contemtibilis parvitatis exiſtit; erit ID etiam ad AD & GH ad FH perpendicularis. Ex eadem ratione AD=AB=AI, DF=IF=BF, HF=EF=GF & Hf=Ef=Gf.

Sit jam AB $= d$, Bc $= a$, EC $= b$, BE $= f$, BF $= x$, EF $= v$, Ef $= z$, cP $= r$, CM $= t$: erit Ac $= d + a$, FC $= v + b$, Fc $= x - a$, fC $= b + z$.

Quoniam ſumto cD pro ſinu toto, cP eſt ſinus anguli inclinationis cDP (§. 12. *Dioptr.* & §. 7. *Trigon.*) & cQ ſinus anguli refracti cDF (§. 14. *Dioptr.* & §. 2. *Trigon.*); erit cP : cQ $= 3 : 2$ (§. 26), ideoque cQ $= \frac{2}{3} r$. Similiter cum CM ſit ſinus anguli inclinationis in egreſſu CHM & CN ſinus anguli refracti ibidem CHN; ideoque CM : CN $= 2 : 3$ (§. 41.); erit CN $= \frac{3}{2} t$.

Quia ID & cP perpendiculares ad eandem tertiam AP *per demonſtr.* erunt inter ſe parallelæ (§. 256. *Geom.*), ideoque (§. 268. *Geom.*).

$$Ac : cP = AI : ID$$

$$d+a : r = d : \frac{dr}{d+a}.$$

Similiter quia ID & cQ parallelæ (§. 256. *Geom.*); erit (§. 268. *Geom.*),

$$FI : ID = Fc : cQ$$

$$x : \frac{dr}{d+a} = x - a : \frac{2}{3} r$$

Unde $$\frac{drx - adr}{d+a} = \frac{2}{3} rx$$

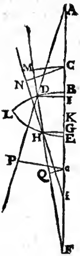
$$3drx - 3adr = 2rdx + 2arx$$

$$drx - 3adr = 2arx$$

$$drx - 2arx = 3adr$$

$$x = \frac{3ad}{d-2a}$$

Porro cum CM ſit ipſi GH parallela (§. 256.); erit (§. 268. *Geom.*



$$FC : CM = FG : GH$$
$$v+b : t = v : \frac{tv}{b+v}$$

Denique quia CN ipſi GH parallela (§. 256. *Geom.*); erit (§. 268. *Geom.*).

$$fC : CN = fG : GH$$
$$b+z : \frac{3}{2}t = z : \frac{tv}{b+v}$$

$$\frac{3}{2}tz = \frac{btv+ztv}{b+v}$$

$$3btz + 3tzv = 2btv + 2tzv$$

$$3bz = 2bv - zv$$

$$\frac{3bz}{2b-z} = v = x - f$$

$$\frac{3bz}{2b-z} + f = x = \frac{3ad}{d-2a}$$

$$3bdz - 6abz + (2b-z)(df-2af) = 6adb - 3adz$$

hoc eſt

$$3bdz - 6abz + 2bdf - dfz - 4abf + 2afz = 6adb - 3adz$$

$$3adz + 3bdz - 6abz + 2afz - dfz = 6adb + 4abf - 2bdf$$

$$z = \frac{6adb + 4abf - 2bdf}{3ad + 3bd - 6ab + 2af - df}$$

Quodſi craſſities lentis f reſpectu radiorum a & b atque diſtantiæ puncti radiantis d fuerit parvitatis contemnendæ, queamdmodum plerumque accidit & in demonſtrationibus dioptricis ſupponi ſolet; erit

$$Ef = \frac{6adb}{3ad + 3bd - 6ab}$$
$$= \frac{2abd}{ad + bd - 2ab}$$

Corollarium 1.

488. Si lens fuerit utrinque æqualiter convexa, erit $a = b$, ideoque $Ef = \frac{2a^2d}{2ad-2aa} = \frac{ad}{d-a}$ Unde $d - a : d = a : Ef$, hoc eſt, ut differentia ſemidiametri convexitatis a diſtantia, quam habet punctum radians a lente, ad hanc ipſam diſtantiam; ita ſemidiameter convexitatum ad diſtantiam foci a lente.

Scholion.

489. *Cum ſemidiameter convexitatum ſit diſtantia foci principalis, punctum vero radians in lentem radios per radios divergentes; corollarium hoc etiam ita efferri poteſt*: ut differentia diſtantiæ foci principalis a diſtantia puncti divergentiæ ad diſtantiam priorem, ita diſtantia poſterior ad diſtantiam foci minus principalis.

Corollarium 2.

490. Quodſi punctum radians minore intervallo a lente diſtet quam ſemidiametri convexitatum; erit $a > d$, ideoque $ad : (d - a)$ quan-

quantitas negativa (§. 33. *Analyſ. fin.*); conſequenter focus cadit in eam partem, ad quam eſt punctum radians, ideoque virtualis eſt, ſeu radii ex eodem diſperguntur poſt duplicem refractionem. Eſt vero quemadmodum ante (§. 488): ut differentia ſemidiametri convexitatum ſeu diſtantiæ foci principalis & diſtantiæ puncti radiantis, ita diſtantia foci parallelorum ad diſtantiam puncti diſperſus ſeu foci virtualis minus principalis.

Corollarium 3.

491. Si lens fuerit plano-convexa, ſemidiameter convexitatis unius b evadit infinita; ideoque in formula $\frac{2abd}{ad + bd - 2ab}$ quantitas ad reſpectu ceterarum evadit infinite parva, conſequenter nihilo æqualis (§. 3. *Analyſ. infin.*). Habemus ideo pro diſtantia foci radiorum ab axe divergentium ſeu minus principalis, $\frac{-2abd}{bd - 2ab}$ ſeu $\frac{2ad}{d - 2a}$. Quamobrem & in hoc caſu, ut differentia diametri convexitatis a diſtantia puncti divergentiæ ſeu puncti radiantis ad hanc ipſam diſtantiam, ita diameter convexitatis, hoc eſt, diſtantia foci principalis ad diſtantiam minus principalis; quemadmodum ſupra demonſtravimus (§. 214).

Corollarium 4.

492. Quodſi etiam hic punctum radians per radios divergentes fuerit inter lentem & focum principalem ſeu a lente minore intervallo diſtet, quam focus principalis, erit $2a > d$; conſequenter patet ut paulo ante formulam eſſe negativam, ideoque poſt duplicem refractionem radios diſpergi. Eſt autem denuo, ut differentia diſtantiæ puncti radiantis a diametro convexitatis ſeu diſtantia foci principalis ad diſtantiam priorem, ita diameter convexitatis ſeu diſtantia foci principalis ad diſtantiam puncti diſperſus, ex quo poſt duplicem refractionem divergunt radii, ſeu diſtantiam foci virtualis minus principalis.

Corollarium 5.

493. Sive igitur lens fuerit plano-convexa, ſive utrinque æqualiter convexa, radii ex puncto inter lentem & focum principalem in axe conſtituto divergentes poſt duplicem refractionem ita diſperguntur, ut diſtantia puncti diſperſus ſit ad diſtantiam foci principalis, uti diſtantia puncti divergentiæ ad differentiam ejus a diſtantia foci principalis (§. 490. 492. *Diop.r.* & §. 173. *Arith.*), ideoque lentium convexarum, ſive plano-convexæ, ſive utrinque æqualiter convexæ fuerint, ea eſt proprietas, quod radios ex vicinia advenientes ita inflectant ac ſi è puncto remotiori emanaſſent.

Scholion.

494. *Atque hæc eſt illa ipſa proprietas, qua nititur uſus perſpicillorum convexorum pro preſbytis: quæ cum per dioptricam analyticam citra difficultatem pateat, ex principiis autem ſuperioribus difficulter demonſtretur, quemadmodum ex* HUGENII *demonſtratione ſynthetica palam fit* (a); *analytice demonſtrari debuit, ut rectius pateat, quam amplus ſit dioptricæ analyticæ uſus, & quantum conducat illis, qui brevi labore omnem theoriam complecti voluerint.*

Corollarium 6.

495. Quoniam b eſt radius convexitatis inferioris CE; ſi b ſupponatur quantitas infinita, convexitas lentis plano-convexæ puncto radianti opponitur. Quod ſi vero a ſeu ſemidiameter convexitatis ſuperioris cB fuerit infinita, ſuperficies lentis plana objecto obvertitur. In caſu poſteriori cum diſtantia foci minus principalis ſit $2bd : (d - 2b)$ & ubi $2b > d$, focus minus principalis tantummodo virtualis eſt; perinde eſſe apparet, ſive lentis plano-convexæ planities, ſive convexitas puncto radianti ex quo radii divergunt, obvertatur (§. 49.) & ſeqq.

Corollarium 7.

496. Si vitrum fuerit utrinque planum erit uterque radius convexitatis infinitus, hoc eſt, tam a, quam $b = \infty$, conſequenter foci diſtantia $\frac{2abd}{-2ab} = -d$. Cadit ideo, ob ſignum negativum, focus verſus eam partem, ad quam eſt punctum radians, ideoque nonniſi virtualis eſt, & diſtantia ejuſdem a vitro eſt æqualis diſtantiæ puncti radiantis, hoc eſt, radii poſt refractionem adhuc ex eo puncto divergunt, ex quo ante refractionem divergebant; conſequenter ſitus eorum ad ſe invicem per refractionem in lente non immutantur.

Corollarium 8.

497. Si radii ſint paralleli, diſtantia puncti radiantis d infinita evadit, ideoque $2ab$ reſpectu quantitatum ceterarum evaneſcit, conſequenter diſtantia foci principalis $\frac{2abd}{ad + bd} = \frac{2ab}{a + b}$ hoc eſt, ſumma ſemidiametrorum convexitatis eſt ad diametrum alterutram, ſicut ſemidiameter altera ad diſtantiam foci principalis, ſicuti ſupra demonſtratum (§. 389).

Co-

(a) Dioptr. Prop. 2c. p. 67. & ſeqq. Opuſc. Poſth.

COROLLARIUM 9.

498. Quodſi porto lens fuerit utrinque æqualiter convexa; hoc eſt, ſi $a = b$; erit diſtantia foci principalis $= \frac{2a^2}{2a} = a$, hoc eſt, ſemidiametro convexitatis æqualis, quemadmodum itidem ſupra evicimus (§. 193).

COROLLARIUM 10.

499. Si vero fuerit ſemidiameter alterutra, veluti b, infinita, erit diſtantia foci principalis $\frac{2ab}{b} = 2a$, vel ſi a ponatur infinita, $= \frac{2ab}{a} = 2b$, hoc eſt, diametro æqualis; ſive ſuperficies convexa, ſive concava puncto radianti opponatur: id quod denuo convenit iis, quæ in ſuperioribus demonſtrata ſunt (§. 192. 196).

SCHOLION

500. *Eadem formula facile quoque applicatur ad meniſcos & vitra concava, mutatis tantummodo ſignis, quemadmodum ex ſequentibus apparet.*

COROLLARIUM 11.

501. Quodſi lens fuerit utrinque concava, centrum concavitatis ſuperioris eſt ſuperius, inferioris inferius, ideoque uterque radius fit in formula negativus. Quamobrem ſi pro a & b ſubſtituas $-a$ & $-b$; prodit diſtantia foci $\frac{2abd}{-ad-bd-2ab}$: qui valor cum ſit negativus, evidens eſt, focum eſſe nonniſi virtualem. Nempe focus virtualis eodem intervallo diſtat a lente concava, quo focus ſeu punctum concurſus in convexa (§. 487).

SCHOLION.

502. *Nimirum ſi valores negativi ſumantur ut poſitivi (id quod in determinanda diſtantia foci principalis fieri debet, cum ſignum negativum tantummodo indicet foci diſtantiam ſumendam eſſe ex altera parte, ſcilicet hic ante lentem) terminus ultimus* 2 ab *retinet ſignum negativum, quod habet ex formula, non ex valore radiorum* a & b *negativo* (§. 34. Analyſ.).

COROLLARIUM. 12.

503. Quodſi jam fiat $a = b$, ſeu lens ponatur utrinque æqualiter concava; erit diſtantia foci virtualis $\frac{2a^2d}{-2ad-2a^2} = \frac{ad}{-d-a} = \frac{-ad}{d+a}$, hoc eſt, ut ſumma ſemidiametri concavitatis ſeu diſtantiæ foci virtualis principalis & diſtantiæ puncti radiantis ad hanc ipſam diſtantiam, ita diſtantia foci virtualis principalis ad diſtantiam foci virtualis minus principalis.

COROLLARIUM 13.

504. Quodſi radius concavitatis ſuperioris a evadat infinitus, lens fit plano concava & ſuperficies plana obvertitur puncto radianti, conſequenter in formula (§. 501) $bd = 0$ & hinc diſtantia foci virtualis minus principalis $= \frac{2abd}{ad - 2ab} = \frac{2bd}{d-2b}$. Et ſi $b = \infty$, erit $ad = 0$, idemque diſtantia foci virtualis minus principalis $= \frac{2ad}{d-2a}$. Focus ideo virtualis minus principalis eodem intervallo diſtat a lente plano-concava, quo focus minus principalis removetur a lente plano-convexa (§. 495) ac perinde eſt, ſive ſuperficies plana, ſive concava lentis obvertatur puncto radianti.

COROLLARIUM 14.

505. Quodſi diſtantia d infinita evadat, radii evadunt paralleli: tum vero $2ab$ evadit infinite parva quantitas reſpectu ceterarum, & hinc diſtantia foci virtualis $- \frac{2abd}{ad+bd} = \frac{-2ab}{a+b}$, hoc eſt, ut ſumma ſemidiametrorum concavitatum ad diametrum alterutram, ita ſemidiameter altera ad diſtantiam foci virtualis.

COROLLARIUM 15.

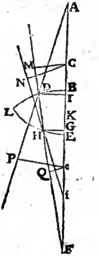
506. Si porro lens fuerit utrinque æqualiter concava, nempe $a = b$; erit diſtantia foci virtualis $\frac{2a^2}{2a} = a$; hoc eſt, ſemidiametro concavitatis æqualis.

COROLLARIUM 16.

507. Si lens fuerit plano-concava, erit ſemidiameter alterutra infinita, veluti $b = \infty$, tuncque ſemidiameter altera $a = 0$, conſequenter diſtantia foci virtualis $= -\frac{2ab}{b} = -2a$. Et eodem modo patet, ſi $a = \infty$, fore diſtantiam foci virtualis $= -2b$. Sive igitur lentis plano-concavæ ſuperficies concava, ſive

plana

plana puncto radianti obvertatur, focus virtualis diametri intervallo ab eodem removetur.



COROLLARIUM 17.

508 Quodſi radius $cB = a$, evadit negativus, ſuperficies ſuperior evadit concava, ideoque lens convertitur in meniſcum; cujus ſuperficies concava objecto obvertitur & diſtantia foci erit $\frac{-2abd}{ad-bd+2ab}$; ſi vero radius $CE = b$ evadit negativus, ſuperficies inferior evadit concava, ideoque lens convexa in meniſcum abit, cujus ſuperficies convexa puncto radianti obvertitur, eritque diſtantia foci $= \frac{-2abd}{bd-ad+2ab}$

Perinde igitur eſt, ſive meniſci pars convexa, ſive concava puncto radianti obvertatur. Valor formulæ poſitivus eſt, ſi $ad > bd + 2ab$; negativus, ſi $ad < bd + 2ab$ (§. 33. 34. *Anal. fin.*), ideoque in caſu priore focus realis, in poſteriori nonniſi virtualis.

COROLLARIUM 18.

509. Sit $a = b$, ſeu ſemidiameter concavitatis ſemidiametro convexitatis æqualis; erit diſtantia foci $\frac{-2a^2d}{ad+2a^2-ad} = \frac{-2a^2d}{2a^2} = -d$ vel $\frac{-2b^2d}{ba+2a^2-bd} = \frac{-2b^2d}{2b^2} = -d$, ideoque focus virtualis eſt in loco puncti radiantis & tum meniſcus æquivalet vitro plano, ſive convexitas, ſive concavitas puncto radianti obvertatur.

COROLLARIUM 19.

510. Sit $b = 3a$, ſeu ſemidiameter concavitatis tripla ſemidiametri convexitatis, erit diſtantia foci $\frac{-6a^2d}{ad-3ad+6a^2} = \frac{-6a^2d}{6a^2-2ad} = \frac{-3ad}{3a-d}$, quæ quantitas poſitiva, ſi $d > 3a$, negativa ſi $d < 3a$, ideoque in caſu primo focus realis, in altero virtualis eſt, & meniſcus æquipollet lenti utrinque æqualiter concavæ, cujus ſemidiameter concavitatis $= 3a$, ſeu tripla ſemidiametri convexitatis meniſci a.

COROLLARIUM 20.

511. Sit $b = 2a$, ſeu ſemidiameter concavitatis dupla ſemidiametri convexitatis, erit diſtantia foci $\frac{-4a^2d}{ad-2ad+4a^2} = \frac{-2ad}{2a-d}$, quæ quantitas poſitiva, ſi $d > 2a$, negativa ſi $d < 2a$, ideoque in caſu priori focus realis, in poſteriori virtualis & lens æquivalet vitro utrinque æqualiter concavo, cujus ſemidiameter concavitatis $= 2a$ ſeu dupla ſemidiametri convexitatis (§. 491. 492).

COROLLARIUM 21.

512. Fiat $d = \infty$, hoc eſt, radii incidant axi paralleli; erit diſtantia foci $= \frac{-2ab}{a-b}$, ideoque ut differentia ſemidiametrorum radiorum convexitatis & concavitatis ad diametrum alterutram, ita ſemidiameter altera ad diſtantiam foci vel realis, vel virtualis, prouti $b > a$ vel $b < a$, quemadmodum ſupra reperimus (§. 299).

COROLLARIUM 22.

513. Sit $a = b$, ſeu ſemidiameter convexitatis ſemidiametro concavitatis æqualis; erit $\frac{-2a^2}{a-a} = -\frac{2a^2}{0} = \infty$ ſeu focus virtualis infinito intervallo diſtat, hoc eſt, radii poſt refractionem adhuc manent paralleli.

COROLLARIUM 23.

514. Sit $b = 3a$, ſeu ſemidiameter concavitatis tripla ſemidiametri convexitatis, erit $-\frac{6a^2}{a-3a} = -\frac{6a^2}{-2a} = 3a$, hoc eſt, di-

ſtan-

ſtantia foci realis ſemidiametro concavitatis æqualis, ideoque meniſcus æquipollet vitro utrinque convexo, cujus ſemidiameter tripla ſemidiametri convexitatis meniſci, quemadmodum ſupra reperimus (§. 301).

Corollarium 24.

515. Sit $b = 2a$, ſeu ſemidiameter concavitatis dupla ſemidiametri convexitatis erit $-\frac{4a^2}{a-2a} = 4a$, ideoque focus realis diametri concavitatis intervallo diſtat; conſequenter meniſcus æquipollet lenti plano-convexæ; cujus ſemidiameter dupla ſemidiametri convexitatis meniſci, quemadmodum ſupra reperimus (§. 304).

Corollarium 25.

516. Si $a = 3b$ vel $a = 2b$, hoc eſt, ſemidiameter convexitatis fuerit tripla, vel dupla ſemidiametri concavitatis, erit in caſu priore diſtantia foci $= -\frac{6b^2}{b-3b} = 3b$, in altero $= 6b$, ideoque in caſu priore meniſcus æquipollet lenti utrinque convexæ, cujus ſemidiameter tripla ſemidiametri concavitatis meniſci, in poſteriori lenti plano concavæ, cujus ſemidiameter dupla ſemidiametri concavitatis.

Corollarium 26.

517. Meniſci igitur minoris diametri cum æquipolleant lentibus convexis majoris diametri, ideoque focum a lente magis removeant (§. 514. & ſeqq.), immo cum haud difficulter inveniatur meniſcus, quæ focum dato intervallo removeat (§. 310); illarum uſus commodus videtur in tubis prægrandibus, cum lentes convexæ majoris diametri admodum difficulter poliantur.

Scholion.

518 *Enimvero minuunt meniſci campum viſionis, quemadmodum teleſcopia batava, ideoque tubis longioribus minime conducunt.*

Theorema 80.

519. *Presbytis conveniunt perſpicilla convexa.*

Demonstratio.

Presbytæ enim remota diſtincte, vicina confuſe vident (§. 381. *Optic.*). Quemobrem cum lentes convexæ radios a puncto vicino advenientes ita inflectant, ac ſi e puncto longinquo emanarent (§. 493); presbytis perſpicilla convexa conveniunt. *Q. e. d.*

Definitio 42.

520. *Magis presbyta* dicitur, qui ad majorem diſtantiam diſtincte videt viſibile; *minus presbyta* appellatur, qui diſtincte videt ad diſtantiam minorem.

Scholion.

521. *E. gr. Sit diſtantia, qui terminus diſtinctæ viſionis eſt* Sempronio, *dupla diſtantiæ, ad quam objectum diſtincte videt* Titius; *erit* Titius *magis presbyta, quam* Sempronius.

Theorema 81.

522. *Magis & minus presbytis non conveniunt perſpicilla ejuſdem convexitatis.*

Demonstratio.

Magis enim presbyta ad minorem diſtantiam viſibile diſtincte videt, quam minus presbyta (§. 520). Jam cum presbyta diſtincte videat objectum vicinum, ſi radii ab objecto vicino advenientes ita inflectuntur, ac ſi ex termino diſtinctæ viſionis venirent (§. 493), idem vero perſpicillum radios eodem modo incidentes diverſimode inflectere nequeat; idem perſpicillum magis & minus presbytis convenire nequit. *Q. e. d.*

Problema 59.



523. *Data diſtantia* AB, *ad quam presbyta diſtincte abſque incommodo videt viſibile, invenire diametrum perſpicilli convexi eidem convenientis.*

Resolutio.

Quæratur ad CB differentiam inter di-

diſtantiam termini diſtinctæ viſionis, datam & AC diſtantiam objecti vicini, quod a presbyta confuſe videtur, atque hanc ipſam diſtantiam AC tertia proportionalis CF; dico AF eſſe ſemidiametrum perſpicilli utrinque convexi vel diametrum plano-convexi presbytæ convenientis.

DEMONSTRATIO.

Etenim ſi presbyta diſtincte videre debet objectum in C collocatum, ita inflectendus erit radius, vi refractionis in perſpicillo paſſæ, ac ſi ex puncto B veniret, qui terminus eſt viſionis diſtinctæ. Ponamus in F eſſe focum principalem ejus lentis, per quam presbyta objectum in C collocatum diſtincte videt; erit AC : CF = AB : AF (§. 493); conſequenter AC : AB = CF : AF (§. 173. *Arithm.*). Quamobrem cum porro ſit BC : AC = AC : CF (§. 193. *Arithm.*); patet AF eſſe foci principalis diſtantiam, ideoque ſemidiametrum perſpicilli utrinque convexi (§. 498), ſive diametrum plano-convexi pro presbyta (§. 499). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

524. Quodſi quis fuerit magis presbyta, diſtantia AB major eſt, quam ſi fuerit minus presbyta (§. 520); conſequenter cum diſtantia AC pro utroque presbyta ſit eadem; AC ad CF majorem rationem habebit, ſi quis fuerit magis presbyta, quam minus presbyta (§. 203. *Arithm.*); conſequenter in priori caſu CF minor, quam in poſteriori (§. 206. *Arith.*), & hinc AF in iſto minor, quam in hoc (§. 90. *Arithm.*). Magis itaque presbytæ conveniunt perſpicilla minoris diametri; minus presbytæ quæ ſunt diametri majoris, ſeu magis presbytæ conveniunt magis convexa, minus presbytæ minus convexa.

PROBLEMA 57.

525. *Perſpicilla presbytis ac myopibus convenientia ſeligere.*

RESOLUTIO.

Presbyta ſucceſſive perſpicilla diverſæ convexitatis, myops perſpicilla diverſæ concavitatis oculis præfigat. Quodſi abſque ullo incommodo clare ac diſtincte videre poſſit objectum; perſpicilla oculo conveniunt. Quodſi vero oculi dolent vel lachrymantur; eidem minime conveniunt.

Aliter.

Quodſi commode explorare voluerit, qualis ſphæricitatis perſpicillum conveniat oculo cujuſcunque presbytæ, vel myopi, lentes probatoriæ tam plano-concavæ, quam plano-convexæ parentur hoc modo.

1. Vitrum quoddam orbiculare exacte poliatur & ex altera parte ſuperficies plana eidem inducatur.
2. Ex altera vero in diverſis catinis eidem interantur limbi diverſæ ſphæricitatis ad centrum uſque continuo creſcentis, quod occupat lenticula maximæ ſphæricitatis. Limbi iſti convexi fiunt in uſum presbytarum, concavi in uſum myopum.

Quodſi lentem iſtiuſmodi probatoriam oculo admoveris, extemplo apparebit, per quemnam limbum clare & diſtincte videas objectum, conſequenter qualis oculo conveniat ſphæricitas.

THEOREMA 82.

526. *Presbytæ diſtincte vident objectum in foco lentis cujuſcunque convexæ collocatum.*

DEMONSTRATIO.

Presbytæ enim cum clare ac diſtincte vi-

videant objecta remota (§. 381. *Optic.*); diſtincte vident quæ radiant per radios parallelos (§. 94. *optic.*). Quamobrem cum objectum in foco lentis cujuſcunque convexæ poſitum radiet per radios parallelos (§. 203); presbytę diſtincte vident objectum in foco lentis cujuſcunque convexæ collocatum.

CAPUT X.

De Poliendis Vitris.

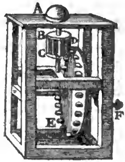
PROBLEMA 58.

527. CAtinos *ad polienda vitra commodos parare.*

RESOLUTIO.



1. Ex orichalco, cupro, ferro vel ligno fiat ſegmentum circuli eo radio deſcriptum, qui cavitati catini deſiderati reſpondet. Deſcribitur autem ſegmentum minus circino X; mediocre, cujus nempe radius eſt aliquot pedum, virga ferrea circa punctum fixum mobili & ſtylo inciſorio in altera ſui extremitate inſtructa; maximum denique, cujus ſemidiameter 12 pedibus major, cortice ſaligneo interiore per modum fili extenſo & annulo orichalceo & ferreo affixo, in altera vero ſui extremitate ſtylo inciſorio aut plumbagine inſtructo, quia is magis extendi nequit, ſi multum, quam ſi parum trahatur.
2. Ex lamina ferrea vel cuprea a fabro cudatur catinus, donec ejus cavitas undiquaque congruat convexitati ſegmenti. Quodſi vero ex orichalco aut ære catinum fundi malueris, tum ea tenenda ſunt, quæ de fundendis ſpeculis concavis (§. 201. *Catoptr.*) præcepimus.



3. Catini ita formati figura perficiatur torno, quo figuli vaſorum ſtanneorum in conficiendis patinis ac diſcis utuntur, aut ſuper modulo lapideo A virgæ ferreæ per rotam radiatam BC tranſeunti & ope rotæ dentatæ DE ac manubrii F verſatili.
4. Quando catinus convexitati moduli lapidei arenacei, quo in machina teritur, undiquaque congruit, a machina

Digitized by Google

china removeatur & aſſeri ligneo plumbo onuſto, ſi opus fuerit, agglutinetur ac arena ſubtiliori per cribrum trajecta, ne grana ſint inæqualia & ſuperficiem catini vitient, tamdiu ſuper modulo lapideo teratur, donec ſulci reſidui tollantur.

5. Tandem vitra majora ope arenæ ſubtilioris per cribrum trajectæ in catino terantur, donec ejus ſuperficies ſatis lævigata motum vitri nullibi remoretur.

SCHOLION 1.

528. *Segmenta lignea optime parantur ex pyro, &, ne diſtorta figuram mutent, majorum craſſities unius fere ſit digiti: prope peripheriam tamen ex una parte dedolandum eſt ſegmentum, ut vix decima digiti craſſities margini relinquatur & faber ideo catinorum figuram commodius & exactius examinare queat.*

SCHOLION 2.

529. *Ad facilitandum motum torni Mechanica ſubſidia deſiderata ſuppeditat.*

SCHOLION 3.

530. *Latitudo catinorum tripla eſſe debet latitudinis vitri poliendi. Minorum ea ſit amplitudo, quæ motui manus polientis ſufficiat.*

SCHOLION 4.

531. *Perfectum eſſe catinum deprehendes, ſi pili longioris per latitudinem ejus extenſi umbra in camera præſertim obſcura minime diſtorta appareat*

PROBLEMA 59.

532. *Vitra ad poliendum apta ſeligere.*

RESOLUTIO.

1. Imponatur vitrum chartæ mundæ, ita enim videbis, quonam colore inficiatur, & eodem tinctum eſſe vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuſcus. Et quoniam vitrum candidiſſimum venas plerumque habet, & in aere humeſcens ſua ſponte poſt aliquot annos polituram omnem amittit; HUGENIUS (*a*) optimum cæteris paribus judicat, quod ſubflavum, leviter ruſum aut ſubviride apparet. HEVELIUS (*b*) leviter cœruleum probat.

2. Vitrum a veſiculis, arenulis, venulis, vorticibus ac ſpiris nocivis immune deprehendes, ſi lumen ſolare per id tranſmiſſum charta alba excipiatur: ſinguli enim nævi per umbras reſpondentes detegentur. Quodſi eodem diſtinctius cognoſcere libuerit, lumen tranſmiſſum per lentem convexam probatæ fidei trajiciatur, antequam ipſum charta excipias, vel candelæ accenſæ oppoſitum per lentem convexam reſpicias. Vitrum vero a venulis ac vorticibus liberum obtinebis, ſi forcipes longiorum brachiorum in duo ſegmenta ſphærica cava deſinentes materiæ vitreæ in furno colliquatæ immittas & maſſam extractam in furno reverberii refrigerari ſinas. Præſtat etiam vitrum, ſi duobus vel tribus diebus materia vitraria immota conſtiterit.

PROBLEMA 60.

533. *Vitrum ad trituram aptare.*

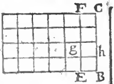
RESOLUTIO.

1. Si vitra lenticularia aut ſaltem orbicularia ex officina vitraria non obtinueris, verum tabulas vitreas; ope adamantis in fruſtula quadrata tabulæ dividantur, &, ſi vitrum adeo craſſum fuerit, ut diffringi ne-

(a) In Commentariis de formandis vitris p. 273.
(b) In Prolegom. Selenogr. 14.

Digitized by Google

nequeat, tabula panno ſuper menſam ſtrato ita imponatur, ut pars EFCB ultra eam promineat.



Ea enim ſi inſtrumento quodam ferreo percutiatur, juxta ductum rectæ EF diſſiliet. Et eodem modo fruſtulum quadratum EB*hg* a reliquis ſeparabis. Si minor fuerit craſſities, ope cocleæ manuariæ IK idem commode præſtabis.



2. In fruſtulo quadrato utrinque deſcribantur circino, qui crure adamantino inſtructus, duo circuli concentrici, quorum interior habeat diametrum lentis deſideratæ latitudini æqualem, exterior vero paulo majorem & anguli eodem, quo ante, modo ſeparentur, inæqualitates minores reſiduæ ope cotis in gyrum actæ tollantur.

3. Examinetur vitrum ope cochleæ manuariæ, an ubique æqualis ſit craſſitiei. Quodſi diverſa deprehendatur, ad æqualitatem eſt reducenda, attritione ſuper lamina ferrea mediante aqua & arena facta.

4. Tandem vitrum agglutinetur capulo ligneo NMO, cœmento ex pice & quarta parte reſinæ, vel ex una parte ceræ & undecim partibus colophoniæ parato. Debet autem baſis capuli NO vitro æqualis eſſe & centrum vitri cum ejus centro congruere.



Scholion.

534. *Lenticulæ minores, qualium in microſcopiis eſt uſus, cera ſigillatoria capulis ſuis agglutinantur.*

Problema 61.

535. *Vitrum convexum atterere, & ad polituram diſponere.*

Resolutio.

1. Catinus arena per cribrum trajecta; ut grana ſint æqualia, & madefacta, non tamen nimis, ope lentis huic uſui deſtinatæ æqualiter diſtribuenda, conſpergatur & panno craſſiori aliquoties complicato imponatur.
2. Capulo manu prehenſo vitrum ſuper catino in orbem agatur, ita tamen, ut ſucceſſive aliis aliiſque viis incedat, ne figura catini depravetur, nec contra catinum deprimatur.
3. Ubi vitrum figuram catini acquiſivit, ipſum cum capulo & catino mundetur, ne quid arenæ priſtinæ ullibi adhæreat.
4. Catinus conſpergatur primum pulvere ſmiridis madefacto & tamdiu vitrum teratur, donec omnes inæqualitates fuerint ſublatæ. Poſtea uſui eſſe poteſt arena clepſydralis rubra per ſecerniculum coacta, ut grana omnia ſint æqualia. Notandum vero eſt, quod arena nimis attrita ejici & in ejus locum alia recens ſubſtitui debeat. Alii utuntur pulvere ſmiridis ſucceſſive ſubtiliori, vel etiam ſilicis contuſi, quo ad excitandum ignem uti ſolemus.

5. Tan-

Digitized by Google

5. Tandem in catino, qui minoris ſphæræ ſegmentum exiſtit, mediante ſimili arena teratur vitrum, donec marginem obtinuerit decliviorem.

Aliter.

Quoniam preſſio in medium vitri non ſatis exacte determinatur, ſi manu ſola agitetur vitrum: ideo conſultius eſt, ut utamur machina ſequente, præſertim ubi vitra objectiva ſunt lævigandâ.



1. Catinus HI ſuper tabula horizontali firmiter affigatur.
2. Hujus centro immineat foramen D, per quod
3. Trajiciatur ſtylus ferreus 5 vel 6 digitos longus & baculo AB infixus.
4. Baculi AB extremum alterum infigatur foramini in capulo C exciſo atque intra ipſum firmetur.
5. Hinc eodem manu prehenſo, vitrum, ut ante, in catino mediante arena madefacta teratur.

S C H O L I O N 1.

536. *Ne figura catini depravetur, vitrum ſupra ejus margines in motu ſuo aſcendere debet.*

S C H O L I O N 2.

537. HUGENIUS (a) *primum uſus eſt ſmiride craſſa per linteum cameracenſe trajecta; deinde ſmiridis pulvere, qui intra ſpatium 40 aut 100 ſecundorum in aqua fundum petiit, ita tamen ut qualibet ſemihora aut quadrante aliquantum pulveris demeret. Nonnunquam ſe uſum eſſe fatetur ſmiride 50 ſecundorum per $\frac{1}{4}$ horæ, & dein per $\frac{1}{4}$ horæ ſmiride 400 ſecundorum & poſtea adhuc $\frac{1}{4}$ horæ ſmiride 45 minutorum.*

S C H O L I O N 3.

538. *Pulvis e ſilicibus in mortario ferreo contuſis diverſæ ſubtilitatis iiſdem obtinetur, ſi eum aquæ immittas & ſpatula lignea aliquamdiu agitet, colligaſque pulverem ad fundum vaſis certo temporis intervallo præcipitatum, aqua in vas aliud decantata.*

P R O B L E M A 62.

539. *Vitra convexa polire.*

R E S O L U T I O.

I. Si lentes fuerint ſphærarum minorum ſegmenta, veluti lentes oculares tam in tubis, quam in microſcopiis.



1. Catinus AB agglutinetur capulo ligneo BF eodem cæmento, quo lentes capulo ſuo agglutinantur.
2. Paretur pulticula ex hoſtiis, quibus in ſacra cæna utimur, & faſcia chartæ tenuis D pro latitudine lentis cavitati catini agglutinetur. Glutinis quoque loco eſſe poteſt gummi in aqua ſolutum.

4. Char-

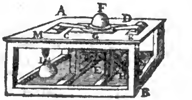
(a) In Commentariis de formandis vitris, p. 279.



3. Chartæ affricetur pulvis terræ tripolitanæ & lente probatoria exploretur, num forte granula quædam craſſiora adſint ſulcos datura.

4. Tandem vitrum capulo ſuo affixum ſuper charta ex D moveatur verſus C & in aerem ſublatum reducatur in D. Atque hæc operatio tamdiu continuanda, donec vitri politura cenſeatur perfecta.

II. Si lentes objectivæ, quæ majorum inprimis ſphærarum ſegmenta exiſtunt, perpoliendæ; libera manu id nunquam efficies ſatis accurate. Conſtruenda igitur eſt machina ſequens.



1. Conſtruatur tabula rectangula AK quatuor fulcris firmiter inter ſe compactis innixa & in medio exſcindatur foramen quadratum, cui ciſtula CD immittatur mediante cochlea E ad arbitrium attollenda vel deprimenda, prout nempe uſus tulerit.

2. In ciſtula ſuper panno craſſo aliquoties complicato reponatur catinus, cui ut ante faſcia chartæ pulvere terræ tripolitanæ conſperſa agglutinata.

3. Capulo F agglutinetur vitrum poliendum & ut vitrum ſufficienter atque æquali propemodum vi ad catinum apprimatur, capulus intus excavetur cavitatique maſſa plumbi infundatur.

4. Capulus inſeratur annulo ferreo G duobus corrigiis GH & GI annexo, quorum alterum GH ambiens duos cylindros circa axes ſuos convertibiles in H annectatur ſcabello N, ut pede inſiſtentis capulus cum vitro verſus K adduci poſſit; alterum vero GI ſuper cylindrum M itidem mobilem ductum annexum habeat pondus I, quantum ad capulum F verſus K adductum retrahendum ſufficit.

PROBLEMA 63.

540. *Vitra concava polire.*

RESOLUTIO.



Vitra concava eodem modo poliuntur, quo convexa, niſi quod loco catini adhibeatur vel ſegmentum ſphæricum A, vel ſphæra integra B prout jam ſupra in catoptrica (§. 204) docuimus. Movetur autem modulus vel ope machinæ ſupra deſcriptæ (§. 527); vel ope alterius, qua ad vitra polyedra polienda utimur (§. 543); vel denique ſi plures moduli eidem virgæ infixi eodem artificio, quo in mola acuminaria utimur (§. 972. *Mechanic.*).

Pro-

Digitized by Google

Problema 64.

541. *Vitra plana polire.*

Resolutio.

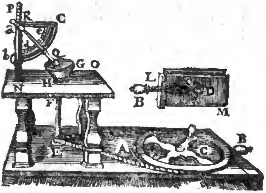
Vitra plana eodem modo poliuntur, quo ſupra ſpecula plana polire docuimus (§. 43. *Catoptr.*).

Scholion.

542. *Non exigua difficultatis eſt perfectam vitro planitiem inducere, quia lamina ferrea vel orichalcea ſuperficiem exacte planam habentes nonniſi difficillime parantur. Unde* HEVELIUS (a) *majus artificium judicat ſuperficiem vitro exacte planam quam cavam reddere.*

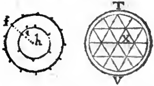
Problema 65.

543. *Vitra Polyedra polire.*



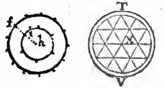
Resolutio.

1. Conſtruatur machina, in qua ope rotæ AB, mediante cochlea D ad aſſerculum planum LM firmatæ, & ope cochleæ alterius BC, una cum aſſerculo huc illucve adducendæ atque funis ductarii EB movetur axis FE per tabulam quadratam NO quatuor fulcris innixam tranſiens, cui in cochleam deſinenti infixum eſt corpus hemiſphæricum ex ligno tornatum HG cum lamina plana & orbiculari G firmiter agglutinata.
2. Ex ligno paretur quadrans *abc*, crena *bc* exciſa & limbo interiore in gradus 90 diviſo, cujus radius ſit trium circiter digitorum, latus vero *ab* excavatum, ut in coclheam PN tabulæ NO firmiter infixam intrudi & ad datam altitudinem in ſitu ſuo mediante cochlea fœmina *b* detineri poſſit.
3. Capulus coniformis Q, cui vitrum agglutinandum, affigatur ſtylo QR per tubulos R & S trajiciendo, quorum ille in centro quadrantis circa axiculum fixum, hic intra crenam *bc* mobilis & ope cochleæ in ſitu ſuo firmatur.
4. Vitrum ex ea parte, cui plana diverſa induci debent, in catino ruditer attritum, donec convexitatem aliquam acquiſiverit, capulo Q ad gradum quadrantis decimum, ſi illud minus craſſum, vel ad decimum quintum, ſi ſatis craſſum fuerit, firmato agglutinetur.
5. Diſcus planus G arena minuta madefacta conſpergatur & ope manus ſiniſtræ capulus Q cum vitro ad eum apprimatur, ope dextræ rota AB circumducatur: ita prima planities centro vicina atteretur.



6. Radio exiguo, ſed arbitrariæ magnitudinis *b i f* lamella orichalcea deſcri-

(a) In Prolegom. Selenogr. §. 14.



deſcribatur circulus & ex ejus centro *b* radio dimidio *b i* alius minor. Interior dividatur in tot partes æquales, quot plana circa centrum X lentis polyedræ TV conſtitui debent, e. gr. in ſex: qui idem circulus una indicat plana in ſecunda ſerie formanda, circulus vero exterior dividatur in partes duplo plures, nempe 12 in noſtro caſu, quæ planis in tertia ſerie reſpondent.

7. Lamella hæc, exciſo foramine, applicetur ad tubulum S & ſtylo RQ prope eam inſigatur ad angulos rectos ſeta ſuila, quæ una cum ſtylo circa centrum ejus mobilis.

8. Indiculus in prima planitie inducenda primo diviſionis puncto circuli interioris reſpondere debet; hac vero inducta, quadrante in eadem altitudine detento, promoveatur ad punctum diviſionis ſecundum & ita porro, ut reliqua primæ ſeriei plana ſucceſſive atterantur.

9. Ad plana ſecundæ ſeriei inducenda quadrans elevetur ad gradum vigeſimum, ſi vitrum fuerit tenue, aut ad vigeſimum quintum, immo trigeſimum, ſi ſatis craſſum. Reliqua fiant ut ante.

10. Ad plana tertiæ ſeriei inducenda quadrans elevetur ad gradum trigeſimum ſi vitrum fuerit tenue, aut ad trigeſimum quintum, immo quadrageſimum quintum, ſi ſatis craſſum. Reliqua fiant ut ante, niſi quod indiculus ad puncta diviſionis exterioris circuli ſit dirigendus.

11. Quodſi plures planorum ſeries atterendæ, adhuc altius elevandus eſt quadrans.

Finis Elementorum Dioptricæ.

ELEMEN-

Digitized by Google

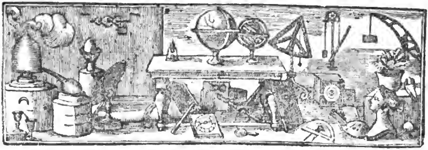
ELEMENTA SPHÆRICORUM ET TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

PRÆFATIO.

CUM Trigonometria Sphærica propter Aſtronomiam & ipſi agnatas diſciplinas Geographiam atque Gnomonicam unice diſcatur; eam quoque a Trigonometria Plana ſejungere ac Aſtronomiæ immediate præmittere placuit. Uſus autem ejus in phænomenis motus diurni ad computum revocandis eluceſcit: unde ab eadem prorſus abſtinere poſſunt quotquot calculos Geometricos in Aſtronomia inſuper habentes, nonniſi univerſi ſtructuram ac pendentes inde phænomenorum rationes cognoſcere geſtiunt. Perfecta Trigonometriæ Sphæricæ cognitio abſque ſphæricorum doctrina non datur. Neceſſarium igitur duxi, ut præcipua ex

Sphæricis THEODOSII Theoremata, quamvis alia plerumque ratione, demonſtrarem & una triangulorum ſphæricorum proprietates explicarem, præſertim cum utriuſque doctrinæ ad accuratam Aſtronomiæ ſphæricæ tractationem non minor ſit, quam ipſius Trigonometriæ Sphæricæ uſus. Sphæricorum Elementa cum Trigonometria Sphærica conjunxi, ne numerus diſciplinarum præter neceſſitatem multiplicaretur. Ob ingentem numerum caſuum Trigonometria Sphærica vulgo admodum difficilis habetur; ſed omnem difficultatem a me ſublatam eſſe mihi perſuadeo. Neque enim ſolum oſtendo, quomodo per regulam ſinuum atque tangentium omnibus triangulorum rectangulorum caſibus ſatisfiat more vulgari; verum etiam regulam vere catholicam propono memoriæ facile mandandam, qua in Trigonometria non minus Plana, quam Sphærica omnia de triangulis rectangulis problemata ſolvuntur. Triangula obliquangula non majori opera ſolvuntur, quam in Trigonometria plana, ita ut problema omnium difficillimum, quo ex datis tribus lateribus anguli inveſtigantur, non plus negotii faceſſat in Trigonometria Sphærica quam in plana. Etſi vero non opus eſſe videatur, ut ex Elementis Sphæricorum omnia ei perſpecta ſint, qui regulas Trigonometriæ Sphæricæ ſibi familiares reddere earumque veritatem intueri decreverit; integra tamen perlegiſſe juvat, quia in iis nihil continetur, niſi quod vel ad ſubſequentia demonſtranda, vel ad partem Aſtronomiæ Sphæricam firmandam conducat. Cæterum omnia in his Elementis facilius intelligentur, ſi ad manus fuerit Sphæra ex circulis ligneis vel chartaceis ſe mutuo interſecantibus compacta, cujus ſtructura ex figura §. 105. ſatis manifeſta.

Digitized by Google



ELEMENTA SPHÆRICORUM

ET

TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ.

CAPUT PRIMUM.

De Symptomatis Circulorum in Superficie Sphæræ deſcriptorum.

DEFINITIO I.

1. SPhærica eſt ſcientia circulorum in ſuperficie ſphæræ deſcriptorum.

DEFINITIO 2.

2. *Trigonometria ſphærica* eſt ſcientia ex tribus trianguli ſphærici partibus inveniendi reliquas, e. gr. ex duobus lateribus atque angulo uno, duos angulos reliquos cum latere tertio.

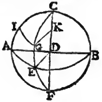
DEFINITIO 3.

3. *Triangulum ſphæricum* eſt triangulum tribus arcubus circulorum maximorum ſphæræ in ejus ſuperficie ſe mutuo interſecantium terminatum.

SCHOLION.

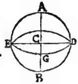
4. *Quinam circulorum in ſuperficie ſphæræ deſcriptorum ſint maximi infra demonſtratur* (§. 15)

DEFINITIO 4.



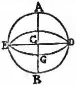
5. *Angulus ſphæricus* ACE eſt inclinatio planorum CAF & CEF, quibus ſphæra ſecatur.

DEFINITIO 5.



6. *Sphæra* eſt ſolidum ex rotatione ſemicirculi ADB circa diametrum AB deſcriptum.

Corollarium 1.



7. Quia ſemicirculus ADB ſuperficiem ſphæræ deſcribit, omnes rectæ a ſuperficie ſphæræ ad centrum ejus ductæ ſunt inter ſe æquales (§. 37. *Geom.*).

Corollarium 2.

8. Quodſi ergo eas ultra centrum continuaveris, donec puncto oppoſito ſuperficiei ſphæræ occurrant; erunt quoque ſic continuatæ tum inter ſe, tum diametro circuli genitoris AB æquales.

Definitio 6.

9. *Axis ſphæræ* eſt diameter ſemicirculi genitoris AB, circa quam tanquam quieſcentem ſphæra rotari concipitur. Ejus vero *diameter* eſt recta a puncto quodam ſuperficiei ad punctum oppoſitum per centrum ducta.

Corollarium. 3.

10. Axis igitur eſt una e diametris (§. 8. 9.).

Definitio 7.

11. *Poli ſphæræ* ſunt puncta axis extrema A & B.

Definitio 8.

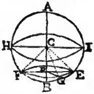
12. *Polus circuli in ſphæra* eſt punctum in ſuperficie ſphæræ, ad quod e ſingulis peripheriæ circuli punctis ductæ rectæ ſunt inter ſe æquales.

Theorema 1.

13. *Si ſphæra quomodocunque ſecetur, planum ſectionis erit circulus, cujus centrum in diametro ſphæræ.*

Demonstratio.

Quodſi planum ſectionis per centrum ſphæræ tranſit, rectæ omnes ex ejus perimetro ad hoc centrum ductæ ſunt æquales (§. 7). Eſt igitur planum ſectionis circulus (§. 37. *Geom.*) & ejus centrum in diametro ſphæræ, quippe cum centro ſphæræ idem (§. 9). Quodſi planum interſectionis FGE non tranſeat per centrum C; ex hoc ad illud demittatur perpendicularis CD, quæ erit ad rectas quotcunque DG, DE, DF &c. perpendicularis (§. 484. *Geom.*). Quare cum CE, CG, CF &c. ſint inter ſe æquales (§. 7); in triangulis CDE, CDG, CDF &c. etiam baſes DE, DG, DF &c. æquales ſunt (§. 235. *Geom.*). Eſt igitur planum FGE circulus (§. 37. *Geom.*) & ejus centrum D in diametro ſphæræ AB (§. 9). *Q. e. d.*



Corollarium 1.

14. Diameter itaque circuli per centrum C tranſeuntis HI eſt diametro circuli genitoris AB; diameter vero circuli per centrum non tranſeuntis FE chordæ alicui circuli genitoris æqualis (§. 6. *Sphær.* & §. 38. *Geom.*).

Corollarium 2.

15. Quare cum diameter ſit chordarum maxima (299. *Geom.*); circulus ſphæræ maximus eſt, qui per centrum ejus tranſit, reliqui vero ſunt eodem minores.

Corollarium 3.

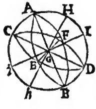
16. Omnes ideo circuli maximi in eadem ſphæra ſunt inter ſe æquales (§. 171. *Geom.*).

Corollarium 4.

17. Si circulus ſphæræ maximus per datum ſphæræ punctum A tranſit; idem etiam per punctum diametraliter oppoſitum B tranſit (§. 15).

Corollarium 5.

18. Si igitur duo circuli maximi AEBF & CEDF ſe mutuo interſecent, linea ſectionis EF eſt diameter ſphæræ, ideoque duo circuli maximi ſe mutuo interſecant in punctis E & F diametraliter oppoſitis.



THEOREMA 2.

19. *Circulus ſphæræ maximus dividit eam in duas partes æquales ſeu in duo hemiſphæria.*

DEMONSTRATIO.

Circulus maximus EGDE (*Vid. Fig.* §. 7.) tranſit per centrum ſphæræ C. Erigatur ex C perpendicularis ad planum (§. 502. *Geom.*) quæ etiam perpendicularis erit ad CD (§. 484. *Geom.*). Cum ſit $AC = CD$ (§. 15) & ACD quadrans circuli (§. 143. *Geom.*), ſphæra vero gignatur ex rotatione ſemicirculi ADB (§. 6); hemiſphærium AD GED gignetur ex rotatione quadrantis ACD: radius vero CD circulum deſcribit DGED (§. 131. *Geom.*). Circulus ideo maximus ſphæram dividit in duo hemiſphæria. *Q. e. d.*

THEOREMA 3.

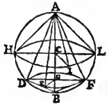
20. *Circuli maximi in ſphæra ſe mutuo bifariam ſecant & contra.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam circuli AEBF (*Vid. Fig.* §. 18.) & CEDF ſunt maximi *per hypoth.* erit EF diameter ſphærę & eadem utriuſque circuli (§. 18). Per rectam igitur EF uterque circulus CEDF & AE BF bifariam ſecatur (§. 135. *Geom.*); conſequenter circuli maximi AEBF & CEDF ſe mutuo bifariam ſecant. *Quod erat unum.*

Quodſi circuli CEDF & AEBF ſe mutuo bifariam ſecent, communis interſectio EF eſt diameter utriuſque circuli (§. 135. *Geom.*) & hinc in medio ejus G centrum. Ducantur rectæ DC & AB per centrum G; erit $DG = CG = EG$ & $AG = GB = GE$ (§. 40. *Geom.*); ideoque etiam $DG = CG = AG = GB$ (§. 87. *Arithm.*). Eſt ergo G centrum ſphæræ (§. 7); conſequenter uterque circulus eſt maximus (§. 15). *Quod erat alterum.*

THEOREMA 4.



21. *Recta ex polo uno* A *circuli in ſphæra* DEF *in alterum* B *ducta per centrum ſphæræ* C *tranſit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam in A & B ſunt poli circuli DEF *per hypoth.* erit $AD = AF$ & $DB = FB$ (§. 12). Quare cum etiam arcus cognomines ſint æquales (§. 289. *Geom.*), ideoque $AD + DB = AF + FB$ (§. 88. *Arithm.*), ſitque $AD + DB + BF + FA$ peripheria circuli integri; erit ADB ſemicirculus, conſequenter AB diameter ſphæræ (§. 135. *Geom.* & §. 9. *Sphær.*). Recta igitur AB ex polo uno A in alterum B ducta per centrum ſphæræ C tranſit (§. 39. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

22. Circulus itaque ADBF tranſiens per polos A & B alterius in ſphæra circuli DEF eſt maximus (§. 15).

THEOREMA 5.

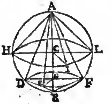
23. *Recta* AB (Vid. Fig. ut ſup.) *ex polo uno* A *circuli* DEF *ducta per centrum ſphæræ* C *in polum alterum* B *cadit.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB per centrum C tranſit

ex

Digitized by Google



ex hypoth. erit AD + DB = AF + FB (§. 135. *Geom.*). Et quia in A polus circuli DEF *per hypoth.* erit AD = AF (§. 12), ideoque DB = BF (§. 91. *Arithm.*); conſequenter B eſt alter polus circuli DEF (§. 12). *Q. e. d.*

Corollarium.

24. Recta AB ex polo uno A circuli DEF per centrum circuli G ducta in alterum B incidit (§. 13).

Theorema 6.

25. *Arcus circuli ſphæræ maximi inter alium* HIL (Vid. Fig. ut ſup.), & *ejus polos* A & B *interceptus quadrans eſt: qui vero inter circulum minorem* DEF & *ejus polum unum* A *intercipitur, quadrante major; interceptus vero inter eundem & polum alterum* B, *quadrante minor.*

Demonstratio.

Ducatur ex polo A in alterum B recta AB, tranſibit ea per centrum ſphæræ C (§. 21), ideoque & circuli maximi HIL (§. 15), itemque per centrum G circuli minoris DEF (§. 24). Eſt igitur AHB ſemicirculus (§. 135. *Geom.*). Quare cum chordæ AH & AL æquales ſint (§. 12) & radii HC & CL itidem æquales (§. 40. *Geom.*), erunt anguli ad C æquales (§. 204. *Geom.*), ideoque recti (§. 147 *Geom.*); conſequenter eorum menſuræ AH, AL &c. (§. 57. *Geom.*) ſunt quadrantes (§. 143. *Geom.*) & hinc HB & BL ſunt itidem quadrantes *vi demonſtratorum*. Arcus ideo inter circulum maximum HIL & ejus polos A & B intercepti quadrantes ſunt. *Quod erat unum.*

Quoniam AH & HB ſunt quadrantes *per demonſtrata*, AD quadrante major & BD eodem minor (§. 84. *Arithm.*). Arcus ergo circuli maximi inter minorem DEF & polum unum A major; inter eundem & alterum polum B interceptus minor eſt quadrante. *Quod erat alterum.*

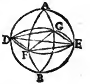
Theorema 7.

26. *Si arcus circuli maximi inter alium circulum ſphæræ & ejus polos* A (Vid. Fig. ut ſup.) & B *intercepti quadrantes ſunt; circulus iſte maximus erit.*

Demonstratio.

Quoniam A & B ſunt poli circuli HIL *per hypoth.* AB per centrum ſphæræ tranſit (§. 21). Quare cum AH & HB, itemque AL & BL ſint quadrantes *per hypoth.* AB & HL ſunt diametri circuli maximi AHBL (§. 135. *Geom.*) ſeu ſphæræ (§. 9) Ergo in C eſt centrum ſphæræ (*§. cit.*); conſequenter HIL eſt circulus maximus (§. 15). *Q. e. d.*

Theorema 8.



27. *Si circulus maximus ſphæræ* ADBE *tranſit per polos* D & E *alterius circuli maximi* AFBG; *hic viciſſim per illius polos* G & F *tranſit.*

Demonstratio.

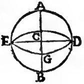
Sit DFEG circulus maximus: quoniam

Digitized by Google

niam in D eſt polus unus, in E alter circuli AFBG *per hypoth.* erit rectaDG = DF & EG = EF (§. 12) & hinc arcus cognomines æquales ſunt (§.289 *Geom.*). Quare cum circuli maximi DFEG & AFBG ſe mutuo bifariam ſecent (§. 20); erunt GD & DF, itemque GE & FE quadrantes; conſequenter rectaGE = GD & recta EF = FD (§. 289. *Geom.*). Sunt igitur G & F poli circuli ADBE (§. 12). *Q. e. d.*

Theorema 9.

28. *Si circulus maximus* ADBE *per polos* A *&* B *alterius circuli maximi* DGE *tranſit; ſe mutuo ad angulos rectos ſecant & contra.*



Demonſtratio.

Quoniam in A & B ſunt poli circuli EGD *per hypoth.* erunt AE & EB quadrantes (§.25). Quare cum AE & EB ſint menſuræ angulorum ACE & ECB (§. 57. *Geom.*); erunt anguli hi recti (§. 143. *Geom.*). Ergo rectæ AC & BC rectæEC, conſequenter quadrantes ACE & ECB circuloDEG ad angulos rectos inſiſtunt (§. 494. *Geom.*). Secant igitur circuli ADBE & EGD ſe mutuo ad angulos rectos (§. 5). *Quod erat unum.*

Si circulus AEBDA alterum DEG D in E ad angulos rectos ſecat: planum EAD erit ad planum EGD perpendiculare (§.5). Ex centro C erigatur perpendicularis CA; erit eadem ad omnes radios ex centro C in plano EGD ductos normalis (§. 484. *Geom.*), conſequenter rectæ ex A ad puncta ſingula peripheriæ EGD ductæ æquales ſunt (§. 179. *Geom.*). Eſt itaque A polus unus circuli EGD (§. 12), ideoque producta AC in B polus alter punctum B (§. 23); ideoque circulus AEBD per polos alterius EGD tranſit. *Quod erat alterum.*

Theorema 10.

29. *Si circulus maximus ſphæræ* AFBD (Vid. Fig. 1. pag. præc.) *alterum minorem* FED *bifariam ſecet; ad angulos rectos eum ſecat & per polos ejus* A *&* B *tranſit.*

Demonſtratio.

Quoniam DEF eſt ſemicirculus *per hypoth.* erit DF diameter ejus (§. 135. *Geom.*). Quare ſi per centrum circuli minoris G & centrum ſphæræ ſeu maximi C ducatur recta AB; erunt anguli AGD & AGF recti (§. 291. *Geom.*), ideoque planum DAF circulo DEF ad angulos rectos inſiſtit, hoc eſt, circulus maximusADBFminorem DEF ad angulos rectos ſecat (§ 5) *Quod erat unum.*

Jam cum anguli ad G ſint æquales (§.79. *Geom.*) & GD=GF(§.40. *Geom.*) erit AD = AF & DB = BF (§. 179. *Geom.*). Sunt ergo in A & B poli circuli DEF (§. 12). *Quod erat alterum.*

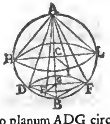
Theorema 11.

30. *Si circulus maximus* AFBD (Vid. Fig. 1. pag. præc.) *tranſeat per polos* A *&* B *alterius minoris* DEF; *ſecabit eum bifariam & ad angulos rectos.*

Demonſtratio.

Quia recta AB ducta a polo uno A in alterumB, tranſit & per centrum ſphæræ ſeu circuli maximiC, & per centrum circuli minoris G (§.21. 24.); erit DG = GF (§. 40. *Geom.*); conſequenter ad DG perpendicularis (§. 291. *Geom.*).

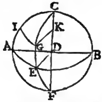
Cum



Cum ideo planum ADG circulo minori DEF ad angulos rectos inſiſtat (§. 78. *Geom.*); maximus minorem ad angulum rectum ſecat (§. 5). *Quod erat unum.*

Et quia DF eſt diameter circuli DEFD *per demonſtrata*; eundem maximus bifariam ſecat (§. 135. *Geom.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA 12.



31. *Menſura anguli ſphærici* ACE *eſt arcus circuli maximi* AE, *ex vertice* C *tanquam polo deſcripti, inter crura* CA & CE *interceptus.*

DEMONSTRATIO.

Quia angulus ſphæricus ACE idem eſt cum inclinatione planorum ACD & CDE (§. 5); ejus menſura eadem eſt, quæ inclinationis planorum. Eſt vero inclinationis quantitas eadem, quæ anguli ADE (§. 476. *Geom.*) & quia in D centrum circuli AEB (§. 15), arcus AE eſt menſura anguli rectilinei ADE (§. 57. *Geom.*). Ergo idem eſt menſura ſphærici ACE *per demonſtr. Q. e. d.*

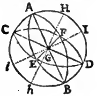
COROLLARIUM 1.

32. Quia plani CEF ad planum CAF inclinatio ubique eadem (§. 509. *Geom.*); anguli in interſectionibus oppoſitis C & F æquales ſunt.

COROLLARIUM 2.

33. Menſura anguli ſphærici ACE intervallo quadrantis AC vel EC ex vertice C tanquam polo inter crura deſcribitur (§. 25).

THEOREMA 13.



34. *Si duo circuli maximi* AEBF & CEDF *ſe mutuo interſecent in polis* E & F *alterius circuli maximi* ACBD; *tranſibit is per polos* H & h, I & i *circulorum* AEBF & CEDF.

DEMONSTRATIO.

Quoniam in E & F ſunt poli circuli ACBD *per hypoth.* circuli AEBF & CEDF per polos circuli ACBD tranſeunt. Ergo viciſſim circulus ACBD tam per polos H & *h* circuli CEDF, quam per polos I & *i* alterius AEBF tranſire debet (§. 27). *Q. e. d.*

THEOREMA 14.

35. *Si duo circuli maximi* (*Vid. Fig. §. præc.*) AEBF & CEDF *ſe mutuo interſecent, erit angulus obliquitatis* AEC *diſtantiæ polorum* HI *æqualis.*

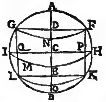
DEMONSTRATIO.

Deſcribatur ex vertice anguli E, tanquam polo, circulus CADB; erit AC menſura anguli E (§. 31) & circulus per polos I & *i* atque H & *h* circulorum

AEBF

AEBF & CEDF tranſibit (§.34). Eſt vero CH quadrans & AI itidem quadrans (§.25). Ergo CA = HI (§. 91. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 15.



36. *Circuli in ſphæra a centro ejus* C *æqualiter diſtantes* GNF *&* LOK *æquales ſunt.*

DEMONSTRATIO.

Sit AIBH circulus genitor, ad cujus diametrum AB ſint chordæ GF & LK perpendiculares: erunt DC & EC earum diſtantiæ a centro C (§.225.*Geom.*) & DF atque EK radii circulorum a centro æqualiter diſtantium (§.6.*Sphær.* & §. 131. *Geom.*). Quare cum ſit DF = EK (§.298.*Geom.*); Circuli quoque his radiis deſcripti æquales ſunt (§.171. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

37. Quia chordarum parallelarum non niſi duæ DF & EK a centro æqualiter diſtare poſſunt; circulorum eidem maximo parallelorum nonniſi duo æquales ſunt.

THEOREMA 16.

38. *Si arcus* FH *&* (Vid. Fig. ut ſup.) KH *itemque* GI *&* IL *inter circulum maximum* IMH *& minores* GNF *&* LOK *intercepti fuerint æquales; circuli quoque æquales ſunt.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam FH = KH & GI = IL per *hypoth.* erit etiam FP = PK & GQ = QL (§. 291. *Geom.*) & quia PF & PK, itemque GQ & QL ad IH perpendiculares (*per §. cit.*), erunt eædem diſtantiæ circulorum GNF & LOK a circulo maximo IMH, conſequenter a centro circuli C (§. 15). Eſt igitur circulus LOK alteri GNF æqualis (§. 36). *Q. e. d.*

THEOREMA 17.

39. *Circuli a centro ſphæræ* C (Vid. Fig. §. 36.) *æqualiter diſtantes ſunt eidem circulo maximo* IMH *atque inter ſe paralleli.*

DEMONSTRATIO.

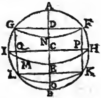
Quia circuli GNF & LOK a centro C æqualiter diſtant, erit recta DE per centrum ducta ad diametrum utriuſque circuli GF & LK perpendicularis (§. 225. *Geom.*). Ergo radii DF & EK circulorum GNF & LOK ſunt paralleli (§. 256. *Geom.*), qui ideo in rotatione ſemicirculi AFKB circa axem AB circulos parallelos in ſphæra deſcribunt (§. 6). *Quod erat unum.*

Ducatur diameter HI per centrum C ad AB perpendicularis, erit ea diameter circuli maximi IMH (§. 15). Eodem vero, quo ante, modo porro oſtenditur, utrumque circulum GNF & LOK eſſe eidem circulo maximo IMH parallelum. *Quod erat alterum.*

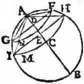
THEOREMA 18.

40 *Si arcus* FH *&* (Vid. Fig. §. 36.) GI *ejuſdem circuli maximi* AIBH *inter duos circulos* GNF *&* IMH *intercepti fuerint æquales; circuli ſunt inter ſe paralleli.*

DEMONSTRATIO.



Si IMH fuerit circulus maximus, demittantur ex F & G perpendiculares FP & GQ. Quoniam arcus FH & GI æquales ſunt *per hypoth.* erunt etiam perpendiculares PF & GQ æquales (§. 298. *Geom.*). Conſequenter chorda GF diametro IH parallela (§. 226 *Geom.*); deſcribit ideo recta DF in rotatione ſemicirculi AFB circa axem AB circulum GNF circulo IMH parallelum (§. 6).



Quodſi circulus uterque GNF & IMH fuerit minor; dividantur arcus GAF & IBH bifariam in A & B (§. 293. *Geom.*). Quoniam GA = AF & IB = BH *per conſtruct.* & GI = FH *per hypoth.* erit AGIB = AFHB (§. 88. *Arithm.*); conſequenter AB per centrum C tranſit (§. 135 *Geom.*). Secat igitur chordas GF & IH bifariam & ad angulos rectos (§. 291. *Geom.*); ideoque DF ipſi CH parallela (§. 256. *Geom.*). In rotatione ideo ſemicirculi AFHB circa axem AB radii DF & CH deſcribunt circulos parallelos (§. 5). *Q. e. d.*

THEOREMA 19.

41. *Si duo circuli in ſphæra* GNF *&* (Vid. Fig. 2. ut ſup.) IMH *a ſphæræ centro C inæqualiter diſtent; minor erit* GNF, *cujus diſtantia a centro* CD *major.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus circulorum diametros GF & IH eſſe inter ſe parallelas: Quoniam enim chordæ a centro æqualiter diſtantes æquales ſunt (§. 298. *Geom.*), ſi circuli GNF & IMH non fuerint paralleli, in demonſtratione facile aſſumi poteſt pro eorum uno alius ipſi æqualis & alteri parallelus. Ducatur jam CB per centrum C perpendicularis ad GF (§. 216. *Geom.*), erit eadem perpendicularis ad IH (§. 230. *Geom.*); ideoque CD & CE ſunt diſtantiæ chordarum DF & EH a centro C (§. 225. *Geom.*). Quare cum arcus IAH major ſit arcu GAF (§. 84. *Arithm.*); erit etiam IH > GF (§. 301. *Geom.*); ideoque circulus IMH major circulo GNF (§. 172. *Geom.*).

THEOREMA 20.

42. *Circuli paralleli* GNF *&* (Vid. Fig. 2. ut ſup.) IMH *eoſdem habent polos* A *&* B: *& ſi eoſdem polos habent, paralleli ſunt, & arcus circulorum per polos tranſeuntium* FH *&* GI *æquales ſunt.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam GF ipſi IH parallela *per hypoth.* erit arcus FH = GI (§. 312. *Geom.*). per centrum C ducatur recta AB arcum GF biſecans in A (§. 293. *Geom.*), quæ ſecabit chordas GF & IH bifariam atque ad angulos rectos (§. 291. *Geom.*). Cum ideo anguli ad D & E ſint æquales (§. 145. *Geom.*) & GD = DF, IE = EH *per demonſtrata*; erit AG = AF & AI = AH (§. 179. *Geom.*); conſequenter A polus circulorum GNF & IMH (§. 12), & B alter eorundem polus (§. 23). *Quod erat primum.*

Si A fuerit polus circulorum GNF

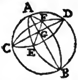
&

Digitized by Google

& IMH; erunt chordæ AG & AE, itemque AI & AH (§. 12), ideoque etiam arcus cognomines (§. 298. *Geom.*), conſequenter arcus FH & GI (§. 91. *Arithm.*) æquales. Sunt itaque circuli GNF & IMH paralleli (§. 40). *Quod erat ſecundum.*

Quia circuli paralleli GNF & IMH eundem habent polum A *per demonſtr.* erunt rectæ AF & AG, itemque AH & AI (§. 12), ideoque & arcus cognomines æquales (§. 298. *Geom.*). Sunt igitur etiam arcus FH & GI æquales (§. 91. *Arith.*). *Quod erat tertium.*

THEOREMA 21.



43. *Si circulus in ſphæra* AEBF *alterum* CEDF *ſecet, anguli ſphærici, qui ſunt deinceps,* AEC *&* AED *ſunt æquales duobus rectis; verticales vero* AEC *&* DEB *æquales inter ſe. Prius etiam valet de pluribus ſuper eodem arcu* CED *ad idem punctum* E *conſtitutis.*

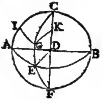
DEMONSTRATIO.

Communis interſectio EF eſt ſubtenſa arcuum EAF & ECF, itemque FBE & EDF. Quod ſi jam per G ducantur ad EF perpendiculares AB & CD, erit angulus AGC inclinatio plani AEGF ad planum CEGF & AGD inclinatio ejuſdem plani AEGF ad planum DEGF, angulus denique BGD inclinatio plani BEGF ad planum DEGF (§. 476. *Geom.*). Sunt igitur anguli ſphærici AEC, AED, DEB ut anguli rectilinei AGC, AGD, DGB (§. 5). Sed anguli rectilinei AGC & AGD ſunt æquales duobus rectis, etiam ſi plures ad idem punctum G ſuper eadem recta CD conſtituti (§. 147. *Geom.*), & verticales AGC, & BGD inter ſe æquales (§. 156. *Geom.*). Ergo etiam anguli ſphærici AEC & AED aut plures ad idem punctum E ſuper eodem arcu CD conſtituti duobus rectis æquales, & verticales AEC & DEB inter ſe æquales ſunt. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

44. Anguli igitur ſphærici quotcunque AEC, AED, DEB, BEC circa idem punctum E conſtituti ſunt quatuor rectis æquales.

THEOREMA 22.



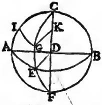
45. *Arcus circuli paralleli* IG *eſt ſimilis arcui circuli maximi* AE, *ſi uterque inter eoſdem circulos maximos* CAF *&* CEF *intercipiatur.*

DEMONSTRATIO.

Quia AEB circulus maximus, cujus poli F & C; erit in D centrum ejus & ſphæræ (§. 15. & 23.) & CE quadrans (§. 25) conſequenter EDC rectus. Quoniam GK parallela ipſi ED, & IK ipſi AD *per hypoth.* erunt quoque GK & IK ad CF perpendiculares (§. 230. *Geom.*), ideoque anguli IKG & ADE æquales (§. 509. *Geom*). Sunt itaque arcus AE & IG ſimiles (§. 141. *Geom.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

46. Habent ideo arcus AE & IG ad ſuas peripherias eandem rationem (§. 170 *Arithm.*);

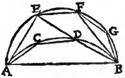


conſequenter eundem numerum graduum continent (§. 41. *Geom.*).

COROLLARIUM 2.

47. Arcus IG minor eſt arcu AE.

LEMMA I.



48 *Si duæ fuerint curvæ quæcunque* ACDB *&* A EFGB *verſus eandem rectam* AB *cavæ*; *continens* AEFGB *major eſt contenta* ACDB.

DEMONSTRATIO.

Ducantur in curva contenta chordæ quotcunque AC, CD, DB: producatur BD in E, donec curvæ continenti occurrat; ducanturque chordæ intra continentem AE, EF, FG, GB, FB.

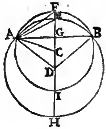
Quoniam

$AE + ED > AC + CD$ (§.300. *Geo.*)
$EF + FB > ED + DB$ (§.190. *Geo.*)
$FG + GB > FB$ (§. 190. *Geom.*

erit $AE + ED + EF + FB + FG + GB > AC + CD + ED + DB + FB$ (§. 90. *Arith.*),

ideoque $AE + EF + FG + GB > AC + CD + DB$ (§. 92. *Arithm.*).

Ergo multo magis curva continens AEFGB major contenta ACDB (§. 91. *Geom.*). *Q. e. d.*



LEMMA 2.

49. *Si in duobus triangulis rectangulis* GDB *&* ACG, *baſes æquales* AG *&* GB *habentibus*, *hypothenuſa unius* DB *fuerit major hypothenuſa alterius* AC; *etiam cathetus illius* DG *major erit catheto alterius* GC.

DEMONSTRATIO.

Quoniam $DB > AC$ *per hypoth.* erit $DB^2 > AC^2$ (§.374. *Geom.*). Cumque ſit $DB^2 = GB^2 + DG^2$ atque $AC^2 = AG^2 + GC^2$ (§. 417. *Geom.*); erit etiam $GB^2 + DG^2 > AG^2 + GC^2$ (§. 89. *Arithm.*). Quare cum ſit $AG = GB$ *per hypoth.* ideoque $AG^2 = GB^2$ (§. 374. *Geom.*), erit etiam $GD^2 > GC^2$ (§. 92. *Arithm.*) conſequenter $GD > GC$ (§. 374. *Geom.*). *Q. e. d.*

Aliter.

Concipiamus △ GDB poni ſuper △ AGC, ita ut GB cadat in GA. Quoniam GB = AG *per hypoth.* punctum B cadit in A (§. 169. *Geom.*). Et quia anguli recti BGD & AGD æquales ſunt; cathetus GD cadet in GC (§. 166. *Geom.*). Jam anguli ADG & ACG ſunt acuti (§. 218. *Geom.*), ACH & ADH vero obtuſi (§. 239. 66. *Geom.*). Quare cum ſit $AD > AC$ *per hypoth.*, punctum D ultra

Digitized by Google

D ultra C cadet (§. 189. *Geom.*). Eſt igitur GD > GC (§. 84. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

50 Quodſi ergo duo circuli ſe mutuo interſecent in A & B, quia recta ad medium chordæ communis AB perpendicularis GH per utriuſque centrum tranſit (§. 291. *Geom.*) & majoris radius AD major eſt radio minoris AC (§. 172. *Geom.*); diſtantia vero puncti a recta eſt recta ad illam perpendicularis (§. 225. *Geom.*): diſtantia centri majoris circuli DG a chorda communi AB major erit diſtantia centri minoris GC.

LEMMA 3.

51. *Si circulus minor* AFBIA (Vid. Fig. §. 49) *majorem* AEBHA *ſecat, arcus majoris* AEB *ſemicirculo minor, inter chordam communem* AB *& arcum minoris* AFB *ſemicirculo itidem minorem cadit.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus AFB eſſe arcum circuli majoris: quia centrum majoris D a chorda AB longius diſtat, quam centrum minoris C (§. 50); erit AD = DF & AC = CE (§. 40 *Geom.*), ideoque DAF = DFA & CAE = CEA (§. 184 *Geom.*). Eſt vero CEA > CFA (§. 188 *Geom.*), ergo CAE > DAF (§. 89 *Arithm.*): Quod cum ſit abſurdum (§. 84 *Arithm.*), AFB arcus circuli minoris, AEB vero majoris eſſe debet. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

52. Quia duo circuli communem chordam habentes ſibi mutuo ita ſuperimponi poſſunt, ut ſe mutuo ſecent; eadem chorda AB ex circulo majori arcum minorem AEB aufert, ex minore autem majorem AFB, & uterque arcus fuerit ſemicirculo minor (§. 48).

THEOREMA 23.

53. *Arcus circuli maximi eſt linea breviſſima, quæ in ſuperficie ſphæræ ab uno puncto uſque ad alterum duci poteſt.*

DEMONSTRATIO.

Si ſphæra ſecetur plano, planum iſtud vel per centrum ſphæræ tranſit vel centrum non attingit. In priori caſu linea ab uno puncto ad alterum in ſuperficie ſphæræ ducta eſt arcus circuli maximi, in poſteriori arcus minoris (§. 15). Quare ſi ſphæra plano ſecatur, linea breviſſima inter duo puncta intercepta eſt arcus circuli maximi (§. 52). Quodſi vero ſuperficie curva ſecetur, cujus perimeter verſus unam partem cava, verſus alteram convexa; tum linea, quæ in ſuperficie ſphæræ per duo puncta data tranſit, neceſſario verſus arcum circuli maximi cava eſt; conſequenter arcus circuli maximi minor eſt curva quacunque verſus eandem partem cava (§. 48). Quoniam vero per ſe patet, curvam flexuoſam ab uno puncto uſque ad alterum ductam eſſe majorem arcu circuli maximi inter eadem puncta contento; arcus circuli maximi eſt linea omnium breviſſima, quæ in ſphæræ ſuperficie a puncto uno ad alterum duci poteſt. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

54. Ergo diſtantia duorum punctorum in ſuperficie ſphæræ eſt arcus circuli maximi inter ea interceptus (§. 15. *Geom.*).

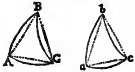
CAPUT

Digitized by Google

CAPUT II.

De Triangulis Sphæricis.

Theorema 24.



55. *Si in duobus triangulis ſphæricis fuerit* A = a, BA = ba & CA = ca; *erit etiam* BC = bc, B = b & C = c.

Demonstratio.

Non differt a demonſtratione theorematis 18. *Geometriæ* (§. 179).

Theorema 25.

56. *Si in duobus triangulis ſphæricis fuerit* A = a, C = c & AC = ac; *erit etiam* B = b, AB = ab *&* BC = bc.

Demonstratio.

Coincidit cum demonſtratione theorematis 42 *Geom.* (§. 251).

Scholion.

57. *Nimirum theoremata de congruentia triangulorum rectilineorum ad quavis alia curvilinea extenduntur, modo latera ſupponantur ſimilia, e. gr. ſimiles arcus parabolici. Quodſi enim ulterius ſupponantur æqualia, tum utique congruere debent* (§. 162. Geom.). *Univerſaliter etiam verum eſt, quod ſimiles lineæ, quarum extrema coincidunt, tota coincidant ſeu æquales ſint: aliàs enim perpendicula ex punctis eodem modo determinatis ad rectam poſitione datam demiſſa non forent æqualia, conſequenter illa per eorum rationem ad rectam quandam conſtantem diſcerni poſſent, ideoque ſimiles non forent* (§. 24. Arithm.), *quod hypotheſin evertit.*

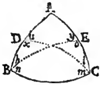
Theorema 26.

58. *Si in duobus triangulis ſphæricis fuerit* (Vid. Fig. præc.) AB = ab, AC = ac, BC = bc; *erit etiam* A = a, B = b, C = c.

Demonstratio.

Quoniam arcus AB & *ab*, AC & *ac*, BC & *bc* æquales ſunt *per hypoth.* etiam chordæ cognomines æquales ſunt (§. 289 *Geom.*). Ergo triangulum rectilineum *a b c* conguit cum triangulo AB C, ſi eidem decenter ſuperimponatur (§. 204 *Geom.*), conſequenter etiam ſphærica ſibi mutuo congruere debent (§. 57). *Q. e. d.*

Theorema 27.



59. *In triangulo æquicruro* ABC, *anguli ad baſin* B *&* C *ſunt æquales; & ſi in aliquo triangulo anguli* B *&* C *ad baſin* BC *æquales ſunt, triangulum* ABC *eſt æquicrurum.*

Demonstratio.

Fiat AD = AE, erit BD = EC (§. 91 *Arithm.*). Per C & D, itemque per B & E ducantur arcus circulorum maximorum CD & BE. Quoniam AC = AB

Digitized by Google

=AB *per hypoth.* & AD=AE *per conſtr.* angulus vero A utrique triangulo ABE & ACD communis; erit DC = BE (§. 55). Quare cum etiam ſit EC = BD *per demonſtrata* & baſis BC utrique triangulo BDC & BEC communis; erit B = C (§. 58). *Quod erat unum.*

Sit jam B = C *per hypoth.* fiat BD = CE, ducanturque arcus BE & CD; erit DC=BE, *x*=*o* & *m*=*n* (§. 55), conſequenter *u*=*y* (§. 43) & *i*=*b* (§. 91 *Arithm.*). Cum ideo ſit DA = AE (§. 56) & BD = EC *per conſtruct.* erit AB=AC (§. 88 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

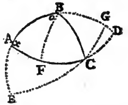
S C H O L I O N.

60. *Facile apparet, hanc demonſtrationem valere de omni triangulo, cujus latera ſunt linea ſimiles.*

T H E O R E M A 28.

61. *In omni triangulo ſphærico quodlibet latus eſt ſemicirculo minus.*

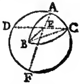
D E M O N S T R A T I O.



Continuentur latera AB & AC, donec ſibi mutuo occurrant in D. Continuentur quoque latera BA & BC, donec ſibi mutuo occurrant in E. Quoniam latera trianguli ſunt arcus circulorum maximorum in ſphæra (§. 3); ABD, ACD & BCE ſunt ſemicirculi (§. 20). Ergo arcus AB, AC & BC ſunt ſemicirculo minores. *Q. e. d.*

T H E O R E M A 29.

62. *In omni triangulo ſphærico* BAC *duo latera* AB *&* AC *ſimul ſumta ſunt tertio* BC *majora.*



D E M O N S T R A T I O.

Compleatur latus unum AC in circulum AFC, cujus diameter AF: Fiat AD = AB, ducaturque arcus DAC ſubtenſa DC, quæ diametrum AF in E ſecabit. Quodſi concipiamus ſemicirculum ADF rotari circa axem AF, donec arcus AD ipſi AB congruat (§. 57), recta ED ipſi EB congruet, ideoque æqualis erit. Sed BE + EC > BC (§. 190. *Geom.*). Ergo DC > BC (§. 89 *Arith.*); conſequenter arcus DAC, hoc eſt, duo arcus AB & AC ſimul ſumti ſunt arcu BC majores (§. 301 *Geom.*) *Q. e. d.*

T H E O R E M A 30.

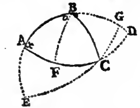
63. *In omni triangulo ſphærico* ABC, (Vid. Fig. 1. ut ſup.) *tria latera junctim ſumta* AB, BC *&* CA *ſunt peripheria circuli maximi minora.*

D E M O N S T R A T I O.

Continuentur latera AB & AC, donec coeant in D, erunt ABD & ACD ſemiperipheriæ circulorum maximorum (§. 20). Sed BD + CD > BC (§. 62), ſeu BC < BD + CD: ergo BA + AC + BC < ABD + ACD (§. 90 *Arithm.*) hoc eſt, tria latera ſimul ſumta peripheria circuli maximi minora ſunt. *Q. e. d.*

THEO-

Digitized by Google



THEOREMA 31.

64. *In omni triangulo ſphærico* ABC, *majori angulo* ABC *opponitur majus latus* AC, *minori* A *latus minus* BC, *& contra*.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus $ABC > A$ *per hypoth.* Si fiat $o = x$ (§. 20. *Arithm.*): erit $FA = FB$ (§. 59), ideoque $FB + FC = AC$ (§. 88 *Arithm.*). Eſt vero $FB + FC > BC$ (§. 62): ergo $AC > BC$ (§. 89 *Arithm.*). *Quod erat unum*.

Sit jam $AC > BC$: aut erit $A = B$, aut $A > B$, aut $A < B$. Si $A = B$, erit $AC = BC$ (§. 59) & ſi $A > B$, erit $BC > AC$ *per demonſtrata*. Sed utrumque eſt contra hypoteſin: ergo $A < B$. *Quod erat alterum*.

THEOREMA 32.

65. *Si in triangulo ſphærico* BAC (Vid. Fig. ut ſup.) *crura* AB & BC *fuerint ſimul ſumta ſemicirculo æqualia*: *baſi* AC *continuata in* D, *erit angulus externus* BCD *interno oppoſito* BAC *æqualis*.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC donec ſibi mutuo occurant in D: erit ABD ſemicirculus (§. 20); conſequenter cum $AB + BC$ ſit itidem ſemicirculus *per hypoth*. $AB + BC = AB + BD$, ideoque $BC = BD$ (§. 91 *Arithm.*). Cum ideo ſit angulus $BCD = D$ (§. 59) & $A = D$ (§. 32); erit etiam $BCD = A$ (§. 87. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 33.

66. *Si in triangulo ſphærico* BAC (Vid. Fig. ut ſup.) *duo crura* AB & BC *ſimul ſumta fuerint ſemicirculo minora*: *angulus externus* BCD *major erit interno oppoſito* A.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, donec ſibi mutuo occurrant in D; erit ABD ſemicirculus (§. 20); conſequenter cum $AB + BC$ ſit ſemicirculo minor *per hypoth*. $AB + BC < AB + BD$, ideoque $BC < BD$ (§. 92 *Arithm.*), cum ideo ſit angulus $BCD > D$ (§. 64) & $D = A$ (§. 32); erit etiam $BCD > A$ (§. 89 *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 34.

67. *Si in triangulo ſphærico* BAC (Vid. Fig. ut ſup.) *duo crura* AB & BC *ſimul ſumta fuerint ſemicirculo majora*; *angulus externus* BCD *minor erit interno oppoſito* A.

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB & AC, donec ſibi mutuo occurrant in D, erit ABD ſemicirculus (§. 20); conſequenter cum $AB + BC$ ſit ſemicirculo major *per hypoth*. $AB + BC > AB + DB$, ideoque $BC > BD$ (§. 92. *Arithm.*). Cum ideo ſit $BCD < D$ (§. 64) & $D = A$ (§. 32), erit etiam $BCD < A$ (§. 89 *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 35.

68. *Si baſi* AC (Vid. Fig. ut ſup.) *trianguli ſphærici* ABC *continuata in* D,

Digitized by Google

D, *fuerit* BCD = A, *latera* AB *&* BC *ſunt ſemicirculo æqualia*; *ſi* BCD ≺ A, BA *&* BC *ſemicirculo majora*; *ſi denique* BCD ≻ A; AB *&* BC *ſemicirculo minora.*

DEMONSTRATIO.

Continuentur latera AB, & AC, donec in D coeant; erit A = D (*§.* 32), ideoque cum ſit in caſu primo angulus BCD ipſi A æqualis, in ſecundo eodem minor, in tertio major *per hypoth.* in caſu primo BCD = D (*§.* 87. *Arithm.*). In ſecundo BCD ≺ D, in tertio BCD ≻ D (89. *Arithm.*). Ergo in primo BC = BD (*§.* 59), in ſecundo BC ≻ BD & in tertio BC ≺ BD (*§.* 64). Quare cum AB + BD ſit ſemicirculus (§ 20), erit in caſu primo AB + BC ſemicirculus (§. 88. *Arithm.*), in ſecundo AB + BC major, in tertio minor ſemicirculo (§. 90. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 36.

69. *Si in triangulo ſphærico* ABC (Vid. Fig. pag. præc) *duo latera* AB *&* BC *fuerint ſemicirculo æqualia, anguli ad baſin* A *&* C *ſunt æquales duobus rectis*; *ſi illa ſemicirculo majora, hi duobus rectis majores*; *ſi illa ſemicirculo minora, hi duobus rectis minores.*

DEMONSTRATIO.

Si AB & BC ſimul æquantur ſemicirculo, erit BCD = A (*§.* 65). Sed BCD + BCA = duobus rectis (§. 43). Ergo anguli ad baſin A & C duobus rectis æquales (*§.* 88. *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Si AB & BC ſimul ſumta ſemicirculo majora, erit BCD ≺ A (*§.* 67); ſi minora, BCD ≻ A (*§.* 66). Sed BCD & BCA ſimul duobus rectis æquales (§. 43). Ergo in caſu priori A & C duobus rectis majores, in poſteriori minores (§. 90. *Arithm.*). *Quod erat ſecundum & tertium.*

THEOREMA 37.

70. *Si in triangulo ſphærico* ABC (Vid. Fig. pag. præc.) *anguli ad baſin* A *&* C *duobus rectis æquales, latera* AB *&* BC *ſimul ſumta æqualia ſunt ſemicirculo*; *ſi illi duobus rectis majores, hæc ſemicirculo majora*; *ſi illi duobus rectis minores, hæc ſemicirculo minora.*

DEMONSTRATIO.

Anguli, qui ſunt deinceps, BCA & BCD duobus rectis æquales ſunt (*§.* 43): Quare ſi A & BCA duobus rectis æquales, erit A = BCD (*§.* 91 *Arithm.*); ſi A & BCA duobus rectis majores, erit A ≻ BCD; ſi minores, A ≺ BCD (§. 92 *Arithm.*). Ergo in caſu primo latera AB & BC ſimul ſemicirculo æqualia ſunt, in ſecundo majora, in tertio minora ſemicirculo (§. 68). *Q. e. d.*

THEOREMA 38.

71. *In omni triangulo ſphærico* ABC (Vid. Fig. pag. præc.) *angulus quivis eſt minor duobus rectis*; *tres* A, B *&* C *ſimul ſunt ſex rectis minores, duobus majores.*

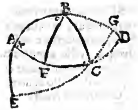
DEMONSTRATIO.

Angulus quivis BCA cum eo, qui eſt deinceps, BCD æquatur duobus rectis (§. 43). Ergo ſolus eſt minor duobus rectis (§. 84 *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Similiter quia A, B & C cum ſuis angulis, qui ſunt deinceps, æquantur ſex rectis (§. 43); pars ſex rectorum ſunt (§. 9 *Arithm.*) ideoque ſex rectis minores (§. 84 *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

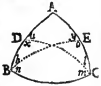
Porro cum A & C ſimul ſumti vel

Digitized by Google



ſint duobus rectis æquales, vel iiſdem majores vel minores (§.69); in duobus caſibus prioribns ſtatim patet, tres A, C & B ſimul duobus rectis majores eſſe. Quod vero etiam in caſu tertio duobus rectis majores ſint, ita demonſtratur. Quia A & BCA duobus rectis minores *per hypoth.* latera AB & BC ſimul ſemicirculo minora ſunt (§. 70) ideoque B CD > A (§.66.) Fiat ergo GCD = A; erunt AG & GC ſimul ſemicirculo æqualia (§. 68), ideoque BG & GC ſemicirculo minora (§.90 *Arithm.*), conſequenter GBC & BCG duobus rectis minores (§. 69) & hinc ABC > BCG (§. 43 *Sphæric.* & §.92 *Arithm.*). Ergo A + ABC > GCD + GCB (§. 90 *Arithm.*) > BCD (§. 86 & §. 89 *Arithm.*). Sed BCD & BCA ſimul duobus rectis æquales (§. 43) quare A, ABC & BCA duobus rectis majores (§. 90 *Arithm.*). *Quod erat tertium.*

THEOREMA 39.



72. *Si in triangulo ſphærico* BAC *crura* AB *&* AC *ſint quadrantes, anguli ad baſin* B *&* C *recti erunt; quodſi angulus interceptus* A *fuerit rectus, etiam baſis* BC *quadrans erit; ſi* A *obtuſus*, BC *quadrante major; ſi* A *acutus*, BC *quadrante minor.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam AB & AC ſunt quadrantes, anguli B & C inter ſe æquales (§. 59), & junctim ſumti duobus rectis æquales ſunt (§. 69). Eſt igitur tam B, quam C rectus. *Quod erat unum.*

Similiter quia AB quadrans *per hypoth.* BC eſt menſura anguli A (§. 33). Quare ſi A rectus, erit BC quadrans; ſi obtuſus, quadrante major; ſi acutus, quadrante minor. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 40.

73. *Si in triangulo ſphærico* BAC (Vid. Fig. 2 ut ſup.) *anguli ad baſin* B *&* C *fuerint recti; crura* AB *&* CA *ſunt quadrantes.*

DEMONSTRATIO.

Quia anguli B&C ſunt inter ſe æquales *per hypoth.* crura AB & AC æqualia ſunt (§. 59). Et quia B & C ſimul duobus rectis æquales *per hypoth.* AB & AC ſimul ſemicirculo æqualia ſunt (§.70). Eſt igitur tam AB, quam AC quadrans. *Q. e. d.*

THEOREMA 41.

74. *Si in triangulo ſphærico æquicruro* ABC (Vid. Fig. 2. ut ſup.) *crura* AB *&* AC *fuerint quadrante majora, anguli ad baſin* B *&* C *ſunt obtuſi; ſi minora, acuti & contra.*

DEMONSTRATIO.

Si AB&AC quadrante majora, erunt ſimul ſemicirculo majora, ideoque anguli B & C ſimul duobus rectis majores (§.69); conſequenter tam B, quam C recto major (§. 59), hoc eſt, obtuſus. *Quod erat unum.*

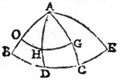
Si AB&AC quadrante minora, erunt

ſimul

ſimul ſemicirculo minora, ideoque anguli B & C ſimul duobus rectis minores (§. 69); conſequenter tam B, quam C recto minor (§. 59), hoc eſt, acutus. *Quod erat alterum*.

Converſum theorema ſimili prorſus modo demonſtratur. Si enim triangulum æquicrurum, anguli B & C ſunt æquales (§. 59), ideoque ſimul ſumti duobus rectis majores, ſi uterque obtuſus; & ex adverſo duobus rectis minores, ſi uterque acutus. Ergo in priori caſu latera AB & AC ſimul ſemicirculo majora, in poſteriori minora (§. 70); conſequenter tam AB, quam AC in priori quadrante majus, in poſteriori quadrante minus. *Q. e. d.*

THEOREMA 42.



75. *Si in triangulo ſphærico rectangulo angulo recto* B *adjacens latus* BC *fuerit quadrans, erit angulus* A *rectus; ſi* BE *quadrante majus, angulus* A *obtuſus; ſi denique* BD *quadrante minus, angulus* A *acutus*.

DEMONSTRATIO.

Quia CB ipſi BA ad angulos rectos inſiſtit, circulus, cujus arcus CB, per polum ejus tranſit ad quem AB pertinet (§. 28). Eſt vero BC quadrans *per hypoth*. Ergo in C eſt polus ipſius BA (§. 25). Cum ideo CA itidem per polum ipſius BA tranſeat (§. 27): erit A angulus rectus (§. 28). *Quod erat unum*.

Jam ſi BD quadrante minus, BE vero quadrante majus, in caſu priore AD inter B & C, in poſteriore AE ultra C cadit, ideoque in illo angulus BAD recto BAC minor, in hoc major eſt (§. 84 *Arithm.*); hoc eſt, in illo acutus, in hoc obtuſus. *Quod erat alterum*.

THEOREMA 43.

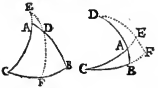
76. *Si in triangulo ſphærico* ABC (Vid. Fig. ut ſup.) *ad* B *rectangulo angulus* A *fuerit obtuſus, erit latus ipſi oppoſitum* EB *quadrante majus: ſi vero in triangulo* ABD *ad* B *rectangulo angulus* A *fuerit acutus, erit latus ipſi oppoſitum* BD *quadrante minus*.

DEMONSTRATIO.

Si enim latus BE eſſet vel quadrans, vel quadrante minus, angulus A eſſet in priori caſu rectus, in altero acutus (§. 75). Sed *per hypotheſin* obtuſus eſt: ergo BE nec quadrans eſt, nec quadrante minus, conſequenter quadrante majus. *Quod erat unum*.

Eodem modo oſtenditur, ſi A fuerit angulus acutus, fore BD quadrante minus. *Quod erat alterum*.

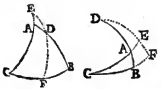
THEOREMA 44.



77. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad* B *rectangulo utrumque crus* AB & BC *fuerit vel quadrante minus, vel quadrante majus; hypothenuſa* AC *erit quadrante minor*.

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.



Continuentur crura CB & AB quadrante minora in F & D, donec CF & BD fuerint quadrantes, vel ſi CB&AB quadrante majora, reſecentur quadrantes CF & BD ducaturque arcus DF hypothenuſæ continuatæ in E occurrens. Quia DB ſecat CB ad angulos rectos, per polum ipſius tranſit (§. 28). Quare cum BD ſit quadrans *per conſtructionem*; erit in D polus quadrantis CF (§. 25), ideoque etiam angulus ad F rectus (§. 28): unde eodem modo patet, eſſe quoque in C polum ipſius DF; conſequenter CE quadrantem (§. 25). Ergo CA quadrante minor, (§. 84 *Arithm.*). *Q. e. d.*

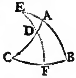
THEOREMA 45.

78. *Si in triangulo ſphærico* ABC(Vid. Fig. ut ſup.) *ad* B *rectangulo duo anguli reliqui* A *&* C *fuerint vel ambo acuti, vel obtuſi; hypothenuſa* AC *quadrante minor.*

DEMONSTRATIO.

Si enim A & C fuerint acuti, erunt latera oppoſita BC& AB quadrante minora; ſi A & C obtuſi, latera oppoſita BC & AB quadrante majora (§. 76). Ergo in utroque caſu hypothenuſa AC quadrante minor (§. 77). *Q. e. d.*

THEOREMA 46.



79. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad* B *rectangulo latus unum* AB *fuerint quadrante minus, alterum* CB *quadrante majus; hypothenuſa* AC *erit quadrante major.*

DEMONSTRATIO.

Continuetur BA in E, donec BE ſit quadrans & ex latere BC reſecetur quadrans CF, ducaturque arcus EF ſecans hypothenuſam neceſſario in D. Quoniam EB ſecat CB ad angulos rectos *per hypoth.* per polum ipſius tranſit (§. 28). Quare cum BE ſit quadrans, erit in E polus ipſius CF (§. 25.), ideoque etiam angulus ad F rectus (§. 28): unde eodem modo patet, eſſe quoque in C polum ipſius EF, conſequenter CD quadrantem (§. 25). Ergo CA quadrante major (§. 84. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 47.

80. *Si in triangulo ſphærico* ABC (vid. Fig. §. præc.) *ad* B *rectangulo angulus unus* C *fuerit acutus, alter* A *obtuſus: erit hypothenuſa* AC *quadrante major.*

DEMONSTRATIO.

Quia A recto major, C minor *per hypoth.* erit latus BC majus, AB vero minus quadrante (§. 76). Ergo hypothenuſa AC quadrante major (§. 79). *Q. e. d.*

THEOREMA 48.

81. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ad* B *tantum rectangulo hypothenuſa* AC (vid. Fig. §. 79.) *ſit quadrante minor, erunt crura* AB *&* BC *vel*

qua-

Digitized by Google

quadrante majora, vel minora, & anguli A *&* C *vel obtuſi, vel acuti: ſi vero hypothenuſa* AC *quadrante major, crus alterum* BC *quadrante majus & angulus ipſi oppoſitus* A *obtuſus; alterum* AB *quadrante minus & angulus eidem oppoſitus* C *acutus*.

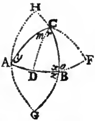
DEMONSTRATIO.

Si enim in priore caſu crus unum foret quadrante majus, alterum minus, & angulorum alter obtuſus, alter acutus; tum hypothenuſa neceſſario foret quadrante major (§. 79 & 80). Sed *per hypotheſin* quadrante minor exiſtit; ergo crus unum quadrante majus, alterum minus eſſe nequit, nec angulorum alter obtuſus, alter acutus eſſe poteſt. Eſt igitur latus utrumque aut quadrante majus aut eodem minus, & angulus uterque vel obtuſus, vel acutus. *Quod erat unum*.

Non abſimili modo oſtenditur, ſi hypothenuſa quadrante major, fore latus alterum quadrante majus, alterum minus; angulum alterum recto majorem, alterum minorem. *Quod erat alterum*.

THEOREMA 49.

82. *Si in triangulo ſphærico obliquangulo* ACB *angulus ad baſin uterque* A *&* B *fuerit vel obtuſus, vel acutus, perpendiculum* CD *ex angulo tertio* C *in latus oppoſitum* AB *demiſſum intra triangulum; ſi unus* B *obtuſus, alter* A *acutus, extra illud cadit*.



DEMONSTRATIO.

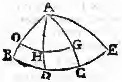
Cadat enim, ſi fieri poteſt, in caſu primo perpendiculum CF extra triangulum ACB. Quoniam in triangulo ACF angulus A obtuſus *per hypoth.* erit CF quadrante majus (§. 76); conſequenter in triangulo CBF Angulus *o* obtuſus (§. 75). Sed quia *x* eſt obtuſus *per hypoth.* erit *o* acutus (§. 43). Quare cum angulus *o* non ſimul acutus & obtuſus eſſe poſſit, perpendiculum extra triangulum cadere nequit. Cadit ergo intra ipſum. *Quod erat primum*.

Cadat porro in ſecundo caſu, ſi fieri poteſt, perpendiculum CF extra triangulum ACB. Quoniam angulus A acutus *per hypoth.* erit CF quadrante minus (§. 76), conſequenter in triangulo CBF angulus *o* acutus (§. 75). Sed quia *x* eſt acutus *per hypoth.* erit *o* obtuſus (§. 43). Quare cum angulus *o* non ſimul acutus & obtuſus eſſe poſſit, perpendiculum intra triangulum cadat neceſſe eſt. *Quod erat ſecundum*.

Denique in tertio caſu, ubi angulus CBA obtuſus, alter A acutus, cadat, ſi fieri poteſt, perpendiculum CD intra triangulum ACB. Quoniam angulus *x* eſt obtuſus *per hypoth.* erit latus CD quadrante majus (§. 76). Sed quia in triangulo ACD *per hypoth.* rectangulo ad D, angulus A acutus *per hypoth.* erit idem latus CD quadrante minus (§. 76): quod cum ſit abſurdum, perpendiculum intra triangulum cadere nequit. Cadit ergo extra illud. *Quod erat tertium*.

THEO-

THEOREMA 50.



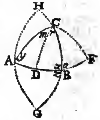
83. *Diſtantia puncti* A *in ſphæra a circulo maximo vel minore* BC *eſt arcus circuli maximi* AD *ad ipſum perpendicularis.*

DEMONSTRATIO.

Si arcus perpendicularis AD fuerit quadrans; erit in A polus circuli maximi BC (§. 26), ideoque omnes arcus circulorum maximorum inter punctum A & circulum BC intercepti ſunt quadrantes (§. 25). Quodſi AD fuerit quadrante minor; erit angulus B recto minor (§. 75), ideoque AD ≺ BA (§. 64). Minor ideo arcus circuli maximi quam AD inter A & BC in utroque caſu intercipi nequit. Quare cum arcus circuli maximi AD ſit linea breviſſima, quæ in ſuperficie ſphæræ ab uno puncto ad alterum duci poteſt (§. 53); erit is diſtantia puncti A a circulo BC (§. 15. *Geom.*). *Quod erat unum.*

Quodſi OG fuerit circulus minor, CB maximus, A utriuſque polus: erit arcus AD tam ad OG, quam ad BC perpendicularis (§. 28. 30). Cum ideo AD ſit diſtantia puncti A a BC, & DH diſtantia puncti H ab eodem BC *per demonſtrata*: erit AH diſtantia puncti A ab arcu OG. *Quod erat alterum.*

THEOREMA 51.



84. *Si in triangulo ſphærico* ACB *omnes anguli* A, B & C *ſunt acuti; latera ſingula ſunt quadrante minora.*

DEMONSTRATIO.

Demittatur ex angulo uno C in latus AB perpendicularis CD, quæ intra triangulum cadit (§. 82). Cum itaque in triangulo rectangulo CDB angulus B ſit acutus, & DCB ſimiliter acutus *per hypoth.*; erit hypothenuſa CB quadrante minor (§. 78). Eodem modo conſtat, hypothenuſam AC in triangulo rectangulo ADC eſſe quadrante minorem. Nec abſimili ratiocinio colligitur, perpendiculo ex B in latus AC demiſſo, latus AB eſſe quadrante minus. Sunt igitur ſingula latera quadrante minora. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

85. Ergo ſi in triangulo ſphærico obliquangulo latus unum ſit quadrante majus, angulus unus eſt obtuſus (§. 84), nempe qui opponitur eidem lateri (§. 64).

THEOREMA 52.

86. *Si in triangulo ſphærico* ACB (vid. Fig. §. 84.) *anguli duo* A & B *fuerint obtuſi, tertius vero* C *acutus; latera* AC & CB *obtuſis oppoſita ſunt quadrante majora, quod vero opponitur acuto* AB, *quadrante minus.*

DEMONSTRATIO.

Demittatur ex angulo acuto C perpendiculum CD in baſin AB, quod intra

tra triangulum cadet (§. 82). Quoniam *x* & *y* ſunt anguli obtuſi, *m* & *r* acuti *per hypoth.* in triangulis ACD & CDB ad D rectangulis *per conſtruct.* erunt hypothenuſæ AC & CB quadrante majores (§. 80). *Quod erat unum.*

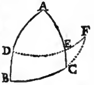
Demittatur porro ex angulo obtuſo A perpendiculum in CB, quod extra triangulum cadet (§. 82). Continuetur perpendiculum AG donec lateri CB continuato in H occurrat; erit HG ſemicirculus (§. 20). Sed arcus CB quadrante major *per demonſtrata:* Ergo BG quadrante minor. Jam cum angulus obtuſus ſit *per hypoth.* erit *z* acutus (§. 43), ideoque perpendiculum AG quadrante minus (§. 76), conſequenter AB quadrante minus (§. 77). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

87. Ergo ſi duo latera ſunt quadrante minora, duo anguli ſunt acuti.

THEOREMA 53.

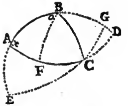
88. *Si in triangulo ſphærico* ABC *ſingula latera fuerint quadrante majora, vel duo* AB *&* AC *quadrante majora, tertium* BC *quadrans; ſinguli anguli ſunt obtuſi.*



DEMONSTRATIO.

Ex A tanquam polo intervallo quadrantis AD deſcribatur circulus maximus DEF occurrens lateri BC producto in F; erunt anguli ad D & E recti (§. 28), & quia BC vel quadrans, vel quadrante majus, CF quadrante minus (§. 20) & BF quadrante majus in caſu utroque; conſequenter cum CE ſit quadrante minus, quia AE quadrans, EF quadrante minus (§. 81). Unde angulus ECF acutus (§. 75), ideoque ipſi deinceps poſitus ACB obtuſus (§. 43). Eodem prorſus modo oſtenditur angulos reliquos A & B eſſe obtuſos. *Q. e. d.*

THEOREMA 54.



89. *Si in triangulo ſphærico obliquangulo* ABC *duo latera* AB *&* AC *ſint quadrante minora, tertium* BC *quadrante majus: erit angulus* A, *qui maximo opponitur obtuſus, reliqui duo* B *&* C *erunt acuti.*

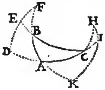
DEMONSTRATIO.

Producantur latera quadrante minora AB & AC, donec ſibi mutuo occurrant in D, erunt latera BD & CD quadrante majora (§. 20), ideoque in triangulo BDC omnes anguli obtuſi (§. 88); conſequenter angulus A obtuſus (§. 32), & ABC atque BCA acuti (§. 43). *Q. e. d.*

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA 55.



90. *Si trianguli ſphærici* ABC *ad* A *rectanguli ſingula latera, quæ ſunt quadrante minora, continuentur in* F, E & D, *donec fiant quadrantibus* CD, CE, AF *æquales; arcus circuli maximi* DF *tranſiens per puncta* F & D *eſt quadrans, arcum* CE *ad angulos rectos ſecat, & per punctum* E *tranſit.*

DEMONSTRATIO.

Quia FA ſecat AC ad angulos rectos *per hypoth.* FA per polum ipſius AC tranſit (§. 28). Quare cum FA ſit quadrans *per conſtruct.* erit in F Polus ipſius DC (§. 25), conſequenter FD quadrans eſt (§. *cit.*). *Quod erat primum.*

Porro quoniam DF tranſit per polum F arcus DC *per demonſtrata;* DC viciſſim per polum ipſius DF tranſit (§. 27). Quare cum DC ſit quadrans *per conſtruct.* erit in C polus ipſius DF (§. 25); conſequenter CE quadrans (§. *cit.*) ideoque arcus DF per punctum E tranſit, EC etiam arcum EF ad angulos rectos ſecat (§. 28). *Quod erat ſecundum & tertium.*

COROLLARIUM.

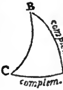
91. Quoniam DE eſt menſura anguli C (§. 31) & DF quadrans (§. 90); erit arcus EF complemento anguli C ad rectum æqualis. Similiter quia DA menſura anguli F (§. 31) & DC quadrans (§. 90) erit angulus F complemento lateris AC æqualis.

CAPUT III.

De Reſolutione Triangulorum rectangulorum.

DEFINITIO 9.

92. IN Triangulo ſphærico rectangulo BAC *partem mediam* voco, quæ inter duas alias inſtar extremarum conſideratas interjacet. Veluti ſi extremæ ſumantur AB & BC, pars media erit angulus B.



DEFINITIO 10.

93. Quodſi partes, quæ inſtar extremarum conſiderantur, mediæ fuerint contiguæ, aut inter mediam & extremarum alteram angulus rectus A interjacet, partes illas *conjunctas* appello. Ex. gr. ſi B ſit media, AB & BC erunt partes conjunctæ.

COROLLARIUM.

94. Quodſi ergo fuerit

1. AB

media	1. AB	erunt conjunctæ	1.	AC, B
	2. B		2.	AB, BC
	3. BC		3.	B, C
	4. C		4.	BC, CA
	5. AC		5.	C, AB

Definitio II.

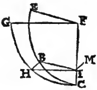
95. Si vero inter partes, quæ extremarum loco ſunt, & inter mediam alia quædam præter angulum rectum interjacet; tum eas *ſejunctas* dicere ſoleo. E. gr. ſi B ſit media, erunt AC & C ſejunctæ: inter partem enim mediam B & extremam C interjacet hypothenuſa BC; (*Vid. Fig.* §. 92.) inter mediam B & alteram extremam AC, præter rectum A, qui hic non attenditur, crus AB.

Corollarium.

96. Quodſi ergo fuerit

media	1. AB	erunt ſejunctæ	1.	BC, C
	2. B		2.	AC, C
	3. BC		3.	AB, AC
	4. C		4.	B, AB
	5. AC		5.	BC, B

Lemma 4.

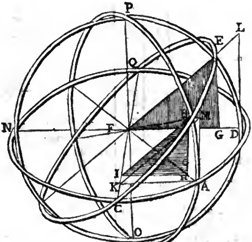


97. *Si planum* EFC *ad planum* GFC *inclinetur, ſintque* FG, EF *&* BI *ad* FI, BH *ad planum* FCG *perpendiculares*; *anguli* EFG *&* BIH *æquales ſunt*.

Demonstratio.

Erigatur in I recta IM parallela rectæ HB, ducaturque recta HI, erunt rectæ IM, BH, HI, BI, in eodem plano (§. 483. *Geom.*), & recta MI perpendicularis plano FHI (§. 492. *Geom.*) ideoque etiam perpendicularis rectæ FI (§. 486. *Geom.*). Proinde cum etiam BI ſit perpendicularis rectæ FI *per hypoth.*, erit FI perpendicularis plano BHI (§. 484. *Geom.*), conſequenter angulus HIF rectus (§. 486. *Geom.*). Cum itaque in plano FGHI duo anguli GFI *per hypoth.* & FIH *per demonſtr.* ſint recti; & recti itidem anguli EFI, FIB in plano EFIB *per hypoth.*, erunt tum duæ rectæ EF & BI, tum duæ GF & HI inter ſe parallelæ (§. 256. *Geom.*), ideoque anguli EFG, BIH æquales (§. 496. *Geom.*). *Q. e. d.*

Digitized by Google



Theorema 56.

98. *In Triangulo ſphærico* ABC *ad* A *rectangulo, ſinus totus eſt ad ſinum hypothenuſæ* BC, *ut ſinus anguli obliqui* C *ad ſinum cruris ſibi oppoſiti* AB, *vel ut ſinus anguli* B *ad ſinum cruris ſibi oppoſiti* AC.

Demonstratio.

Producantur latera CB in E, CA in D, AB in P, donec CE, CD, AP fiant quadrantes: circulus maximus DPNO tranſiens per D & P etiam tranſit per E (§. 90.), eſtque ED menſura anguli C (§. 31). Quare ſi ad radios FD, FA & FC demittantur perpendiculares EG, BH & BI; erunt eædem ſinus arcuum ED, BA & BC (§. 2. *Trigon. plan.*) & cum, ob quadrantem CE, angulus EFC ſit rectus (§. 143. *Geom.*), ideoque EF ad FC perpendicularis (§. 78. *Geom.*); erit angulus EFG alteri BIH æqualis (§. 97); conſequenter ut FE ſinus totus ad BI ſinum hypothenuſæ BC, ita EG ſinus arcus ED, ſeu anguli ACB, ad BH ſinum lateris ſibi oppoſiti AB (§. 267. *Geom.*). Eodem modo oſtenditur, quod ſinus totus ſit ad ſinum BC, uti ſinus B ad ſinum cruris AC.

Quodſi in triangulo QAB crus unum QDA fuerit quadrante majus, erit etiam hypothenuſa QEB quadrante major (§. 79). Quare ſi arcus QD & QE fiant quadrantes, & reliqua ut ante; in hoc etiam caſu patet eſſe, ſinum totum FE ad ſinum BI hypothenuſæ BEQ, ut ſinns EG anguli Q ipſi nempe C æqualis (§. 32) ad ſinum BH cruris BA.

Denique ſi crura angulum rectum intercipientia fuerint OAB & ODE qua-

Digitized by Google

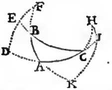
quadrante majora, erit hypothenuſa BE quadrante minor (§ 77). Continuentur latera, donec ſe mutuo interſecent in P, erit angulus P ipſi O æqualis (§. 32), ideoque etiam rectus & PE atque PB erunt complementa crurum ad ſemicirculum (§. 18). Sed in triangulo BPE eſt ut ſinus totus ad ſinum hypothenuſæ EB, ita ſinus anguli B ad ſinum cruris oppoſiti PE; ita etiam ſinus anguli E ad ſinum cruris oppoſiti PB *per demonſtrata*. Quare cum PE atque EDO, PB atque BAO, anguli ad B itemque ad E contigui eundem habeant ſinum (§. 5. *Trigon. plan.*); erit etiam ut ſinus totus ad ſinum hypothenuſæ BE, ita ſinus EBO ad ſinum EO, & ſinus BEO ad ſinum BO..

In omni ideo triangulo rectangulo ſphærico, cujus nullum latus eſt quadrans, eſt ut ſinus totus ad ſinum hypothenuſæ, ita ſinus anguli obliqui, ad ſinum lateris ſibi oppoſiti. *Q. e. d.*

Corollarium.

99. Eſt ergo rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris unius æquale rectangulo ex ſinu anguli eidem oppoſiti in ſinum hypothenuſæ (§. 378. *Geom.*)

Theorema 57.



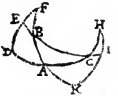
100. *In omni triangulo ſphærico rectangulo* ABC, *cujus latus nullum eſt quadrans, ſi crurum* AB & AC *complementa ad quadrantem conſiderentur ut crura ipſa, rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquatur rectangulo ex ſinibus partium ſejunctarum.*

Demonstratio.

Etenim pars media vel eſt crus alterutrum AB aut AC, vel hypothenuſa BC, vel angulus obliquus alteruter B aut C; ideoque in primo caſu partes ſejunctæ ſunt hypothenuſa BC & angulus obliquus C vel B mediæ AB vel AC oppoſitus; in ſecundo crura AB & AC; in tertio angulus obliquus alter C aut B cum crure adjacente AC vel AB (§ 96).

1. In caſu primo rectangulum ex ſinu toto in ſinum lateris AB vel AC eſt æquale rectangulo ex ſinibus hypothenuſæ BC & anguli C vel B (§. 99). Sed ſi complementa ad quadrantem laterum AB, AC ſumantur pro lateribus ipſis AB, AC, ſinus laterum ipſorummet AB, AC evadunt coſinus (§. 11. *Trigon. plan.*). Ergo ſi pro cruribus AB & AC ſumantur complementa ad quadrantem; erit rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquale rectangulo ex ſinibus ſejunctarum hypothenuſæ B C & anguli C vel B.
2. Si BC fuerit pars media & crura A B atque AC partes ſejunctæ; continuentur ſingula trianguli latera in D, E & F, donec fiant quadrantes & per F ac D ducatur circulus maximus, erit DF quadrans, & tranſibit etiam per E ſecabitque EC ad angulos rectos (§. 90). Erit vero F complemento cruris AC, EB complemento hypothenuſæ BC & FB

complemento cruris AB æqualis *per conſtruct.* Cum ideo rectangulum ex ſinu toto in ſinum EB ſit æquale rectangulo ex ſinibus anguli F & arcus BF (§. 99); erit rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ BC æquale rectangulo ex ſinibus ſejunctarum AB & AC.



3. Si C pars media, AB & B partes ſejunctæ, continuatis ut ante lateribus, erit EF complemento anguli C (§. 91) & EBF ſuo verticali ABC æqualis (§. 43). Quare cum ſit rectangulum ex ſinu toto in ſinum arcus EF æquale rectangulo ex ſinu anguli B in ſinum arcus BF (§. 99); erit denuo rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ C æquale rectangulo ex ſinibus ſejunctarum B & AB.

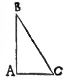
Patet ideo in omni caſu, rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquari rectangulo ex ſinibus ſejunctarum, ſi complementis crurum AB & AC tanquam cruribus utaris. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

101. Si itaque ſinus fuerint artificiales, ſeu naturalium logarithmi; erit ſinus totus cum coſinu partis mediæ æqualis ſinibus partium ſejunctarum (§. 337. *Arithm.*).

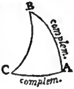
Corollarium 2.

102. Quia in triangulo rectilineo rectangulo ABC ſinus totus eſt ad hypothenuſam BC, ut ſinus anguli B vel C ad ſinum cruris oppoſiti AC vel AB (§. 33. *Trigon. plan.*); ſi pro laterum ſinibus ſumantur latera ipſa, erit etiam hic ſinus totus cum coſinu partis mediæ AC vel AB, hoc eſt, cum ipſa AC vel AB, æquale ſinibus partium ſejunctarum B vel C & BC, hoc eſt, ſinui B vel C & ipſi BC.



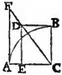
Scholion.

103. *En* Regulam ſinuum Catholicam, *ſeu partem primam Regulæ* Trigonometriæ Catholicæ, *per quam omnia utriusque Trigonometriæ Problemata ſolvuntur, quando ſinibus ſolis res peragitur. Equidem haud difficulter apparet, eam ſine theoremate 56 demonſtrari potuiſſe, cum demonſtratio additis iis, quæ in demonſtratione caſus primi theorematis 57 occurrunt, ſit ipſa demonſtratio caſus primi completa; ſed ut theoriam traderemus, quæ etiam vulgari methodo ſatisfaceret, una a nobis exponenda, ideo theorema* 56 (§. 98) *præmittere debuimus.* NEPERUS (a) *de iſtiusmodi Regula catholica primus cogitavit; ſed ipſe utitur complementis hypothenuſæ* BC, *&* *angulorum* B *ac* C *tanquam hypothenuſa & angulis ipſis. Unde ipſius Regula ſinuum catholica hujus tenoris;* Sinus totus cum ſinu partis mediæ æquatur coſinibus partium oppoſitarum, ſeu (*noſtra phraſi*) ſejunctarum. *In hac vero harmonia Trigonometriæ planæ & ſphæricæ non apparet, a me per meam primum animadverſa. quam inveneram, antequam* NEPERIANAM *vidiſſem* (b), *cum nempe* CL. CRUGERUS, *Mathematum Profeſſor* Bremenſis *mihi ſignificaret, ſibi communicatam eſſe a nonnemine regulam univerſalem, per quam omnes caſus Trigonometriæ ſphæricæ in triangulis rectangulis ſolvi poſſint, & quam inſtar arcani celabat, neſcius eam a* NEPERO *dudum in publicum eſſe emiſſam & a Scriptoribus Anglis paſſim adhiberi.*



Lemma 5.

104. *Sinus totus* CA *eſt medius proportionalis inter tangentem* AF *&* *cotangentem* DB.



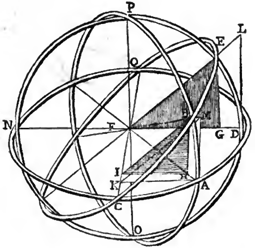
Demonstratio.

Sit ACB quadrans & AF tangens an-

(a) In Canone mirifico.
(b) Vid. Præfat. ad Tabulas Sinuum a me editas.

Digitized by Google

anguli ACF; DB vero cotangens (§. 11. *Trigon. plan.*). Quoniam cotangens DB ad radium BC perpendicularis (§. 8. 11. *Trigon. plan.*) & AB menſura anguli ACB (§. 57. *Geom.*), ideoque angulus ACB rectus (§. 143. *Geom.*), conſequenter AC ad CB itidem normalis (§. 78. *Geometr.*); erunt AC & DB parallelæ (§. 256. *Geometr.*). Quare ſi ex D demittatur perpendicularis DE, erit ea ipſi BC parallela (§. *cit.*) ideoque EC cotangenti DB, & DE ſinui toti BC æqualis (§. 226. *Geomet.*). Quare cum etiam FA ſit ad AC perpendicularis (§. 8. *Trigon. plan.*), ideoque ipſi DE parallela (§. 256. *Geomet.*); erit CE : ED = CA : AF (§. 268. *Geom.*), hoc eſt, DB : AC = AC : AF, *vi demonſtratorum. Q. e. d.*



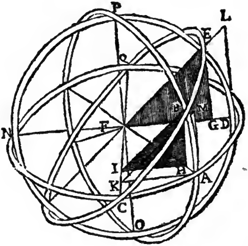
THEOREMA 58.

105. *In triangulo ſphærico rectangulo* ABC, *cujus nullum latus quadrans, eſt ut ſinus totus ad ſinum cruris adjacentis* AC, *ita tangens anguli adjacentis* C *ad tangentem cruris oppoſiti* AB.

DEMONSTRRTIO.

Producantur latera AB, CA & CB, in P, D & E, donec fiant quadrantes & erectis perpendicularibus DL & AM ad radios FD & FA, ductaque AK ad radium FC perpendiculari; erit AK ſinus cruris AC (§. 2. *Trigon. plan.*), AM tangens cruris AB & DL tangens arcus DE (§. 7. *Trigon. plan.*), hoc eſt, quia hic menſura anguli C (§. 31), DL tangens anguli C. Eodem vero, quo ſupra (§. 98) modo demonſtratur, angulos DFL & AKM eſſe æquales. Quare cum trian-

Digitized by Google



triangula DFL & AKM ſint ad D & A rectangula *per conſtr.* erit FD : KA = DL : AM (§. 267. *Geom.*). Et ſimili modo oſtenditur, eſſe ſinum totum ad ſinum lateris AB, ut tangentem anguli adjacentis B ad tangentem cruris oppoſiti AC, lateribus nempe in oppoſitum productis. In reliquis caſibus idem oſtenditur ut ſupra (§. 98). *Q. e. d.*

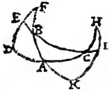
Corollarium 1.

106. Quia cotangens anguli C eſt ad ſinum totum, ut ſinus totus ad tangentem anguli C (§. 104), & ut ſinus totus ad tangentem anguli C, ita ſinus AC ad tangentem AB (§. 105. *Sphær.* & §. 173 *Arithm.*); erit etiam cotangens anguli C ad ſinum totum, ut ſinus cruris eidem adjacentis AC ad tangentem oppoſiti AB (§. 167. *Arithm.*).

Corollarium 2.

107. Eſt igitur rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris unius AC æquale rectangulo ex tangente cruris alterius AB in cotangentem anguli eidem oppoſiti C (§. 378. *Geom.*). Et ſimiliter rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris AB æquale rectangulo ex tangente cruris AC in cotangentem anguli B.

Theorema 59.



108. *In omni triangulo ſphærico rectangulo* ABC, *cujus nullum latus eſt quadrans, ſi crurum* AB & AC *complementa ad quadrantem vel exceſſus ſupra quadrantem conſiderentur ut crura ipſa, rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquale eſt rectangulo ex cotangentibus partium conjunctarum.*

Demonstratio.

Etenim pars media vel eſt crus alteru-

terutrum AB vel AC, vel angulus obliquus alteruter B & C, vel hypothenuſa BC, ideoque in illo caſu partes conjunctæ ſunt vel AC & B, vel AB & C, in iſto vel AB & BC, vel AC & BC; in hoc denique B & C (§. 94).

1. In caſu primo rectangulum ex ſinu toto in ſinum cruris AC æquale eſt rectangulo ex tangente cruris alterius AB in cotangentem anguli C (§. 107). Quare cum coſinus atque cotangens complementi ad quadrantem ſit ſinus & tangens ipſius anguli vel arcus (§. 11. *Trigon. plan.*), ſi complementa crurum AC & AB ut crura ipſa conſiderentur, erit rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ AC æquale rectangulo ex cotangentibus partium conjunctarum AB & C.
2. Si C ſit pars media, AC & BC ſint partes conjunctæ; producantur latera in E, D & F, donec fiant quadrantes; erit angulus ad E rectus (§. 90), EF complemento anguli C, angulus vero F complemento cruris AC (§. 91) & BE complemento lateris BC æqualis *per conſtruct.* Eſt vero rectangulum ex ſinu toto in ſinum EF æquale rectangulo ex cotangente F in tangentem EB (§. 107). Ergo rectangulum ex ſinu toto in coſinum anguli C ſeu partis mediæ æquatur, in hypotheſi theorematis, rectangulo ex cotangentibus laterum AC & BC, ſeu partium conjunctarum. Idemque productis lateribus trianguli ABC in oppoſitam partem, eodem modo demonſtratur, ſi angulus B fuerit pars media.
3. Si denique BC fuerit pars media, B & C ſint conjunctæ, producantur latera AB, BC & AC in K, I & H, donec BK, BI, AH fiant quadrantes & per H & K ducatur arcus circuli maximi HK, qui etiam tranſit per I, & AI ad angulos rectos in I ſecat & quadrans eſt (§. 90). Quare cum KI ſit menſura anguli B (§. 33), erit HI complementum anguli B. Porro CI complementum hypothenuſæ BC *per conſtruct.* & angulus HCI ſuo verticali BCA æqualis (§. 43). Eſt vero rectangulum ex ſinu toto in ſinum CI æquale rectangulo ex cotangente anguli C in tangentem HI (§. 107). Ergo rectangulum ex ſinu toto in coſinum hypothenuſæ BC ſeu partis mediæ æquatur rectangulo ex cotangentibus angulorum C & B, ſeu partium conjunctarum.

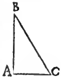
In omni ideo caſu rectangulum ex ſinu toto in coſinum partis mediæ æquale eſt rectangulo ex cotangentibus conjunctarum.

Corollarium 1.

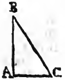
109. Si ergo ſinus & tangentes fuerint artificiales; ſinus totus cum coſinu partis mediæ æqualis eſt cotangentibus partium conjunctarum (§. 337. *Arithm.*).

Corollarium 2.

110. Cum in triangulo rectangulo rectilineo tangentibus utamur, ſi ex cruribus AB & AC inveniri debet angulus C, tum ſit ſinus totus ad cotangentem C, hoc eſt ad tangentem B, ut AB ad AC (§. 40. *Trigon. plan.*); in triangulo quoque rectilineo, ſi pro ſinibus & tangentibus laterum



terum ſumantur latera ipſa, erit ſinus totus cum coſinu partis mediæ; hoc eſt cum AC, æqualis cotangentibus partium conjunctarum, hoc eſt, cotangenti C ſeu tangenti B & lateri AB.



Scholion I.

111. *En* regulam tangentium catholicam, *quæ partem alteram conſtituit regulæ* Trigonometriæ catholicæ, *per quam omnia utrinque Trigonometriæ problemata ſolvuntur, in quibus tangentibus opus eſt. Equidem apparet, eam ſine theoremate* 58. (§. 105) *demonſtrari potuiſſe, cum ejus demonſtratio additis iis, quæ in corollario* 1. (§. 106.) *& in demonſtratione theorematis* 59. (§. 108) *habentur, ipſa ſit demonſtratio caſus primi theor.* 59. *completa: ſed ob rationem ſupra allatam* (§. 103), *conſultum nobis viſum eſt theorema* 58. *diſtincte præmittere. Regula tangentium* NEPERIANA (a) *facit ob rationem ſupra itidem allatam* (§. 103) ſinum totum cum ſinu partis mediæ æqualem tangentibus partium circumpoſitarum, ſeu (*noſtra phraſi*) conjunctarum.

Corollarium 3.

112. Eſt igitur Trigonometriæ univerſæ regula catholica; *In Triangulo rectangulo* (notatis notandis, hoc eſt, complementis crurum AB & AC inſtar crurum conſideratis & in triangulis rectilineis pro ſinibus & tangentibus laterum lateribus ipſis aſſumtis) *ſinus totus cum coſinu partis mediæ æquatur ſinibus partium ſejunctarum & cotangentibus conjunctarum.*

Scholion 2.

113. *Quoad triangula rectilinea notandum, ex ſolis angulis datis de lateribus nil determinati concludi poſſe* (§. 267. Geom.) *& angulo uno obliquo dato alterum quoque notum eſſe* (§. 241. Geomet.)*: unde judicatur, quinam caſus ſint inutiles. Nec hoc negligendum eſt, non eſſe locum regulæ tangentium, ſi per regulam ſinuum quæſitum inveniri poteſt. Ex. gr. ex* BC *&* B *per regulam ſinuum invenitur* AC, (vid. Fig. ut ſup.) *etiam ſi dentur* C *&* BC, *quia dato* C *datur quoque* B*: tum ergo tangentium regula locum non habet. Supereſt ut uſum regulæ noſtræ in triangulis ſphæricis exemplis commonſtremus.*

Problema I.

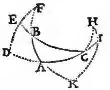
114. *Datis in triangulo rectangulo ſphærico, præter angulum rectum, duabus partibus quibuſcunque, invenire reliquarum quamlibet.*

(a) In Canone mirifico.

Resolutio.

I. *Per regulas vulgares.*

1. Ante omnia expendatur, utrum partes, quæ in quæſtionem veniunt, ſint ſejunctæ, an conjunctæ (§. 94. 96).



2. Si partes ſejunctæ ſibi mutuo opponantur, veluti ſi hypothenuſa BC cum angulo C pro crure oppoſito AB detur, utendum eſt analogia theorematis 56 (§. 98), inferendo nempe:

Ut ſinus totus
 ad ſinum hypothenuſæ BC;
Ita ſinus anguli C
 ad ſinum cruris oppoſiti AB.

3. Si vero partes ſejunctæ ſibi mutuo non opponantur, veluti ſi AB cum angulo adjacente B, pro angulo oppoſito C, detur, latera trianguli continuanda ſunt verſus partem alterutram, donec fiant quadrantes, ut obtineatur novum triangulum, in quo partes, quæ in quæſtionem veniunt, ſibi mutuo opponuntur, veluti in noſtro caſu triangulum EBF, in quo datur BF, cruris AB complementum, & angulus B, pro EF complemento anguli C (§. 90. 91). Infertur ideo ut ante:

Ut

Digitized by Google

Ut ſinus totus
ad ſinum BF, ſeu coſinum AB;
ita ſinus anguli B
ad ſinum EF, ſeu coſinum C.

4. Si inter partes conjunctas hypothenuſa non reperiat locum, veluti ſi crura AB & AC pro angulo uni eorum oppoſito C dentur; analogia theorematis 58 (§. 105) utendum eſt, inferendo nempe:

Ut ſinus AC
ad ſinum totum;
ita tangens AB
ad tangentem C.

5. Si vero in numero partium conjunctarum hypothenuſa fuerit, veluti ſi hypothenuſa BC cum angulo C pro latere adjacente AC detur; latera trianguli verſus partem alterutram continuanda ſunt, donec fiant quadrantes, ut novum obtineatur triangulum, in quo hypothenuſa inter partes, quæ in quæſtionem veniunt, non comparet, ex. gr. in noſtro caſu triangulum BEF, in quo EB complementum hypothenuſæ BC, EF complementum anguli C & angulus F complementum cruris AC (§. 90. 91). Cum ideo in triangulo EFB hypothenuſa in quæſtionem non veniat, inferendum ut ante:

Ut ſinus EF, ſeu coſinus C
ad ſinum totum;
ita tangens EB, ſeu cotangens BC
ad tangentem F, ſeu cotangentem AC.

6. Quando trianguli latera producenda, perinde eſt, in quamcunque partem ea produxeris, ſi nullus angulus acutus in quæſtionem veniat: quodſi unus quæſtionem ingreditur, latera continuantur per angulum obliquum alterum: quodſi uterque ſit in nexu, per eum continuantur, qui lateri, quod eſt in quæſtione, adjacet. Hac enim ratione ſemper obtineri triangulum, in quo quæſitum per regulam vel ſinuum, vel tangentium invenitur, inductione omnium caſuum conſtat.

II. *Per regulam catholicam.*

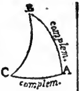
1. Expendatur, ut ante, utrum partes quæ in quæſtionem veniunt, ſint conjunctæ, an ſejunctæ (§. 94. 96).
2. Si crus vel alterutrum, vel utrumque circa angulum rectum quæſtionem ingreditur, pro eo inter data ſcribatur ejus complementum ad quadrantem.
3. Cum per regulam catholicam ſinus totus cum coſinu partis mediæ æqualis ſit ſinibus ſejunctarum, & cotangentibus conjunctarum; a ſumma datorum ſubtrahatur tertium datum, relinquetur ſinus aliquis vel tangens, cui in canone triangulorum artificiali reſpondet angulus, vel latus quæſitum.

SCHOLION.

115. *Quoniam regula catholica in poſterum utemur, eandem ad omnes caſus applicare, & exemplis illuſtrare libet: quæ in caſu partium ſejunctarum vulgarem methodum una illuſtrant, in caſu autem conjunctarum alias ſolutiones admittunt. Utimur autem ſinibus & tangentibus artificialibus.*

P R O B L E M A 2.

116. *Datis hypothenuſa* BC 60°, *& angulo* C 23° 30′; *invenire crus oppoſitum* AB.



R E S O L U T I O.

Quia AB pars media, C & BC ſejunctæ (§. 96.), ſinus totus cum coſinu complementi AB, hoc eſt ſinu ipſius AB æqualis eſt ſinibus C & BC (§. 112).

Ergo a ſin. C 96006997
& ſin. BC 99375306

ſumma 195382303
ſubduc. ſin. tot. 100000000

relinquitur ſin. AB 9.5382303, cui in canone, quam proxime reſpondent 20° 12′ 6″.

P R O B L E M A 3.

117. *Datis hypothenuſa* BC 60° *& crure* AB 20° 12′ 6″ *invenire angulum oppoſitum* C.

RESOLUTIO.

Patet per probl. præc. a ſumma ſinus totius & ſinus cruris AB ſubtrahendum eſſe ſinum hypothenuſæ BC, ut relinquatur ſinus anguli C. Facile ideo exemplum caſus præcedentis mutatur in exemplum caſus præſentis.

P R O B L E M A 4.

118. *Datis crure* AB 20° 12′ 6″ *& angulo oppoſito* C 23° 30′, *invenire hypothenuſam* BC.

R E S O L U T I O.

Patet per probl. 2. a ſumma ſinus totius & ſinus AB ſubtrahendum eſſe ſinum anguli C, ut relinquatur ſinus hypothenuſæ BC. Exemplum caſus primi facile mutatur in exemplum caſus præſentis.

P R O B L E M A 5.

119. *Datis hypothenuſa* BC 60° *& crure uno* AB 20° 12′ 6″, *invenire crus alterum* AC.

R E S O L U T I O.

Quia BC eſt pars media, AB & AC partes ſejunctæ (§. 96); ſinus totus cum coſinu hypothenuſæ BC, æqualis eſt ſinibus complementorum, hoc eſt, coſinibus crurum AB & AC (§. 112).

Ergo a ſin. tot. 100000000
& coſ. BC 96989700

ſumma 196989700
ſubducatur coſ. AB 99724263

relinquitur coſ. AC : 97265437
cui in canone quam proxime reſpondent 32° 11′ 34″. Ergo AC 57° 48′ 26″.

P R O B L E M A 6.

120. *Datis cruribus* AC 57° 48′ 26″ *&* AB 20° 12′ 6″; *invenire hypothenuſam* BC.

R E S O L U T I O.

Patet per caſum præcedentem, a ſumma coſinuum crurum AB & AC ſubducendum eſſe ſinum totum ut relinquatur coſinus hypothenuſæ BC. Exemplum caſus præcedentis facile abit in caſum præſentem.

P R O B L E M A 7.

121. *Datis crure* AC 57° 48′ 26″ *& angu-*

Digitized by Google

angulo (vid. Fig. §. 116.) *adjacente* C 23° 30′; *invenire angulum oppoſitum* B.

RESOLUTIO.

Quia B eſt pars media, AC & C partes ſejunctæ (§. 96); ſinus totus cum coſinu B æquatur ſinui C, & ſinui complementi, hoc eſt, coſinui AC (§. 112).

Ergo a ſin. C	96006997
& coſin. AC	97265437
ſumma	193272434
ſubducatur ſin. tot.	100000000
relinquetur coſin. B	93272434

cui in canone quam proxime reſpondent 12° 15′ 56″. Ergo B 77° 44′ 4″.

PROBLEMA 8.

122. *Datis crure* AC 57° 48′ 26″ *&* *angulo oppoſito* B 77° 44′ 4″; *invenire adjacentem* C.

RESOLUTIO.

Patet per caſum præcedentem, a ſumma ſinus totius & coſinus B ſubtrahendum eſſe coſinum AC, ut relinquatur ſinus C. Exemplum ejus haud invitum tranſit in caſum præſentem.

PROBLEMA 9.

123. *Datis angulis obliquis* B 77° 44′ 4″ *&* C 23° 30′; *invenire crus alteri adjacens* AC.

RESOLUTIO.

Patet per probl. 7. (§. 121), a ſumma ſinus totius & coſinus B ſubtrahendum eſſe ſinum C, ut relinquatur coſinus AC. Exemplum problematis ſeptimi facile huc applicatur.

PROBLEMA 10.

124. *Datis crure* AC 57° 48′ 26″ *& angulo adjacente* C 23° 30′; *invenire crus oppoſitum* AB. (vid. Fig. §. 116).

RESOLUTIO.

Quia AC eſt pars media, C & AB partes conjunctæ (§. 94); ſinus totus cum coſinu complementi, hoc eſt, ſinu AC, æqualis eſt cotangenti C, & cotangenti complementi, hoc eſt, tangenti AB (§. 112).

Ergo a ſin. tot.	100000000
& ſin. AC	99275039
ſumma	199275039
ſubducatur cotang. C	103616981
relinquitur tang. AB	95658058,

cui in canone quam proxime reſpondent 20° 12′ 6″, prorſus ut ſupra (§. 116) reperimus.

PROBLEMA 11.

125. *Datis crure* AB 20° 12′ 6″ *& angulo oppoſito* C 23° 30′; *invenire crus adjacens* AC.

RESOLUTIO.

Patet per caſum præcedentem, a ſumma cotangentis C & tangentis AB ſubtrahendum eſſe ſinum totum, ut relinquatur ſinus AC.

Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

PROBLEMA 12.

126. *Datis cruribus* AB 20° 12′ 6″ *&* AC 57° 48′ 26″; *invenire angulum* C *uni eorum oppoſitum*.

RESOLUTIO.

Patet per probl. 10. (§. 124) a ſum-

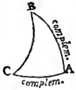
Digitized by Google

ma ſinus totius & ſinus AC ſubtrahendam eſſe tangentem BA, ut relinquatur cotangens C.

Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

PROBLEMA 13.

127. *Datis hypothenuſa* BC 60° *& angulo obliquo* C 23° 30′; *invenire crus adjacens* AC.



RESOLUTIO.

Quia C pars media, BC & AC partes conjunctæ (§. 94); erit ſinus totus cum coſinu C æqualis cotangenti BC, & cotangenti complementi, hoc eſt, tangenti AC (§. 112).

Ergo a ſin. tot.	100000000
& coſin. C	99623978
ſumma	199623978
ſubducatur cotang. BC	97614394
relinquetur tang. AC	102009584,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 57° 48′ 26″; prorſus ut ſupra reperimus (§. 119).

PROBLEMA 14.

128. *Datis crure* AC 57° 48′ 26″ *& angulo adjacente* C 23° 30′; *invenire hypothenuſam* BC.

RESOLUTIO.

Patet per caſum præcedentem, a ſumma ſinus totius & coſinus C ſubtrahendam eſſe tangentem AC, ut relinquatur cotangens BC.

Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

PROBLEMA 15.

129. *Datis hypothenuſa* BC 60° *crure* AC 57° 48′ 26″; *invenire angulum adjacentem* C.

RESOLUTIO.

Patet per probl. 13. (§. 127) a ſumma cotangentis BC & tangentis AC, ſubtrahendum eſſe ſinum totum, ut relinquatur coſinus C.

Exemplum ibi propoſitum facile huc applicatur.

PROBLEMA 16.

130. *Datis hypothenuſa* BC 60° *& angulo uno* C 23° 30′; *invenire alterum* B. (vid. Fig. §. 127).

RESOLUTIO.

Quia BC eſt pars media, B & C partes conjunctæ (§. 94); erit ſinus totus cum coſinu BC æqualis cotangentibus B & C (§. 112).

Ergo a ſin. tot.	100000000
& coſin. BC	96989700
ſumma	196989700
ſubducatur cotang. C	103616981
relinquetur cotang. B	93372719,

cui in canone quam proxime reſpondent 12° 15′ 56″. Eſt ergo B 77° 44′ 4″, prorſus ut ſupra (§. 121).

PROBLEMA 17.

131. *Datis angulis obliquis* B 77° 44′ 4″ *&* C 23° 30′, *invenire hypothenuſam* BC.

RESOLUTIO.

Patet per caſum præcedentem, a ſumma cotangentium C & B ſubducendum eſſe ſinum totum ut relinquatur coſinus BC. Exemplum caſus præcedentis haud invitum abit in caſum præſentem.

SCHO-

SCHOLION.

132. *Equidem in applicatione Trigonometriæ ſphæricæ ad quæſtiones Aſtronomicas, Geographicas, Gnomonicas, aliaſque hujus generis ex circumſtantiis peculiaribus plerumque colligitur, utrum angulus inventus ſit acutus, an vero obtuſus, latus inventum vel quadrante minus, vel majus, ne tamen quicquam prætermiſiſſe videamur, oſtendendum nobis adhuc erit, quomodo ſpecies anguli vel lateris inventi innoteſcat.*

PROBLEMA 18.

133. *In triangulo rectangulo anguli vel lateris inventi ſpeciem determinare.*

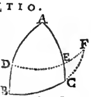
RESOLUTIO.

1. Si inter data fuerit angulus C; lateris oppoſiti AB ſpecies innoteſcit *per Theor.* 43. (§. 76), anguli vero ſpecies per ſpeciem lateris conſtat (§. 75). Eſt nempe latus quadrante majus, ſi angulus obtuſus; quadrante minus, ſi acutus & contra. Unde ſatisfit *Probl.* 2. 3. 7. 9. 10. 12.
2. Si inter data fuerit hypothenuſa BC, & vel crus unum, vel ex angulis obliquis unus, ſpecies anguli vel lateris quæſiti patet *per Theor.* 48. (§. 81). Nempe ſi hypothenuſa quadrante minor & angulus acutus, vel crus quadrante minus; erit etiam angulus alter acutus vel crus quadrante minus; ſi hypothenuſa quadrante minor & angulus obtuſus, vel crus quadrante majus; erit etiam angulus alter obtuſus, vel crus quadrante majus: ſi denique hypothenuſa quadrante major & angulus acutus vel crus quadrante minus; erit angulus alter obtuſus, vel crus quadrante majus. Unde ſatisfit *Probl.* 5. 13. 15. 16.
3. Si dentur anguli, ſpecies hypothenuſæ innoteſcit *per Theor.* 45. 47. (§. 78. 80). Eſt nempe quadrante major, ſi anguli diverſæ ſpeciei; quadrante minor, ſi ejuſdem. Unde ſatisfit *Probl.* 17.
4. Si dentur crura, ſpecies hypothenuſæ innoteſcit *per Theor.* 44. & 46. (§. 77. & 79). Eſt nempe quadrante minor, ſi illa fuerint ſpeciei ejuſdem, quadrante major, ſi diverſæ. Unde ſatisfit *Probl.* 6.
5. Si angulus cum latere oppoſito detur pro angulo adjacente, vel pro hypothenuſa, vel pro crure altero: ſpecies quæſitorum generaliter determinari nequit. Unde etiam *Probl.* 4. 8. & 11. generaliter ſatisfieri nequit.
6. Si vero crus cum angulo adjacente pro hypothenuſa detur; primum ſpecies cruris oppoſiti innoteſcit per n. 1. & inde porro hypothenuſa per n. 4. Et hinc ſatisfit *Probl.* 14.

PROBLEMA 19.

134. *Triangula ſphærica reſolvere, in quibus duo vel tria latera ſunt quadrantes.*

RESOLUTIO.



1. Si latera tria AB, AC & BC fuerint quadrantes; erit menſura anguli A arcus nempe BC, quadrans (§. 31): unde conſtat angulum A eſſe rectum. Sunt vero B & C itidem recti (§. 72). Nullo igitur calculo opus eſt.
2. Similiter ſi duo latera AB & AC ſint quadrantes, anguli B & C erunt recti (§. 72), & BC menſura anguli A (§. 31), ideoque dato arcu BC, datur angulus A & contra: ut denuo calculo non ſit opus.

CA-

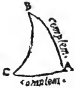
CAPUT IV.

De Reſolutione Triangulorum obliquangulorum.

DEFINITIO 12.

135. **P***Artes laterales* in triangulo ſphærico rectangulo voco, quæ mediæ vel conjunguntur, vel ab ea ſejunguntur.

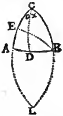
THEOREMA 60.

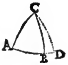


136. ***In omni triangulo ſphærico ſinus laterum ſunt ut ſinus oppoſitorum angulorum.***

DEMONSTRATIO.

Eſt enim in triangulo rectangulo ABC, ut ſinus totus ad hypothenuſam BC, ita ſinus anguli C ad ſinum cruris AB, & ita ſinus anguli B ad ſinum cruris AC (§. 98). Ergo etiam ut ſinus anguli C ad ſinum cruris **AB**, ita ſinus anguli B ad ſinum cruris AC (§. 167. *Arithm.*). *Quod erat unum.*





Si triangulum fuerit obliqnangulum ABC, demiſſo ex C perpendiculo CD ad baſin AB, erit ut ſinus AC ad ſinum totum, ita ſinus CD ad ſinum anguli A, ut ſinus totus ad ſinum CB, ita ſinus B ad ſinum CD (§. 98). Ergo ex æquo, ut ſinus AC ad ſinum CB, ita ſinus B ad ſinum A (§. 198. *Arithm.*); conſequenter ut ſinus AC ad ſinum B, ita ſinus CB ad ſinum A (§. 173. *Arithmet.*). Quodſi perpendiculum ex angulo B in latus AC demittatur, eodem modo oſtenditur, eſſe ſinum cruris CB ad ſinum A, ut ſinus AB ad ſinum C; conſequenter etiam ut ſinus AC ad ſinum B, ita ſinus AB ad ſinum C (§. 167. *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA 61.

137. *Si ex angulo uno* C *trianguli obliquanguli ſphærici* ACB *in latus oppoſitum* AB *demittatur perpendiculum* CD, *& illud in duo rectangula* ACD *&* BCD *reſolvatur, ſitque* DC *in utroque pars lateralium una, ac pro* AD *&* BD *ſumantur complementa; erunt coſinus partium mediarum in iiſdem triangulis* ACD *&* BCD, *ut ſinus partium lateralium reliquarum ſejunctarum, ſed ut cotangentes partium lateralium conjunctarum.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim in triangulo ACD, ut ſinus totus ad ſinum CD, ita ſinus partis lateralis ſejunctæ alterius ad coſinum mediæ; & in triangulo BCD ſimiliter, ut ſinus totus ut ad ſinum CD, ita ſinus partis lateralis ſejunctæ alterius

tius ad coſinum mediæ (§. 100). Ergo ſinus partis lateralis ſejunctæ alterius ad coſinum mediæ in triangulo ACD, ut ſinus partis lateralis ſejunctæ alterius ad coſinum mediæ in triangulo altero BCD (§. 167. *Arithm.*); conſequenter coſinus mediarum ſunt ut ſinus lateralium ſejunctarum (§. 173. *Arithm.*) *Quod erat unum.*

Similiter in triangulis ACD & BCD, eſt ut ſinus totus ad cotangentem CD, ita cotangens partis lateralis conjunctæ alterius ad coſinum mediæ (§. 108). Ergo cotangens partis lateralis conjunctæ alterius eſt ad coſinum partis mediæ in triangulo ACD, ut cotangens partis lateralis conjunctæ alterius in triangulo BCD ad coſinum partis ſuæ mediæ (§. 167. *Arithm.*); conſequenter coſinus partium mediarum in iiſdem ſunt ut cotangentes lateralium conjunctarum (§. 173. *Arithm.*). *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

138. Eſt igitur rectangulum ex ſinu partis ſejunctæ vel cotangente conjunctæ in triangulo ACD in coſinum mediæ in altero CDB, æquale rectangulo ex ſinu partis ſejunctæ vel cotangente conjunctæ in triangulo CDB in coſinum mediæ in altero ACD (§. 378. *Geom.*).

COROLLARIUM 2.

139. Quare ſi ſinus fuerint artificiales, ſinus partis ſejunctæ vel cotangens conjunctæ in triangulo ACD cum coſinu mediæ in altero CDB, æqualis eſt ſinui partis ſejunctæ vel cotangenti conjunctæ in triangulo CDB, & coſinui mediæ in altero ACD (§. 337. *Arithm.*).

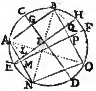
THEOREMA 62.

140. *In triangulo ſphærico obliquangulo* ACB, *demiſſo ex angulo* C *perpendiculo* CD *in baſin* AB; *tangentes angulorum ad baſin* A & B *ſunt reciproce ut ſinus arcuum* DB & AD.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim in triangulo rectangulo ADC, ut ſinus totus ad ſinum AD, ita tangens A ad tangentem DC; & in altero, ut ſinus totus ad ſinum DB, ita tangens B ad tangentem DC (§. 105). Quare cum etiam ſit ut ſinus DB ad ſinum totum, ita tangens DC ad tangentem B (§. 169. *Arithm.*); erit ut ſinus DB ad ſinum AD, ita reciproce tangens A ad tangentem B (§. 198. *Arithm.*

LEMMA 6.



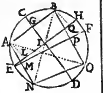
141. *Sinus ſummæ duorum arcuum* BC & CE, *quorum unuſquiſque quadrante minor, eſt ad ſummam ſinuum eorundem arcuum* BC & CE, *ut differentia eorundem ſinuum ad ſinum differentiæ arcuum.*

DEMONSTRATIO.

Fiat CA = CB & FO = BF & AE = EN, ducanturque chordæ BA, AN, BO & diametri CD atque EF; erunt eædem ad illas perpendiculares, ipſaſque biſecabunt (§. 291. *Geom.*); ideoque BP ſinus arcus BE, ſeu ſummæ arcuum BC & CE, BG ſinus ipſius BC AM ſinus ipſius AE, ſeu differentiæ arcuum (§. 2. *Trigon. plan.*) & quia EA + AB + BF = EN + NO + FO

Digitized by Google

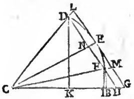
FO (§. 135. *Geom.*), AB = NO (§. 91. *Arithm.*), ideoque & BA + AN = AN + NO (§. 88. *Arithm.*); conſequenter chordæ AB & NO, itemque AO & BN æquales ſunt (§. 289. *Geom.*). Ducatur EH ipſi AB parallela: erit AE = BH (§. 312. *Geom.*) = EN (§. 87. *Arithm.*) & hinc EA + AB + BH = BA + AE + EN (§. 88. *Arithm.*); conſequenter chordæ BN & EH æquales ſunt (289. *Geom.*). Eſt vero AB . NO + AN . BO = AO . BN (§. 324. *Analyſ. finit.*) hoc eſt, ob AB = NO & AO = BN = EH *per demonſtrata*, $AB^2 + AN . BO = EH^2$ & ideo $AG^2 + AM . BP = EI^2$, nempe pars quarta parti quartæ (§. 374. *Geom.*). Demittantur perpendiculares AL & BQ ad EH; erit AG = LI & GB = IQ (§. 238. *Geom.*) & $EL^2 + LI^2 + 2\,EL . LI = EI^2$ (§. 261. *Arithm.*) = $AG^2 + AM . BP$ (§. 87. *Arithm.*), ideoque $EL^2 + 2\,EL . LI = AM . BP$. (§. 91. *Arithm.*), hoc eſt, (EL + 2LI) EL ſeu EQ . EL = AM . BP. Quare ut BP ſinus ſummæ arcuum EC & CE ad EQ ſummam ſinuum GB & EI eorundem arcuum, ita EL differentia eorundem ſinuum ad AM ſinum differentiæ arcuum AE (§. 299. *Arithm.*). *Q. e. d.*



C O R O L L A R I U M.

142. Ergo rectangulum ex ſinu ſummæ in ſinum differentiæ duorum arcuum æquatur rectangulo ex ſumma ſinuum in differentiam ſinuum eorundem (§. 378. *Geom.*).

L E M M A 7.



143. *Sinus ſummæ duorum arcuum* EB *&* ED, *quorum unuſquiſque quadrante minor eſt ad ſinum differentiæ eorundem ut ſumma tangentium ad differentiam earum.*

D E M O N S T R A T I O.

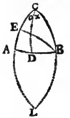
Ducatur LG tangens arcum DB in E (§. 311. *Geom.*) & radiis CD atque CB productis in L & G occurrens; erunt LE & EG tangentes arcuum DE & EB (§. 7. *Trigon. plan.*). Fiat EF = DE & demittantur perpendiculares DK & FI, quæ erunt ſinus ſummæ arcuum DE & EB, ac differentiæ eorundem FB (§. 2. *Trigon. plan.*) atque inter ſe parallelæ (§. 256. *Geom.*); & quia tam DH (§. 291. *Geom.*), quam LG ad CE perpendicularis (§. 308. & 291. *Geom.*), erit DH ipſi LG parallela (§. 256. *Geom.*). Ducatur denique radius CM: quia DE = EF *per conſtruct.* erunt eorum tangentes EL & EM æquales, ideoque LG tangentium ſumma, MG differentia.

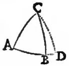
Eſt vero ob paralleliſmum rectarum LG & DH *per demonſtr.* LG : MG = DH : FH (§. 275. *Geom.*) & ob paralleliſmum rectarum FI & DK *per demonſtr.* DH : FH = DK : FI (§. 268. *Geom.*). Ergo LG : MG = DK : FI (§. 167. *Arithm.*). *Q. e. d.*

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA 63.





144. *In triangulo ſphærico obliquangulo* ACB, *demiſſo perpendiculo* CD, *eſt ut ſinus ſummæ angulorum ad baſin* A *&* B *ad ſinum differentiæ eorundem* A—B, *ita tangens baſis dimidiæ* AB *ad tangentem ſemidifferentiæ ſegmentorum* AD *&* DB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ſinus DB ad ſinum AD, ut tangens A ad tangentem B (§. 140) & baſis AB ſemicirculo minor (§. 61); conſtruatur triangulum rectilineum HIK, cujus crura IH & HK ſint æqualia tangentibus B & A, angulus ad verticem H vero complemento baſis AB ad ſemicirculum: erunt anguli I & K junctim ſumti baſi AB æquales (§. 240. & §. 143. *Geom.*), cumque ſit ut ſinus I ad ſinum K, ita HK ad HI (§. 33. *Trigon. plan.*), erit angulus I ſegmento BD, angulus K ſegmento DA æqualis, *vi demonſtratorum*. Eſt vero & HI + HK ad HK—HI ita tangens ½I + ½K ad tangentem ½I — ½K (§. 40. *Trigon. plan.*): ergo ſumma tangentium angulorum A & B eſt ad differentiam tangentium eorundem angulorum, conſequenter ſinus ſummæ angulorum A & B eſt ad ſinum differentiæ eorundem (§. 143), ut tangens baſis dimidiæ AB ad tangentem ſemidifferentiæ arcuum AD & DB. *Q. e. d.*



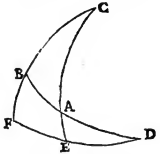
LEMMA 8.

145. *Si fuerint quatuor quantitates proportionales* A : B = C : D; *erit ſumma terminorum primæ rationis* A + B *ad differentiam eorundem* A—B, *uti ſumma terminorum ſecundæ* C+D *ad differentiam eorundem* C—D.

DEMONSTRATIO.

Quia A : B = C : D *per hypoth.* erit A + B : B = C+D : D (§. 190. *Arithm.*) & A—B : B = C—D : D (§. 193. *Arithm.*). Ergo A+B : A—B = C+D : C—D (§. 195. *Arithm.*). *Q. e. d.*

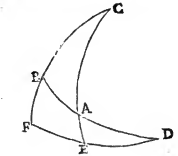
THEOREMA 64.



146. *In triangulo ſphærico obliquangulo* ACB, *cruribus* CB *&* CA *in* F *&* E *continuatis, donec fiant quadranti æquales, & ex polo* C *deſcripto arcu* F D, *donec baſi* BA *continuatæ in* D *occurrat; differentia coſinuum crurum* A C *&* BC *eſt ad ſummam eorundem coſinuum, ut tangens baſis dimidiæ* AB *ad* tan-

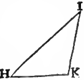
Digitized by Google

tangentem arcus dimidii compoſiti ex BD *&* AD.

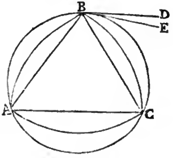


DEMONSTRATIO.

Cum enim anguli ad E & F ſint recti (§. 28), ac ideo ut ſinus totus ad ſinum DB, ita ſinus anguli D ad ſinum BF; & ut ſinus totus ad ſinum AD, ita ſinus ejuſdem anguli D ad ſinum AE (§. 136); erit etiam ſinus BD ad ſinum AD, ut ſinus BF ad ſinum AE (§. 196. *Arithm.*), hoc eſt, ut coſinus cruris BC ad coſinum cruris AC (§. 11. *Trigon. plan.*); conſequenter coſinuum BC & AC ſumma ad differentiam eorundem, ut ſumma ſinuum BD & AD ad differentiam eorundem (§. 145). Quodſi in triangulo rectilineo HIK anguli K & I habuerint menſuras arcubus BD & AD æquales; erunt latera HI & KH ut ſinus arcuum BD & AD (§. 33. *Trigon. plan.*); conſequenter ſumma ſinuum BD & AD ad differentiam eorundem, ut tangens ſummæ dimidiæ arcuum BD & AD ad tangentem ſemidifferentiæ eorundem ſeu baſis dimidiæ AB (§. 40. *Trigon. plan.*). Eſt itaque ſumma coſinuum crurum BC & AC ad differentiam eorundem, ut tangens ſummæ dimidiæ arcuum BD & AD ad tangentem baſis dimidiæ (§. 167. *Arithm.*); ideoque differentia coſinuum crurum BC & AC ad ſummam eorundem, ut tangens baſis dimidiæ AB ad tangentem ſummæ dimidiæ arcuum BD & AD (§. 169. *Arithm.*) *Q. e. d.*



LEMMA 9.



147. *Si in triangulo æquicruro ſphærico* ABC *ducatur chorda baſis* AC *& eidem per verticem* B *parallela* DB: *hæc circulum & ſphæram in* B *tangit*.

DEMONSTRATIO.

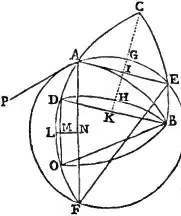
Quodſi neges BD tangere ſphæram & circulum ABC in C, tangat eam in eodem recta quæcunque alia BE. Ducantur arcuum AB & BC *per hypoth.* æqualium chordæ; erunt hæ inter ſe æquales (§. 289. *Geom.*), ideoque anguli ad baſin A & C itidem æquales ſunt (§. 184. *Geom.*). Eſt vero angulus EBC æqualis ipſi A (§. 323. *Geometr.*); conſequenter etiam ipſi C (§. 87. *Arithm.*). Ergo parallela ipſi AC

(§.

Digitized by Google

(§. 255. *Geom.*): quod cum ſit abſurdum (§. 260. *Geom.*), BD ſphæram & circulum maximum ſphæræ ABC in puncto B tangit. *Q. e. d.*

THEOREMA 65.



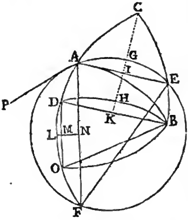
148. *Si in triangulo ſphærico quocunque* ABC *crus minus* CA *continuetur in* D, *donec arcus* CD *fiat cruri majori* BC *æqualis, & ex crure majore* CB *reſecetur arcus* CE *minori* CA *æqualis, per puncta vero* A *&* E, *itemque per* D *&* B *ducantur arcus circulorum maximorum; erit rectangulum ſub ſinibus arcuum dimidiorum* AGE *&* DHB *æquale rectangulo ſub ſinibus differentiarum crurum a ſemiſumma omnium laterum.*

DEMONSTRATIO.

In arcum CD continuatum transferatur ex A in O & ex D in F baſis AB. Biſecetur arcus DO in L: cum ſit AO = DF *per conſtruct.* ideoque AD = OF (§. 91. *Arithm.*), erit etiam AL = LF (§. 88. *Arithm.*). Sit jam AC = b, BC = a, AB = c; erit AD = $a - b$ & ob AO = c; DO = $c - a + b$, ideoque DL = $\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a$, hoc eſt, DL eſt differentia cruris majoris BC a ſemiſumma omnium laterum. Quodſi ad DL = $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a$ addatur AD = $a - b$; prodit AL = $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - b$, hoc eſt, AL eſt differentia cruris minoris AC a ſemiſumma omnium laterum AC, CB & BA. Quoniam arcus AD = OF *per demonſtr.* ex centro ſphæræ, quod idem cum centro arcus AF (§. 15), ducatur recta in punctum L, quæ biſecabit chordas AF & DO in N & M, atque ad angulos rectos (§. 291. *Geom.*), eritque AN ſinus arcus LA ſeu differentiæ cruris minoris a ſemiſumma laterum, & DM ſinus arcus DL, ſeu differentiæ cruris majoris a ſemiſumma omnium laterum. Quoniam arcus AD = EB *per conſtr.* & AD = OF *per demonſtr.* erunt chordæ AE & DB, itemque DO & AF parallelæ (§. 312. *Geom.*); conſequenter & plana triangulorum DOB & AFE parallela (§. 500. *Geom.*) & anguli BDO & EAF æquales (§. 496. *Geom.*). Quia AO = AB *per conſtr.* ſi PA ducatur chordæ OB parallela, ſphæram in puncto A tangit (§. 147); conſequenter & circulum FAE per punctum A tranſeuntem & in ſuperficie ſphæræ deſcriptum. Eſt itaque & angulus PAF æqualis angulo AEF (§. 323. *Geom.*). Porro quia PA parallela ipſi OB *per conſtr.* & AF ipſi DO *per demonſtr.* erit angulus PAF æqualis angulo DOB (§. 496. *Geom.*); conſequenter angu-

Digitized by Google

lus AEF ipſi DOB æqualis (§. 87. *Arithm.*). Quare cum etiam ſint BDO & EAF æqua'es *per demonſtrata*; erit AE:DO = AF:DB (§. 267. *Geom.*); ideoque & $\frac{1}{2}$AE : $\frac{1}{2}$DO = $\frac{1}{2}$AF : $\frac{1}{2}$DB (§. 181. *Arithm.*); conſequenter rect. ex $\frac{1}{2}$ AE in $\frac{1}{2}$ DB = rect. ex $\frac{1}{2}$ DO in $\frac{1}{2}$ AF (§. 378 *Geom.*). Sunt vero $\frac{1}{2}$ AE, $\frac{1}{2}$DB, $\frac{1}{2}$DO, $\frac{1}{2}$ AF ſinus arcuum dimidiorum AE, DB, DO, AF, ſeu arcuum GE, HB, DL & AL, ideoque rectangulum ex ſinibus arcuum dimidiorum AGE & DHB æquale rectangulo ex ſinibus differentiarum crurum a ſemiſumma omnium laterum. *Q. e. d.*



THEOREMA 66.

149. *In omni triangulo ſphærico* ABC, *eſt rectangulum ſub ſinibus crurum* AC & CB *ad quadratum ſinus totius, ut rectangulum ſub ſinibus differentiarum crurum a ſemiſumma omnium laterum ad quadratum ſinus dimidii anguli verticalis* C, *qui ſcilicet baſi* AB *opponitur*.

DEMONSTRATIO.

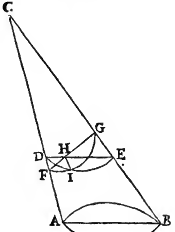
Fiat CE = AC, & CA continuetur in D, donec CD = CB. Per puncta A & E, itemque D & B ducantur arcus circulorum maximorum AE & DB, nec non per verticem trianguli C arcus circuli maximi CK biſecans angulum verticalem ACB. Erit AG = GE & DH = BH, atque anguli contigui ad G & H æquales (§. 55); ideoque utrobique recti (§. 43). Eſt vero in △ACG ad G rectangulo *per demonſtr.* ut ſinus totus ad ſinum cruris AC, ita ſinus dimidii anguli verticalis ACG ad ſinum arcus AG, & in △DCH ad H rectangulo *per demonſtr.* ut ſinus totus ad ſinum cruris CD vel CB, ita ſinus dimidii anguli verticalis DCK ad ſinum arcus DH (§. 136). Quare, ut quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinibus crurum AC & CB, ita quadratum ſinus dimidii anguli verticalis C ad rectangulum ſub ſinibus arcuum AG & DH (§. 213. *Arithm.*). Enimvero rectangulum ſub ſinibus arcuum AG & DH æquale eſt rectangulo ſub ſinibus differentiarum crurum a ſemiſumma omnium laterum (§. 148). Itaque ut rectangulum ſub ſinibus crurum ad quadratum ſinus totius, ita rectangulum ſub ſinibus differentiarum crurum a ſemiſumma omnium laterum ad quadratum ſinus dimidii anguli verticalis (§. 168. *Arithm.*). *Q. e. d.*

Digitized by Google

Corollarium.

150. Quoniam differentia cruris unius a ſemiſumma omnium laterum $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - a =$ ſemidifferentiæ ejuſdem cruris a ſumma baſis & cruris alterius $\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}a$; rectangulum ſub ſinibus differentiarum crurum a ſemiſumma omnium laterum eſt æquale rectangulo ſub ſinibus ſemidifferentiarum cruris uniuſcujuslibet a ſumma baſis & cruris alterius. Eſt igitur ut rectangulum ſub ſinibus crurum ad quadratum ſinus totius, ita rectangulum ſub ſinibus ſemidifferentiarum cruris uniuſcujuſque a baſi & crure altero ad quadratum dimidii anguli verticalis (*§.* 168. *Arithm.*).

Lemma 10.



151. *Si coni ſcaleni* ACB *ſectio triangularis* ACB *fuerit ad baſin perpendicularis, & conus ſecetur plano* FIG, *ad ſectionem triangularem perpendiculari, ea lege, ut diameter ſectionis* FG *cum lateribus coni* AC *&* CB *eoſdem efficiat angulos, quos cum iiſdem efficit diameter* DE *ſectionis parallelæ* DIE, *ſed contraria ratione poſitos, ſcilicet ut angulus* DFG *ſit æqualis angulo* DEG; *erit ſectio* FIG *circulus.*

Demonstratio.

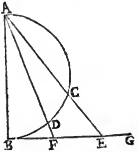
Quoniam angulus DFH = HEG *per hypoth.* & verticales ad H æquales (*§.* 156. *Geom.*); erit FH : DH = HE : HG (*§.* 267. *Geom.*); conſequenter rectangulum ex DH in HE æquale rectangulo ex FH in HG (*§.* 378. *Geom.*). Jam ſectio triangularis ad baſin AB perpendicularis, & ſectio DIE baſi parallela *per hypoth.* Ergo & ſectio parallela DIE ad triangularem CAB perpendicularis (*§.* 497. *Geom.*). Quare cum etiam ſit ſectio ſubcontraria FIG ad triangularem ACB perpendicularis *per hypoth.* communis parallelæ & ſubcontrariæ ſectio IH erit ad rectas DE & FG perpendicularis (*§.* 508. *Geom.*). Eſt vero ſectio parallela DIE circulus (*§.* 463. *Geom.*), ideoque HI^2 = rect. ex DH in HE (*§.* 377. *Anal. fin.*). Quamobrem cum ſit rect. ex FH in HG = rect. ex DH in HE *per demonſtr.* erit etiam ſectio ſubcontraria FIG circulus. *Q. e. d.*

Lemma 11.

152. *Si axis ſphæræ fuerit perpendicularis ad aliquod planum, & ex polo in idem projiciatur circulus maximus per polum tranſiens; projectio in iſto plano erit linea recta, quæ circulum tangit. Omnis vero circulus alius, qui per polum ſphæræ non tranſit, repræſentatur in plano projectionis per circulum.*

De-

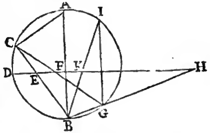
DEMONSTRATIO.



Sit in A polus ſphæræ & axis AB ad rectam BG in plano projectionis perpendicularis (§. 484. *Geom.*). Sit porro ACB ſemicirculus maximus per polum tranſiens & recta BG in plano circuli maximi. Quodſi jam oculus fuerit in polo & in punctum C dirigatur; erit cum puncto C in eodem plano; ideoque in plano ſemicirculi ACB; conſequenter recta, juxta quam dirigitur viſus, AC rectam BG in puncto E attingit. Cum eodem modo oſtendatur, punctum D repræſentari in F & B in B; evidens eſt ſemicirculi ACB arcum DC repræſentari per rectam FE & arcum BC per rectam BE. Circulus ideo maximus per polum tranſiens in plano projectionis repræſentatur per rectam ad diametrum perpendicularem; conſequenter quæ circulum tangit. *Quod erat primum.*

In caſibus ceteris radii ex polo per ſingula circuli in ſphæra deſcripti puncta ducti conum producunt, cujus ſectio eſt hic ipſe circulus & planum projectionis eundem conum ſecat (§. 467. *Geom.*). Quodſi ergo circulo projiciendo parallelum fuerit planum projectionis; erit ſectio communis hujus plani & baſi coni parallela, conſequenter circulus (§. 468. *Geom.*). Quamobrem cum hæc ipſa ſectio ſit repræſentatio circuli in ſphæra deſcripti in hoc ipſo plano; idem in plano projectionis per circulum repræſentatur. *Quod erat ſecundum.*

Sit circulus in ſphæra deſcriptus ad planum projectionis inclinatus, ideoque diameter circuli projiciendi CG,



linea in quam projicitur, EH, & oculus ſeu polus ſphæræ in B. Cum BCA ſit rectus (§. 317. *Geom.*) & axis ſphæræ AB ad lineam in plano projectionis DH in F perpendicularis *per hypoth.* & (§. 484. *Geom.*); erit etiam EFB rectus (§. 78. *Geom.*), conſequenter BCA = EFB (§. 145. *Geom.*). Quare cum porro angulus FBE utrique triangulo FBE & ABC communis ſit; erit etiam angulus BEF = BAC (§. 246. *Geom.*). Eſt vero BAC = CGB (§. 315. *Geom.*). Ergo BEF = CGB (§. 87. *Arithm.*). Quamobrem cum angulus CBG utrique triangulo CBG & EBH communis ſit: erit etiam BHE = GCB (§. 246. *Geom.*); conſequenter cum CG repræſentet circulum projiciendum; EH repræſentabit circulum in plano pro-

projectionis, ideoque circulus inclinatus repræſentatur per circulum (§. 151). *Quod erat tertium.*

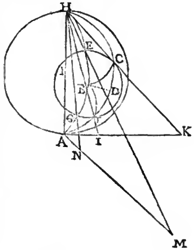
Sit denique circulus projiciendus ad planum projectionis perpendicularis, ideoque ejus diameter GI. Quoniam anguli BIG & BCG æquales (§. 315. *Geom.*) & BHE = BCG *per antea demonſtrata*; erit BIG = BHK (§. 87. *Arithm.*). Quamobrem cum angulus GBI utrique triangulo GBI & BHK communis ſit, erit angulus BGI = BKH (§. 246. *Geom.*); conſequenter cum GI repræſentet circulum projiciendum, cujus nempe diameter eſt, etiam KH circulum in plano projectionis repræſentat, cujus itidem diameter eſt (§. 151). Circulus itaque ad planum projectionis perpendicularis, ſed non tranſiens per polos, per circulum projicitur. *Quod erat quartum.*

Scholion.

153. *Ne in concipienda demonſtratione imaginatio negotium faceſſat, tenendum eſt,* CB & BH *eſſe latera ſectionis triangularis coni, cujus baſis eſt circulus habens diametrum diametro* CG *circuli projiciendi parallelam,* & EH *eſſe communem ſectionem iſtius trianguli & plani projectionis atque ideo lineam, in quam projicitur diameter circuli in ſphæra deſcripti* CG: *ſimiliter* IB & BH *eſſe latera ſectionis triangularis coni, cujus baſis eſt circulus habens diametrum diametro circuli projiciendi* IG *parallelam,* KH *vero eſſe communem ſectionem iſtius trianguli & plani projectionis, atque ideo lineam, in quam projicitur diameter circuli in ſphæra deſcripti* IG.

Theorema 67.

154. *In triangulo ſphærico obliquangulo* ABC, *demiſſo ex vertice* B *perpendiculo* BD, *eſt ut tangens baſis dimidiæ* AC *ad tangentem ſemiſummæ crurum* AB & BC; *ita tangens ſemidifferentiæ eorundem crurum ad tangentem ſemidifferentiæ ſegmentorum baſeos* AD & DC.



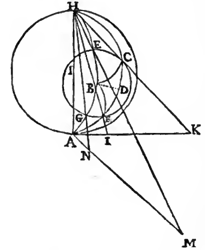
Demonstratio.

Sit triangulum ſphæricum ABC, & HA diameter ſphæræ: crus BA tranſiens per A, ſi ex altera parte continuetur, tranſibit per H, quemadmodum & baſis AC (§. 17). Deſcribatur ex B tanquam polo in ſuperficie ſphæræ circulus CFGE: erit BE = BF = BC, ideoque AE ſumma crurum, AG differentia crurum, & quia ex demonſtratione *theorematis* 66. (§. 149), conſtat perpendiculum BD baſin FC trianguli æquicruri FBC ſecare in duas partes æquales FD & DC, erit porro AF differentia ſegmentorum baſis AD & DC.

Concipiamus ſphæram in puncto A tangere planum projectionis. Quoniam

G &

G & E ſunt in eodem circulo maximo per polos ſphæræ A & H tranſeuntis, ſi per ea ducantur rectæ HM & HN, erunt puncta M & N, in quibus planum projectionis attingunt, cum puncto A in eadem recta AM (§. 152).



Et ex eadem ratione ſi per C & F ducantur rectæ HK & HL, erunt puncta L & K cum puncto A in eadem recta AK. Jam cum recta HA ſit ad planum projectionis perpendicularis *per hypoth.* erit eadem perpendicularis ad rectas AK & AM (§. 484. *Geom.*). Quare ſi AH ſumatur pro ſinu toto, erit AK tangens anguli AHK, AL tangens anguli AHL, AM tangens anguli AHM, & denique AN tangens anguli AHN. Jam anguli AHK menſura eſt arcus dimidius AC, ſeu baſis dimidia, anguli AHL menſura eſt arcus dimidius AF, ſeu ſemidifferentia ſegmentorum baſis, anguli AHM menſura eſt arcus dimidius AE, ſeu ſemiſumma crurum, & denique anguli AHN menſura eſt arcus dimidius AG, ſeu ſemidifferentia crurum (§. 314. *Geom.*), conſequenter AK tangens baſis dimidiæ, AL tangens ſemidifferentiæ ſegmentorum baſis, AM tangens ſemiſummæ crurum, & denique AN eſt tangens ſemidifferentiæ crurum.

Quoniam puncta E, C, F, G, quæ projiciuntur in M, K, L, N, ſunt in peripheria circuli ſphæræ inſcripti, ſed non tranſeuntis per polos H & A *per conſtr.* erunt puncta M, K, L, N, in peripheria circuli (§. 152). Quamobrem cum ſit ut AK ad AM, ita AN ad AL (§. 333. *Geom.*); evidens eſt eſſe ut tangentem dimidiæ baſis ad tangentem ſemiſummæ crurum, ita tangentem ſemidifferentiæ crurum ad tangentem ſemidifferentiæ ſegmentorum baſis. *Q. e. d.*

Scholion.

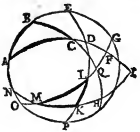
155. *Demonſtratio continet artificium analyticum, quo* NEPERUS (a) *hoc theorema invenit, modo notes ipſum imitatum eſſe ſolutionem trianguli rectilinei, qua ex tribus lateribus inveſtigantur anguli* (§. 41. *Trigon. plan.*)

Theorema 68.

156. *Triangulum ſphæricum* ABC *poteſt transformari in aliud* MLK, *in quo latera ſingula* ML, LK, KM *angulis ſingulis* A, C, B *alterius (aut eorum complementis ad duos rectos, ſi qui fuerint obtuſi) & anguli ſinguli* M, L, K *lateribus ſingulis* CB, BA, AC *alterius (aut eorum complementis ad ſemi-*

(a) Vid. deſcripto Canonis mirifici Logarithmorum Lib. II. cap. 6. p. m. 49. & ſeqq.

ſemicirculum, ſi quæ fuerint quadrante majora) æqualia ſunt.



DEMONSTRATIO.

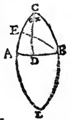
Latus unum AB continuetur in circulum AEPA, reliqua duo BC & AC producantur, donec circulo iſti occurrant. Ex A, B & C tanquam polis deſcribantur, quadrantis AE, BG & CI intervallo, arcus EP, GO & IN, qui erunt partes circulorum maximorum in ſphæra (§. 26). Quoniam circulus ABGPA per polos A & B circulorum EP & GO tranſit *per conſtruct.* hi viciſſim per illius polos tranſeunt (§. 27). Eſt ergo circuli AEPA polus in L, ubi EP & GO ſe mutuo interſecant. Simili modo patet, in K eſſe polum circuli AF, quia is tranſit per polos A & C circulorum EP & NI ſe mutuo ſecantium in K, & in M eſſe polum circuli BH, quia is tranſit per polos B & C circulorum GO & NI ſe mutuo in M ſecantium. Sunt ideo LE & GL, itemque MQ & MH, KD & KI, AD, BQ & CH quadrantes (§. 25), & hinc ED = LK, GQ = LM, HI = MK, AB = EG, AC = DI, BC = QH, ablato nempe a quadrantibus æqualibus in caſu primo arcu DL, in ſecundo LQ, in tertio HK, in quarto BE, in quinto CD, in ſexto CQ (§. 91. *Arithm.*). Sed ED menſura anguli BAC, GQ ipſius EBC, HI ipſius ICQ (§. 33), conſequenter verticalis BCA (§. 43); EG ipſius ELG, ſeu MLK (§. *cit.*), DI ipſius LKH, QH ipſius LMK (§. 33). Ergo in triangulo LMK latus LK angulo BAC, LM ipſi EBC, MK ipſi BCA, & angulus MLK lateri AB, LKH ipſi AC, LMK ipſi BC æquatur. *Q. e. d.*

SCHOLION.

157. *Ex jactis hactenus fundamentis ſolvuntur omnes caſus Trigonometriæ Sphaericæ circa triangula obliquangula. Aut enim dantur ſola latera, aut ſoli anguli, aut duo latera cum uno angulo, aut duo anguli cum uno latere. Duobus caſibus prioribus ſatisfit* per theor. 64. 66. & 67. (§. 146. 149. 154); *duobus poſterioribus* per theor. 60. (§. 136), *ſi partes in quæſtionem venientes ſibi mutuo opponuntur, ſed* per theor. 61. (§. 137), *ſi oppoſitioni locus non eſt. Enimvero e re eſſe judicamus, ut hæc expreſſius doceantur.*

PROBLEMA 20.

158. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo* ABC *duobus lateribus* BC & AB, *cum angulo uni eorum oppoſito* A; *invenire alterum* C.



RESOLUTIO.

Inferatur (§. 136):

Ut ſinus lateris BC
ad ſinum anguli oppoſiti A;
ita ſinus lateris BA
ad ſinum anguli oppoſiti C:

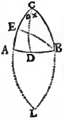
Si ex. gr. BC 39° 29′, A 43° 20′, BA 66° 45′: erit

ſin. BC	98033572
ſin. A	98364771
ſin. BA	99632168
	197996939
ſin. C	99963367

cui in tabulis quam proxime reſpondent 82° 34′ 7″.

PRO-

Problema 21.



159. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo* ABC *duobus angulis* C 82° 34′ 7″ & A 43° 20′, *una cum latere* AB 66° 45′ *uni eorum* C *oppoſito; invenire latus* BC *alteri* A *oppoſitum.*

Resolutio.

Inferatur (§. 136):
Ut ſinus anguli C
ad ſinum lateris oppoſiti AB;
ita ſinus anguli A
ad ſinum lateris oppoſiti BC.

Exemplum caſus præcedentis facile mutatur in caſum præſentem.

Problema 22.

160. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo* ABC *duobus lateribus* AB 66° 45′ & BC 39° 29′, *una cum angulo uni eorum oppoſito* A 43° 20′; *invenire angulum comprehenſum* B.

Resolutio.

Ponamus angulum C eſſe acutum: quia alter A etiam acutus, perpendiculum CD intra triangulum cadit (§. 82).

1. In triangulo itaque rectangulo ABE, ex datis angulo A & latere AB, invenitur angulus ABE (§. 130).
2. Quoniam BE pro parte laterali aſſumta in triangulo AEB, pars media eſt angulus ABE, conjuncta vero latus AB & in triangulo EBC pars media eſt angulus EBC, conjuncta latus BC (§. 94); reperietur coſinus anguli EBC, ſi a ſumma ex coſinu anguli ABE & cotangente BC ſubtrahatur cotangens ipſius AB (§. 139).
3. Quodſi anguli ABE & EBC addantur, aut perpendiculo extra triangulum cadente a ſe invicem ſubtrahantur; prodibit quæſitus ABC.

Ex. g. ſin. to. 100000000
coſin. AB 95963154

ſumma 195963154
cot. A 100252805

cot. ABE 95710349, cui in tabulis quam proxime reſpondent 20° 25′ 35″. Eſt ideo ABE 69° 34′ 25″.
coſ. ABE 95428300
cotang. BC 100841529

ſumma 196269829
cotang. AB 96330985

coſin. EBC 99938844, cui in tabulis quam proxime reſpondent, 80° 24′ 26″.
Eſt ergo EBC 9° 35′ 34″
Addatur ABE 69. 34. 25

erit ABC 79° 9′ 59″

Problema 23.

161. *Datis duobus angulis* A 43° 20′ & B 79° 9′ 59″, *una cum latere adjacente* AB 66° 45′; *invenire latus* BC *uni eorum oppoſitum.*

Resolutio.

1. Ex angulo uno datorum B demiſſo perpendiculo EB in latus ignotum AC; in triangulo rectangulo ABE, ex datis angulo A & hypothenuſa AB, inveniatur angulus ABE (§. 130): qui
2. Ex angulo ABC ſubductus relinquit angulum EBC. Quodſi perpendiculum extra triangulum caderet, angulus ABC ſubtrahi deberet ex ABE.
3. Quoniam perpendiculo BE pro una par-

partium lateralium aſſumto, in triangulo ABE pars media eſt angulus ABE, conjuncta vero AB; in triangulo EBC media angulus EBC, conjuncta BC (§. 94); cotangens lateris BC invenitur, ſi e ſumma cotangentis AB & coſinus EBC ſubtrahatur coſinus EBA (§. 139).

Exemplum problematis præcedentis facile mutatur in caſum præſentis.

Problema 24.

162. *Datis in triangulo obliquangulo* ACB *duobus lateribus* AB 66° 45′ & BC 39° 29′, *una cum angulo* A *uni eorum oppoſito* 43° 20′; *invenire latus tertium* AC. (vid. Fig. §. 159).

Resolutio.

1. Demiſſo ut ante perpendiculo BE, in triangulo rectangulo ABE ex datis angulo A & hypothenuſa AB, inveniatur latus AE (§. 127).
2. Quoniam perpendiculo BE pro parte laterali aſſumto, in triangulo AEB pars media eſt AB, ſejuncta AE, in triangulo BEC media BC, ſejuncta EC (§. 96); reperietur coſinus EC, ſi a ſumma coſinuum AE & CB ſubtrahatur coſinus AB (§. 139).
3. Quodſi ſegmenta AE & EC in unam ſummam colligantur (aut, perpendiculo extra triangulum cadente, a ſe invicem ſubtrahantur); prodibit latus quæſitum.

Ex. gr. ſin. totus	100000000	
coſin. A	98617576	
ſumma	198617576	
cotang. AB	96330985	
tang. AE	102286591, cui in tabulis quam proxime reſpondent 59° 25′ 52″.	
coſin. AE	97063541	
coſin. BC	98875102	
ſumma	195938543	
coſin. AB	95963154	
coſin. EC	99975389, cui in tabulis quam proxime reſpondent 83° 55′ 6″.	
eſt ergo EC	6° 4′ 54″	
addatur AE	59 25 52	
erit AC	65 30 46	

Problema 25.

163. *Datis duobus lateribus* AC 65° 30′ 46″ & AB 66° 45′, *cum angulo intercepto* A 43° 20′; *invenire latus tertium* BC *eidem oppoſitum*. (vid. Fig. §. 159).

Resolutio.

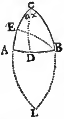
1. Demiſſo perpendiculo BE, in triangulo rectangulo quæratur ut in problemate præcedente ſegmentum AE (§. 162), quod
2. Ex AC ſubductum relinquit EC. Si perpendiculum extra triangulum cadit AC ex AE ſubducendum.
3. Quoniam perpendiculo BE pro parte laterali aſſumto, in triangulo AEB pars media eſt AB, ſejuncta AE, in triangulo EBC pars media CB, ſejuncta EC (§. 96); reperietur coſinus BC, ſi a ſumma coſinuum AB & EC ſubtrahatur coſinus AE (§. 139).

Exemplum problematis præcedentis facile abit in caſum præſentem.

Digitized by Google

PROBLEMA 26.

164. *Datis duobus angulis* A 43° 20′ *&* B 79° 9′ 59″, *una cum latere* CB *alteri eorum oppoſito* 39° 29′; *invenire latus utrique adjacens* AB.



RESOLUTIO.

1. Demiſſo ex angulo incognito C in latus oppoſitum AB perpendiculo CD, quod intra triangulum cadit ob A & B acutos (§. 82), in triangulo rectangulo BCD, ex datis angulo B & hypothenuſa BC, invenietur ſegmentum DB (§. 127).
2. Quoniam perpendiculo CD pro parte laterali aſſumto, in triangulo CDB pars media eſt DB, conjuncta vero angulus B, & in triangulo CDA pars media AD, conjuncta angulus A (§. 94), ſinus ſegmenti AD reperitur, ſi ex ſumma ſinus DB & cotangentis anguli A ſubtrahatur cotangens anguli B (§. 139).
3. Quod ſi ſegmenta AD & DB addantur (aut, perpendiculo extra triangulum cadente, a ſe invicem ſubtrahantur), prodibit latus quæſitum AB.

Ex. gr. ſinus totus	100000000	
coſin. B	92740596	
ſumma	192740596	
cotang. BC	100841529	
tang. DB	91899067,	cui in tabulis quam proxime reſpondent 8° 48′ 8″.
ſin. DB	91847599	
cotang. A	100252805	
ſumma	192100404	
cotang. B	92818608	
ſin. AD	99281706,	cui in tabulis reſpondent 57° 56′ 50″
addatur DB		8 48 58
erit AB		66 44 8

PROBLEMA 27.

165. *Datis duobus lateribus* AB 66° 45′ *&* BC 39° 29′, *cum angulo intercepto* B 79° 9′ 59″; *invenire angulum* A *uni eorum oppoſitum*.

RESOLUTIO.

1. Demiſſo perpendiculo CD, invenitur ut in problemate præcedente ſegmentum DB (§. 164): quod
2. Ex AB ſubductum relinquit AD. Quodſi perpendiculum extra triangulum cadit, AB ad DB addendum.
3. Quoniam perpendiculo CD pro parte laterali aſſumto, in triangulo CDB pars media eſt DB, conjuncta vero angulus B, & in triangulo CDA media AD, conjuncta angulus A (§. 94); cotangens anguli A reperitur, ſi a ſumma cotangentis anguli B & ſinus AD ſubtrahatur ſinus DB (§. 139).

Exemplum problematis præcedentis facile huc applicatur.

PROBLEMA 28.

166. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo* ABC *duobus angulis* A 43° 20′ *&* B 79° 9′ 59″, *una cum latere adjacente* AB 66° 45′; *invenire angulum eidem oppoſitum* C.

RESOLUTIO.

1. Ex angulo uno datorum B demiſſo in latus oppoſitum AC perpendiculo BE, in triangulo rectangulo ABE, ex datis angulo A & hypothe-

thenuſa AB, invenitur angulus ABE (§. 130); qui

2. Ex ABC ſubductus relinquit angulum EBC. Quodſi perpendiculum extra triangulum cadit, ABC ex ABE auferri debet.

3. Quoniam perpendiculo BE pro parte laterali aſſumto, in triangulo CEB pars media eſt angulus C, ſejuncta augulus CBE, in triangulo ABE media angulus A, ſejuncta angulus ABE (§. 96); coſinus anguli C habetur, ſi ex ſumma coſinus anguli A & ſinus EBC ſubtrahatur ſinus anguli ABE.

Ex. gr. ſinus totus 10000000
coſin. AB 95963154

ſumma 195963154
cotang. A. 100252805

cotang. ABE 95710349, cui in tabulis reſpondent 20° 25′ 35″.
Eſt ideo ABE 69° 34′ 25″
ſed ABC 79 9 59

ergo EBC 9° 35′ 34″
coſin. A 98617576
ſin. EBC 92217908

ſumma 190835484
ſin. ABE 99717958

coſin. C 91117526, cui in tabulis reſpondent quam proxime 7° 25′ 54″.
eſt ergo C 82° 34′ 6″.

P R O B L E M A 29.

167. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo* ABC *duobus angulis* A 43° 20′ & C 82° 34′ 6″, *una cum latere* BA *uni eorum oppoſito* 66° 45′; *invenire angulum reliquum*. (vid. Fig. pag. præc.)

R E S O L U T I O.

1. Ex angulo quæſito B demiſſo perpendiculo BE, in triangulo rectangulo AEB, ex datis angulo A & hypothenuſa BA, invenitur angulus ABE (§. 130).

2. Quoniam perpendiculo EB pro parte laterali aſſumto, in triangulo ECB pars media eſt angulus C, ſejuncta augulus CBE & in triangulo AEB pars media angulus A, ſejuncta angulus ABE (§. 94); ſinus anguli EBC habetur, ſi ex ſumma coſinus C & ſinus ABE ſubtrahatur coſinus A (§. 139).

3. Quodſi ABE & EBC addantur (aut, perpendiculo extra triangulum cadente, a ſe invicem ſubtrahantur); prodibit angulus ABC quæſitus.

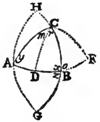
Exemplum problematis præcedentis facile mutatur in caſum præſentem.

P R O B L E M A 30.

168. *Datis in triangulo ſphærico obliquangulo tribus lateribus; invenire angulum uni eorum oppoſitum.*

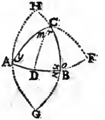
R E S O L U T I O.

I. Si latus unum AC fuerit quadrans, & crus AB quadrante minus, quæraturque angulus A;



1. Continuetur AB in F, donec AF fiat quadranti æqualis & ex polo A duca-

ducatur arcus CF (§. 25), qui arcum AF ſecabit in F ad angulos rectos (§. 28).



2. Quoniam in triangulo CBF ad F rectangulo, datur hypothenuſa BC & latus BF ſeu complementum ipſius AB ad quadrantem, reperietur perpendiculum CF (§. 119): quod cum ſit menſura anguli CAB (§. 31), eundem repertum eſſe patet.

Si ex. gr. AB = 67°, BC = 49°, erit coſinus BC cum ſinu toto ſinibus complementorum BF & CF, hoc eſt, ſinui AB & coſinui CF ſeu anguli A æqualis (§. 112), ideoque

ſin. tot.	100000000
coſin. BC	98169429
ſumma	198169429
ſin. AB	99640261
coſin. A.	98529168, cui in ta-

bulis quam proxime reſpondent 45° 27′ 22″.
Eſt ideo A 44° 32′ 38″.

II. Si latus unum AC fuerit quadrans, alterum AB quadrante majus, quæraturque denuo angulus A;

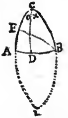
1. Ex AB reſecetur quadrans AD, & ex polo A deſcribatur arcus CD (§. 25), qui arcum AB ſecabit in D ad angulos rectos (§. 28).

2. Quoniam in triangulo CDB ad D rectangulo hypothenuſa BC & latus DB, ſeu exceſſus lateris AB ſupra quadrantem datur, reperietur ut ante perpendiculum CD (§. 119), quod eſt menſura anguli quæſiti A (§. 31).

Si ex. gr. AB = 158°, BC = 79°, erit DB = 68°, ideoque (§. 112) coſinus BC cum ſinu toto æqualis ſinibus complementorum DB & DC, hoc eſt, ſinui complementi lateris AB ad ſemicirculum & coſinui anguli A æqualis. Ergo

ſinus totus	100000000
coſin. BC	92805988
ſumma	192805988
coſin. BD	95735754
coſinus A	97070234, cui in ta-

bulis quam proxime reſpondent 30° 37′ 16″.
Eſt ergo A 59° 22′ 44″.



III. Si triangulum ACB fuerit æquicrurum, ut nempe AC = CB, quæraturque ex. gr. angulus ACB: dividatur AB bifariam in D, & per D atque C ducatur arcus DC. Quoniam eodem modo, quo idem de triangulis rectilineis demonſtravimus (§. 184. *Geom.*) oſtendi poteſt, quemadmodum ex demonſtratione *theorematis* 66. (§. 149) patet, eſſe CD ad AB perpendicularem, angulos A & B, itemque ACD & DCB æquales; ex datis in triangulo rectangulo ACD hypothenuſa AC & crure AD invenitur angulus ACD (§. 117), cujus duplus eſt quæſitus ACB. Angulus vero A vel B reperiri ex iiſdem datis poteſt (§. 129).

Ex. gr. ſit AC = 65° BA = 38°, erit AD = 19°, ideoque

ſinus

ſinus totus	100000000
ſinus AD	95126419
ſubtr. ſinus AC	99572757
ſinus ACD	95553662

, cui in tabulis quam proxime reſpondent 21° 3′ 9″. Eſt ergo angulus ACB = 42° 6′ 18″.

IV. Si triangulum ACB fuerit ſcalenum, quæraturque angulus A;

1. Ex angulo C demittatur perpendiculum CD, & quæratur ſemidifferentia ſegmentorum AD & DB inferendo (§. 154).
   Ut tangens baſis dimidiæ AB
   ad tangentem ſemiſummæ crurum AC & CB;
   ita tangens ſemidifferentiæ eorundem
   ad tangentem ſemidifferentiæ ſegmentorum AD & DB.
2. Addatur ſemidifferentia ſegmentorum ad baſin dimidiam, ut habeatur majus ſegmentum; eadem ab eadem ſubtrahatur, ut habeatur minus (§. 39. *Trigon. plan.*).
3. Datis jam in triangulo CAD rectangulo ad D hypothenuſa AC & latere AD, invenitur angulus A (§. 129). Eodem modo in altero CBD, ex datis CB & DB, invenitur B.

Sit ex. gr. AB = 66° 45′, AC = 65° 30′ 46″, BC = 39° 29′ erit $\frac{1}{2}$AB = 33° 22′ 30″ AC + BC = 104° 59′ 46″, AC—BC = 26° 1′ 46″, ideoque $\frac{1}{2}$ AC + $\frac{1}{2}$ BC = 52° 29′ 53″, $\frac{1}{2}$AC — $\frac{1}{2}$ BC = 13° 0′ 53″.
Quare

Tang. $\frac{1}{2}$ AB	98187224
Tang. $\frac{1}{2}$ AC + $\frac{1}{2}$ BC	101149889
Tang. $\frac{1}{2}$ AC — $\frac{1}{2}$ BC	93638728
ſumma	194788617
Tang. $\frac{1}{2}$ AD — $\frac{1}{2}$ DB	96601393

, cui in tabulis quam proxime reſpondent 24° 34′ 18″.

$\frac{1}{2}$ AB =	33°	22′	30″
	24	34	18
AD =	57	56	48

cotang. AC	96584473
tang. AD	102033115
ſumma	198617588
ſin tot.	100000000
coſin. A	98617588

, cui in tabulis quam proxime reſpondent 46° 40′. Eſt igitur angulus A 43° 20′.

Aliter.

Inferatur (§. 149)
Ut rectangulum ſub ſinibus crurum AB & AC,
ad quadratum ſinus totius;
ita rectangulum ſub ſinibus differentiarum crurum AB & AC a ſemiſumma omnium laterum AB, AC & BC,
ad quadratum ſinus dimidii anguli A cruribus AB & AC comprehenſi.

Sit AB =	66°	45′	0″
AC =	65	30	46
BC =	39	29	0
ſumma lat.	171	44	46
ſemiſ. lat.	85	52	23
crus AB	66	45	0
differ. I. =	19	7	23
ſemiſ. lat.	85	52	23
crus AC	65	30	46
differ. II. =	20	21	37

ſin.

ſin. AB	=	99632168
ſin. AC	=	99590670
rectang. I.	=	199222838
ſin. tot.		100000000
□ ſin. tot.		200000000
ſin. differ. I.	=	95153413
ſin. differ. II.	=	95414820
rectang. II.	=	190568233
rectang. I.	=	199222838
□ ſin. tot.	=	200000000
rectang. II.	=	190568233
ſumma Logg.		390568233
□ ſin. $\frac{1}{2}$ A	=	191345395

ſin. $\frac{1}{2}$ A = 95672697, cui in tabulis proxime reſpondent $21^\circ\ 40'$.

Eſt igitur angulus A $43^\circ\ 20'$, quemadmodum ante repertus.



Adhuc aliter.

Inferatur (§. 150)

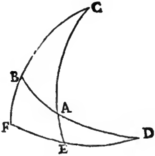
Ut rectangulum ſub ſinibus crurum,
ad quadratum ſinus totius;
ita rectangulum ſub ſinibus ſemidifferentiarum cruris uniuſcujuſque a baſi & crure altero,
ad quadratum ſinus dimidii anguli verticalis.

Sit ut ante AB $66^\circ\ 45'$, AC $65^\circ\ 30'\ 46''$, BC $39^\circ\ 29'$, erit

AC	=	65°	$30'$	$46''$
BC	=	39	29	0
AC + BC	=	104	59	46
AB	=	66	45	0
differ. I.	=	38	14	46
ſemidiff. I.	=	19	7	23
AB	=	66°	$45'$	$0''$
BC	=	39	29	0
AB + BC	=	106	14	0
AC	=	65	30	46
differ. II.	=	40	41	14
ſemidiff. II.	=	20	21	37

Reliqua ſunt prorſus ut ante.

Adhuc aliter.



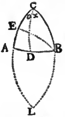
Si, datis tribus lateribus AC, CB & BA, inveniendus angulus A; baſis CB & crus alterum CA, continuentur in F & E, donec fiant quadrantibus æquales, & ex polo C deſcripto arcu FD, donec cruri alteri BA continuato in D occurrat,

1. Quæratur arcus dimidius compoſitus ex BD & AD inferendo (§. 146), ut differentia coſinuum baſis CB & cruris AC ad ſum-

ſummam eorundem laterum, ita tangens cruris dimidii alterius AB ad tangentem arcus dimidii compoſiti ex BD & AD.

2. Ex arcu invento ſubducatur crus AB, ut relinquatur duplum ipſius AD.

3. Datis, in triangulo AED ad E rectangulo (§. 28), hypothenuſa AD *vi num.* 2. & latere AE complemento cruris AC ad quadrantem *vi num.* 1. invenitur angulus A (§. 129), qui ſuo verticali BAC æqualis (§. 43).



4. Quodſi latera LA & LB fuerint quadrante majora, continuentur ad ſemicirculum & loco trianguli ALB ſolvatur triangulum ACB.

Ex. gr. Sit ut ante AB = 66° 45′, AC = 65° 30′ 46″, BC = 39° 29′, erit

coſinus BC	7718096
coſinus AC	4144902
ſumma coſin.	11862998
differ. eorund.	3573194

Reſpondent in tabulis

ſummæ tang.	49°	52′	14″
differentiæ ſinus	20	56	8

Nempe numerus 11862998 eſt tangens 49° 52′ 14″, & numerus 3573194 ſinus 20° 56′ 8″.

Cum ideo ſumma coſinuum AB & BC & tangens arcus 49° 52′ 14″, itemque differentia coſinuum AC & BC atque ſinus arcus 20° 56′ 8″ eundem habeant logarithmum, erit

Log. differ. coſ.	95530544
ſummæ coſin.	100741946
tang. $\frac{1}{2}$ AB	98187223
ſumma	198929169
tang. $\frac{1}{2}$AD + $\frac{1}{2}$DB	103398625

cui in tabulis quam proxime reſpondent

	65°	25′	42″
quare AD + AB	130	51	24
AB	66	45	0
2 AD	64	6	24
AD	32	3	12
CE	90	0	0
AC	65	30	46
AE	24	29	14

cot. AD	102033116
tang. AE	96584473

coſin. A x98617589, cui in tabulis quam proxime reſpondent

46° 40′

Ergo angulus A 43° 20′.

Cum tædioſa ſit Logarithmorum ſummæ ac differentiæ coſinuum AC & BC inventio; præſtat uti modis anterioribus.

Scholion.

169. *Quodſi in illatione prima ſolutionis primæ caſus quarti pro tangentibus crurum & baſis ſumantur ipſa crura & baſis, prodibit ea, qua ex datis tribus lateribus in triangulo rectilineo inveſtigamus angulos* (§. 41. Trigon. plan.). *Patet ideo, caſum difficillimum Trigonometriæ ſphæricæ eadem facilitate ſolvi poſſe, qua in Trigonometria plana ſolvitur. Quare ſi praxin ſpectes, Trigonometria ſphærica nunc ad eandem facilitatem reducta eſt, qua plana gaudet.*

Problema 31.

170. *Datis tribus angulis* A, B & C *in triangulo ſphærico obliquangulo* ABC, *invenire latus quodcunque*. (vid. Fig. præced.)

RESOLUTIO.

Quia loco trianguli dati aliud aſſumi poteſt, in quo latera æqualia ſunt angulis, anguli vero lateribus datis (§. 156); problematis reſolutio non differt a reſolutione præcedentis.

Finis Trigonometriæ Sphæricæ.

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

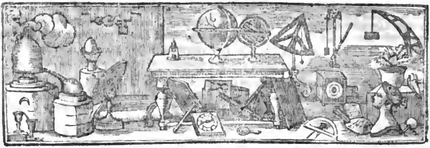
PRÆFATIO.

SUmma Numinis immenſi Majeſtas, & excellentia intellectus humani prorſus inſignis non aliunde clarius, quam ex Aſtronomia elucefcit, quæ per ſtructuram Univerſi ſimplicitate ac vaſtitate ſua admirandam, motuſque ſiderum Leges Scientiæ, Sapientiæ, Potentiæ, immo Bonitatis Divinæ immenſitatem, vulgo ab hominibus nonniſi confuſe cognitam, diſtincte cognoſcendam exhibet & intellectui humano, ſi eodem rite utamur, ad abſcondita maxime & a ſenſibus remota aditum patere exemplis evidentiſſimis demonſtrat. Commendandum igitur eſt Aſtronomiæ ſtudium tum iis, qui ex cognitione perfectionum Divinarum voluptatem capiunt, ut voluptate ſumma perfundantur; tum etiam illis, qui propriis aliquando meditationibus veritates adhuc latentes in apricum producere & naturalem inprimis ſcientiam ulterius perficere cupiunt, ut ſumma in-

Digitized by Google

tellectus perfectio nonniſi genuino uſu comparanda ipſis concilietur. Utrique fini ut ſatisfacerem omnem Aſtronomiam ita pertractandam eſſe ſtatui, ut figmenta veterum, quibus partim ob præjudicia nonnulla, partim ob inſtrumentorum, tubi præſertim Optici atque Micrometri, defectum, ad veritatem liquidam pertingere non licuit, rejicerem & principiis COPERNICI atque KEPLERI, quorum ille veram mundi fabricam reſtauravit, hic jura poli primus manifeſtavit, totam theoricæ doctrinam ſuperſtruerem, ſingula vero more EUCLIDEO in ſphærica demonſtrarem. Quoniam nimirum duplici modo conſiderari poteſt univerſum, tum quomodo ſenſui apparet, tum quomodo intellectui obvium, utraque vero conſideratio ad accuratam temporum rationem ineundam apprime facit; ideo dudum Aſtronomi Aſtronomiam diviſerunt in ſphæricam & theoricam, quarum partium illa priori, altera vero poſteriori conſiderationi ſatisfacit, ſi recentiorum inventis debite utamur. Cæterum Chronologia & Gnomonica, immo etiam Geographia, tanquam rivuli ex Aſtronomiæ fonte deducuntur, ut ideo in iis circa plurima cæcuciat, qui Aſtronomia nondum ſalutata ad illas ſcientias digreditur: Phyſica vero pulcherrimam ſui partem de univerſi ſyſtemate & natura ac proprietatibus corporum totalium totam eidem debet, ut ideo nil ſani in ſcriptis Phyſicorum de hoc argumento reperiatur, niſi quod ex Aſtronomia deſumtum.

ELE-



ELEMENTA ASTRONOMIÆ,

PARS PRIMA.

ELEMENTA ASTRONOMIÆ SPHÆRICÆ.

CAPUT I.

Obſervationes communes recenſet, ac inde prima Aſtronomiæ Sphæricæ principia ſtabilit.

DEFINITIO 1.

1. ASTRONOMIA eſt ſcientia Univerſi ac Phænomenorum ejus, qua talis.

DEFINITIO 2.

2. *Aſtronomia ſphærica* eſt, quæ Univerſum conſiderat, quale in oculos incurrit.

DEFINITIO 3.

3. *Aſtronomia theorica* eſt, quæ univerſi veram ſtructuram conſiderat & ejus phænomena inde determinat.

DEFINITIO 4.

4. Per *obſervationes communes* intelligo ea, quæ ad perceptiones phænomenorum univerſi veluti ſponte ſua ſe offerentes attenti cognoſcimus.

DEFINITIO 5.

5. *Obſervationes Aſtronomicas* appello ea, quæ ad perceptiones phænomenorum univerſi ſtudio noſtro in nobis productas attenti cognoſcimus.

SCHOLION.

6. *Obſervationes communes primæ omnium ſunt & Aſtronomicis anſam dant. Quamobrem ut intelli-*

Digitized by Google

telligatur, quomodo Aſtronomia enata fuerit ſuaque incrementa ceperit, ab obſervationibus communibus ordiendum nobis erit: id quod & aliis lucem affundit.

OBSERVATIO 1.

7. *Si noctu cœlum ſtellatum intuemur, omnes ſtellæ æqualibus intervallis a nobis diſtare videntur: & hæc apparentia conſtans quovis anni tempore atque ubivis locorum.*

COROLLARIUM 1.

8. Quia diſtantiarum magnarum differentias, etſi admodum ingentes, viſus non diſcernit (§. 230. *Optic.*); ſenſuum judicio conſtare nequit, utrum ſtellæ omnes a nobis æqualibus intervallis revera diſtent, nec ne.

SCHOLION.

9. *Hoc probe notandum eſt, ne vitio ſubreptionis judicium præcipitantes periculo errandi nos exponamus, & progreſſum ſcientiæ impediamus.*

COROLLARIUM 2.

10. Cœlum igitur cuivis ſpectatori inſtar hemiſphærii cavi apparet, in cujus ſuperficie ſtellæ ſint conſtitutæ, in centro autem ipſe ſit collocatus (§. 471. *Geom.*): hinc tamen inferri nequit, hæc revera ita ſe habere.

OBSERVATIO 2.

11. *Stellæ, quæ vertici noſtro imminent, aliquo temporis ſpatio prætérlapſo, ab eodem diſtare videntur verſus dextram, aliis nunc ſuper vertice conſpicuis, quæ ante verſus lævam diſtabant, facie nempe illuc verſa, ubi ſolem circa meridiem contuemur. Stellæ, quas verſus dextram prope extremitatem cœli ante conſpiciebamus, diſparuerunt & aliæ vertici viciniores locum earundem occupant: contra quæ verſus ſiniſtram extremas cœli partes replebant, vertici propiores videntur, in ipſorum vero locis aliæ ante nondum præſentes cernuntur. Cæterum diſtantia ſtellarum inter ſe, quamdiu eas conſpicimus, eadem apparet. Poſtero die, iiſdem horis redeuntibus, eadem cœli facies conſpicitur. Eadem interdiu de ſole, noctu de luna obſervamus.*

SCHOLION.

12. *In hac obſervatione recenſenda conſulto abſtinemus a terminis Aſtronomicis, quibus excogitandis eadem inſerviit.*

COROLLARIUM 1.

13. Stellarum igitur, ſolis ac lunæ ſitus reſpectu puncti cujuſdam fixi in ſuperficie telluris continuo, ſed per inſenſibilia incrementa mutatur.

SCHOLION.

14. *Repetenda hic ſunt, quæ de vitando vitio ſubreptionis ſupra inculcavimus (§. 9).*

COROLLARIUM 2.

15. Quoniam ſpectator locum in terra non mutat, ideoque ſeipſum tanquam immotum ſpectat; cœlum moveri videtur (§. 13), & quidem circa terram (§. 11).

COROLLARIUM 3.

16. Cum tamen in omni ſitu figuram hemiſphærii cavi referat (§. 10); planum ſectionis ubivis locorum eſt circulus maximus (§. 19. *Sphær.*); ideoque cœlum terræ incolis inſtar ſphæræ cavæ apparet (§. 13. *Sphær.*) in cujus centro ipſi conſtituti (§. 15. *Sphær.*), & quæ circa terram quotidie gyratur (§. 15).

COROLLARIUM 4.

17. Et quoniam ſtellæ eandem a ſe invicem diſtantiam ſervant (§. 11), ſuperficiei ſphæræ cavæ quaſi affixæ videntur.

COROLLARIUM 5.

18. Cum Aſtronomia ſphærica mundum conſideret, qualis in oculos incurrit (§. 2; in ea recte aſſumitur, mundum eſſe ſphæram cavam, quæ circa tellurem in centro ejus collocatam rotatur, ſtellis ejus ſuperficiei affixis, ac inde phænomena reliqua determinantur, quæ ex hac apparentia ſequuntur.

DEFINITIO 6.

19. Cum ſidus apparere incipit, quod antea latebat, *Oriri* dicitur: quan-

quando vero diſparet, quod ante apparuerat, *Occidere* dicitur. Eſt nempe *Ortus* apparentia ſideris ante latentis : *Occaſus* vero occultatio ſideris antea conſpicui. Denotant quoque vocabula *Ortus* & *Occaſus* loca, ubi ſidera oriuntur & occidunt.

SCHOLION.

20. *Has ſane, non alias Ortus & Occaſus notiones habemus* (§. 19. Meth. Mathem.) : *quæ ideo motum ſiderum non involvunt.*

DEFINITIO 7.

21. Motus, quo ſtellæ cum ſphæra mundana circa tellurem ab ortu ad occaſum moveri videntur, vocatur *Motus primus, communis, diurnus,* item *Motus primi mobilis.*

SCHOLION.

22. *Hunc motum potiſſimum Aſtronomia ſphærica expendit, & qualia inde phænomena in terra ſpectanda pendeant, determinat.*

OBSERVATIO 3.

23. *Si ſtellas notemus, quibus luna vicina videtur ; eaſdem die ſequente ab eadem aliquo intervallo verſus occaſum diſtare obſervamus ; luna vero prope ſtellas alias cernitur. Atque hæc diſtantiæ mutatio quotidie accidit, donec tandem 27 circiter diebus elapſis in vicinia earundem ſtellarum conſpiciatur, inter quas in prima obſervatione hærebat.*

COROLLARIUM.

24. Luna igitur interea, dum quotidie cum ſphæra mundana circa tellurem rotatur (§.16), in dies certo intervallo a ſtellis fixis verſus ortum digredi, ideoque motu contrario ab occaſu verſus ortum 27 circiter dierum intervallo, circa eandem moveri videtur (§.23).

DEFINITIO 8.

25. *Stellæ fixæ* dicuntur, quæ eandem a ſe invicem diſtantiam conſtanter ſervant.

OBSERVATIO 4.

26. *Si ſtellas notemus, quæ in ea cæli parte conſpiciuntur, ubi ſol viſui noſtro ſe ſubduxit, obſervationibus per plures dies continuatis, animadvertimus, quæ in anterioribus vertici erant propiores, eas in poſterioribus occaſui eſſe proximas, donec tandem, annuo ſpatio 365 circiter dierum elapſo, idem cæli ſitus redeat.*

COROLLARIUM.

27. Sol ideo æque ac luna interea temporis, dum cum ſphæra mundana circa tellurem rotatur, ad alias aliaſque fixas ab occaſu verſus ortum progredi, ſicque motu contrario intra anni ſpatium circa tellurem moveri videtur.

OBSERVATIO 5.

28. *Si ſtellarum diſtantias a ſe invicem quotidie attentius contemplamur, præter lunam ac ſolem quinque adhuc ſtellas ſitum ſuum quotidie mutare obſervamus, quamvis earum diſtantia a fixa quadam data non eadem quantitate in ſingulis mutetur, ita ut prima nonniſi triginta circiter, ſecunda duodecim, tertia duobus annis præterlapſis, duæ autem a ſole non multum digredientes, eumque interdum præcedentes, interdum ſequentes, annuo circiter ſpatio, in eodem cæli loco rurſus conſpiciantur.*

COROLLARIUM.

29. Quinque igitur ſtellæ perinde ac ſol & luna interea temporis, dum cum ſphæra mundana circa tellurem gyrantur, motu contrario ab occaſu verſus ortum inæqualibus temporum intervallis circa eandem moveri videntur.

DEFI-

Digitized by Google

Definitio 9.

30. *Motus ſecundus* ſeu *proprius* appellatur, quo ſtella ab occaſu verſus ortum indies certo intervallo promovetur.

Definitio 10.

31. *Planetæ* ſeu *ſtellæ erraticæ* vocantur ſidera, quorum a fixis diſtantia indies mutatur.

Definitio 11.

32. *Saturnus* eſt planeta debiliore lumine conſpicuus, intra 30 circiter annos periodum ſuam circa tellurem motu proprio abſolvens.

Definitio 12.

33. *Jupiter* eſt planeta, inſigni ſplendore refulgens, intra 12 circiter annos motu proprio periodum ſuam circa tellurem abſolvens.

Definitio 13.

34. *Mars* eſt planeta, lumine ſubrubido corruſcans, intra biennium circiter motu proprio periodum circa tellurem abſolvens.

Definitio 14.

35. *Venus* eſt planeta, ſplendore ſuo lumen omnium ſuperans, ſolem conſtanter comitans, nec ultra 47 circiter gradus ab eo digrediens. Quando ſolem præcedit, *Phoſphorus* ſeu *Lucifer*; quando ſequitur, *Heſperus* vocatur.

Definitio 15.

36. *Mercurius* eſt planeta exiguus, lumine tamen ſatis claro fulgens, ſolis individuus comes, nec ultra 28 gradus ab eodem digrediens.

Scholion.

37. *Ex his definitionibus proprio quilibet marte planetas agnoſcet. Si enim poſt occaſum ſolis videat planetam ortui quam occaſui viciniorem, inde colligit nec Venerem, nec Mercurium eſſe* (§. 35. 36). *An vero ſit Saturnus, an Jupiter, an Mars, ex lumine ulterius dignoſcit* (§. 32. 33. 34). *Qui Saturnum, Jovem & Martem agnoſcit, ex lumine quoque Venerem & Mercurium diſtinguit* (§. 35. 36). *Contra ſi quis, illis adhuc ignotis, planetam obſervat a Sole recedentem, mox iterum ad eum redeuntem, is Venerem vel Mercurium eſſe inde colliget: utrum vero Venus, an Mercurius ſit, ex lumine dignoſcit* (§. 35. 36). *Cognitis vero Venere & Mercurio, reliquos ex ſolo lumine agnoſcit* (§. 32. 33. 34).

Definitio 16.

38. Sol atque planetæ certis ſignis indigitari ſolent. Eſt nempe

♄	ſignum Saturni.
♃	Jovis.
♂	Martis.
♀	Veneris.
☿	Mercurii.
☉	Solis.
☽	Lunæ.
♁	Terræ.

Observatio 6.

39. *Si diſtantias Solis & Planetarum a vertice minimas in maximas earum elevatione quotidie obſervamus; eas ad certum uſque terminum continuo creſcere, dein rurſus decreſcere diſcimus: qui tamen uterque terminus in ſingulis diverſus notatur.*

Corollarium.

40. Omnes igitur ſub circulo aliquo ſphæræ mundanæ, non tamen uno eodemque motu proprio incedunt.

CAPUT

Digitized by Google

CAPUT II.

De Circulis Sphæra mundana.

DEFINITIO 17.

41. PEr *Circulos Sphæra mundanæ* intelligo eos, qui ſphæram mundanam ſecant & peripheriam habent vel in ipſa ſuperficie ejus mobili, vel in alia immobili iſti contermina & æquidiſtante.

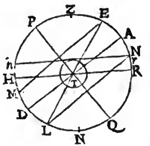
DEFINITIO 18.

42. *Circulus mobilis* eſt, cujus peripheria in ſuperficie ſphæræ mundanæ mobili exiſtit; ideoque cum ſphæra motu diurno rotatur.

DEFINITIO 19.

43. *Circulus immotus* eſt, cujus peripheria in ſuperficie ſphæræ mundanæ immobili exiſtit, ideoque cum ſphæra motu diurno non rotatur.

DEFINITIO 20.



44. *Axis mundi* eſt recta PQ, circa quam ſphæra mundana motu diurno rotatur.

SCHOLION.

45. *Nimirum illud temporis ſpatium, quo ſphæra mundana unam revolutionem circa tellurem abſolvit, dies dicitur in communi etiam ſermone. Unde motus iſte circa axem proprium diurnus appellari ſolet.*

DEFINITIO 21.

46. *Poli mundi* ſunt puncta P & Q in ſuperficie ſphæræ mundanæ, per quæ axis PQ tranſit. *Polus* nobis conſpicuus P dicitur *Arcticus* ſeu *Borealis*; ipſi vero oppoſitus Q *Antarcticus* ſeu *Auſtralis*.

SCHOLION.

47. *Denominatio poli Arctici eſt a ſidere vicino, quod* Urſæ minoris *fert nomen. Antarcticus vero ita dicitur, quod Arctica opponatur.*

DEFINITIO 22.

48. *Æquator* DA eſt circulus ſphæræ mundanæ maximus, mobilis & eoſdem cum ipſa polos P & Q habens.

COROLLARIUM 1.

49. Singula æquatoris puncta a polis mundi quadrantis intervallo diſtant (§. 25. *Sphæric.*).

COROLLARIUM 2.

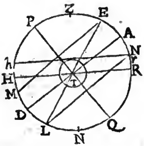
50. Æquator ſphæram mundanam in duo hemiſphæria dividit (§. 19 *Sphæric.*), in quorum uno eſt polus borealis, in altero auſtralis (§. 46. 49).

DEFINITIO 23.

51. *Hemiſphærium boreale* ſeu *ſeptentrionale* eſt dimidium ſphæræ mundanæ DPA æquatore DA terminatum, in cujus vertice eſt polus borealis P.

Digitized by Google

DEFINITIO 24.



52. *Hemiſphærium auſtrale* ſeu *meridionale* eſt dimidium ſphæræ mundanæ DQA æquatore DA terminatum, in cujus vertice eſt polus auſtralis Q.

DEFINITIO 25.

53. *Circulus æquinoctialis* eſt circulus maximus immotus, ſub cujus peripheria æquator motu diurno movetur.

SCHOLION 1.

54. *Nempe ſi ſemidiameter ſphæræ per punctum æquatoris producatur (quæ eadem eſt cum ſemidiametro æquatoris* (§. 15. Sphæric.), *in ſuperficie immobili peripheria æquinoctialis deſcribitur, dum ſphæra circa axem rotatur* (131. Geom.).

SCHOLION 2:

55. *Circulus æquinoctialis vulgo cum æquatore confunditur, quia idem ſunt planum, niſi quod planum æquatoris mobile, æquinoctialis immobile ſpectetur & æquinoctiale veluti ſpatium conſideretur, intra quod æquator continetur.*

DEFINITIO 26.

56. *Circulus diurnus* eſt circulus immotus, in cujus peripheria ſtella aliqua aut punctum aliquod in ſuperficie mundana mobili datum motu diurno movetur.

SCHOLION.

57. *Nempe ſi recta ex centro ſtellæ ad axem mundi perpendicularis ultra ſuperficiem ſphæræ mundanæ producta concipiatur, in ſuperficie immota peripheriam circuli diurni deſcribit, dum ſphæra circa axem rotatur* (§. 131. Geom.).

DEFINITIO 27.

58. *Zenith* ſeu *punctum verticale* eſt punctum Z in ſuperficie ſphæræ mundanæ immobili, ex quo ducta recta per verticem ſpectatoris per centrum terræ tranſit. Quod ipſi diametraliter opponitur N, vocatur *Nadir*.

COROLLARIUM 1.

59. Tot ſunt zenith, quot diverſa in terra loca, e quibus cœlum ſpectari poteſt.

COROLLARIUM 2.

60. Mutato igitur loco, mutatur etiam zenith.

DEFINITIO 28.

61. *Horizon rationalis* ſive *verus* eſt circulus maximus immotus HR, cujus poli ſunt zenith Z atque nadir N. Horizon rationalis etiam ſimpliciter *horizon* dicitur.

COROLLARIUM 1.

62. Singula horizontis puncta a zenith atque nadir quadrantis intervallo diſtant (§. 25. *Sphæric.*).

COROLLARIUM 2.

63. Horizon verus ſphæram mundanam in duo hemiſphæria dividit (§. 19. *Sphæric.*).

DEFINITIO 29.

64. *Hemiſphærium ſuperius* eſt dimidium ſphæræ mundanæ HZR horizonte HR terminatum, in cujus vertice eſt zenith Z.

DEFINITIO 30.

65. *Hemiſphærium inferius* eſt dimi-

midium ſphæræ mundanæ HNR horizonte HR terminatum, in cujus vertice eſt nadir N.

DEFINITIO 31.

66. *Horizon ſenſibilis* ſive *apparens* eſt circulus *hr*, qui partem ſphæra mundanæ conſpicuam a latente ſeparat.

COROLLARIUM.

67. Quia rectæ a zenith Z ad ſingula horizontis apparentis *hr* puncta ductæ æquales apparent; horizontis ſenſibilis polus eſt zenith Z (§. 12. *Sphæric.*); conſequenter cum nadir N ipſi zenith diametraliter opponatur (§. 58) nadir eſt alter horizontis apparentis polus (§ 23. *Sphæric.*).

DEFINITIO 32.

68. *Horizon ortivus* eſt pars horizontis, in qua Sol oritur.

DEFINITIO 33.

69. *Horizon occiduus* eſt pars horizontis, in qua Sol occidit.

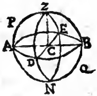
DEFINITIO 34.

70. *Circulus verticalis* eſt circulus ſphæræ maximus immotus, per zenith Z atque nadir N, & punctum quodcunque aliud in ſphæra mundana ductus.

SCHOLION.

71. *Datis nempe in ſuperficie ſphæræ tribus punctis, circulus determinatur* (§. 294. Geom.).

DEFINITIO 35.



72. *Meridianus* eſt circulus verticalis AZBN per polos mundi P & Q tranſiens. *Verticalis primarius* dicitur, qui per polos meridiani D & E tranſit.

DEFINITIO 36.

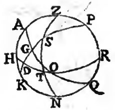
73. *Altitudo* ſtellæ vel puncti in ſphæra mundana eſt diſtantia ejus ab horizonte. *Profunditas* appellatur ſi ſtella vel punctum fuerit in hemiſphærio inferiori. Utraque *vera* dicitur, ſi horizon ſpectetur verus; *apparens*, ſi apparens.

SCHOLION.

74. *Horizon nempe inſtar baſis, centrum ſtellæ vel punctum quodlibet aliud in ſphæra mundana latum inſtar verticis alicujus objecti conſideratur* (§. 125. Geom.).

DEFINITIO 37.

75. *Declinatio* ſtellæ S aut puncti in ſphæra mundana dati eſt diſtantia ejus ab æquatore.



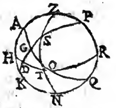
COROLLARIUM 1.

76. Eſt ergo arcus circuli maximi GS, inter punctum datum S & æquatorem AQ interceptus, atque ad eum perpendicularis (§. 83. *Sphæric.*).

COROLLARIUM 2.

77. Circulus ideo, cujus arcu declinationem GS metimur, per polos æquatoris (§. 28. *Sphæric.*); conſequenter per polos mundi P & K tranſit (§. 48).

DEFINITIO 38.

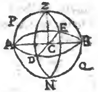


78. Hinc *circulus declinationis* eſt circulus maximus PGDK per polos mundi P & K tranſiens.

COROLLARIUM.

79. Eſt ergo GP arcus inter æquatorem AQ & punctum P interceptus circuli quadrans (§. 25. *Sphæric.*).

DEFINITIO 39.



80. *Cardines mundi* ſunt puncta horizontis A, D, B, E, in quibus meridianus AZBN & circulus verticalis primarius ZDNE horizontem ADBE ſecant. Eſt autem *cardo ſeptentrionis* A, punctum interſectionis meridiani & horizontis, cui polus borealis P vicinus. *Cardo meridiei* eſt cardo mundi B cardini ſeptentrionis A oppoſitus. *Cardo orientis* E eſt punctum interſectionis horizontis ortivi & verticalis primarii. *Cardo* denique *occidentis* D eſt punctum interſectionis horizontis occidui & verticalis primarii.

DEFINITIO 40.

81. *Linea meridiana* eſt interſectio AB planorum meridiani AZBN & horizontis ADBE. Eodem quoque nomine venit recta quæcunque alia eidem in plano meridiei parallela.

COROLLARIUM.

82. Tranſit ergo per cardinem ſeptentrionis A & meridiei B.

THEOREMA I.

83. *Dimidia æquatoris pars ſupra horizontem rationalem, dimidia infra eum exiſtit.*

DEMONSTRATIO.

Eſt enim tam æquator (§. 48), quam horizon rationalis circulus maximus (§. 61). Se mutuo itaque bifariam ſecant (§. 20. *Sphær.*), conſequenter æquatoris pars dimidia ſupra horizontem rationalem, dimidia infra eum exiſtit. *Q. e. d.*

THEOREMA 2.

84. *Meridianus æquatorem & horizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos ſecat.*

DEMONSTRATIO.

Meridianus eſt circulus verticalis (§. 72), ideoque maximus (§. 70). Cum itaque & æquator (§. 48), & horizon rationalis ſit circulus maximus (§. 61); meridianus tam æquatorem, quam horizontem rationalem bifariam ſecat (§. 20. *Sphær.*). *Quod erat unum.*

Quia zenith atque nadir ſunt poli horizontis rationalis (§. 61), & poli mundi iidem cum polis æquatoris (§. 48), meridianus cum per polos horizon-

rizontis rationalis, tum per polos æquatoris tranſit (§. 70. & 72). Secat igitur horizontem rationalem atque æquatorem ad angulos rectos (§. 28. *Sphær.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA 3.

85. *Quilibet circulus verticalis horizontem rationalem bifariam & ad angulos rectos ſecat.*

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ theorematis præcedentis.

THEOREMA 4.

86. *Horizon rationalis & æquator per polos meridiani tranſit.*

DEMONSTRATIO.

Quia enim poli horizontis rationalis ſunt zenith atque nadir (§. 61), æquatoris vero poli iidem cum polis mundi (§. 48); meridianus per polos horizontis rationalis & æquatoris tranſit (§. 70. & 72). Ergo horizon & æquator viciſſim per polos meridiani tranſeunt (§. 27. *Sphær.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

87. Ibi ideo ſunt poli meridiani, ubi æquator & horizon rationalis ſe mutuo interſecant.

COROLLARIUM 2.

88. Cum meridianus ſit circulus verticalis (§. 72), ideoque immotus (§ 70); poli ejus erunt quoque puncta immota (§. 25. *Sphær.*), ideoque æquator horizontem rationalem in eodem ſemper puncto ſecat, dum ſphæra mundana circa axem convertitur.

COROLLARIUM 3.

89. Arcus æquatoris inter horizontem & meridianum, & arcus horizontis inter æquatorem atque meridianum interceptus eſt quadrans (§. 25. *Sphær.*).

THEOREMA 5.

90. *Horizontis ſenſibilis poli ſunt zenith atque nadir.*

DEMONSTRATIO.

Recta ZC (*vid. Fig.* §. 80.) ex zenith Z ad planum horizontis ſenſibilis ADBE demiſſa perpendicularis eſt ad planum (§. 58), ideoque ad ſingulas rectas per punctum C in eodem plano ductas (§. 484. *Geom.*). Sed rectæ CE, CB, CD, CA æquales ſunt (§. 7). Ergo etiam ZB, ZE, ZA, ZD (quas ductas concipere licet), æquales ſunt (§. 179. *Geom.*); conſequenter zenith Z eſt unus horizontis ſenſibilis polus (§. 12. *Sphær.*). Quare cum nadir ipſi diametraliter opponatur (§. 58); erit hoc punctum ejuſdem polus alter (§. 24. *Sphær.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

91. Horizon ergo ſenſibilis & rationalis eoſdem habent polos (§. 61).

COROLLARIUM 2.

92. Eſt ideo horizon ſenſibilis rationali parallelus (§. 42. *Sphær.*).

THEOREMA 6.

93. *Circuli verticales horizontem ſenſibilem bifariam & ad angulos rectos ſecant.*

DEMONSTRATIO.

Cum zenith atque nadir ſint poli horizontis ſenſibilis (§. 90), meridianus & quilibet verticalis per polos horizontis ſenſibilis tranſit (§. 70. 72). Secat ergo eundem bifariam & ad angulos rectos (§. 30. *Sphær.*). *Q. e. d.*

THEO-

Digitized by Google

Theorema 7.

94. *Altitudo alicujus puncti in ſphæra mundana, itemque profunditas ejus eſt arcus circuli verticalis inter ipſum & horizontem interceptus.*

Demonstratio.

Cum altitudo & profunditas ſint diſtantiæ ab horizonte (§. 73); erunt eædem arcus circulorum maximorum inter puncta data & horizontem intercepti atque ad eundem perpendiculares (§. 83. *Sphær.*). Sed circuli verticales ſunt maximi (§. 70) atque ad horizontem perpendiculares (§. 85). Ergo eorum arcus inter puncta in hemiſphærio ſuperiori & inferiori data atque horizontem intercepti ſunt illorum altitudines, horum vero profunditates. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

95. Quia meridianus circulus verticalis (§. 72); altitudo meridiana, hoc eſt, altitudo puncti in meridiano conſtituti, eſt arcus meridiani inter ipſum & horizontem interceptus.

Corollarium 2.

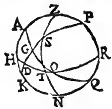
96. Et quia meridianus per polos mundi tranſit (§. 72); altitudo poli itemque æquatoris in hemiſphærio ſuperiori & profunditas in inferiori eſt arcus meridiani quadrante minor inter polum ac horizontem interceptus.

Theorema 8.

97. *Altitudo æquatoris cum altitudine poli quadranti æqualis. Idem valet de profunditate ejus.*

Demonstratio.

Sit AQ æquator, HR horizon, Z zenith, P polus, erit HZPN meridianus (§. 72. 70), PR altitudo poli, HA altitudo æquatoris, & QR profunditas ejuſdem (§. 96). Eſt vero PA quadrans (§. 49) & HA + AP + PR ſemicirculus (§. 84). Ergo HA + PR quadrans. *Quod erat unum.*



PR + RQ eſſe itidem quadrantem patet per *cor.* 1. *def.* 22. (§. 49). *Quod erat alterum.*

Corollarium.

98. Quia tam HA + PR, quam PR + RQ quadrans eſt (§. 97); erit HA = QR (§. 91. *Arithm.*), hoc eſt, altitudo æquatoris maxima æquatur ejus profunditati maximæ.

Definitio 41.

99. Altitudo poli & æquatoris PR & AH communiter etiam vocatur *elevatio poli* & *æquatoris*.

Theorema 9.

100. *Menſura anguli* O, *quem efficit æquator* AO *ad horizontem* HO *ſive ortivum, ſive occiduum, æqualis eſt elevationi æquatoris* HA.

Demonstratio.

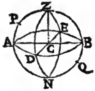
In O eſt polus meridiani HZRN (§. 87) & hinc OA & OH quadrantes (§. 25. *Sphæric.*) Eſt ergo HA menſura anguli O, ſive O fuerit in horizonte occiduo, ſive in ortivo (§. 31. *Sphær.*). *Q. e. d.*

Scholion.

101. *Non mirum, quod anguli ex interſectione æquatoris & horizontis tam ortivi, quam occidui orti, eandem habeant menſuram: ſunt enim æquales* (§. 32. Sphær.).

THEOREMA 10.

102. *Cardines orientis* D *& occidentis* E *ſunt poli meridiani, a cardinibus ſeptentrionis* A *& meridiei* B *quadrantis intervallo diſtant, ſibique mutuo diametraliter opponuntur.*



DEMONSTRATIO.

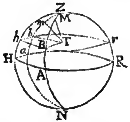
Circulus verticalis primarius ZDNE, qui tranſit per cardines orientis D & occidentis E (§. 80), tranſit etiam per polos meridiani (§. 72). Sed poli meridiani ſunt in horizonte (§. 86): ergo cardines occidentis D & orientis E ſunt poli meridiani; ideoque ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 24. *Sphær.*), & quoniam cardines meridiei ac ſeptentrionis in interſectionibus horizontis atque meridiani A & B exiſtunt (§. 80), ideoque arcus horizonti ſinter polos meridiani & ipſos interceptus quadrans (§. 89), quadrantis intervallo ab iiſdem diſtant (§. 54. *Sphær.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

103. Quoniam ideo recta DE ex cardine orientis in cardinem occidentis ducta per centrum ſphæræ C tranſit (§. 470 *Geom.*) & AD quadrans circuli exiſtit (§. 102); erit ACD angulus rectus (§. 143. *Geom.*), ideoque recta DE ad lineam meridianam AB perpendicularis (§. 78. *Geom.*).

THEOREMA 11.

104. *Altitudines apparentes* MB *&* mb *æquales ſunt, & ſub eodem angulo videntur, ſi veræ* MA *&* ma *fuerint æquales.*



DEMONSTRATIO.

MA=*ma per hypoth.* Sed horizon apparens *hr* horizonti vero HR parallelus (§. 92); ideoque AB & *ab* æquales ſunt (§. 42. *Sphær.*). Ergo etiam MB=*mb* (§. 91. *Arithm.*). *Quod erat unum.*

Cum itaque chordæ cognomines MB & *mb* (§. 289. *Geom.*) atque rectæ TB & T*b* (§. 7), itemque anguli MBT & *mb*T, utpote eodem modo determinati (§. 93), & *per demonſtr.* ſimiles (§. 120. *Geom.*) ideoque æquales ſint (§. 174. *Geom.*); erunt quoque anguli BTM & *b*T*m*, ſub quibus magnitudines apparentes BM & *bm* videntur, inter ſe æquales (§. 179. *Geom.*). *Quod erat alterum.*

SCHOLION.

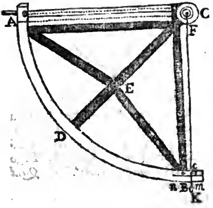
105. *Poſthac evincemus, altitudines veras &* *apparentes ad ſenſum non differre, niſi fere in Luna ſola. Sed antequam id conſtet, utendum eſt altitudinibus apparentibus, tanquam a veris diverſis, ne in leges accuratæ methodi, quam mihi propoſui, impingatur. Et quoniam altitudinum, præſertim meridianarum, obſervatio præcipuum totius Aſtronomiæ fundamentum exiſtit; ideo e re eſſe videtur, ut* quadrantem Aſtronomicum, *quali recentiores Aſtronomi in obſervandis ſiderum altitudinibus utuntur, diſtincte deſcribamus. Quare cum*

Digitized by Google

re cum PHILIPPUS DE LA HIRE, *obſervator celeberrimus, talem dederit deſcriptionem* (a); *eam huc transferre libet.*

Problema I.

106. *Quadrantem Aſtronomicum conſtruere.*



Resolutio.

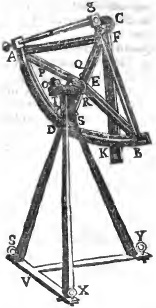
1. Fiat quadrans ABC, cujus radius AC trium circiter pedum, ut diviſiones ſatis minutas admittat, non tamen nimia mole moleſtus ſit, ſi hinc inde transferendus aut manibus tractandus.
2. Limbus ferreus AB ſupra regulas ferreas AC, CB, CD, AE & EB mediocris craſſitiei paululum emineat, ac lamina orichalcea exacte lævigata ſuperinducatur.
3. In centro aptetur lamina circularis C, ferrea & craſſa, ſed alia orichalcea ſuperinducenda, ita ut cum limbo AB exacte in eodem ſit plano.

(a) In Tabulis Aſtronomicis p. 56 & ſeqq.

4. In centro laminæ fiat foramen rotundum C, cujus diameter $\frac{1}{4}$ circiter unius digiti.
5. Per hoc foramen adigatur cylindrus ex orichalco tornatus & bene politus DE, cujus baſis DF ultra laminam C paululum extet.



6. In centro baſis cylindri I defigatur mucro acus tenuiſſimæ GI, cujus caput G anconi ferreo DG maſtice agglutinetur.
7. Ex mucrone acus ſuſpendatur capillus FH (*vid. Fig.* 1. & 2. *huj. pag.*) cum pondere K duarum circiter unciarum ope annuli ſatis ampli, ne nodus IH laminæ centrali C occurrens motui remoras injiciat: quem in finem etiam baſis DF aliqualem habere debet convexitatem.
8. Ne capillus FK aeris motu agitetur, in lamina centrali ſupra ferream laminam inſeratur annulus planus circa centrum volubilis; cylindro tamen DE (*vid. Fig.* 2. *huj. pag* & 1. *pag. ſeq.*) minime occurrens, ita ut ejus ſuperficies ultra ſuperficiem laminæ orichalceæ non emineat, & eidem tubus ex ea parte, qua inſtrumentum reſpicit, planus duarum cochlearum ope annectatur, cum pendulo quaquaverſum mobilis.
9. Circa centrum gravitatis inſtrumenti E, ope cochlearum, ad regulas ferreas AE, EB & DC firmetur cylindrus ferreus, longitudine 8 digitorum, diametro 10 linea-



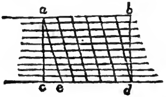
nearum, ad planum quadrantis perpendicularis, circa quem quadrans in uſu vertitur.

10. Fiat porro regula ferrea EO, cujus craſſities 3 linearum, longitudo 8 latitudo $1\frac{1}{2}$ pollicum, eique aptentur annuli ferrei elaſtici, ope cochlearum P & Q ad arbitrium conſtringendi, intra quos immittatur cylindrus EO ſeu axis quadrantis, hoc artificio in ſitu quolibet firmiter detinendus.

11. Regulæ EO afferruminetur cylindrus ferreus axi æqualis & intra tubum ferreum RS fulcro affixum reponendus & mediante cochlea T ad libitum firmandus.

12. Fulcri SVXY, cujus ſtructura ex ſola inſpectione figuræ manifeſta, non excedat pedes quatuor cum ſemiſſe.

13. Limbus quadrantis AB in 90 gradus & horum quilibet in dena prima ſeu 6 partes æquales quam accuratiſſime ſubdividatur.



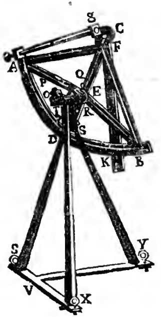
14. Ex centro quadrantis ducantur in limbo duo arcus concentrici, quorum diſtantia *bd* digiti intervallum non excedat, & ſexta cujuslibet gradus pars, qualis *ce*, dividatur in 10 partes æquales eodem artificio, quo in ſcala Geometrica dividenda utimur (§. 277. *Geom.*); niſi quod loco rectarum parallelarum ducantur arcus extremis *ab* & *cd* paralleli, qui in uno gradu *abdc* pro lineis rectis circa errorem ſenſibilem haberi poſſunt. Immo patet, eodem prorſus modo minores diviſiones in dena vel quina ſecunda haberi poſſe, ſiquidem amplitudo inſtrumenti tales ferre queat.

15. Prope centrum quadrantis affigatur cochleis quadrum ferreum g & eidem firmiter agglutinetur vitrum utrinque convexum, cujus focus ſemidiametri quadrantis intervallo circiter aut alio quocunque ab eo diſtat, quæ dicitur *Dioptra objectiva*.

16. In foco hujus lentis A affigatur quadrum ferreum aliud, in quo

Digitized by Google

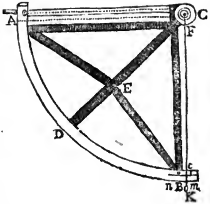
cera firmentur duo fila ſerica ſe mutuo ad angulos rectos ſecantia, ita ut unum eorum ſit ad planum quadrantis perpendiculare, alterum vero eidem parallelum: quæ *Dioptra ocularis* dicitur.



17. Inter quadra g & A aptetur tubus ex lamina ferrea factus, duabus partibus conſtans, qualem in Dioptrica (§. 337) deſcripſimus.

18. Dioptræ oculari A jungatur lens ocularis utrinque convexa, objectivæ g proportionata (§. 365. *Dioptr.*), tubo mobili incluſa, ut pro diverſa oculi obſervatoris conſtitutione eidem admoveri poſſit, ſicque objectum una cum filis ſericis diſtincte videatur (§. 374. *Dioptr.*).

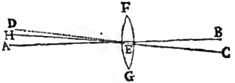
19. Quodſi interdiu in Solem collimare libuerit, inter lentem ocularem & oculum collocetur vitrum coloratum vel fuligine infectum (§. 467. *Dioptr.*): ſi vero noctu in ſtellas oculum dirigere volueris, ut una cum iis videantur fila ſerica, orificium tubi objectivum tegatur tela ſerica ex filis tenuiſſimis contexta, & hæc candela eminus poſita illuminetur.



20. Quoniam perpendiculum CK *lineam fiduciæ*, juxta quam nempe fit collimatio, ſeu quæ ex oculo per decuſſationem filorum in objectum ducitur, ſub eodem angulo ſecare debet, quo quadrantem ſecat, neceſſe eſt radio quadrantis AC ex centro C per ultimum diviſionis punctum A ducto ſit parallela (§. 255. *Geom.*). hoc eſt, ut pri-

primum diviſionis punctum B a linea fiduciæ diſtet intervallo 90°. Ut igitur hoc punctum obtineas, ducatur in quadrante recta AC per centrum axi tubi ad ſenſum æſtimato parallela & ex eodem centro erigatur normalis *mc*. Mox elevetur quadrans, donec perpendiculum CK ſecet eundem in *m*, & notetur punctum in objecto aliquo procul remoto, quod decuſſationi filorum reſpondet. Hinc tubo immoto quadrans invertatur, ita ut radius AC ſit in eadem, qua ante, altitudine conſtitutus, & idem ejuſdem objecti punctum filorum decuſſationi reſpondeat. Quodſi perpendiculum, ita applicatum ut quadrantem in *m* ſecet, tranſeat per centrum C; erit *m* primum diviſionis punctum. Si vero perpendiculum in alio puncto veluti *n* quadrantem ſecare debet (quod tentando definitur), ut per centrum C tranſeat; arcu *nm* bifariam diviſo, erit B punctum diviſionis primum (§. 910. *Mechan.*). Quadrante igitur in ſitum priorem reſtituto, perpendiculum CK eum in B ſecabit.

SCHOLION 1.



107. *Dari lineam fiduciæ conſtantem in Dioptris Teleſcopicis, etiamſi decuſſatio filorum non ſit in axe tubi, facile demonſtratur. Sit* AB *axis lentis objectivæ* FG, *& decuſſatio filorum extra axem in* C. *Quoniam in omni lente convexa eſt punctum aliquod* E, *per quod tranſiens radius poſt alteram refractionem incidenti ſit parallelus* (§. 243. Dioptr.), *ſit radius iſte* CE. *Cum in* C *ſit focus radiorum parallelorum* per hypoth. *erunt omnes radii ab eodem puncto egreſſi ad ſenſum ipſi* CE *paralleli. Quare cum craſſities lentis reſpectu diſtantiæ objecti parvitatis contemnendæ exiſtat, ideoque unus incidentium* DE *ad ſenſum in directum ſitus ipſi* CE; *punctum aliquod objecti habebit conſtanter imaginem in decuſſatione filorum, quamdiu ipſum & Dioptra fuerint immota. Erit igitur* DC *linea fiduciæ.*

SCHOLION 2.

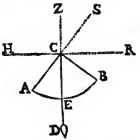
108. *Dioptras Teleſcopicas obſervatores recentiores adhibent, tum quod Myopes ac Presbytæ non minus diſtincte remota contemplari poſſunt, quam qui oculis valent, tum quod per fila ſerica locus exactiſſime ſtellis aſſignatur, ita ut Obſervator celeberrimus* PHILIPPUS DE LA HIRE (*a*) *ſe neſcire profiteatur, an unquam in tota Aſtronomia practica aut induſtria, aut utilitatis majoris aliquid inventum fuerit.* TYCHO DE BRAHE *uſus eſt Dioptris, quarum oculo proxima duas vel quatuor habet fiſſuras ope cochleæ ſtriatæ nunc coarctandas, nunc laxandas, prout uſus tulerit; altera in centro quadrantis erecta eſt lamella quadrata, in centro autem ſextantis vel octantis conſtituta cylindrus, ejus quidem latitudinis, quanta eſt rimularum diſtantia. Et hac quoque adhibuit* HEVELIUS (*b*). *Ad capiendas altitudines Solis lamellam in medio perforavit & in Dioptra oculari circellum deſignavit, cujus peripheria lumen per foraminulum tranſmiſſum continetur, ſi axis coni luminoſi fuerit in linea fiduciæ. Stellas vero accedere ad planum verticalis, in quo quadrans collocatur, manifeſtum eſt, quamprimum a Dioptra objectiva teguntur.*

PROBLEMA 2.

109. *Obſervare altitudinem ſideris apparentem.*

(*a*) Loc. cit. p. 59.
(*b*) Vid. Mach. Cœleſt. Tom. 1. cap. XIV. §. 219. & ſeqq.

Resolutio.



1. Quadrans ACB ita conſtituatur, ut filum perpendiculi CE a pondere D extenſum tangat limbum illius.
2. Hinc circa axem ſuum vertatur, donec oculo per tubum AC aut Dioptras collineanti ſtella S occurrat, ita ut S appareat in interſectione filorum, aut a dioptra centrali (ſi teleſcopio non utaris) tegatur.

Dico arcum EB eſſe menſuram anguli, ſub quo altitudo apparens ſtellæ S videtur.

Demonstratio.

Quia perpendiculum CD a pondere D extenſum quadrantem tangit *per hypoth.* quadrans cum ipſo in eodem eſt plano. Quare cum perpendiculum continuatum per centrum terræ tranſeat (§. 212. *Mechan.*); planum etiam, in quo quadrans exiſtit, per centrum terræ tranſit, ideoque circulus ſphæræ maximus (§. 15. *Sphær.* & §. 16. *Aſtron.*). Sed idem tranſit per zenith Z centri quadrantis C (§. 58): eſt ergo circulus verticalis (§. 70), conſequenter arcus hujus circuli inter ſtellam S & horizontem quadrantis HR interceptus eſt altitudo apparens ſtellæ ſuper eodem horizonte (§. 94), quæ ideo ſub angulo SCR videtur. Eſt vero $ACE + ECB = 90°$ &, quia planum, in quo quadrans hæret, horizontem ſenſibilem ejus HR ad angulos rectos ſecat (§. 93), $ZCS + SCR = 90°$ (§. 143. *Geom.*). Quoniam itaque $ZCS = ACE$ (§. 156. *Geom.*); erit $ECB = SCR$ (§. 91. *Arithm.*); conſequenter cum arcus EB ſit menſura anguli ECB (§. 57. *Geom.*), idem quoque arcus eſt menſura anguli SCR (§. 142. *Geom.*), ſub quo apparens altitudo ſtellæ S videtur *per demonſtrata. Q. e. d.*

Observatio 7.

110. *Si fixæ cujuſcunque altitudinem obſerves in circulo verticali quocunque & in eodem quadrans per plures dies fuerit immotus; ſtellæ ad eum redeuntis eadem conſtanter erit altitudo. Immo ſtellarum non occidentium altitudo utraque in eodem circulo verticali per dies plures non variatur. Quodſi ope horologii oſcillatorii* (§. 994. Mechan.) *notaveris tempus integræ revolutionis; idem quoque in pluribus obſervationibus deprehenditur.*

Scholion.

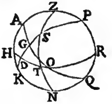
111. *Equidem fieri ſolet, ut in minutiis quibuſdam ſeu ſcrupulis ſecundis differentia ſubinde aliqua occurrat; ſed ſi plures obſervationes inſtituere libuerit, facile apparebit, differentiam illam exiguam inde eſſe, quod omnimoda accuratione inſtitui nequeant. Eadem nempe nocte nunc in exceſſu, nunc in defectu peccabit.*

Corollarium I.

112. Horizon ideo ſenſibilis, conſequenter etiam rationalis (§. 92), ſphæram mundanam per plures dies eodem modo ſecat.

Co-

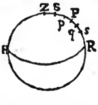
COROLLARIUM 2.



113. Et quia arcus circuli verticalis ST eſt altitudo ſtellæ S (§. 94); circulus declinationis idem PK, per plures dies eundem circulum verticalem ZN in eodem puncto S ſecat.

THEOREMA 12.

114. *Polus* P *in eadem rotatione ſphæræ mundanæ non mutatur.*



DEMONSTRATIO.

Ponamus eundem mutari: aut igitur ex P aſcendet in *p* verſus zenith Z, aut inde in *q* verſus horizontem HR deſcendet. Aſcendat, ſi fieri poteſt in *p*. Quoniam altitudo maxima SR ſtellæ nunquam occidentis S per plures dies eadem obſervatur (§. 110), ſtella S ad polum *p* continuo accedit. Sed quia altitudo minima *s*R ejuſdem ſtellæ eadem itidem deprehenditur (§. *cit.*); a polo *p* recedat neceſſe eſt. Quare cum fieri nequeat, ut eadem ſtella S ad polum continuo accedat, & una ab eodem recedat; polus ex P in *p* intra plures dies non aſcendit, ideoque multo minus in eadem rotatione aſcendit.

Deſcendat polus ex P in *q*, ſi fieri poteſt. Quoniam altitudo maxima SR ſtellæ nunquam occidentis S eadem obſervatur (§. 110); ſtella S a polo *q* recedit. Sed quia minima *s*R ſimiliter non mutatur, ad polum *q* accedat neceſſe eſt. Quare cum fieri nequeat, ut eadem ſtella *s* a polo eodem tempore recedat & ad eundem accedat; polus ex P in *q* intra plures dies non deſcendit, ideoque multo minus in eadem rotatione deſcendit.

Quoniam itaque in eadem rotatione polus nec verſus zenith aſcendit, nec verſus horizontem deſcendit *per demonſtrata*; locum ſuum prorſus non mutat. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

115. Cum idem circulus declinationis PK (*Vid. Fig.* §. 113) verticalem eundem ZN in eodem puncto S ſecet (§. 113.). Declinatio ſtellæ SG non mutatur in una ſphæræ mundanæ revolutione.

SCHOLION.

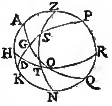
116. *Non licet excipere, antequam planum meridiani determinetur, obſervari non poſſe, utrum ſtellæ ſemper apparentis altitudo maxima & minima perinde ac reliquæ non mutentur, nec ne. Sufficit enim illud utcunque cognitum eſſe, quadrante firmato in eo ſitu, quando ſtellæ altitudo maxima obſervatur. Praterea ſi ſtella* S *a polo* P *magis diſtaret, quam polus* P *ab horizonte, cum antea eſſet* $SP < PR$; *quæ ſemper antea apparuerat, nunc occideret: quod cum de nulla ſtella intra paucos dies obſervetur, quæ de altitudinibus immutatis extra meridianum obſervantur, ad meridianas quoque extendi debere manifeſtum eſt.*

OBSERVATIO 8.

117. *Si Solis altitudo in circulo verticali quocunque eo anni tempore obſervetur, quo vertici proximus in meridie apparet, hoc eſt, præſenti ævo circa*

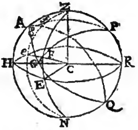
21 Junii, & quadrante immoto die ſubſequente eadem obſervatio repetatur, differentia altitudinum nonniſi in minutis ſecundis conſiſtet.

Corollarium.



118. Cum polus P interea temporis locum non mutet; declinatio Solis SG intra 24 horas illo tempore parum mutatur, ideoque multo magis intervallo temporis minore ſenſibiliter non mutatur.

Theorema 13.



119. *Si duo in ſphæra mundana puncta* F & f *in parte cœli orientali & occidentali æquales altitudines* FE & fe *atque declinationes* FG & fg *habuerint; arcus æquatoris* AG & Ag *inter meridianum atque circulos declinationum* PG & Pg, *itemque arcus horizontis* HE & He *inter meridianum atque circulos verticales* ZE & Ze *intercepti æquales ſunt.*

Demonstratio.

Quia in P polus mundi & AQ æquator *per hypoth.* erit P polus æquatoris (§. 48) & PG atque Pg erunt quadrantes (§. 49). Quare cum GF = gf *per hypoth.* erit PF = Pf (§. 91. *Arithmet.*). Similiter quia in Z zenith & HR horizon; erunt ZE & Ze quadrantes (§. 62). Quare cum FE = fe *per hypoth.* erit ZF = Zf (§. 91. *Arith.*). Eſt vero latus PZ utrique triangulo PFZ, & PfZ commune: ergo tam anguli FPZ, & fPZ, quam FZP & fZP (§. 58. *Sphær.*), ideoque etiam his deinceps poſiti EZH & eZH (§. 43. *Sphær.*), conſequenter etiam tam illorum menſuræ AG & Ag, quam horum menſuræ HE & He (§. 31. *Sphær.*) æquales ſunt. *Q. e. d.*

Problema 3.

120. *Invenire lineam meridianam.*

Resolutio.

1. Plaga meridiei præter propter cognita, in parte orientali obſervetur altitudo ſtellæ alicujus (*vid. Fig. §. 119.*) FE, dum meridiano HZRN fuerit vicina.
2. Quadrante circa axem immoto, ut perpendiculum conſtanter eundem in eodem gradu ſecet, ſed in partem occidentalem verſo, expectetur, donec eandem habuerit altitudinem *fe*.
3. Angulus ECe ex interſectione planorum, in quibus conſtituitur quadrans in duabus obſervationibus, dividatur bifariam per rectam HR. Dico HR eſſe lineam meridianam.

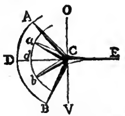
De-

Demonstratio.

Quoniam declinatio ſtellæ illo temporis intervallo, quod inter obſervationes intercedit, non mutatur (§. 115); erit FG=*fg*. Quare cum etiam FE=*fe per obſerv.* arcus horizontis inter meridianum ZHNR & utrumque verticalem ZEN & Z*e*N intercepti EH & H*e* æquales ſunt (§. 119). Sed circuli verticales ſe mutuo interſecant in recta ZC ex zenith Z ad planum horizontis perpendiculari (§. 93), & in eadem eſt centrum horizontis, conſequenter arcus E*e* (§. 10), qui eſt menſura anguli EC*e* (§. 57. *Geom.*). Ergo ſi angulus EC*e* bifariam dividatur per rectam HR; erit ea linea meridiana (§. 81). *Q. e. d.*

Aliter.

1. In plano horizontali, quod haud difficulter determinatur (§. 219. *Mechan.*) ex eodem centro C deſcribantur aliquot arcus circuli BA, *ba* &c.



2. In eodem centro C erigatur ſtylus ad planum ACB perpendicularis, cujus longitudo dimidii, immo integri pedis.
3. Circa 21. Junii ante meridiem ab hora circiter 9. uſque ad 11. & a meridie ab hora circiter prima uſque ad tertiam notentur puncta B, *b* &c. A, *a* &c. in quibus terminatur umbra ſtyli.
4. Arcus AB, *ab* &c. biſecentur in D, *d* &c.

Quodſi eadem recta DE biſecet omnes arcus AB, *ab* &c. erit ea linea meridiana quæſita.

Demonstratio.

Quia ſtylus in centro arcuum AB, *ab* &c. erectus *per hypoth.* umbræ in eadem peripheria terminatæ AC & BC, *a*C & *b*C &c. æquales ſunt (§. 40. *Geom.*). Quamobrem cum etiam æquales ſint cotangentes altitudinum Solis (§. 149. *Optic.*), conſequenter diſtantiæ Solis a vertice, altitudinum complementa (§. 94), Sol in circulis verticalibus, qui horizontale planum in AC & BC, *a*C & *b*C &c. ſecant, eandem habet altitudinem. Quare cum declinatio Solis exiguo illo temporis ſpatio, quod inter duas obſervationes intercedit, non mutetur (§. 115); ſi arcus AB, *ab* &c. biſecentur, ut nempe ſit AD=BD, *ad*=*bd* &c. erit DE interſectio meridiani & horizontis (§. 119), hoc eſt, linea meridiana (§. 81). *Q. e. d.*

Scholion I.

121. *Circuli plures ex centro* C *deſcribuntur, ut plurium obſervationum conſenſus accurationem confirmet.*

Scho-

SCHOLION 2.

122. *Quia extremum umbræ difficulter admodum obſervatur; ideo conſultius eſt, ut ſtylus in planum deſinat exiguo foramine pertuſum & punctum lucidum in arcus* AB & *ab incidens loco extremitatis umbræ notetur. Alias quoque ſuadetur, ut circuli non atramento, ſed colore flavo aut ſolo siccini ductu deſignentur, ut finis umbræ in oculum diſtinctius incurrat.*

SCHOLION 3.

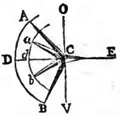
123. *Nonnulli peculiaria excogitarunt inſtrumenta ad lineam meridianam obſervandam, aut æquales potius altitudines Solis in parte cœli tam orientali, quam occidentali deprehendendas. Enimvero cum prior methodus ſatisfaciat obſervatoribus, poſterior ad praxes communes ſufficiat; iis deſcribendis ſuperſedemus.*

COROLLARIUM 1.

124. Quoties umbra ſtyli lineam meridianam tegit, centrum Solis in meridiano hæret (§. 125 *Optic.*), idemque meridies exiſtit.

SCHOLION 4.

125. *Uſus ergo eſt lineæ meridianæ in momento temporis determinando, quo centrum Solis in meridiano exiſtit, conſequenter in motu horologiorum ad motum Solis aptando. Index nimirum ad lineam horæ duodecimæ adducitur, quando umbra ſtyli lineam meridianam tegit.*



COROLLARIUM 2.

126. Quodſi linea meridiana in centro C, ubi erigitur ſtylus, vel in puncto, cui in obſervandis altitudinibus centrum quadrantis perpendiculariter imminet, per rectam OV dividatur ad angulos rectos; erit OV interſectio horizontis & circuli maximi per polos horizontis tranſeuntis (§. 28. *Sphær.*), ideoque verticalia (§. 70. 61); conſequenter cum puncta interſectionum O & V a meridiano, qui in D & E ſecat horizontem (§. 81), quadrantis intervallo removeantur (§. 173. *Geom.*) ac ideo poli meridiani ſint (§. 25 *Sphær.*), recta OV eſt interſectio horizontis & verticalis primarii (§. 72). Hinc O cardinem orientis, & V cardinem occidentis monſtrat (§. 80).

COROLLARIUM 3.

127. Quando itaque umbra ſtyli lineam CO vel CV tegit; Sol in verticali primario exiſtit (§. 125. *Optic.*).

COROLLARIUM 4.

128. Quodſi in plano quocunque alio horizontali perpendiculariter, in verticali autem ſeu perpendiculari ad horizontem utcunque ſtylum infigas, &, dato a ſocio ſigno, quando umbra ſtyli lineam meridianam in alio plano inventam tegit, in apice umbræ a ſtylo altero projectæ punctum notetur; in rectam per punctum iſtud & pedem ſtyli ductam, ſeu punctum illud, in quod cadit recta ex vertice ſtyli ad planum perpendicularis, in momento meridiei umbra Solis cadet (§. 125. *Optic.*); conſequenter ope lineæ meridianæ unius in aliquo plano repertæ, in alio etiam plano quocunque lineam meridianam deſignare licet.

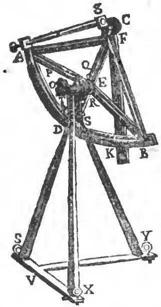
COROLLARIUM 5.

129. Si planum quadrantis, hoc eſt, planum, in quo radius ejus unus lineam fiduciæ ad angulos rectos ſecat, ita conſtituatur, ut planum horizontale in linea meridiana ad angulos rectos interſecet; altitudines ſiderum meridianas obſervare licet.

SCHOLION 5.

130. *Altitudinum meridianarum obſervatio præcipuum totius Aſtronomiæ fundamentum eſt; unde ſumma cura adhibenda, ut planum quadrantis exacte in plano meridiani exiſtat.* TYCHO DE BRAHE *in hunc uſum quadrantem ingentem muro in ipſo plano meridiei, hoc eſt ſuper linea meridiana perpendiculariter excitato, firmiter aptavit* (a). *Quadrans ſupra deſcriptus, præcipiente obſervatore celeberrimo* PHILIPPO DE LA HIRE (b) *ad obſervandas altitudines meridianas ita*

(a) Vid Hiſtoriæ Cœleſtis Prolegomena f. 113.
(b) In Tab. Aſtronom. p. 58.



ita collocandus, ut regula VY *linea meridiana congruat, ſeu ejus longitudines eidem ſint parallela, & cochlea* Y *planum quadrantis inclinandum, donec obſervatore ad* Y *ſedente plano meridiei accommodetur, duabus reliquis* S & X *inſtramentum pauluium elevandum aut deprimendum, donec filum penduli altitudinem optatam indicet. Addit, accidere interdum, quod in convertendis cochleis in* S *vel* X *poſitis, inſtrumentum a vera poſitione deflectatur. Suadet ergo, ut ſi pancula deſint minuta, pondus mobile e quadrantis compactione appendatur, & ita mutato centro gravitatis inclinatio quadrantis mutetur. Immo cum difficillimum ſit planum quadrantis plano meridiei aptare, conſultum eidem videtur,* (a) *præſertim in peregrinationibus, ut quadrante portatili per ſingula minuta temporis ante tranſitum per meridianum obſervetur altitudo ſideris, & obſervationes continuentur, donec decreſcere incipiant; earum enim maxima erit meridiana.*

Corollarium 6.

131. Quodſi in limbo quadrantis quidam gradus fuerint diviſi ultra nonageſimum ipſi zenith reſpondentem & ejus facie diviſa in orientem converſa obſervetur altitudo meridiana ſtellæ a zenith non procul diſtantia (§. 129), mox nocte ſequente eadem obſervatio repetatur, ſed limbi facie diviſa in occidentem converſa, punctum medium arcus inter duas obſervationes intercepti, erit primum diviſionis punctum. Atque ita dioptrarum poſitio probatur. Quare ſi contingat, punctum illud incidere in gradum nonageſimum, dioptrarum poſitio exacta erit; ſin minus, aut reſtituendæ ſunt in ſitum debitum (§. 107), aut ſemiarcu iſto utendum eſt tanquam exceſſu vel defectu in corrigendis altitudinibus, quas inſtrumento capere libuit.

Scholion 6.

132. *Cum* A. 1671. PICARDUS, *celebris* Aſtronomus Gallus *in Obſervatorio* TYCHONIS Uraniburgico *lineam meridianam duceret, eam non ſine admiratione reperit a* TYCHONICA 18 *minutis aberrantem: unde nonnulli & cum his* WALLISIUS (b) *ſuſpicati ſunt, polos mundi, conſequenter meridianum, qui per eos ducitur* (§. 72.) *eſſe mutabiles. Sed cum* DE CHAZELLES (c) *in* Ægypto *obſervaverit quatuor pyramidis maxima latera quatuor mundi cardines exacte reſpicere, nec hæc poſitio fortuita cenſeri poſſit, evideas eſt, per 3000 annorum ſpatium nullam in meridiano variationem contigiſſe: quod etiam, quamvis minore intervallo temporum, confirmatur linea meridiana a celeberrimo* CASSINO 1655. *in Temple* S. Petronii Bononiæ *ducta*.

Definitio 42.

133. *Culminatio* ſtellæ eſt tranſitus ejus per meridianum. Unde ſidus *culminare* dicitur, quando per meridianum tranſit.

Problema 41.

134. *Invenire culminationem ſtellæ*.

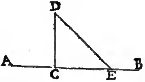
(a) Loc. cit. p. 95.

(b) In Tranſact. Anglic. n. 255. p. 285. 286.

(c) *Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences*, A. 1710. p. 194.

RESOLUTIO.

1. Super linea meridiana AB perpendiculariter extendatur filum DC & ex D in E aliud DE ſecans meridianam oblique ſub angulo quocunque. Secabit ergo *triangulum filare* DCE planum horizontale in linea meridiana ad angulos rectos, eritque ideo in plano meridiei (§. 84).



2. Oculo ita conſtituto, ut filum DE tegat filum DC, expectetur, donec ſtella biſecetur per triangulum DCE. Tum enim oculus pariter, ac ſtella cum triangulo DCE erunt in eodem plano, conſequenter ſtella in meridiano exiſtit *vi num.* 1. hoc eſt, culminat (§. 133).

COROLLARIUM 1.

135. Quodſi ſtellarum quotcunque culminationem duabus noctibus immediate ſe invicem ſubſequentibus obſerves, & intervalla temporis ab una culminatione uſque ad alteram interjecta ope horologii oſcillatorii exacte dimetiaris; eadem inter ſe æqualia deprehendes.

COROLLARIUM 2.

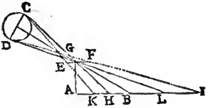
136. Sphæra igitur mundana motu æquabili circa tellurem movetur (§. 24. *Mechan.*).

PROBLEMA 5.

137. *Ope Gnomonis Aſtronomici obſervare altitudinem meridianam Solis.*

RESOLUTIO.

1. Super linea meridiana perpendiculariter erigatur ſtylus inſignis altitudinis.
2. Notetur punctum, ubi deſinit umbra Gnomonis in lineam meridianam incidens.
3. Inveſtigetur diſtantia ejus a Gnomone, hoc eſt, longitudo umbræ.
4. Data enim altitudine Gnomonis, & longitudine umbræ invenitur altitudo Solis apparens (§. 147. *Optic.*).



Aliter.

1. In lamina orichalcea fiat foramen circulare, per quod tranſmiſſi radii Solis imaginem in pavimento ſenſibilem efficere valent.
2. Firmetur eadem in loco ſublimi & ad obſervandum commodo, ita ut horizonti ſit parallela.
3. Demiſſo plumbo, quod filo alligatur, exploretur diſtantia foraminis a pavimento, quæ erit altitudo ſeu *pes gnomonis* (§. 227. *Geometr.*).
4. Pavimentum juxta libellam complanetur, ut ſit exacte horizontale, ac dealbetur, ut imago Solis diſtincte in ea expreſſa cernatur.
5. Ducatur in eo linea meridiana (§. 120. 128) tranſiens per pedem gnomonis.

6. No-

6. Notentur puncta extrema diametri ſolaris in linea meridiana K & I, & utrinque auferatur recta ſemidiametro foraminis æqualis, nempe KH ex una parte, LI ex altera: erit HL diametri ſolaris imago, & HGL diameter Solis apparens (§. 208. *Optic.*), ideoque diviſo bifariam angulo HGL per rectam GB, erit B punctum ad quod radius ex centro Solis pertingit.

7. Datis ergo recta AB & altitudine gnomonis AG invenitur denuo angulus ABG (§. 40. *Trigon. plan.*), ſeu altitudo centri Solis apparens (§. 145. *Optic.*).

DEMONSTRATIO.

Non aliud demonſtrandum, quam cur a recta KI ſubtrahi debeant KH & LI ſemidiametro foraminis FG æquales, ut habeatur diametri ſolaris imago HL: quod etſi ex iis pateat, quæ de lumine ſolis per foramen in cameram obſcuram immiſſo demonſtrata ſunt (§. 304. *Optic.*), idem tamen etiam hoc modo demonſtrari poteſt.

Sint ergo CH & DL radii ab extremitatibus diametri ſolaris D & C per centrum foraminis G propagati: ſubtendet HL angulum HGL, qui cum ſit æqualis ſuo verticali CGD (§. 156. *Geom.*), etiam æqualis eſt diametro apparenti Solis ex centro laminæ G viſæ (§. 208. *Optic.*). Sit diameter foraminis EF: radii ideo extimi DF & CE pertingent ad I & K. Jam cum radii DL & DI ex eodem puncto Solis D procedant, erunt ad ſenſum paralleli (§. 94. *Optic.*). Eſt vero etiam GF ipſi LI parallela *per conſtruct.* ergo LI = GF (§. 257. *Geom.*). Et eodem prorſus modo patet eſſe KH = EG. *Q. e. d.*

SCHOLION 1.

138. *Hæc demonſtratio convenit quoque theoremati 66. Opticæ, ad quod provocavimus.*

COROLLARIUM.

139. Quoniam ex datis AH & AG angulus AGH & ex datis AL & AG angulus AGL invenitur (§. 40. *Trigon. plan.*), ſi angulus AGH ex AGL ſubtrahatur, relinquetur diameter Solis apparens HGL (§. 208. *Optic.*).

SCHOLION 2.

140. Cl. DE LA HIRE (a) *obſervavit foraminis lamina calefacta non ſatis exacte exprimi Solis in pavimento imaginem. Suadet itaque, ut lamina tegatur, nonniſi obſervationis momento retegenda.*

SCHOLION 3.

141. *Gnomonis uſum quadrantibus minoribus præferendum eſſe haud inviti largiuntur, qui obſervationibus operam dedere, præſertim cum accurata ejus excitatio multo minus induſtriæ requirat, quam inſtrumentorum exacta diviſio, uſuſque gnomonis facilior ſit, quam quadrantum. Unde & veteres & recentiores gnomonibus uſi ſunt ad obſervationes ſelectiſſimas inſtituendas.* (b) ULUGH BEIGH, *Rex* Parthiæ *ac* Indiæ, *magni* TAMERLANI *nepos, circa annum Chriſti* 1437. *uſus eſt gnomone, cujus altitudo* 180. *pedes Romanos ſuperavit. Gnomon* IGNATII DANTIS *in Templo* S. Petronii Bononiæ *an.* 1577. *erectus fuit* 67. *circiter pedum Bononienſium. Gnomon celeb.* CASSINI *in ædibus* MALVATICIS Bononiæ an. 1655. *excitatus pedum* 20, *correctus vero in ædibus* S. Petronii *pedum Romanorum antiquorum* 95 $\frac{2}{24}$; RICCIOLI *gnomon in Templo* S. Luciæ Bononienſi *pedum* 66, *unciarum* 10 $\frac{12}{100}$; R. P. HEINRICHII *gnomon* Uratislaviæ *an.* 1705. *erectus pedum* 35 (c).

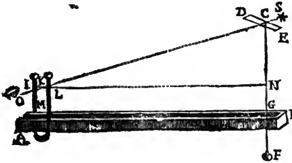
(a) In Tab. Aſtron p. 102.
(b) Videatur Ricciolus Aſtronomiæ Reform. lib. I c. 5. & ſeqq. & Geogr. Reform lib. 7. cap 15. fol. 280.
(c) Vide Altitudo Poli Uratislaviæ Part. I. p. 5.

PROBLEMA 6.

142. ***Altitudinem ſtellæ meridianam ope gnomonis obſervare.***

RESOLUTIO.

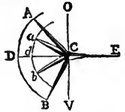
1. In plano horizontali ope libellæ accuratius conſtructæ, aut canalis aqua repleti determinato inveniatur linea meridiana (§. 120), aut cum CASSINO ſuper fulcris ſuis collocetur canalis ligneus, pice illitus & aqua plenus AB, ita ut linea per medium ejus ducta ſit horizonti parallela, nec ullibi margo ultra aquæ ſuperficiem emineat.



2. In faſtigio templi aut domus, vel in vertice ſtyli perpendiculariter erecti C ita affigatur regula orichalcea DE, octo circiter digitos aut pedem unum longa, ut ejus latus ſuperius ſit horizonti parallelum.
3. Ex medio C demittatur filum cum appenſo pondere F, & notetur punctum G, ubi canalem aut lineam meridianam interſecat, ſimulque exploretur diſtantia puncti C a linea meridiana vel canali AB, hoc eſt altitudo gnomonis CG (§. 284. *Geom.*).
4. In M aptetur furcula ultro citroque mobilis cum filo bombycino tenui IL, ad horizontem parallelo.
5. Obſervetur culminatio ſtellæ S (§. 134), & mox furcula promoveatur aut retrahatur, donec oculo in O conſtituto centrum ſtellæ a regula DE biſectæ in recta LC appareat.
6. Diſtantia fili a linea meridiana, aut aquæ in canali ſtagnantis ſuperficie KM accurate dimenſa ſubtrahatur ab altitudine gnomonis GC, ut habeatur CN.
7. Porro inveſtigetur longitudo KN & tandem,
8. Ex datis in triangulo CKN ad N rectangulo cruribus KN & NC inveniatur angulus CKN (§. 40. *Trigon. plan.*), qui erit altitudo ſtellæ apparens ſuper horizonte KN (§. 145. *Optic.*).

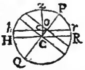
OB-

Observatio 9.



143. *Si ad umbram Sole oriente vel occidente a ſtylo* C *ad lineam meridianam* DE *perpendiculari projectam quotidie attendas; bis in anno eandem in interſectionem verticalis primarii & horizontis* OV *incidere advertes. Tum autem tempus ab ortu uſque ad occaſum Solis elapſum, horologio oſcillatorio indice, erit duodecim horarum ſeu ſemidiurnum. Tanti quoque temporis deprehenditur mora ſtellæ ſupra horizontem, quæ ope trianguli filaris ſuper linea* OV *extenſi eo modo, quo ſtellæ culminatio obſervatur* (§.134), *in circulo verticali primario oriri deprehenditur. Tales ſtellæ ſunt ſuperior in cingulo Orionis, ſtella exigua in collo Antinoi, nodus Piſcium.*

Corollarium 1.



144. Quoniam ſemicirculus diurnus Solis ac ſtellæ tempore obſervationis ſupra horizontem ſenſibilem exiſtit (§. 56); horizon ſenſibilis *hr* per centrum diurni tranſit. Sed centrum diurni eſt in axe PQ (§. 44. 56), qui per centrum terræ C tranſit (§. 44); erit ergo extra centrum terræ in O, conſequenter Sol & ſtella non oritur in cardine orientis apparente *c*, ſed ultra eum verſus ſeptentrionem in O: quod cum obſervationi repugnet, quia verticalis primarius horizontem in cardine orientis & occidentis interſecat (§. 126) neceſſe eſt diſtantiam *c*O eſſe imperceptibilem; conſequenter ſemidiametrum telluris C*c* reſpectu motus primi Solis atque fixarum evaneſcere.

Corollarium 2.

145. In motu ideo primo Solis atque fixarum horizon ſenſibilis *hr* atque verus HR coincidunt, hoc eſt, arcus meridiani H*h* inter utrumque interceptus inſenſibilis; conſequenter altitudines Solis atque fixarum apparentes cum veris eædem ſunt.

Corollarium 3.

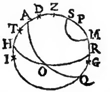
146. Tellus itaque, in Aſtronomia ſphærica, ſalvis phænomenis pro puncto habetur.

Problema 7.

147. *Obſervare altitudinem poli.*

Resolutio.

1. Tempore hiberno, quando longitudo noctis horas 12 excedit, ideoque ſtellæ ſemper apparentes bis in meridiano obſervari poſſunt, obſervetur altitudo meridiana *ſtellæ polaris*, hoc eſt, ultimæ in *cauda Urſæ minoris*, cum maxima SR, tum minima MR (§. 109. 142).



2. Subtrahatur MR ex SR, & differentia MS biſariam dividatur, ita enim prodibit ſtellæ a polo diſtantia PM (§. 114).
3. Addatur PM altitudini minimæ MR: erit ſumma PR altitudo poli quæſita.

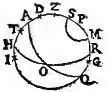
Ex. gr. COUPLETUS junior *Ulyſſipone* an. 1697. circa finem Septembris obſervavit (*a*)

SR

(*a*) *Memoire de l'Academ. Royal. des Sciences* An. 1700 p. m. 175.

Digitized by Google

	SR	$=$	41° 5′ 40″	
	MR	$=$	36 28 0	
Ergo	SM	$=$	4 37 40	
	PM	$=$	2 18 50	
	MR	$=$	36 28 0	
	PR	$=$	38 46 50	



SCHOLION 1.

148. *Ut altitudo poli, quæ cum linea meridiana baſis eſt omnium obſervationum Aſtronomicarum ſatis exacta habeatur, altitudines meridianæ* SR *&* MR *ex doctrina refractionum inferius tradenda corrigendæ: unde* COUPLETUS *in exemplo propoſito ſubtrahit ulterius* 1′ 25″, *ut* PR *ſit* 38° 45′ 25″.

COROLLARIUM 1.

149. Quodſi elevatio poli PR ex quadrante ſeu 90 gradibus auferatur, relinquetur altitudo æquatoris AH (§. 97).

Ex. gr. in noſtro exemplo

PR + AH	$=$	89°	59′	60″
PR	$=$	38	45	25
AH	$=$	51	14	35

COROLLARIUM 2.

150. Si altitudo meridiana ſtellæ vel Solis HD obſervata major fuerit altitudine æquatoris AH, hæc ex illa ſubducta, relinquit declinationem ejus borealem AD; ſin vero altitudo ſtellæ HT minor altitudine æquatoris HA, illa ex hac ſubducta relinquit declinationem ſtellæ vel Solis auſtralem TA.

Ex. gr. TYCHO *Uraniburgi* obſervavit *caudæ Leonis* altitudinem meridianam

	HD	50°	39′	0″
Alt. æquat.	HA	34	5	20
Ergo declinatio	AD	16	53	40

COROLLARIUM 3.

151. Si ſtella fuerit in quadrante ZR; tum altitudo minima MR a poli altitudine PR ſubducta relinquit diſtantiam a polo PM: quæ ſi porro ſubducatur a quadrante PQ (§. 49), relinquetur declinatio MQ.

E. gr. in obſervatione COUPLETI PM erat 2° 18′ 50″, his ergo ex 90° ſubductis, relinquitur MQ 87° 41′ 10″. Vel cum QR $=$ AH (§. 98), altitudo minima MR additur elevationi æquatoris, ut prodeat declinatio MQ, veluti in dato exemplo ubi neglecta refractione AH 51° 13′ 10″, & MR 36° 28′ 0″, MQ 87° 41′ 10″.

SCHOLION 2.

152. *Et hac ratione per obſervationes conſtruuntur* Tabulæ declinationum fixarum, *quales exhibent* RICCIOLUS (*a*) *atque* DECHALES (*b*).

COROLLARIUM 4.

153. Collatio obſervationum recentiorum cum antiquioribus variabilitatem declinationis fixarum arguit in diverſis ſtellis diverſam. In aliis enim creſcit, in aliis decreſcit, quantitate minime eadem. Maximum incrementum & decrementum intra decennium minuta tria cum dimidio non excedit.

COROLLARIUM 5.

154. Data declinatione ſtellæ ab aliis obſervata (§. 150) & ejus altitudine meridiana a nobis obſervata (§. 109. 142), inveniri poteſt altitudo æquatoris in noſtro obſervatorio (§. 150), & inde porro altitudo poli pro eodem (§. 97).

COROLLARIUM 6.

155. Si altitudines Solis meridianæ per totum annum obſervatæ conferantur cum altitudine æquatoris; Solem quotannis bis in æquatore hærere, reliquo tempore vel ultra eum ad certum terminum aſcendere, deinde rurſus ad eundem deſcendere, vel infra eum deſcendere ad terminum certum, deinde rurſus ab eodem ad illum aſcendere deprehendimus.

COROLLARIUM 7.

156. Circulus itaque, ſub quo centrum Solis motu proprio incedit, æquatorem duobus in punctis interſecat.

DEFINITIO 43.

157. Circulus ille in ſphæræ mundanæ ſuperficie immobili deſcriptus, ſub quo centrum Solis motu proprio incedit, dicitur *Ecliptica*.

DE-

(*a*) Aſtron. Reform. lib. 4. c. 9. f. 288.
(*b*) Tom. III. Mund. Math. in Tract. de Navigat. lib. 7. f. m. 325. & ſeqq.

Digitized by Google

Definitio 44.

158. *Puncta æquinoctialia* ſunt puncta interſectionum æquatoris & eclipticæ. *Vernale* dicitur, unde Sol verſus polum borealem aſcendit: *Autumnale*, unde idem verſus polum auſtralem deſcendit. Tempus, quando Sol in punctum æquinoctiale ingreditur, dicitur *Æquinoctium*, quod ideo vel *vernale*, vel *autumnale*.

Definitio 45.

159. *Puncta ſolſtitialia* ſunt puncta eclipticæ, in quibus terminatur aſcenſus Solis ſupra æquatorem & deſcenſus infra eundem. Punctum prius dicitur *æſtivum*; poſterius *brumale* ſeu *hibernum*. Tempus, quando Sol in puncta ſolſtitialia ingreditur, vocatur *Solſtitium*, quod ideo vel *æſtivum*, vel *brumale*.

Definitio 46.

160. *Signum cœleſte* eſt duodecima eclipticæ pars in 30. gradus diviſa. Primi principium eſt in puncto æquinoctiali vernali. Nomina ſignorum cœleſtium ac ordo his verſiculis continentur:

Sunt Aries, Taurus, Gemini,
Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens,
Caper, Amphora, Piſces.

Signis ſequentibus indigitantur:

♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♏, ♎, ♍, ♐, ♑, ♒, ♓.

Definitio 47.

161. *Signa vernalia* ſunt Aries, Taurus & Gemini: *æſtiva*, Cancer, Leo & Virgo: *autumnalia*, Libra, Scorpius & Arcitenens ſeu Sagittarius: *brumalia*, Capricornus, Amphora ſeu Aquarius & Piſces.

Definitio 48.

162. *Signa borealia* vel *ſeptentrionalia* ſunt ſigna vernalia & æſtiva; *Signa auſtralia* vel *meridionalia* ſunt ſigna autumnalia & brumalia.

Problema 8.

163. *Obſervare declinationem maximam eclipticæ.*

Resolutio.

1. Circa ſolſtitium æſtivum vel brumale per aliquot dies obſervetur maxima cum cura altitudo Solis meridiana (§. 137).
2. Ab altitudine maxima ſubtrahatur elevatio æquatoris.

Reſiduum eſt declinatio maxima in puncto ſolſtitiali (§. 150).

Ex. gr. RICCIOLUS an. 1646. *Bononiæ* obſervavit (a) altitudinem Solis meridianam

d. 20 Jun.	68°	59′	55″
21	69	0	10
22	68	59	55

Erat ergo altitudinum meridianarum Solis maxima

	69°	0	10
Elevat. æquat.	45	29	50
Declinat. max.	23	30	20

Corollarium.

164. Quodſi alio tempore altitudines Solis meridianæ obſerventur, eodem modo declinationes in aliis eclipticæ punctis eliciuntur.

Observatio 10.

165. *Declinationem maximam eclipticæ obſervarunt.*

Ante

(a) Aſtron. Reform. lib. 1. c. 5. §. 18.

Ante Chriſt.			G.	M.	S.
An.	324	Pytheas	23	52	41
	230	Eratoſthenes	23	51	20
	140	Hipparchus	23	51	20
Poſt Chriſt.					
An.	140	Ptolemæus	23	51	20
	880	Albategnius	23	35	
	1460	Regiomontanus	23	30	
	1476	Waltherus	23	30	
	1525	Copernicus	23	28	30
	1570	Rothmannus & Byrgius	23	30	20
	1587	Tycho	23	30	22
	1627	Keplerus	23	30	30
	1636	Gaſſendus	23	31	
	1646	Riccioius	23	30	20
		Hevelius	23	30	20
		Moutonus	23	30	
	1702	Philippus de la Hire	23	29	
	1715	De Louville	23	28	24

Eadem declinatio reperitur in utroque puncto ſolſtitiali. Oſtendit autem RICCIOLUS (a) *ERATOSTHENEM ex obſervationibus ſuis falſo concluſiſſe declinationem maximam* 23° 51′ 20″, *cum vi earundem eſſe debeat* 23° 31′ 5″. *Similiter PYTHEAS* Maſſiliæ *umbram ſolſtitialem ad gnomonem obſervavit ut* 213⅕ *ad* 600, *ſeu ut* 31951½ *ad* 90000; *GASSENDUS cum* PEIRESCIO *ibidem an.* 1636 *ut* 31950 *ad* 90000 (*b*).

COROLLARIUM I.

166. Quia obſervationes intra duo ſecula poſtrema peractæ in ſcrupulis ſecundis tantum differunt, nec ERATOSTHENIS errore correcto, quem HIPPARCHUS atque PTOLEMÆUS retinuerunt, major differentia reperitur inter antiquiſſimas & recentiores, GASSENDUS inſuper umbram ſolſtitialem ejuſdem longitudinis deprehendit, quantam annis fere bis mille ante obſervaverat PYTHEAS; declinationem eclipticæ immutabilem eſſe communiter concluditur.

(a) In Aſtron. Reform. c. 6. §. 4. f. 19.
(b) In Vita Peirescii.

SCHOLION.

167. *Qui errores* ERASTOTHENIS *atque* PYTHEÆ *in modo, quo ex obſervationibus ſuis declinationem maximam eclipticæ collegerunt, non agnoverunt* PURBACHIUS, REINHOLDUS, REGIOMONTANUS, COPERNICUS, RHETICUS, TYCHO, LONGOMONTANUS, SNELLIUS, LANSBERGIUS, BULLIALDUS *aliique, eam variabilem ſtatuerunt. Inprimis noſtro tempore* EUGENIUS DE LOUVILLE (a) *operoſe adſtruit, eclipticæ obliquitatem ſingulis ſeculis uno minuto primo decreſcere.* HERODOTUS *autor eſt, ex* Ægyptiorum *traditione eclipticam ad circulum æquinoctialem fuiſſe perpendicularem: unde patet ipſos diminutionem obliquitatis eclipticæ agnoviſſe: Cumque, teſte* DIODORO SICULO, Chaldæi *jactaverint obſervationes tam antiquas, ut a primis ſuis obſervationibus uſque ad ingreſſum* ALEXANDRI M. Babilonem 403 *millia annorum numerarent, ex mutabilitate autem eclipticæ ab ipſo aſſerta conſequatur hæc periodus, ſi initium ſtatuatur in eo tempore, quo ecliptica per polos mundi tranſit; unde concludit,* Chaldæos *quoque mutabilitatem declinationis eclipticæ obſervaſſe & quantitatem diminutionis agnoviſſe. Sed de his futuris ſeculis certius quid ſtatuere licebit. Sumamus interim declinationem eclipticæ conſtantem.*

COROLLARIUM 2.

168. Ob plerarumque obſervationum conſenſum communiter aſſumitur, declinationem eclipticæ maximam eſſe 23° 30′. Sed quia Cl. DE LA HIRE eandem ex obſervationibus prope æquatorem habitis (ubi, per inferius independenter ab his demonſtranda, refractio non ideo turbat obſervationes altitudinum meridianarum) 23° 29′ colligit, nos cum ipſo in poſterum eadem utemur.

OBSERVATIO II.

169. *Si in ſolſtitio brumali obſervetur tranſitus ſtellæ alicujus per meridianum* (§. 134), *noteturque ope horologii oſcillatorii tempus culminationis; eadem vero nocte, vel aliis ſubſequentibus, eodem modo obſervetur temporis intervallum, quod inter culminationes ejuſdem aliarumque ſtellarum fixarum intercedit, ac tandem in ſolſtitio æſtivo obſervetur culminatio unius*

ex

(a) In Diſſertatione de mutabilitate eclipticæ, quæ legitur in Actis Eruditorum an. 1719. p. 281. & ſeqq.

ex iſtis ſtellis una cum momento, quo accidit, & ex anterioribus obſervationibus colligatur tempus, quo ſtella primæ obſervationis illo die ſit culminatura; hoc a tempore culminationis duodecim horis differre deprehenditur.

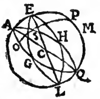
COROLLARIUM.

170. Quoniam motus ſphæræ mundanæ æquabilis (§. 136) & duodecim horæ præteriabuntur a culminatione puncti ſolſtirialis brumalis uſque ad punctum ſolſtitiala æſtivum (§. 169); puncta ſolſtitialia ſibi mutuo diametraliter opponuntur.

THEOREMA 14.

171. *Ecliptita eſt circulus ſphæræ maximus.*

DEMONSTRATIO.



Sit AEQL meridianus, AQ æquator, EL ecliptica. Quoniam puncta ſolſtitialia ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 170), ſi E fuerit æſtivum, erit L brumale. Sunt vero AEQ & ALQ ſemicirculi (§. 135. *Geom.*), ideoque AE+EQ=AL+LQ (§. 177. *Arithm.*). Quare cum ſit AE=QL (§. 165); erit etiam EQ=AL (§. 91. *Arithm.*), conſequenter EQ+QL=EA+AL (§.88. *Arithm.*). Tranſit ergo EL per centrum ſphæræ C (§. 135. *Geom.*), & hinc ecliptica circulus maximus ſphæræ mundanæ (§. 15. *Sphær.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

172. Ecliptica æquatorem biſariam ſecat (§. 20. *Sphær.*).

COROLLARIUM 2.

173. Puncta igitur æquinoctialia ſibi mutuo diametraliter opponuntur (§. 158), ideoque ſigna borealia ſunt in hemiſphærio boreali, auſtralia in auſtrali (§. 51. 52. 161. 162).

COROLLARIUM 3.

174. Cum & meridianus (§. 70. 72) & ecliptica (§. 171) ſit circulus maximus; ſe mutuo biſariam ſecanr (§. 20. *Sphær.*). Et eodem modo pater, eclipticam ab horizonte tam rationali (§. 61); quam ſenſibili (§. 145) biſariam ſecari.

COROLLARIUM 4.

175. Arcus ideo eclipticæ inter horizontem & meridianum interceptus quadrans eſt.

COROLLARIUM 5.

176. Quare ſi ponamus punctum ſolſtitiale æſtivum E eſſe in meridiano, eum tunc alterum L etiam ſit in meridiano (§. 174), puncta æquinoctialia ſibi mutuo diametraliter oppoſita (§. 173) ſint in horizonte (§. 174), puncta ſolſtitialia ab æquinoctialibus quadrantis intervallo diſtare manifeſtum eſt (§. 175. *Aſtron.* & §. 54. *Sphær.*).

COROLLARIUM 6.

177. Sunt ideo puncta ſolſtitialia in principio Cancri & Capricorni, æquinoctialia vero in principio Arietis atque Libræ (§. 160).

COROLLARIUM 7.

178. Cum declinatio maxima eclipticæ AE ſit arcus circuli maximi (§. 75), quadrantis intervallo a punctis æquinoctialibus diſtans (§. 176); erit eadem menſura *obliquitatis eclipticæ*, hoc eſt, anguli EGA ex interſectione æquatoris AQ & eclipticæ EL orti (§. 33. *Sphæric.*). Sunt vero omnes illi anguli AGE, LGQ, AHE, QHL inter ſe æquales (§. 32. 43. *Sphær.*).

COROLLARIUM 8.

179. Cum diſtantia poli eclipticæ M ab ecliptica EM quadrans ſit (§. 25. *Sphær.*) & AP itidem quadrans ſit (§. 49); diſtantia poli eclipticæ a polo æquatoris, conſequenter a polo mundi (§. 48) PM, eſt declinationi maximæ æqualis (§. 91. *Arithm.*), ideoque 23° 29′ (§. 168).

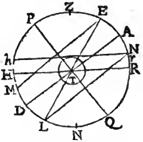
COROLLARIUM 9.

180. Quia angulus obliquitatis eclipticæ immutabilis (§. 166); Sol conſtanter ſub eodem circulo motu proprio incedit.

DEFINITIO 49.

181. *Tropici* ſunt circuli immobi-

les ME & NL cum æquatore AD paralleli, per puncta ſolſtitialia ducti. *Tropicus Cancri* vocatur, qui per principium Cancri E tranſit: *Tropicus* vero *Capricorni*, qui per principium Capricorni L tranſit.



Corollarium 1.

182. Quoniam declinatio eclipticæ eſt arcus EA val LD ad æquatorem AD perpendicularis (§. 75); erit EN diſtantia tropicorum (§. 83. *Sphæric.*). Eſt vero EA = LD (§. 165) & AN = DL (§. 42. *Sphær.*). Ergo EA = AN (§. 87. *Arithm.*), conſequenter diſtantia tropicorum EN declinationis maximæ EA dupla.

Corollarium 2.

183. Quare ſi altitudinem Solis meridianam obſerves cum in ſolſtitio brumali, tum in æſtivo (§. 129. 137) & illam ex hac auferas: relinquetur diſtantia tropicorum, cujus dimidium eſt declinatio eclipticæ maxima, independenter adeo ab elevatione æquatoris invenienda.

Definitio 50.

184. *Circuli polares* ſunt circuli immobiles cum æquatore paralleli, & a polo mundi tanto intervallo diſtantes, quanta eſt declinatio eclipticæ maxima. Polo arctico vicinus dicitur *Polaris Arcticus*; qui vero antarctico proximus, *Polaris Antarcticus*.

Corollarium.

185. Quia polus eclipticæ a polo mundi tanto intervallo diſtat, quanta eſt declinatio eclipticæ maxima (§. 179), circuli polares ſunt circuli diurni polorum eclipticæ (§. 56).

Definitio 51.

186. *Coluri* ſunt circuli ſphæræ maximi mobiles per polos mundi & puncta eclipticæ ſolſtitialia & æquinoctialia ducti. *Colurus æquinoctiorum* eſt, qui per puncta æquinoctialia tranſit: *Colurus ſolſtitiorum* eſt, qui tranſit per ſolſtitialia.

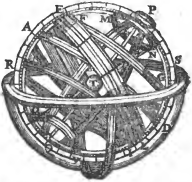
Definitio 52.

187. *Circuli excurſuum* ſunt circuli cum ecliptica paralleli, & ab ea tanto intervallo diſtantes, quanto planetarum verſus polos eclipticæ excurſus coerceri poſſunt, quod 10 vulgo ſtatuitur graduum.

Definitio 53.

188. *Zodiacus* eſt faſcia circulis excurſuum terminata. Dividitur in 12 ſigna ſeu *dodecatemoria* ejuſdem nominis ac ordinis cum ſignis eclipticæ (§. 160).

Scholion.



189. *Circuli omnes optime digноſcuntur ex ſphæra armillari, in qua* P & Q *ſunt* poli mundi, AD æquator, EL ecliptica *cum* zodiaco, PA QD meridianus, *vel etiam* colurus ſolſtitiorum, T terra, FG tropicus cancri, MN circulus polaris arcticus, HI tropicus capricorni, OV polaris antarcticus, N & O poli eclipticæ, RS *denique* horizon.

CA-

CAPUT III.

De motu communi Solis, indeque pendentibus Phænomenis.

DEFINITIO 54.

190. *Aſcenſio recta* eſt punctum æquatoris cum ſtella aut alio quocunque in ſphæræ mundanæ ſuperficie dato puncto culminans, a puncto æquinoctiali vernali numeratum.

DEFINITIO 55.

191. *Aſcenſio obliqua* eſt punctum æquatoris cum ſtella aut alio quocunque puncto in ſphæræ mundanæ ſuperficie dato per horizontem ortivum tranſiens, a puncto æquinoctiali vernali numeratum.

DEFINITIO 56.

192. *Deſcenſio obliqua* eſt punctum æquatoris cum puncto in ſuperficie ſphæræ mundanæ dato per horizontem occiduum tranſiens, a puncto æquinoctiali vernali numeratum.

DEFINITIO 57.

193. *Differentia aſcenſionalis* eſt differentia inter aſcenſionem rectam & obliquam ejuſdem puncti: *differentia deſcenſionalis* eſt differentia inter aſcenſionem rectam & deſcenſionem obliquam ejuſdem puncti.

DEFINITIO 58.

194. *Azimuthum* eſt arcus horizontis inter circulum verticalem datum & meridianum interceptus.

DEFINITIO 59.

195. *Amplitudo ortiva* eſt diſtantia puncti orientis a cardine orientis: *amplitudo* vero *occidua* eſt diſtantia puncti occidentis a cardine occidentis.

COROLLARIUM I.

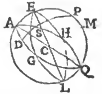
196. Eſt itaque amplitudo ortiva & occidua arcus horizontis inter punctum oriens & occidens, atque cardinem orientis & occidentis interceptus (§. 54. *Sphær.*).

COROLLARIUM 2.

197. Azimuthum eſt amplitudinis ortivæ & occiduæ complementum ad quadrantem (§. 194).

PROBLEMA 9.

198. *Datis obliquitate eclipticæ G; puncti cujuſcunque eclipticæ dati S declinationem DS invenire.*



RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo SDG angulus D rectus eſt (§. 75), & præter angulum G 23° 29′ (§. 168), ob datum punctum S, etiam arcus GS datur; reperietur DS (§. 116. *Sphær.*).

Sit ex. gr. S 20° ♉, erit GS 50°, ideoque

Log.	ſin. G	96004090
	ſin. GS	98842540
	ſin. DS	194846630

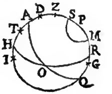
cui in tabulis quam proxime reſpondent 17° 46′ 25″.

Scholion.

199. *Hoc modo conſtruitur tabula* declinationum ſingulorum graduum eclipticæ.

Corollarium 1.

200. Si declinatio Solis borealis AD in tabulis reperta ab altitudine Solis meridiana HD obſervata (§. 129) auferatur; elevatio æquatoris reſidua fit (§. 150), quæ porro ex 90° ſubducta elevationem poli relinquit (97). Similiter æquatoris altitudo prodit, ſi declinatio auſtralis TA altitudini Solis meridianæ HT addatur.



Scholion.

201. *Patet ex theoricis cognitum eſſe debere locum Solis in ecliptica.*

Corollarium 2.

202. Contra data elevatione æquatoris HA & declinatione Solis AD vel TA, invenitur altitudo ejus meridiana HD vel HT, ſi declinatio borealis AD illi addatur, auſtralis vero AT dematur.

Ex. gr. altitudo æquat. *Halæ* 38° 22′
declinat. ☉ in 25 ♉ 19 3 6″

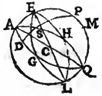
altitudo ☉ meridiana	57	25	6

Problema 10.

203. *Data elevatione æquatoris & altitudine meridiana Solis, una cum obliquitate eclipticæ; invenire ejus locum in ecliptica.*

Resolutio.

1. Ex datis altitudinibus æquatoris & Solis quæratur ejus declinatio (§. 150).
2. Cum ideo in triangulo DSG ad D rectangulo (§. 75) dentur angulus



obliquitatis eclipticæ G & declinatio DS; reperietur arcus GS (§. 118. *Sphæric.*): quo dato, locus Solis quæſitus S innoteſcit, modo conſtet, in quo quadrante eclipticæ Sol commoretur. Etenim in primo quadrante GS eſt diſtantia a principio Arietis; in ſecundo complementum ejus ad ſemicirculum; in tertio exceſſus ejuſdem ſupra ſemicirculum; in quarto denique complementum ad circulum integrum.

Ex. gr. RICCIOLUS (*a*) An. 1643. d. 23. Martii (quo tempore Sol erat in primo quadrante eclipticæ) obſervavit

altit. ☉ merid.	46°	33′	40″
altit. æquat.	45	29	50
ergo declinatio DS	1	3	50

Et Log. ſin. DS	82687412
ſin. tot.	100000000
ſumma	182687412
ſin. G	96004090
ſin. GS	8.6683322, cui in tabulis quam proxime reſpondeor 2° 40′ 14″.

Fuit ergo locus Solis ♈ 2° 40′ 14″.

Problema 11.

204. *Data obliquitate eclipticæ* G, (*v. Fig. §.* 203.) *invenire puncti cujuſcunque* S *aſcenſionem rectam* D *&* *angulum eclipticæ cum meridiano* DSG.

Resolutio.

Quoniam circulus declinationis PD æquatorem AQ ſecat ad angulos rectos (§.

(*a*) Aſtronom. Reform. lib. 1. cap. 8. §. 26.

Digitized by Google

(§. 75); triangulum DSG rectangulum. Quare cum in eo detur angulus G & ob datum punctum S arcus GS, qui vel diſtantia Solis ab Ariete, ſi Sol fuerit in primo quadrante, vel complementum ad principium Libræ, ſi fuerit in ſecundo; vel diſtantia a principio Libræ, ſi fuerit in tertio; vel denique complementum ad principium Arietis; ſi fuerit in quarto: reperietur angulus DSG (§. 130. *Sphæric.*) & arcus DG (§. 127. *Sphæric.*), qui in primo caſu indicat ipſam aſcenſionem rectam; in ſecundo ejus complementum ad ſemicirculum; in tertio exceſſum ſupra ſemicirculum; in quarto denique complementum ad circulum integrum.

Ex. gr. Sit Sol in ♈ 2° 40′ 14″. Quia G 23° 29′

erit Log. ſin. tot.		100000000
	coſin. G	99624527
	ſumma	199624527
	cotang. GS	113312078
	tang. GD	8.6312449

cui in tabulis quam proxime reſpondent 2° 26′ 58″. Tanta nimirum eſt aſcenſio recta in 2° 40′ 14 ♈.

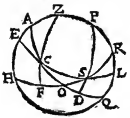
Porro Log. ſin. tot.		100000000
	coſin. GS	99995271
	ſumma	199995271
	cotang. G	103620437
	cotang. S	9.6374834

cui in tabulis quam proxime reſpondent 23° 27′ 38″. Eſt ergo angulus GSD 66° 32′ 22″.

Scholion.

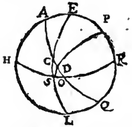
205. *Hoc modo conſtruuntur* tabulæ aſcenſionum rectarum ſingulorum graduum eclipticæ & tabulæ anguli eclipticæ cum meridiano *ad partes orientales in hemiſphærio boreali.*

Problema 12.



206. *Data elevatione poli* PR, *una cum declinatione Solis* DS; *invenire differentiam aſcenſionalem* OD, *amplitudinem ortivam* SO *& azimuthum* HS.

Resolutio.



Quia circulus declinationis PD æquatorem AQ ad angulos rectos ſecat (§. 75), triangulum OSD rectangulum ad D. Quare cum in eo detur declinatio DS, & angulus O ob elevationem poli datam (§. 97. 100); reperietur OD (§. 125. *Sphæric.*) & SO (§. 118. *Sphær.*), conſequenter ob OH = 90° etiam HS.

Sit ex. gr. elevatio poli, quemadmodum *Halæ* 51° 38′ & Sol in 24° ♊: erit O 38° 22′, DS 23° 20′ 48″. Unde

Log. cotang. O		101014704
	tang. DS	96351154
	ſin. OD	97365858

cui in tabulis quam proxime reſpondent 33° 2′ 27″.

Log.

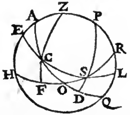
Log. ſin. tot.	100000000
ſin. DS	95980165
ſumma	195980165
ſin. O	97928759
ſin. OS	98051406

, cui in tabulis quam proxime reſpondent $39^{0}\ 40'\ 40''$.
Ergo HS $50^{0}\ 19'\ 20''$.

SCHOLION I.

207. *Hac ratione conſtruuntur* tabulæ differentiarum aſcenſionalium *itemque* amplitudinum ortivarum *pro ſingulis gradibus declinationis ſub ſingulis gradibus elevationis poli. Et per idem problema differentias deſcenſionales & amplitudines occiduas inveniri per ſe patet.*

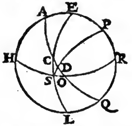
COROLLARIUM I.



208. Si Sol fuerit in ſigno boreali, & differentia aſcenſionalis DO ex aſcenſione recta D ſubtrahatur, relinquetur aſcenſio obliqua O (§. 193).
Ex. gr. Si Sol fuerit in 24^{0} ♊.

aſcenſio recta D	83^{0}	$27'$	$46''$
differentia aſcenſ. OD	33	2	27
aſcenſio obliqua O	50	25	19

COROLLARIUM 2.



209. Si Sol fuerit in ſigno auſtrali & differentia aſcenſionalis DO aſcenſioni rectæ D addatur, prodibit obliqua O (§. 193.)

SCHOLION 2.

210. *Patet ideo, quomodo conſtruantur* tabulæ aſcenſionum obliquarum *pro ſingulis eclipticæ gradibus ſub ſingulis gradibus elevationis poli.*

PROBLEMA 13.

211. *Determinare tempus tam primi mobilis, quam ſolare, quo arcus æquatoris datus meridianum tranſit & contra.*

RESOLUTIO.

Quoniam meridianus æquatorem continuo ad angulos rectos ſecat (§. 84); dum datus arcus æquatoris per meridianum tranſit, perinde eſt ac ſi arcum æquatoris immotum punctum interſectionis in meridiano eadem celeritate interea temporis deſcripſiſſet. Cum ideo motus æquatoris ſit æquabilis (§. 136); erunt arcus per meridianum tranſeuntes temporibus proportionales (§. 31. *Mechan.*). Quare ſi inferatur: ut 360 ad 24 horas primi mobilis, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem; erit is tempus primi mobilis quæſitum. Quodſi ideo quæratur arcus dato tempore per meridianum tranſiens, inferendum erit: ut 24 ad 360, ita tempus datum ad arcum quæſitum.

Quia Sol intra 24 horas primi mobilis aſcenſionem rectam fere mutat $59'\ 8''\ 20'''$, hoc eſt, $212900'''$, ſi hoc intervallum per 24 dividatur, quotus $8870'''$, ſeu $2'\ 28''$ erit pars adjicienda arcui intra horam primi mobilis per meridianum tranſeunti, ut habeatur arcus intra horam ſolarem per eundem tranſiens.

Quodſi

Quodſi inferas: ut 360° 59′ 8″ 20‴ ad 24 horas ſolares, ita arcus datus ad numerum quartum proportionalem; erit is tempus ſolare, quo arcus æquatoris datus per meridianum tranſit.

Scholion.

212. *Quia converſio temporis in gradus æquatoris & graduum æquatoris in tempus multum in Aſtronomia uſum habet; ideo conſtructæ ſunt tabulæ, in quibus exhibentur arcus æquatoris ſingulis horis tam primi mobilis, quam ſolaribus, & ſingulis ſcrupulis horæ unius per meridianum tranſeuntes, & contra. Earundem cum ſit in problematibus ſequentibus uſus eas hic contractas apponere libet. Uſus facilis. Etenim gradus æquatoris dati cum ſuis ſcrupulis reſolvuntur in partes, quæ in tabula extant, & ex ea excerpuntur horæ ac ſcrupula horaria ipſis reſpondentia. Hæc enim in unam ſummam collecta dant tempus, quo arcus æquatoris datus per meridianum tranſit. Simili modo proceditur, ſi tempus datum in arcum æquatoris convertendum. Exempla in problematis ſequentibus occurrunt.*

Converſio partium æquatoris in tempus primi mobilis, & contra.

Æquat. Grad.	Hor.	Min.	Horæ	Æquat. Grad.	Hor. Min.	Æquat. Gr.	′
Min.	Min.	Sec.			Sec.	′	″
Secund.	Sec.	Tert.			Tert.	″	‴
Tert.	Tert.	Quar.			Quar.	‴	⁗
1	0.	4	1	15	1	0.	15
2	0.	8	2	30	2	0.	30
3	0.	12	3	45	3	0.	45
4	0.	16	4	60	4	1.	0
5	0.	20	5	75	5	1.	15
10	0.	40	6	90	6	1.	30
15	1.	0	9	135	10	2.	30
30	2.	0	12	180	20	5.	0
60	4.	0	15	225	30	7.	30
90	6.	0	18	270	40	10.	0
180	12.	0	20	315	50	12.	30
360	24.	0	24	360	60	15.	0

Converſio partium æquatoris in tempus ſolare & contra.

Æquat. Grad.	Hor	I.	II.	III
Min.	I.	II.	III.	IV.
Secund.	II.	III.	IV.	V.
Tert.	III.	IV.	V.	VI
1	0	3	59	20
2	0	7	58	40
3	0	11	58	1
4	0	15	57	22
5	0	19	56	42
10	0	39	53	24
15	0	59	50	6
30	1	59	40	12
60	3	59	20	24
90	5	59	0	36
180	11	58	1	12
360	23	56	2	24

Hor	Grad.	I.	II.	III.
1	15	2	28	
2	30	4	56	
3	45	7	24	
5	75	12	20	
10	150	24	40	
20	300	49	20	
Min.	Grad.	I.	II.	III.
Sec.	I.	II	III	IV
1	0	15	2	28
2	0	30	4	56
3	0	45	7	24
5	1	15	12	20
10	2	30	24	40
20	5	0	49	20
40	10	11	28	40
60	15	12	28	0

Problema 14.

213. *Dato loco Solis in ecliptica, una cum elevatione poli; invenire longitudinem diei atque noctis.*

Resolutio.

1. Quæratur declinatio Solis (§. 198) & inde porro differentia aſcenſionalis (§. 206).
2. Differentia aſcenſionalis convertatur in tempus ſolare: quod
3. Tempori, quo quadrans æquatoris per meridianum tranſit, addatur, ſi Sol fuerit in ſigno boreali, vel ab eadem auferatur, ſi idem in auſtrali extiterit. Ita nimirum in utroque caſu obtinetur tempus ſemidiurnum.
4. Quodſi hoc ex 12 horis ſubducas, relinquetur tempus ſeminocturnum.

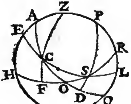
Ex.

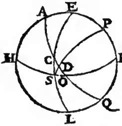
Ex. gr. Sit Sol in 24° ♊ & elevatio poli 51° 38′: erit differentia aſcenſionalis 32° 2′ 27″ (§. 206).

Sed 30° reſp.	1 hor.	59′	40″	12‴		
3		11	58	1		
2′			7	58	40⁗	
10″				39	53	24v
15				59	50	6
2				7	58	40
Ergo diff. aſcenſ.	2. hor.	11.	47.	59.	22.	10
Porro 90°	5	59.	0.	36		
Unde temp. ſemid.	8. hor.	10.	48.	35.	22.	10
hoc eſt,	8. hor.	10′	49″			
	11	59	60			
tempus ſeminoct.	3 hor.	49′	11″			

Ergo tempus diurnum 16 hor. 21′ 38″; nocturnum vero 7 hor. 38′ 22″.

Demonstratio.



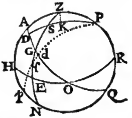


Quia punctum D eſt aſcenſio recta; ab ortu Solis uſque ad meridiem arcus æquatoris AD per meridianum tranſit (§. 190). Eſt vero AO quadrans (§. 89): quodſi ergo quadrans & differentia aſcenſionalis in tempus convertantur, inde elici poſſe tempus inter ortum Solis & meridiem intercedens, hoc eſt tempus ſemidiurnum, patet. *Q. e. d.*

Corollarium.

214. Quia tempus ortus numeratur a media nocte, tempus vero occaſus a meridie; tempus ſeminocturnum eſt ſimul tempus, quo Sol oritur; ſemidiurnum vero indicat momentum, quo occidit. In noſtro nempe exemplo ☉ oritur hor. 3. 49′ 11″; idem occidit hor. 8. 10′ 49″.

Problema 15.



215. *Data elevatione poli* PR *&* *declinatione Solis* DS; *invenire altitudinem ejus ad datum quodcunque momentum.*

Resolutio.

1. Sit HZR meridianus, in Z zenith (*Vid. Fig. 1. huj. pag.*) & Sol C in æquatore AQ. In triangulo ZAC ad A rectangulo (§. 84), datur AZ elevationi poli PR æqualis (§. 97), &, ſi tempus uſque ad meridiem reſiduum (vel pomeridianum in altero caſu) in arcum æquatoris convertatur (§. 212), arcus AC: reperitur ideo arcus ZC (§. 120. *Sphær.*), qui ex quadrante ZF (§. 62) ſubductus relinquit altitudinem Solis CF (§. 94).

Ex. gr. Sit PR 51° 38′, ☉ in 0 ♈; quæratur altitudo hora 9 matutina. Quoniam horæ 3 uſque ad meridiem ſuperſunt; erit AC 45° 7′ 24″.

Quare

Quare Log. coſin. AZ	97928760
coſin. AC	98485481
coſin. ZC ſeu ſin. CF	96414241.

cui in tabulis quam proxime reſpondent 25° 58' 23''.

2. Si Sol S fuerit in ſigno boreali, (*vid. Fig.* 3. *pag. præc.*) cum ſit in Z zenith, in P polus, AQ æquator, HR horizon, in triangulo ZPS dantur latera PS declinationis DS complementum (§. 79) & ZP elevationis poli PR complementum ad quadrantem (§. 62). Quodſi tempus in arcum æquatoris convertatur (§. 212); prodibit arcus AD, qui ob quadrantem PD (§. 79) eſt menſura anguli ZPS (§. 33. *Sphæric.*). Reperitur ideo SE (§. 163. *Sphæric.*).

Ex. gr. Sit Sol in 24° ♊ ſub elevatione poli 51° 38': quærenda eſt altitudo ad horam 9 antemeridianam. Quoniam DS 23° 20' 48''; erit PS 66° 39' 12''; & AD ſive angulus P eſt 45° 7' 24''. Quoniam in triangulo GDS ad D rectangulo (§. 76) hypothenuſa GS quadrante minor, quia ZE quadrans (§. 62), & DG itidem quadrante minor, quia AO quadrans (§. 89), erit angulus S acutus (§. 81. *Sphær.*). Cum ideo in triangulo ZSP anguli S (§. 43. *Sphær.* & P *per hypoth.* ſint acuti, perpendiculum ZK ex angulo Z in latus PS demiſſum intra triangulum cadit (§. 82 *Sphæric.*). Quamobrem

Log. ſin. tot.	100000000
coſin. P	98485481
ſumma	198485481
cotang. ZP	101014704
tang. PK	9.7470777,

cui in tabulis quam proxime reſpondent

	29°	11'	11''
ſed PS	66	39	12
ergo SK	37	28	1

Porro Log. coſin. SK	98996589
coſin. ZP	98941464
ſumma	197940053
coſin. PK	90410331
coſin. ZS ſeu ſin. SE	98529722,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 45° 27' 49''.

3. Si Sol fuerit in ſigno auſtrali; Pſ eſt aggregatum ex quadrante Pd (§. 79) & declinatione ſd, reliqua ſe habent ut ante.

PROBLEMA 16.

216. *Data elevatione poli una cum declinatione & altitudine Solis; invenire horam diei.*

RESOLUTIO.

1. Si Sol C fuerit in æquatore AQ, (*vid. Fig.* 1. *pag. præc.*) cum ſit in Z zenith, in P polus, HR horizon, in triangulo ZAC ad A rectangulo (§. 84) datur AZ elevationi poli PR æqualis (§. 97) & ZC altitudinis CF complementum ad quadrantem (§. 94. 62). Invenitur ideo arcus AC (§. 119. *Sphæric.*), qui in tempus ſolare converſus (§. 212) indicat horas vel ad meridiem reſiduas, ſi Sol fuerit in parte orientali, vel a meridie præterlapſas, ſi fuerit in occidentali.

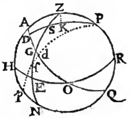
Exemplum problematis præcedentis in caſu eodem facile huc applicatur.

2. Si Sol S fuerit in ſigno boreali; (*vid. Fig.* 3. *pag. præced.*) in triangulo ZSP dantur latera ſingula, nimirum ZP elevationis poli PR & ZS altitudinis Solis SE complementum (§. 94. 62) atque PS declinationis SD complementum (§. 79). Invenitur ideo angulus ZPS (§. 168. *Sphær.*), cujus menſura AD (§. 79. *Aſtron.* & §. 33. *Sphæric.*) in tempus ſolare converſa (§. 212) tempus deſideratum ut ante patefacit.

Digitized by Google

Sit ex gr. PR 51° 38′, SE 45° 27′ 49″, locus Solis 24° ♊; erit DS 23° 20′ 48″, ideoque PS 66° 39′ 12″ & hinc ½ PS 33° 19′ 36″.
Erit porro

ZS	44°	32′	11″
ZP	38	22	
ZS + ZP	82	54	11
½ZS + ½ZP	41	27	5
ZS	44	32	11
ZP	38	22	
ZS—ZP	6	10	11
½ZS—½ZP	3	5	5



Demiſſum ex Z in PS perpendiculum cadere intra triangulum PZS, ex problemate præcedente patet. Cumque ſit rectangulum ex coſinu ZS in ſinum PK æquale rectangulo ex coſinu PZ in ſinum SK (§. 139. *Sphær.*); erunt coſinus ZP & ZS ut ſinus PK & KS (§. 299 *Arithm.*). Quare cum ZS > ZP *per hypoth.* ideoque coſinus ZP major coſinu ZS, erit etiam ſinus SK major ſinu PK, conſequenter SK > PK. Hinc

Log. tang. ½ PS	98179245
tang. ½ ZS + ½ ZP	99460659
tang. ½ ZS— ½ ZP	87315128
ſumma	186775787
tang. ½ SK — ½ PK	88596542

cui in tabulis quam proxime reſpondent

	4°	8′.	24″
ſed ½ PS	33	19	36
ergo KP	29	11	12

Unde porro cotang. ZP	101014704
tang. KP	97470820
coſin. P	X98485524

cui in tabulis quam proxime reſpondent 44° 52′ 38″.

Eſt ergo angulus P, conſequenter arcus AD 45° 7′ 22″, qui in tempus converſus

30°	1h.	59′	40″	12‴		
15		59	50	6		
5′			19	56	42′‴	
2			7	58	40	
10″				39	53	24v
10				39	53	24
2v				2	58	40
producit	2h.	59	59	41	7	28v

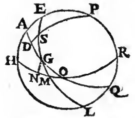
Reſiduæ ergo ſunt uſque ad meridiem fere 3h. unde tempus obſervationis fuit hora nona.

3. Si Sol ſ fuerit in ſigno auſtrali, latus Pſ eſt quadrante majus. Ejus itaque loco reſolvitur triangulum ſ p N & angulus *p* reperitur ut ante.

Scholion.

217. *Hujus problematis multus eſt in Aſtronomia practica uſus, in eclipſibus præſertim ſolaribus obſervandis.*

Problema 17.



218 *Data elevatione æquatoris* AH, *una cum loco Solis* S *&* *obliquitate eclipticæ* G; *invenire ad datum tempus punctum eclipticæ oriens* M *&* *angulum orientis* EMH.

Resolutio.

1. Tempus uſque ad meridiem reſiduum convertatur in arcum æquatoris (§ 212), ut habeatur arcus AD, conſequenter ejus complementum DO (§. 89).
2. Ex loco Solis dato quæratur ejus aſcenſio recta (§. 204): qua data innoteſcit arcus DG.
3. Subducatur DG ex DO, relinquetur GO.

4. Cum

4. Cum in triangulo GMO præterea dentur anguli MGO & MOG, quorum ille obliquitatis eclipticæ, hic altitudini æquatoris AH æqualis (§. 100); reperietur arcus GM (§. 164. *Sphær.*) & inde porro angulus M (§. 126. *Sphær.*).

Ex. gr. Sit Sol in 17° ♌ elevatio poli 51° 38′: quærendum eſt punctum eclipticæ M hora 9 matutina oriens, cum angulo orientis. Quoniam adhuc tres horæ uſque ad meridiem ſuperſunt; erit arcus AD 45° 7′ 24″ (§. 212), ideoque DO 44° 52′ 36″. Aſcenſio recta Solis D eſt 139° 27′ 38″, ideoque GD (ſublata nempe iſta ex 180) 40° 32′ 22″, conſequenter DO — DG = GO = 4° 20′ 14″. Porro angulus GOM 38° 22′ (§. 100) & MGO 23° 29′. Demittatur ex G in HM perpendiculum GN. Quoniam in triangulo GNO ad N rectangulo datur hypothenuſa GO cum angulo O; erit

Log. ſin. tot.	100000000
coſin. GO	99987544
ſumma	199987544
cotang. O	101014704
cotang. NGO	98972840,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 38° 17′ 12″.

Eſt ergo NGO	51°	42′	48″
ſed MGO	23	29	0
ergo NGM	28	13	48

Porro coſin. NGM	99450034
cot. GO	111200808
ſumma	210650842
coſin. NGO	97930088
cotang. GM	111720754

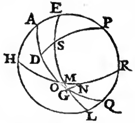
cui in tabulis reſpondent 86° 56′ 48″.

Eſt ergo GM 3° 3′ 12″, ſeu punctum eclipticæ oriens M 3° 3′ 12″ ♎.

Denique ſinus totus	100000000
coſin. GM	99993830
ſumma	199993830
cotang. NGM	102701315
cotang. NMG	97292515,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 28° 11′ 45″.

Eſt ergo angulus puncti eclipticæ orientis NMG 61° 48′ 15″.



Si punctum æquinoctiale G fuerit infra horizontem, ex DG ſubtrahitur DO, ut habeatur OG: reliqua fiant ut ante.

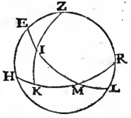
COROLLARIUM.

219. Quodſi ex puncto eclipticæ oriente M ſubtrahantur 90°, relinquitur nonageſimus eclipticæ gradus ab oriente numeratus.

DEFINITIO 59.

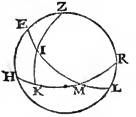
220. *Nonageſimus* vocatur eclipticæ gradus nonageſimus a puncto ejus oriente numeratus. Hinc *altitudo nonageſimi* eſt altitudo gradus nonageſimi a puncto ejus oriente numerati.

THEOREMA 15.



221. *Altitudo nonageſimi eſt angulo orientis* KMI *æqualis & continuata per polos eclipticæ tranſit.*

DEMONSTRATIO.



Ex puncto oriente M tanquam polo intervallo quadrantis deſcriptus intelligatur circulus ZK; erit KI menſura anguli orientis KMI (§. 33. *Sphæric.*). Jam cum ecliptica EL atque horizon HR ſe mutuo interſecent in polo M circuli KIZ *per conſtr.*; hic per polos eclipticæ atque horizontis, conſequenter per zenith atque nadir (§. 61) tranſit (§. 34. *Sphæric.*). Eſt igitur ZK circulus verticalis (§. 70), ideoque KI altitudo nonageſimi (§. 94): Unde patet, altitudinem nonageſimi *vi demonſtratorum* eſſe angulo orientis M æqualem & continuatam per polos eclipticæ tranſire. *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

222. Ad datum igitur tempus, ſub data elevatione poli, invenitur altitudo nonageſimi (§. 218).

SCHOLION.

223. *Patet ideo, quomodo conſtruantur* tabulæ anguli orientis ſeu altitudinis nonageſimi *ſub elevatione poli aſſumta.*

COROLLARIUM 2.

224. Quodſi altitudinem nonageſimi IK ex 90° ſubducas, relinquitur diſtantia nonageſimi a vertice IZ (§. 73. *Aſtron.* & §. 54. *Sphæric.*).

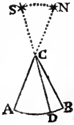
CAPUT IV.

De Locis Fixarum.

PROBLEMA 18.

225. **D***Iſtantias ſtellarum obſervare.*

RESOLUTIO.



1. Quadrans circa axem ſuum vertatur, donec per Dioptras radio AC affixas ſtella una N appareat in linea fiduciæ.
2. Loco perpendiculi, quo in metiendis altitudinibus utimur (§. 106), applicetur regula cum Dioptris ſive Teleſcopicis, ſive aliis, prout fixæ vel teleſcopicæ fuerint, vel alterius generis, circa centrum C mobilis CD & coobſervator eam ultro citroque moveat, donec ſtella altera S in linea fiduciæ appareat.

Dico arcum AD indicare diſtantiam ſtellarum SN.

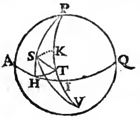
DE-

DEMONSTRATIO.

Quoniam ſtellæ S & N ad ſenſum a centro inſtrumenti C æqualiter abſunt (§. 7), arcus ex C radio CS deſcriptus tranſit etiam per N ſeu punctum ſphæræ mundanæ, ubi videtur ſtella N (§. 40. *Geom*). Sed quia diſtantia centri inſtrumenti C a centro telluris reſpectu fixarum evaneſcit, hoc eſt, pro nulla conſiderari debet (§. 144); circulus ex C deſcriptus idem eſt cum eo, qui ex centro telluris deſcribitur, ideoque maximus (§. 15. *Sphær.*) & hinc arcus SN eſt diſtantia fixarum (§. 54. *Sphær.*). Quare cum SN ſit menſura anguli SCN (§. 57. *Geom.*) & AD menſura ipſi æqualis ACD (§. 156. *Geom.*); arcus AD & SN ſimiles ſunt (§. 141 *Geom.*), ideoque eundem numerum graduum continent (§. 138. *Geom.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 19.

226. *Datis diſtantia fixarum* ST, *vel* TH, *vel* SV *& declinationibus earundem* SH, TI *vel* VI, *invenire differentiam aſcenſionum rectarum* HI.



RESOLUTIO.

Si ſtella una H fuerit in æquatore, latus PH eſt quadrans; ſi utriuſque declinatio borealis, latera SP & PT ſunt complementa declinationum SH & TI; ſi denique unius declinatio auſtralis IV, latus PV eſt aggregatum ex quadrante PI & declinatione IV (§. 49) & HI menſura eſt in omni caſu anguli HPI (§. 33. *Sphæric.*). Cum ideo in caſu primo in triangulo HPT; in ſecundo in triangulo SPT; in tertio in triangulo VPS dentur tria latera; invenitur angulus HPI (§. 268. *Sphær.*).

Ex. gr. RICCIOLUS obſervavit diſtantiam *capitis Andromedæ* a *lucida Arietis* 27° 9′ (*a*). Juxta tabulas cel. DE LA HIRE (*b*) fuit A. 1700 declinatio *capitis Andromedæ* 27° 27′ 3″ & declinatio *lucidæ Arietis* 22° 2′ 1″. Quoniam utraque declinatio borealis & *caput Andromedæ lucida Arietis* occidentalior; erit HS 27° 27′ 3″, TI 22° 2′ 1″, TS 27° 9′, ideoque PT 67° 57′ 59″, & $\frac{1}{2}$ PT 33° 58′ 59″ $\frac{1}{2}$,

PS	62°	32′	57″
ST	27	9	0
PS + ST	89	41	57
$\frac{1}{2}$PS + $\frac{1}{2}$ST	44	30	58$\frac{1}{2}$
PS	62°	32′	57″
ST	27	9	0
PS — ST	35	23	57
$\frac{1}{2}$PS — $\frac{1}{2}$ST	17	41	58$\frac{1}{2}$

Quare Log. tang. $\frac{1}{2}$ PT	98287126
tang. $\frac{1}{2}$PS + $\frac{1}{2}$ST	99977197
tang. $\frac{1}{2}$PS — $\frac{1}{2}$ST	95039713
ſumma	195016910
tang. $\frac{1}{2}$PK — $\frac{1}{2}$TK	96729784,

cui in tabulis reſpondent	25°	13′	5″ $\frac{1}{2}$
ſed $\frac{1}{2}$PT	33	58	59$\frac{1}{2}$
ergo PK	59	12	5

Tandem Log. cot. PS	97155662
tang. PK	102246905
coſin. P	199402567,

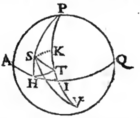
cui in tabulis quam proxime reſpondent 60° 37′ 51″.

Eſt igitur P ſive HI 29° 22′ 9″.

Co-

(*a*) In Almageſt. Novo lib. 6. cap. 10. fol. 426.
(*b*) In Tabul. Aſtronom. p. 13. & 14.

COROLLARIUM.



227. Datis declinationibus duarum fixarum SH & TI una cum earum aſcenſionibus rectis H & I; evidens eſt in triangulo SPT dari duo latera PS & PT complementa declinationum datarum, & angulum interceptum P, quem metitur aſcenſionum rectarum datarum differentia HI (§. 33. *Sphær.* & §. 190. 49. *Aſtron.*). Invenitur ideo diſtantia earundem ST (§. 163. *Sphær.*).

Exemplum problematis facile huc applicatur.

PROBLEMA 20.

228. *Obſervare aſcenſionem rectam alicujus fixæ.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur momentum meridiei (§. 124) & index in horologio oſcillatorio dirigatur ad horam duodecimam.
2. Obſervetur eodem momento a coobſervatore altitudo Solis meridiana (§. 129. 137) & inde eliciatur ejus declinatio (§. 150), locus in ecliptica (§. 203) & tandem aſcenſio recta (§. 204).
3. Nocte inſequente obſervetur culminatio fixæ (§. 134) & notetur tempus ab horologio oſcillatorio indicatum.
4. Tempus a meridie uſque ad culminationem ſtellæ præterlapſum convertatur in arcum æquatoris (§. 212): qui ſi
5. Addatur ad aſcenſionem rectam Solis, prodibit aſcenſio recta fixæ (§. 190. 136). Quodſi aggregatum fuerit 360° major exceſſus ſupra eoſdem erit aſcenſio deſiderata.

Aliter.

1. Ope teleſcopii obſervetur interdiu ſtella cum Sole culminans (§. 134) & altitudo Solis meridiana (§. 129. 137).
2. Hinc ut ante eliciatur aſcenſio recta Solis, quæ eadem erit aſcenſio recta fixæ.
3. Quodſi ſtella paulo ante meridiem aut poſt eundem culminet; tempus inter meridiem & culminationem ſtellæ intercedens dabit ut ante differentiam aſcenſionum rectarum Solis & fixæ.

SCHOLION 1.

229. *Accurata temporis obſervatione opus eſt, quod inter meridiem & ſtellæ culminationem intercedit: error enim 4 ſecundorum in tempore admiſſus producit errorem integri minuti in aſcenſione recta ſtellæ* (§. 212). *Tanta autem eſt horologiorum oſcillatoriorum affabre conſtructorum perfectio, ut error unius ſcrupuli ſecundi ab obſervatore exercitato præcaveri poſſit* (a).

SCHOLION 2.

230. *Stellarum interdiu per tubos ſeu Dioptras teleſcopicas inſtrumentorum obſervationem primam ſibi tribuit obſervator præſtantiſſimus* cel. DE LA HIRE (b). *Incidit autem in hunc modum obſervandi longe utiliſſimum circa annum* 1680.

COROLLARIUM I.

231. Quoniam ex altitudine Solis meridianæ locus ejus in ecliptica determinari poteſt (§. 203); ſi tranſitus ſtellæ cum Sole per meridianum obſervetur, punctum eclipticæ una innoteſcit, cum quo ſtella culminat.

Co-

(a) Memoires de l'Acad. Royale des Sciences A. 1700. p. m. 176.
(b) Loc. cit.

Corollarium 2.

232. Quodſi quarundam fixarum aſcenſiones rectæ fuerint obſervatæ; aſcenſiones reliquarum innoteſcunt, ſi differentia aſcenſionum rectarum ex diſtantiis eruta HI (*vid. Fig.* §. 227.) (§. 226) ex aſcenſione orientalioris I ſubtrahatur, vel ad aſcenſionem occidentalioris H addatur (§. 190. 136).

Observatio 12.

233. *Declinationem ſtellæ ultimæ in* cauda Urſæ majoris *obſervarunt*

Ante Chriſtum				
An. 295.	Timocharis & Aristyllus	61°	30′	
128.	Hipparchus	60	45	
Poſt Chriſtum				
An. 138.	Ptolemæus	59	40	
1585.	Tycho	51	26	30
1660.	Ricciolus	51	23	24
1700.	De la Hire	50	47	29

& ſimilis differentia deprehenditur in declinationibus aliarum fixarum a RICCIOLO *ſtudioſe collectis* (a) *& in aſcenſionibus rectis earundem.*

Corollarium 1.

234. Patet ideo declinationes fixarum eſſe mutabiles; conſequenter etiam earum diſtantias a polo, hoc eſt, declinationum complementa ad quadrantem (§. 79. *Aſtron.* & §. 54. *Sphæric.*).

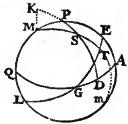
Corollarium 2.

235. Eodem modo patet aſcenſiones rectas fixarum mutabiles eſſe.

Definitio 60.

236. *Latitudo ſtellæ* S eſt diſtantia ejus ab ecliptica EL.

(a) In Aſtron. Reform. lib. 4. ſ. 2. 4. & ſeqq.



Corollarium 1.

237. Eſt ergo arcus circuli maximi TS inter centrum ſtellæ S & eclipticam EL interceptus atque ad eam perpendicularis (§. 83. *Sphær.*).

Corollarium 2.

238. Circulus ideo, cujus arcu latitudinem TS metimur, per polos eclipticæ M & *m* tranſit (§. 28. *Sphær.*).

Definitio 61.

239. Hinc *circulus latitudinis* eſt circulus maximus MST*m* per polos eclipticæ tranſiens.

Corollarium.

240. Eſt ergo TM circuli quadrans (§. 25. *Sphæric.*).

Definitio 62.

241. *Longitudo* ſtellæ S eſt arcus eclipticæ a principio Arietis uſque ad circulum latitudinis TM per ſtellæ centrum S ductum continuatus.

Scholion.

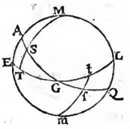
242. *Patet latitudinem ſtellæ reſpondere declinationi, longitudinem aſcenſioni rectæ, ſi ſitus ſtellæ reſpectu æquatoris conferatur cum ſitu ejus reſpectu eclipticæ.*

Problema 21.

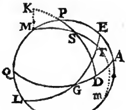
243. *Data declinatione ſtellæ una cum ejus aſcenſione recta & obliquitate eclipticæ; invenire ejus longitudinem & latitudinem.*

Re-

RESOLUTIO.



1. Si ſtella S fuerit in æquatore AQ, in triangulo TSG ad T rectangulo (§. 237) datur angulus G ſeu obliquitas eclipticæ & arcus SG, qui in primo quadrante eſt ſtellæ aſcenſio recta; in ſecundo ejus complementum ad ſemicirculum; in tertio exceſſus ſupra ſemicirculum; in quarto complementum ad circulum integrum. Invenitur ideo tum latitudo TS (§. 116. *Sphær.*), tum arcus GT (§. 127. *Sphæric.*), qui in primo quadrante eſt longitudo ſtellæ (§. 241), in ſecundo ejus complementum ad ſemicirculum, in tertio exceſſus ſupra ſemicirculum, in quarto complementum ad circulum integrum.



2. Si ſtella S habet declinationem borealem DS, in triangulo PSM datur diſtantia polorum mundi & eclipticæ PM, quæ obliquitati eclipticæ æqualis (§. 179); angulus QPD, cujus menſura eſt arcus DQ (§. 31. *Sphæric.*), compoſitus ex quadrante GQ & arcu GD ob aſcenſionem rectam D dato, prout ex antecedente caſu manifeſtum; & latus PS, declinationis SD complementum (§. 79). Invenitur ideo latus SM (§. 163. *Sphær.*) latitudinis TS complementum (§. 240), & angulus M (§. 165. *Sphæric.*), cujus menſura eſt arcus ET (§. 240. *Aſtronom.* & §. 31. *Sphæric.*), complementum longitudinis GT in primo quadrante; exceſſus ejuſdem ultra quadrantem in ſecundo quadrante.

Ex. gr. Quærenda eſt longitudo *caudæ Leonis* ad annum 1700. Juxta PHILIPPUM DE LA HIRE ejus declinatio borealis DS 16° 14′ 44′, aſcenſio recta D 173° 26′ 44′ & obliquitas eclipticæ G 23° 29′. Eſt ideo DG 6° 33′ 16″ & hinc DQ ſeu angulus SPM 96° 33′. 16″; PM 23° 29′; SP 73° 45′ 16″. Demiſſo ex M perpendiculo MK, quod extra triangulum SPM cadit (§ 82. *Sphær.*), erit

Log. ſin. tot.	100000000
coſin. P.	90574653
ſumma	190574653
cotang. PM	103620437
tang. PK	86954216

cui in tabulis quam proxime reſpondent

	2°	50′	21″
ſed SP	73	45	16
ergo SK	76	35	37

Log. coſin. PM	99624527
coſin. SK	93652190
ſumma	193276717
coſin. PK	99994666
coſin. SM ſeu ſin. TS	93282051

cui in tabulis quam proxime reſpondent 12° 17′ 35″.

Log.

Log. ſin. tot.	100000000
coſin. PM	99624527
ſumma	199624527
cotang. P	90603133
cotang. PMK	10. 9021394,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 82° 51′ 34″.

Ergo PMK	7° 8′ 26″.
Porro Log. coſ. PMK	99966187
cotang. SM	93382736
ſumma	193348923
cotang. PM	103620437
coſin. SMK	8. 9728486,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 5° 23′ 25″.

Eſt ergo SMK	84°	36′	35″
ſed PMK	7	8	26
Ergo ET ſeu PMS	77	28	9
addantur	90		
erit longitudo	167	28	9
ſeu	17° ♍	28′	9″

3. Si declinatio ſtellæ fuerit auſtralis; ejus longitudo & latitudo ſimili modo inveniri poteſt.

SCHOLION I.

244. *Per problema præſens conſtruitur* catalogus fixarum, *in quo earum longitudines & latitudines annotantur. Primus de catalogo fixarum condendo cogitavit* HIPPARCHUS Rhodius *annis circiter* 120 *ante Chriſtum natum*, TYMOCHARIDIS & ARISTYLLI *obſervationibus* 180 *retro annis habitis una uſus.* HIPPARCHI *catalogum retinuit* PTOLEMÆUS, *utut ipſe quoque eum in finem obſervationibus vacaret; ſed circa annum Chriſti* 880 ALBATEGNIUS Syrus *eundem ad ſua tempora reduxit. A.* 1437. ULUGH BEIGH, Rex Parthiæ ac Indiæ *ſupra laudatus* (§. 141), *novum catalogum fixarum condidit, a* D. THOMA HYDE Anglo *in latinum idioma translatum. Tertius, qui catalogum fixarum ex propriis obſervationibus condidit, fuit* TYCHO DE BRAHE, *qui ſtellis* 777 *loca ſua aſſignavit ad annum* 1600: *quem* KEPLERUS *ex aliis obſervationibus* TYCHONIS *in* tabulis Rudolphinis *uſque ad* 1000 *fixas extendit. Eodem tempore* GUILIELMUS Haſſiæ Landgravius *cum ſuis Mathematicis* CHRISTOPHORO ROTHMANNO & JUSTO BYRGIO 400 *fixarum loca per proprias obſervationes determinavit, quas* TYCHONICIS *præfert* HEVELIUS. RICCIOLUS *in* Aſtronomia Reformata *centum & unius ſtellarum loca ex propriis obſervationibus ad annum* 1700 *determinavit; in reliquis catalogum* TYCHONIS, *prout ipſi viſum fuit, mutavit. A.* 1677 EDMUNDUS HALLEY, *nunc* Geometriæ Profeſſor in Academia Oxonienſi *celeberrimus*, & Aſtronomus Regius *in Obſervatorio* Grenovicenſi, *in Inſula* S. Helenæ 350 *ſtellas auſtrales obſervavit, in noſtro horizonte non conſpicuas. Eundem laborem iteravit* R. P. NOEL *& novum earundem ſtellarum catalogum ad annum* 1687 *conſtructum An.* 1710 *edidit.* JOANNES HEVELIUS *ex propriis obſervationibus catalogum* 1888 *fixarum condidit, quarum* 950 *etiam a veteribus,* 335 *ab* HALLEJO, & 603 *tantum ab ipſo fuerunt obſervata. Tandem celeberrimi* FLAMSTEDII Catalogus *ſtellarum fixarum* Britannicus, *ad annum ineuntem* 1690 *ex obſervationibus per multorum annorum intervallum indefeſſo ſtudio in Obſervatorio* Grenovicenſi, *conſtructus, prodiit in* Hiſtoria Cœleſti Britannica.

SCHOLION 2.

245. *Ut autem catalogum condere liceret & ut Aſtrophili ſtellas a ſe invicem diſcernere valerent; in certas figuras, quæ* Aſteriſmi *vocantur, diſtributæ & nominibus hominum atque animalium inſignita ſunt jam ab antiquis. In Zodiaco conſpiciuntur* Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces: *a quibus ſigna eclipticæ ac zodiaci nomina ſua ſortita, quamvis hodie aſteriſmis cognominibus non amplius contigua. Præterea in parte cœli boreali deprehenduntur* Urſa major & minor, Draco, Cepheus, Bootes, Corona ſeptentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Caſſiopea, Perſeus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegaſus, Equuleus, Delphinus, Sagitta, Aquila, Ophiuchus *ſeu* Serpentarius, Serpens, Antinous & Coma Berenices. *In parte auſtrali fulgent* Cetus, Eridanus *fluvius*, Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo navis, Hydra, Crater, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona meridionalis, Piſcis auſtralis, Phœnix, Grus, Indus, Pavo, Apis, Triangulum auſtrale, Piſcis volans, Toucan, Hydrus & Dorado. *Ex his aſteriſmi quindecim poſtremi cum maxima parte Navis, Centauri & Lupi in noſtro horizonte non conſpiciuntur. Stellas reliquas, his aſteriſmis non comprehenſas, nudo tamen oculo conſpicuas,* Informes *ſeu* Sporades *dixere veteres: quarum nonnullas recentiores Aſtronomi in novas figuras redegerunt. Ex. gr.* HEVELIUS *inter Leonem & Urſam majorem ponit* Leonem minorem; *inter Urſam minorem & Aurigam ſupra Geminos* Lyncem; *ſub cauda Urſæ majoris* Canes venaticos *& ita porro.*

Digitized by Google

SCHOLION 3.

246. *In his aſteriſmis* BAYERUS (a) *ſtellas per litteras alphabeti diſtinguit : plurimorum vero peculiaria ſunt nomina. Huc pertinent* Arcturus *inter pedes Bootis*, Gemma *ſeu* Lucida *Coronæ ſeptentrionalis*, Capella *cum* Hoedis *in humero Aurigæ*, Palilitium *ſeu* oculus Tauri, Plejades *in dorſo* & Hyades *in fronte Tauri*, Caſtor & Pollux *in capitibus Geminorum*, Præſepe & Aſini *in Cancro*, Regulus *ſeu* cor Leonis, ſpica Virginis *in manu* & Vindemiatrix *in humero Virginis*, Antares *ſeu* cor Scorpii, Fomahant *in ore Piſcis auſtralis*, Rigel *in pede Orionis*, Sirius *in ore Canis majoris*, Alcor *exigua admodum ſtella media in cauda Urſæ majoris contigua*, ſtella polaris *ultima in cauda Urſæ minoris*.

SCHOLION 4.

247. *Poetæ Græci atque Romani de aſtrorum origine inſulſas commenti ſunt fabulas, quas* HYGINUS *in Poetico Aſtronomico* & NATALIS COMES *in Mythologia enarrant, a* RICCIOLO *in compendio propoſitas* (b). *Hinc nonnulli vano magis zelo, quam in ſcientiam amore ducti aut aſtrorum figuras, aut ſaltem nomina earum immutari juſſerunt.* BEDA Venerabilis *in aſtris zodiaci nomina ex ſacris ſubſtituit profanis : cujus exemplum ſecutus* JULIUS SCHILLERUS Auguſtanus, anno 1627. *in cælo ſtellato omnibus aſtris nomina ex ſacris impoſuit, vocans ex. gr. Arietem* Petrum, *Taurum* Andream, *Andromedam* Sepulchrum Chriſti, *Lyram* Præſepe Chriſti, *Herculem* Magos ex Oriente venientes, *Canem majorem* Davidem &c. WEIGELIUS Mathematum *quondam* Profeſſor Jenenſis, *in* Cœlo Heraldico *inſignia Principum Europæorum in cælum invexit.* Ex. gr. *Urſam majorem in* Elephantem Regni Daniæ, *Cygnum in* Rutam cum gladiis domus Saxonicæ, *Ophiuchum in* Crucem Colonienſem, *Triangulum in* Circinum, *quem artificum & ſcholarum, Plejades in* Abacum Pythagoricum, *quem mercatorum inſigne appellat. Enimvero ſaniores nunquam approbarunt hunc auſum, nulli prorſus uſui futurum, ſed turbas in Aſtronomia daturum. Nos cum* COPERNICO (c) & TYCHONE (d) *neceſſarium judicamus, ut nomina & figuræ veterum retineantur, non ſolum quod meliores iſtis ſubſtituere non liceat, ſed ut ſcripta Aſtronomorum ad noſtrum uſque tempus vulgata intelligi & veterum obſervationes cum recentioribus conferri poſſint, nec ſine ratione, quæ Aſtronomum decent, memoria multitudine diſcendorum oneretur, neque pronior ad errandum via ſternatur.*

(a) In Uranometria.
(b) In Almageſto Novo lib 7 cap. 3. fol. 397. & ſeqq.
(c) Revolut Cœleſt. lin. 2. c 14
(d) Tom. III. Progymnaſm. p. m. 256.

SCHOLION 5.

248. *Cæterum ad Aſtrognoſiam felicius abſolvendam non modo conducunt globi artificiales, in quorum ſuperficie figuræ aſtrorum decenter deſcriptæ; verum etiam Uranometria* BAYERI, *cujus deſignatione ſtellarum per litteras græcas utuntur hodie Aſtronomi. Multo tamen emendatiores & ſplendidiores hos aſteriſmos effecit* FLAMSTEDIUS (a). *Ad eundem ſcopum faciunt* Mappæ Cœleſtes, *in quibus aſteriſmi decenter depicti, & Aſtroſcopium inprimis* SCHICKARDI. *Si quis enim vel ſolam Urſam majorem cognoverit, his ſubſidiis adjutus reliquas facile agnoſcet.*

SCHOLION 6.

249. *Secundum magnitudinem apparentem ſtellæ diſtinguuntur in* ſtellas primæ, ſecundæ, tertiæ, quartæ, quintæ, ſextæ magnitudinis, *atque in* ſtellas nebuloſas. *Quamvis autem omnes in hanc diviſionem conſentiant; multus tamen diſſenſus apud autores occurrit, ſi definiendum, quænam ſtellæ ſint primæ magnitudinis, quænam ſecundæ, quænam tertiæ & ita porro. Ex. gr. ſtellæ primæ magnitudinis ab omnibus agnoſcuntur Aldebaran ſeu oculus Tauri, Rigel, Alhabor ſeu Sirius, Capella, cor Leonis, cauda Leonis, ſpica Virginis, Arcturus, ſumma in pede Centauri, Lucida ſeu Fidicula Lyræ, Fomahant, Canopus in temone Argo navis, Acarnar in extremo Eridani : controverſæ autem ſunt Procyon in Cane minore, humerus Orionis, cor Hydræ, cor Scorpii, lucida Centauri. Similiter nebuloſas admittunt omnes Præſepe in Cancro, aliam in aculeo Scorpii, adhuc aliam in oculo Sagittarii : controverſæ autem ſunt, quas aliqui in capite Perſei, Orionis & Capricorni, in cornibus Capricorni, in pede Herculis, in Phœnice, Pavone & alibi admittunt.*

OBSERVATIO 13.

250. *Poſt Chriſtum natum obſervarunt* cordis Leonis

	Longitudinem	*Latitudinem*
A. 138. PTOLEMÆUS	2°. 30′	0. 10′ B.
1115. Perſæ	17. 30	0. 10 B.
1364. Alphonſini	20. 40	0. 10 B.
1586. WILHELMUS Landgravius Haſſiæ	24. 11	0. 32 B.
1601. TYCHO	24. 17	0. 26 B.

Et

(a) In Atlante Cœleſt.

Digitized by Google

Et ſimili modo ſe habent obſervationes longitudinis & latitudinis aliarum fixarum.

Corollarium 1.

251. Latitudo fixarum immutabilis; longitudo vero continuo creſcit.

Corollarium 2.

252. Videntur ideo fixæ motu proprio progredi ſecundum ſucceſſionem ſignorum, ſeu in conſequentia, in circulis eclipticæ parallelis.

Scholion 1.

253. *Hunc fixarum motum primus ſuſpicabatur* HIPPARCHUS, *cum* TYMOCHARIDIS *atque* ARISTYLLI *obſervationes cum ſuis conferret:* PTOLEMÆUS, *qui tribus fere ſeculis poſt* HIPPARCHUM *floruit, invictis argumentis eundem probavit* (a).

Scholion 2.

254. *Fuere etiam nonnulli, qui latitudinem fixarum mutabilem aſſeruerunt; ſed cum rationibus parum firmis nitatur eorum aſſertio, ideo pleriſque contrarium magis arridet.*

Problema 22.

255. *Determinare quantitatem incrementi longitudinis.*

Resolutio.

1. Quia fixæ in conſequentia moventur (§. 252); longitudo olim obſervata auferatur a longitudine recentiori ævo obſervata.
2. Reſiduum in ſcrupula ſecunda redactum dividatur per intervallum annorum inter utramque obſervationem intercedens; quotus erit longitudinis annuum incrementum.

Ex. gr. Longitudo *cordis Leonis* fuit
A. 1586 ♌ 24° 11′
A. 1115 17 30

Increm. Ann. 471 6° 41′
ſeu 24060″

quod per 471 diviſum dat incrementum annuum 51 ſcrupulorum ſecundorum.

(a) Almageſt. Novi lib. 8. c. 12. & 13. f. 444 & ſeqq.

Corollarium 1.

256 Si incrementum annuum per 100 multiplices, prodibit incrementum ſeculare in noſtro caſu 5100 ſcrupulorum ſecundorum, hoc eſt, 1° 25′.

Scholion.

257. *Tantum incrementum longitudinis fixarum aſſignat* TYCHO DE BRAHE: & COPERNICUS *ponit* 1° 23′ 40″ 12‴, FLAMSTEDIUS *cum* RICCIOLO 1° 23′ 20″, BULLILADUS 1° 24′ 54″, HEVELIUS 1° 24′ 46″ 50‴. *Unde incrementum annuum commode ſtatuitur* 50″, *quale prodit per obſervationes* FLAMSTEDII.

Corollarium 2.

258. Quia incrementum annuum longitudinis fixarum 50″ (§. 257); ſingulis annis 72 longitudo fixarum gradu uno augetur.

Problema 23.

259. *Data longitudine ſtellæ fixæ ad datum annum quemcunque; invenire longitudinem ad datum annum quemcumque alium.*

Resolutio.

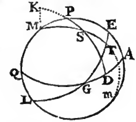
1. Quæratur differentia annorum datorum.
2. Per eam multiplicentur 50″ (§. 257), productum ad ſcrupula prima vel gradus (ſi fieri poſſit) reductum eſt differentia longitudinum.
3. Hæc longitudini datæ addatur, ſi annus datæ longitudinis annum quæſitæ præcedit; vel ab eadem ſubtrahatur, ſi is hunc ſequitur.

Ita nimirum in utroque caſu obtinetur longitudo quæſita.

Ex. gr. Juxta tabulas PHILIPPI DE LA HIRE longitudo *Sirii* A. 1701. erat ♋ 9° 57′ 33″, quæritur quanta ſit anno præſente 1714? Quia differentia annorum 13 duc 50″ in 13, factum 650″ ſeu 10′ 50″ ſi addatur longitudini datæ, prodibit quæſita ♋ 10° 8′ 23″.

PROBLEMA 24.

260. *Data longitudine ſtellæ* TG *& latitudine* TS *una cum obliquitate eclipticæ* G : *invenire declinationem* DS *& aſcenſionem rectam* DG.



RESOLUTIO.

Quoniam in triangulo SPM datur SM latitudinis TS complementum (§. 240) & ob arcum TE longitudinis TG complementum, angulus EMT, ſeu PMS (§. cit. *Aſtron.* & §. 33. *Sphæric.*), atque diſtantia polorum PM (§. 179); reperietur PS complementum declinationis SD (§. 163. *Sphæric.*) & angulus APD (§. 165. *Sphæric.*), cujus menſura eſt arcus AD (§. 31. *Sphæric.*) aſcenſionis rectæ DG complementum.

Quodſi EG non fuerit quadrans eclipticæ primus, ex problemate præcedente jam conſtat, ex data longitudine dari arcum TG & dato arcu AD dari quoque aſcenſionem rectam.

Exemplum problematis 21. §. 243. facile huc applicatur.

PROBLEMA 25.

261. *Data longitudine ſtellæ* TG, (v. Fig. §. 260) *una cum declinatione* DS *& obliquitate eclipticæ* G; *invenire latitudinem* TS *& aſcenſionem rectam* DG.

RESOLUTIO.

Ex reſolutione problematis præcedentis (§. 260) conſtat, in triangulo SPM dari PM polorum mundi P & eclipticæ M diſtantiam, & PS declinationis DS complementum atque angulum PMS, quem metitur arcus ET ex longitudine TG notus: invenitur ergo SM latitudinis TS complementum (§. 162. *Sphæric.*) & angulus EPD (§. 160. *Sphæric.*): unde innoteſcit aſcenſio recta DG, ceu ex problemate præcedente manifeſtum eſt.

Exemplum problematis 21. §. 243. facile huc applicatur.

PROBLEMA 26.

262. *Data aſcenſione recta* DG (v. Fig. §. 260) *& longitudine* TG, *una cum obliquitate eclipticæ* G; *invenire latitudinem* TS *& declinationem* DS.

RESOLUTIO.

Ex reſolutione problematis 24. (§. 260) conſtat, in triangulo SPM dari angulos SPM & SMP una cum latere PM: Invenientur ergo latera PS & SM (§. 161. *Sphæric.*), quæ ſunt declinationis DS & latitudinis ST complementa.

Exemplum problematis 21. §. 243. facile huc applicatur.

PROBLEMA 27.

263. *Data aſcenſione recta* DG (v. Fig. §. 260) *& latitudine* TS; *una cum obliquitate eclipticæ* G; *invenire longitudinem* TG *& declinationem* DS.

RESOLUTIO.

Ex reſolutione problematis 24. (§. 260

260) conſtat, in triangulo SPM dari latera SM & PM una cum angulo SPM. Invenietur ergo SP complementum declinationis SD (§. 162. *Sphæric.*) & angulus SMP (§. 160. *Sphæric.*): unde longitudinem TG innoteſcere ex problemate citato conſtat ((§. 260).

Exemplum problematis 21. §. 243. facile huc applicatur.

PROBLEMA 28.

264. *Data declinatione ſtellæ* DS (v. Fig. §. 260) *& latitudine* TS, *una cum obliquitate eclipticæ* G; *invenire longitudinem* TG *& aſcenſionem rectam* DG.

RESOLUTIO.

Ex reſolutione problematis 24. (§. 260) conſtat in triangulo SPM dari latera ſingula SP, PM & SM: invenientur ergo anguli P & M (§. 168. *Sphæric.*): quibus datis longitudinem TG & aſcenſionem rectam DG innoteſcere patet ex problemate citato.

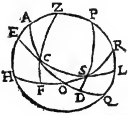
Exemplum problematis 21. §. 243. facile huc applicatur.

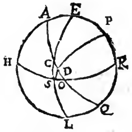
CAPUT V.

De Motu communi fixarum & Phænomenis inde pendentibus.

PROBLEMA 29.

265. D*Ata aſcenſione recta ſtellæ* CD *& declinatione* DS, *una cum altitudine poli* PR; *invenire differentiam aſcenſionalem* OD *& amplitudinem ortivam* OS.





RESOLUTIO.

Coincidit cum reſolutione problematis 12. (§. 206).

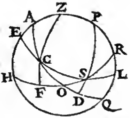
Ex. gr. Juxta tabulas PHILIPPI DE LA HIRE anno 1714. aſcenſio recta *Sirii* $98^{\circ}\ 8'\ 36''$. Declinatio auſtralis $16^{\circ}\ 20'\ 36''$. elevatio poli *Halæ* juxta KEPLERUM $51^{\circ}\ 38'$. Quare

Logi

Log. cotang. O		101014704
tang. DS		94672255
ſin. OD		19.5686959,

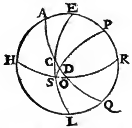
cui in tabulis quam proxime reſpondent 21° 44′ 30″.

Corollarium 1.



266. Si ſtella fuerit in hemiſphærio boreali, differentia aſcenſionalis DO ex aſcenſione recta D ſubtracta relinquit obliquam O (§. 191).

Corollarium 2.



267. Si ſtella fuerit in hemiſphærio auſtrali, & differentia aſcenſionalis DO aſcenſioni rectæ D addatur, prodibit obliqua O (§. 191).

Problema 30.

268. *Data differentia aſcenſionali ſtellæ; invenire moram ejus ſupra horizontem.*

Resolutio.

1. Differentia aſcenſionalis DO (*vid. Fig. 1. huj. pag.*) convertatur in tempus ſolare (§. 212).
2. Si ſtella fuerit borealis, addatur eidem tempus quadranti AO reſpondens; ſi auſtralis fuerit, illud ab hoc ſubtrahatur.
3. Reſiduum ſi per 2 multiplicetur; prodibit tempus moræ ſupra horizontem.

Ex. gr. Differentia aſcenſionalis *Sirii Halæ* hoc anno 1714. 21° 44′ 30″ (§. 265). Reſpondent vero

10°	0 hor.	39′	53″	24‴		
10	0	39	53	24		
1	0	3	59	20		
30′		1	59	40	12⁗	
10			39	53	24	
4			15	57	22	
30″			1	59	40	12v
	1 hor.	26	43	38	38	12
90°	5	59	0	35	59	60
	4 hor.	32	16	57	21	48
2)						
	9 hor.	4	33	54	43	36

Eſt ergo *Sirii* mora ſupra horizontem 9 hor. 4′ 34″. Quare mora infra eundem 14 hor. 55′ 26″.

Problema 31.

269. *Dato loco Solis in ecliptica, una cum aſcenſione recta alicujus ſtellæ; invenire momentum culminationis.*

Resolutio.

1. Ex loco Solis dato quæratur ejus aſcenſio recta (§. 204).
2. Ab ea ſubtrahatur aſcenſio recta ſtellæ.
3. Differentia convertatur in tempus ſolare (§. 212), quod eſt tempus a meridie uſque ad culminationem ſtellæ elapſum.

Ex. gr. Si Sol fuerit in 0 ♋

aſcenſio ejus recta	90°		
aſcenſio recta *Sirii* A. 1714	98	8′	36″
differentia	8°	8′	36″

Reſpondent vero

5°

5°	o hor.	19′	56″	42‴		
3		11	58	1		
5′			19	56	42⁗	
3			11	58	1	
30″			1	59	40	12v
5				19	56	42
1				3	59	20
Ergo	o hor.	32	29	1	19	14

Eſt ergo tempus culminationis a meridie o h. 32′ 29″.

COROLLARIUM I.

270. Si tempus dimidiæ moræ ſtellæ ſupra horizontem (§. 268) momento culminationis addatur, prodibit momentum occaſus.

Ex. gr. Sole in o ♋ exiſtente in ipſo meridie,

Sirius culminat *Halæ* 1714	o h.	32′	29″
mora dimidia ſupra horiz.	4.	32	16
occidit ergo tum *Halæ*	5 h.pom.	4′	45″

COROLLARIUM 2.

271. Si a momento occaſus 12 horis aucto ſubtrahatur mora ſtellæ ſupra horizontem, relinquitur momentum ortus. Ex. gr.

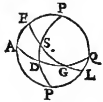
Sirius occidit	5 hor.	4′	45″	
addatur	12			
erit ſumma	17 hor.	4′	45″	
mora ſupra hor.	9 hor.	4	34	(§. 268).
oritur ergo	8 h. mat.	0′	11″	

Etenim ſi 12 horæ addantur ad momentum occaſus, relinquitur idem a media nocte computatum. Quamobrem ſi porro auferatur mora ſupra horizontem, reſiduum eſt momentum ortus a media nocte computatum.

DEFINITIO 63.

272. *Mediatio cœli* eſt punctum eclipticæ cum ſtella culminans.

PROBLEMA 32.



273. *Data obliquitate eclipticæ* G, *una cum aſcenſione recta ſtellæ* D *invenire mediationem cœli*.

RESOLUTIO.

Sit in P polus mundi, EL ecliptica, AQ æquator, PD circulus declinationis, erit ad D angulus rectus (§. 78. *Aſtron.* & 28. *Sphær.*) & punctum æquatoris D aſcenſio recta puncti eclipticæ S (§. 190). In triangulo itaque SDG ad D rectangulo *per demonſtr.* datur latus DG ob aſcenſionem rectam ſtellæ & angulus G obliquitas eclipticæ. Invenitur ergo GS (§. 128. *Sphæric.*): unde punctum eclipticæ S innoteſcit prorſus ut ſupra (§. 203).

Ex. gr. Obliquitas eclipticæ G 23° 29′, aſcenſio recta *Sirii* an. 1714 = 98° 8′ 36″, ideoque DG 81° 51′ 24″. Quare

Log. ſin. tot.	100000000
coſin. G	99624527
ſumma	199624527
tang. DG	108443824
cotang. SG	91180703.

cui in tabulis quam proxime reſpondent 7° 28′ 37″.

Eſt ergo ES 7° 28′ 37″, conſequenter cum EG ſit quadrans & G o ♎, mediatio cœli S ♋ 7° 28′ 37″.

COROLLARIUM.

274. Quodſi ergo ex theoricis conſtet, quo tempore Sol ſit in ♋ 7° 28′ 37″; dies quoque notus eſt, quo *Sirius* cum Sole culminat. Ex. gr. hoc anno 1714 Sol in 7° ♋ d. 29. Junii. Ergo Sol eo die cum *Sirio* culminabit.

SCHOLION I.

275. *Quoniam Sol raro in ipſo meridie in 7° 28′ 37″ ♋ exiſtit, ſed aliquot minutis ejus locus plerumque a mediatione cæli differt; ideo quoque* Sirius *vel paulo ante, vel paulo poſt Solem culminat: qua differentia temporis innoteſcit, differentia aſcenſionum rectarum Solis & ſtellæ in tempus ſolare converſa* (§. 212).

SCHOLION 2.

276. *Quodſi aſcenſio recta ſtellæ ex. gr.* Sirii *in tabulis aſcenſionum rectarum Solis quæratur, citra calculum invenitur cæli mediatio.*

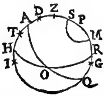
PRO-

PROBLEMA 33.

277. *Data declinatione ſtellæ, invenire utrum ſub data elevatione poli oriatur & occidat, an vero ſemper appareat, an ſemper lateat.*

RESOLUTIO:

Non alia re opus eſt, quam ut declinatio ſtellæ conferatur cum altitudine æquatoris.



1. Si declinatio ſtellæ borealis QM habeat complementum PM ad quadrantem elevatione poli PR minorem, ſeu ſi ejus a polo diſtantia elevatione poli minor fuerit; ſtella in minima altitudine MR ſupra horizontem HR exiſtit, ideoque ſemper apparet.

Ex. gr. Declinatio borealis *caudæ Cygni* hoc anno 1714 eſt 44° 18′ 5″, ideoque ejus complementum 45° 41′ 55″ minor elevatione poli *Halenſi* 51° 38′. *Cauda* igitur *Cygni Halæ* nunquam occidit.

2. Si declinatio auſtralis AI major fuerit elevatione æquatoris AH, ſtella ſub horizonte latet, quando altitudo maxima eſſe debebat. Nunquam ideo oritur.

Ex. gr. Declinatio auſtralis *oculi Pavonis* eſt 57° 52′, ideoque major elevatione æquatoris *Halenſi* 38° 22′. *Oculus* ideo *Pavonis Halæ* nunquam oritur.

3. Si declinatio auſtralis AT minor fuerit elevatione æquatoris AH vel borealis QG minor complemento RQ elevationis poli PR; ſtella & oritur, & occidit.

Ex. gr. Declinatio auſtralis *cordis Scorpii* hoc anno 1714 eſt 25° 46′ 13″, quæ elevatione æquatoris *Halenſi* 38° 22′ minor. *Cor* itaque *Scorpii* & oritur, & occidit.

DEFINITIO 64.

278. Stella *Coſmice oritur*, ſi una cum Sole oritur: *Coſmice occidit*, ſi Sole oriente occidit.

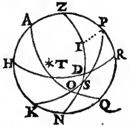
DEFINITIO 65.

279. Stella *Acronyce oritur*, ſi Sole occidente oritur: *Acronyce occidit*, ſi una cum Sole occidit.

DEFINITIO 66.

280. Stella *Heliace oritur*, ſi prope horizontem è radiis ſolaribus rurſus emergit & primum conſpici incipit: *Heliace occidit*, ſi radiis Solis immergitur, & conſpectui primum eripitur.

DEFINITIO 67.



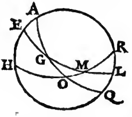
281. *Arcus viſionis* eſt profunditas Solis ſub horizonte DS, ad quam ubi Sol pervenit ſtella T conſpici incipit.

PROBLEMA 34.

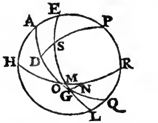
282. *Data obliquitate eclipticæ, eleva-*

vatione æquatoris & aſcenſione obliqua ſtellæ; invenire punctum eclipticæ, cum quo ſtella oritur.

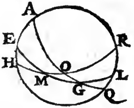
RESOLUTIO.



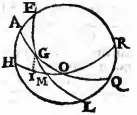
1. Si in G fuerit o♈, in triangulo GOM datur obliquitas eclipticæ G, angulus GOM, quia ejus contiguus AOH elevationi æquatoris æqualis (§. 100), & latus GO, quæ eſt aſcenſio obliqua (§. 191). Invenitur ideo GM, hoc eſt, diſtantia puncti eclipticæ M, cum quo ſtella oritur, a principio Arietis (§. 161. *Sphæric.*).



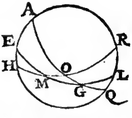
2. Si ſtella fuerit in ſecundo quadrante, tum erit in G o♎ atque in triangulo GOM dantur, ut ante angulus G obliquitas eclipticæ & angulus GOM elevationi æquatoris AH æqualis (§. 100. *Aſtron.* & §. *Wolfii Oper. Math.* To. III, 43. *Sphæric.*), atque GO complementum aſcenſionis obliquæ ad ſemicirculum (§. 191. 173). Invenitur ideo denuo arcus GM, qui eſt complementum puncti eclipticæ M; cum quo ſtella oritur ad ſemicirculum ſeu diſtantia a principio Libræ (§. 161. *Sphæric.*).



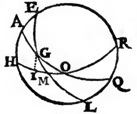
3. Si ſtella fuerit in tertio quadrante, tum erit in G o♎ & in triangulo GOM datur obliquitas eclipticæ G, angulus AOH, qui elevationi æquatoris æqualis (§. 100) & latus GO, qui eſt exceſſus aſcenſionis obliquæ ſupra ſemicirculum (§. 191. 173). Invenitur ideo arcus GM (§. 161. *Sphæric.*), qui eſt exceſſus puncti M, cum quo ſtella oritur, ſupra ſemicirculum, ſeu diſtantia ultra o♎.



4. Denique ſi ſtella fuerit in quadrante ultimo, tum erit in G o♈ & in



triangulo GOM datur obliquitas eclipticæ G, angulus GOM, cujus contiguus AOH eſt elevationi æquatoris æqualis (§. 100), & latus GO aſcenſionis obliquæ complementum ad integrum circulum (§. 101. 173). Invenitur latus GM (§. 161. *Sphæric*), quod eſt complementum puncti M, cum quo ſtella oritur, ad circulum integrum.



Ex. g. elevatio æquatoris AH *Halæ* 38° 22′, obliquitas eclipticæ G 23° 29′, & hoc anno 1714. aſcenſio obliqua *Sirii* 119° 53′ 6″. Eſt ergo *Sirius* in quadrante ſecundo & hinc in G o ♎ atque in triangulo GOM angulus G 23° 29′, & GOM 38° 22′, præterea GO 60° 6′ 54″. Quoniam angulus GMO obtuſus, GOM acutus; perpendiculum GI extra triangulum cadit (§. 82. *Sphæric.*). Quia in triangulo rectangulo OGI datur OG cum angulo O; erit

Log. ſin. tot.	100000000
coſin. GO	96974567
ſumma	196974567
cotang. O	101014704
cotang. OGI	95959863,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 21° 31′ 35″.

Eſt ergo OGI	68°	28′	25″
Sed OGM	23	29	
Ergo MGI	44	59′	25″.

Unde porro

coſin. MGI	98495587
cotang. GO	97594239
ſumma	196089826
coſin. OGI	95645828
cotang. GM	100443998,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 47° 55′ 25″.

Eſt ergo GM 42° 4′ 35″, conſequenter punctum M 17° 55′ 35″ ♌.

COROLLARIUM 1.

283. Quodſi ex theoricis conſtet, quo die Sol hæreat in 18 ♌; erit eadem dies quo Sol cum *Sirio* oritur; & hac ratione ortus Coſmicus determinatur (§. 278). Hoc nempe anno 1714. *Sirius* Coſmice oritur die 11. Auguſti.

COROLLARIUM 2.

284. E contrario ſi ex theoricis conſtet, quo die Sol in gradum oppoſitum, nempe 18° ♒, ingreditur; erit eadem dies, quo *Sirius* Sole occidente oritur (§. 171). Et hac ratione ortus Acronycus determinatur (§. 279). Hoc nempe anno 1714 *Sirius* Acronyce ortus die 28 Jannarii.

COROLLARIUM 3.

285. Quodſi eodem modo ex data ſtellæ deſcenſione obliqua inveſtigetur punctum eclipticæ, cum quo occidit, & ex theoricis dies conſtet, quo Sol in illo puncto itemque in oppoſito hæret; habebitur dies, quo *Sirius* cum Sole occidit & Sole oriente occidit, hoc eſt quando Acronyce & Coſmice occidit (§. 278. 279).

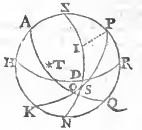
PROBLEMA 35.

286. *Determinare arcum viſionis* SD, *dato Solis loco.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur poſt occaſum Solis ope horologii oſcillatorii momentum, quo ſtella datæ magnitudinis aut planeta primum conſpici incipit.
2. Tempus hoc in gradus æquatoris convertatur (§. 212) & habebitur arcus AO, conſequenter ejus

com-



complementum ad ſemicirculum OQ, ideoque porro ob KQ quadrantem (§. 49) angulus OKQ.

3. Ex loco Solis dato quæratur declinatio SO (§. 198), cui ſi
4. Addatur quadrans KO, prodibit latus SK, ſi Sol fuerit in ſigno boreali. Alias SK eſt declinationis complementum.
5. Quare cum porro detur KN elevationis poli PR ſive HK complementum ad quadrantem; invenietur SN (*§. 163. Sphæric.*), conſequenter profunditas Solis quæſita SD.

COROLLARIUM.

287 Patet eodem modo inveniri profunditatem Solis ſub horizonte ad quodcunque temporis momentum aliud per obſervationem datum.

SCHOLION.

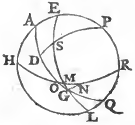
288. *Arcus viſionis variat pro diverſa ſtellarum fixarum magnitudine & diverſo planetarum lumine. Quoniam vero ob diverſum Atmoſphæra noſtræ ſtatum, in quo radii ſolares diverſo tempore diverſimode refringuntur, non conſtans eſt omnibus in locis, nec omni tempore in eodem loco; mirum ſane non eſt, quod autores in eo determinando non prorſus conſentiant.* KEPLERUS (*a*) *eundem ita determinat, ſecutus, dubio procul,* PTOLEMÆUM.

(a) In Epitom. Aſtron. Copernic. lib. 3. p. 370.

Magnitudo & nomina ſtellarum.	Arcus viſionis.
Fixa magnitudinis	
primæ	12°
ſecundæ	13
tertiæ	14
quartæ	15
quintæ	16
ſextæ	17
Stella nebuloſa	18
Saturnus	11
Jupiter	10
Mars	11 30′
Venus	5
Mercurius	10

Patet ideo, arcum viſionis pro Venere *eſſe omnium minimum: immo interdum eſt prorſus* = 0, *quoniam interdum juxta Solem videtur, ſi nempe telluri fuerit valde propinqua.* HEVELIUS (*a*) *in* Jove *ex radiis Solis emergente obſervavit arcum viſionis* 3°, *in* Mercurio *nunc* 3°, *nunc* 4°, *in* Venere 2°. *Operæ ideo pretium foret, ut in hunc arcum accuratiori induſtria inquirerent obſervatores.*

PROBLEMA 36.



289. *Data obliquitate eclipticæ* G, *elevatione æquatoris* AH *& aſcenſione obliqua ſtellæ alicujus* O, *determinare angulum* GMO, *quem punctum eclipticæ* M *cum ipſa oriens cum horizonte* HR *efficit.*

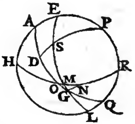
RESOLUTIO.

1. Inveſtigetur arcus GM ex his datis (§. 282).

 2. Da-

(a) Tom. 2. Mach. Cœleſt. lib. 2. ſ. 611. 219. 214.

2. Datis ideo in triangulo OGM angulo O & lateribus OG & GM, invenitur angulus M (§. 158. *Sphæric.*).



Ex. gr. Hic *Halæ* AH 38° 22′, G 23° 29′, ex hoc anno 1714. aſcenſio obliqua *Sirii* 119° 53′ 6″ & hinc GO 60° 6′ 54″ reperiturque GM 42° 4′ 35″. Unde porro

Log. ſin. GM	9826.531
Sin. O	97928760
Sin. GO	99380326
Summa	197309086
Log. ſin. M	99047555, cui in tabulis quam proxime reſpondent 53° 25′ 29″.

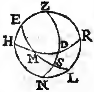
Eſt ergo obtuſus OMG 126° 34′ 31″.

SCHOLION.

290. *Hoc angulo opus eſt, ſi ortus & occaſus Heliacus ſtellæ determinandus, quemadmodum ex problemate ſequente apparet.*

PROBLEMA 37.

291. *Datis arcu viſionis* DS, *puncto eclipticæ* M *cum quo ſtella oritur, angulo* DMS, *quem efficit ecliptica* EL *cum horizonte* HR; *invenire punctum eclipticæ* , *in quo Sol hæret, dum ſtella Heliace oritur.*



RESOLUTIO.

1. Cum in triangulo DMS ad D rectangulo (§. 76) detur arcus viſionis DS, & angulus SMD; inveniatur arcus MS (§. 118. *Sphæric.*).
2. Arcus MS addatur puncto eclipticæ dato M: ita innoteſcet locus Solis S.

Ex. gr. *Sirius* hoc anno 1714 *Halæ* oritur cum ♌ 17° 55′ 35″ (§. 282), angulus M 53° 25′ 29″ (§. 289), quia *Sirius* ſtella primæ magnitudinis, DS 12° (§. 288) erit ergo

Log. ſin. DS	93178789
Sin. tot.	100000000
Summa	193178789
Sin. DMS	99047555
Sin. MS	94131234, cui in tabulis quam proxime reſpondent 15° 0′ 16″.

Quodſi huic addas punctum eclipticæ oriens 17° 55′ 35″ ♌, prodibit locus Solis S ♍ 2° 55′ 51″.

COROLLARIUM 1.

292. Quodſi M fuerit punctum cum quo ſtella occidit; patet, eodem modo reperiri locum Solis S ad diem, quo ſtella Heliace occidit.

COROLLARIUM 2.

293. Quodſi ideo ex theoriis conſtet, quo die Sol in dato eclipticæ gradu hæreat; idem erit dies, quo ſtella Heliace oritur vel occidit.

PROBLEMA 38.

294. *Data aſcenſione recta Solis meridiani & ſtellæ cujuſcunque, invenire tempus, quo ſtella culminat.*

RESOLUTIO.

1. Aſcenſio recta Solis ex aſcenſione recta ſtellæ (integro circulo, hoc eſt, 360° aucta, ſi minor fuerit) auferatur.
2. Reſiduum convertatur in tempus ſolare (§. 212): ita prodibit tempus a meridie præterlapſum (§. 136).

Ex. gr. Aſcenſio recta *Sirii* hoc anno 1714 eſt 98° 8′ 36″. Ponamus nos obſervaſſe tranſitum ejus per meridianum, quando Sol meridie præcedente erat in 0 ♓, ideoque aſcenſio ejus recta 332° 5′ 50″. Calculus ſecundum problema præſens ita inſtruatur.

Aſcen-

Aſcenſio recta *Sirii*	98°	8′	36″		
Circulus integer	360				
Aggregatum	458	8	36		
Aſcenſio recta ☉	332	5	50		
Arcus horarius	126	2	46		
90°	5 h.	59′	0″	36‴	
30	2	59	40	12	
5		19	56	42	
1		3	59	20	
2′			7	58	40⁗
30″			1	59	40	12ᵛ
15				59	50	6
1				3	59	20
Temp. quæſ. 8 h.	22	47	52	9	38ᵛ
ſive 8 h.	22′	48″.			

Corollarium 1.

295. Ex culminatione ideo ſtellæ obſervata inveniri poteſt tempus nocturnum.

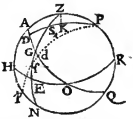
Corollarium 2.

296. Quodſi obſervetur tempus, quod inter datum aliquod momentum & culminationem alicujus ſtellæ intercedit, ope horologii oſcillatorii; eodem modo cognoſcetur ipſum illud momentum a meridie præcedente numeratum.

Scholion.

297. *Hoc ideo problema utile eſt ad momentum quodcunque nocturnum per obſervationem determinandum, ſi horologii motum rectificare vel etiam probare volueris.*

Problema 39.



298. *Data elevatione poli* PR, *una cum altitudine alicujus ſtellæ* SE, *ejus declinatione* DS & *aſcenſione recta* D; *invenire punctum æquatoris* A, *quod tempore obſervatæ altitudinis per meridianum tranſit.*

Resolutio.

1. Quoniam in triangulo ZPS dantur ſingula latera, nempe ZS complementum altitudinis SE (§. 62), PS complementum declinationis (§. 79) & ZP complementum altitudinis poli PR (§. 62); reperiatur angulus ZPS (§. 168. *Sphæric.*), cujus menſura arcus AD (§. 31. *Sphæric.*).
2. Subtrahatur AD ex aſcenſione recta ſtellæ; reſiduum erit punctum æquatoris.

Ex. gr. Noctu inſequente, quando Sol meridianus fuit in 9° ♒, ponamus *Halæ*, ubi altitudo poli 51° 38′, obſervatam fuiſſe altitudinem *lucidæ Arietis* in parte cœli orientali 30°; erit DS 22° 6′ 1″ & aſcenſio recta D 27° 47′ 42″, conſequenter PZ 38° 22′, PS 67° 53′ 59″, ZS 60°. Quoniam anguli P & S acuti, perpendiculum ZK ex Z in PS demiſſum, intra triangulum cadit (§. 82. *Sphæric.*). Porro coſinus ZS ad coſinum PZ ut coſinus KS ad coſinum KP (§. 138. *Sphæric.*). Quamobrem cum ſit ZS > PZ *per hypth.* erit coſinus ZS < coſinu PZ (§. 11. *Trigon.*) & hinc coſinus SK < coſinu KP (§. 151. *Arithm.*). Quamobrem SK > KP (§. 11. *Trigon.*). Itaque

PZ	38°	22′	
ZS	60		
PZ + ZS	98	22	
½PZ + ½ZS	49	11	
ZS	60		
PZ	38	22	
ZS—ZP	21	38	
½ZS—½ZP	10	49	
Log. tang. ½ PS :	98281673		
Tang. ½ ZP + ½ ZS	100636448		
Tang. ½ ZS — ½ PZ	92811736		
ſumma	193448184		
Tang. ½ SK — PK	95166511		
cui in tabulis reſpondent	18°	11′	23″ ½
ſed ½ PS	33	56	59 ½
ergo PK	15	45	36

Unde porro

Cotang. ZP	101014704
Tang. KP	94505840
Coſin. P	95520544

cui

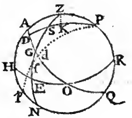
cui in tabulis quam proxime reſpondent 20° 53′.

Eſt ergo angulus P ſeu arcus AD 69° 7′ qui ex aſcenſione recta ſtellæ 27° 47′ 42″ ſubductus, relinquit punctum culminans A 318° 40′ 52″.

Corollarium.

299. Cum per Problema præcedens inveſtigari poſſit tempus, quo punctum Æquatoris A culminat; ex data altitudine ſtellæ inveniri poteſt tempus nocturnum. Ex. gr. ſi in meridie, quæ obſervationem præcedit, Sol fuerit in 0♏, ideoque ejus aſcenſio recta 207° 51′ 30″, erit arcus horarius 110° 46′ 42″, ideoque tempus, quo altitudo obſervata 7h. 20′ 53″.

Problema 40.



300. *Datis aſcenſione recta* D *ſtellæ cujuſcunque, una cum declinatione ejus* DS *& elevatione poli* PR; *invenire altitudinem* SE *ad tempus datum.*

Resolutio.

1. Tempus datum convertatur in gradus æquatoris, ita prodibit arcus æquatoris, qui a meridie uſque ad tempus datum per meridianum tranſit.
2. Subtrahatur is a ſtellæ aſcenſione recta D, reſiduus fiet arcus AD, cujus menſura eſt angulus P (§. 79. *Aſtron.* & §. 33. *Sphæric.*).
3. Cum in triangulo ZPS, præter hunc angulum P, dentur latera PZ & PS, elevationis poli PR (§. 62) & declinationis DS complementa (§. 79); reperietur ZS complementum altitudinis SE (§. 163. *Sphæric.*).

Exemplum præcedens facile huc applicatur calculo prorſus ut in Problemate 35. (§. 215) inſtituto.

Scholion.

301. *Hoc problemate & ejus corollario opus eſt, ſi ſtellas interdiu per teleſcopia obſervare volueris.*

Corollarium.

302. Cum ex iiſdem datis reperiri quoque poſſit angulus HZE (§. 165. *Sphæric.*), cujus menſura ob quadrantem ZE (§. 62) eſt arcus HE (§. 33. *Sphæric.*) ſeu azimuthum ſtellæ (§. 194); evidens eſt, quomodo azimuthum ad datum quodcunque tempus, conſequenter planum verticalis, in quo ſtella hæret, determinetur.

Caput VI.

De Globo Cœleſti artificiali.

Definitio 68.

303. *Globus Cœleſtis* eſt ſphæra ex cupro, orichalco, charta aut materia alia confecta, in cujus ſuperficie ſtellæ ſingulæ intervallis earundem diſtantiis proportionatis depictæ, una cum circulis ſphæræ mundanæ præcipuis.

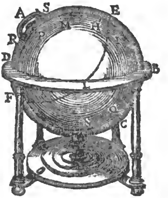
Scho-

Scholion.

304. Globi cœleſtes eum in finem conſtruuntur, ut phænomena motus primi Solis atque ſtellarum, quæ hactenus per obſervationes & calculum Trigonometricum accurate determinare docuimus, rudiori Minerva, quantum ad uſus vitæ ſufficit, determinentur. Eorum ideo conſtructionem & uſum hic edoceri fas eſt.

Problema 41.

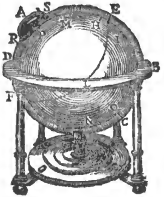
305. *In ſuperficie ſphæræ ex lamina cuprea vel orichalcea paratæ circulos cœleſtes & ſtellas fixas decenter deſignare & ſphæram ad uſum Aſtronomicum aptare.*



Resolutio.

1. Libere aſſumantur duo puncta P & Q ſibi mutuo diametraliter oppoſita & in iis defigantur axiculi PA & QC, circa quos globus tanquam circa axem ſuum volvi poſſit, ita ut puncta P & Q vel A & C deſignent polos mundi (§.46).
2. Circulus æneus ABCD dividatur in quatuor quadrantes AE, EC, CF & FA & quilibet quadrans in ſuos 90 gradus ſubdividatur, a punctis E & F verſus polos A & C numerandos.
3. Intra hunc circulum in A & C firmetur globus tanquam in meridiano, ita ut libere intra illum rotari poſſit (§. 50. 72).
4. Stylo ad primum diviſionis punctum E firmiter applicato, globus circumrotetur; erit circulus in ſuperficie ejus delineatus æquator (§. 49). Conſultum vero eſt, ut æquator deſignetur per duos circulos parallelos aliquali cum latitudine, quo commode in ſuos 360 gradus dividi poſſit.
5. A polo mundi P verſus M & ab altero C verſus N numerentur gradus $23\frac{1}{2}$: erunt puncta M & N poli eclipticæ (§. 179).
6. Applicato ad meridianum ſtylo, qui apice ſuo punctum M attingat, globus circumvolvatur; ita deſignabitur circulus polaris arcticus (§. 184). Eodem modo circa polum Q deſignabitur polaris antarcticus (§. *cit.*).
7. Quodſi ſimiliter ab æquatore verſus polos P & Q numerentur gradus $23\frac{1}{2}$ notenturque puncta H & I, atque denuo ad meridianum applicato ſtylo per ea deſcribantur circuli cum æquatore paralleli; erit eorum alter per H ductus tropicus Cancri, alter vero per I tranſiens tropicus Capricorni (§. 181).
8. Globus in polis eclipticæ intra meridianum, ut ante ſuſpendatur & ad I applicato ſtylo circumvolvatur; ita nimirum ecliptica in eodem deſigna-

ſignabitur in 12 ſigna dividenda, quorum unumquodque rurſus in ſuos 30 gradus ſubdividendum. Conſultum denuo eſt, ut ecliptica aliquali cum latitudine per duos circulos parallelos deſignetur.



9. Globo adhuc ita ſuſpenſo, gradus longitudinis ſtellæ ducatur ſub meridianum & in eo verſus polum latitudini cognominem numerentur tot gradus, quot latitudini conveniunt: erit punctum in ſuperficie globi extremo illius arcus meridiani reſpondens ſtellæ centrum (§. 241. 236). Eodem modo ex aſcenſione recta & declinatione locus ſtellæ determinatur, ſi globus ex polis mundi ſeu æquatoris fuit ſuſpenſus (§. 190. 75).

10. Stellis ad unum aſteriſmum pertinentibus ita deſignatis, vel coloribus oleo dilutis aſteriſmi imago juxta Bayerum in *Uranometria* in globi ſuperficie pingatur, vel eidem a chalcographo incidatur.

11. Intra horizontem ligneum DLB fulcris quatuor incumbentem ita conſtituatur globus cum meridiano æneo, ut in duo hemiſphæria ab eodem dividatur (§. 63) & polus A ad arbitrium attolli ac deprimi poſſit.

12. In limbo horizontis deſignetur circulus in 360 gradus diviſus cum calendario & plagis mundi, de quibus in Geographia.

13. Denique ad polum A aptetur circulus æneus RS in bis 12. partes æquales, hoc eſt, intervalla horaria diviſus, ita ut linea horæ duodecimæ ſit in plano meridiani & index horarius circa axem mobilis cum globo ſimul circa polos rotetur.

Hæc ratione globus cœleſtis erit conſtructus.

Scholion 1.

306. *Equidem circuli polares & tropici immobiles ſunt (§. 181. 184), ideoque in ſuperficie ſphæræ mobilis perperam deſignari videntur; ſed nulla ratio ſuadet, ut credamus, primum globorum inventorem per errorem circulos illos in ſuperficiem eorum tranſtuliſſe. Neque ignorant, cur in ſuperficie globi cœleſtis mobili compareant tropici & polares, qui ejus uſum ſufficienter cognitum atque perſpectum habent. In Geographia nimirum per tropicos & polares diſtinguuntur zonæ: ut ideo appareat, ſub quibus cœli partibus ſita ſit zona quælibet, tropici & polares non modo globo terreſtri, verum etiam cœleſti inſcribuntur. Neque opus eſt, ut eum in finem extra globi ſuperficiem ad meridianum applicentur, quemadmodum in ſphæris armillaribus fieri aſſolet: quia enim in uſu globi cœleſtis ſolitario non attenduntur, perinde tum eſt ac ſi prorſus abeſſent, neque in errorem inducere poſſunt, niſi circulorum definitiones ignorantem.*

Scholion 2.

307. *Quia ſtellarum longitudo perpetuo mutatur, globorum uſus perpetuus non eſt. Sed quia incrementum 72 annorum demum gradum adæquat (§. 258); in uſu globorum intra ſeculum pro nullo habendum, cujus nimirum eſſe phænomena non obſeru-*

Digitized by Google

ſcrupula ſingula, ſed rudi ſaltem Minerva determinantur. Ex. gr. Si cæli ſtellati faciem contemplaturus globum ad mundi plagas & cardines componas; parum refert, an gradus unus eclipticæ infra horizontem exiſtat, qui ſupra eum eſſe debeat & contra. Eundem ſane in Aſtrognoſia uſum præſtabit globus, ſive longitudo ſtellarum fuerit exacta, ſive gradu uno aberret a vera. Sane longitudinum gradu uno differentium aſcenſiones rectæ nunquam magis differre poſſunt, quam 1° 5′ 25″ *juxta tabulas* Cl. DE LA HIRE: *quæ differentia etiamſi in omnibus ſtellis obtineret (obtinet tamen in pauciſſimis), cæli facies ea prodiret, quæ elapſis demum* 4′ 21″ *futura erat. Quare cum in circulo horario tantillum temporis diſcerni nequeat, patet intra ſeculum & ultra globos eſſe ab errore immunes cenſendos in facie cæli ad datum tempus determinanda, quorum conſtructio longitudinis ſtellarum immutabilitatem ſupponit. Neque difficulter inde perſpiciunt intelligentes, in aliis quoque caſibus ſimiliter demonſtrari poſſe, intra ſeculum & ultra citra errorem notabilem adhiberi poſſe globos, quorum ſuperficiei adſcripti ſunt æquator atque ecliptica. Atque hæc eſt ratio, cur hæc globorum vitia ab intelligentibus pro nullis reputentur, atque ideo ſciens & volens eadem admittere debuerit primus globorum inventor.*

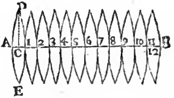
SCHOLION I.

308. *Vulgo globos conſtruunt ex charta eum quidem in modum, quem problemate ſequente exponimus: ſed placuit talem præmittere, quam tyrones facilius intelligere poſſint.*

PROBLEMA 42.

309. *Ex charta globum cæleſtem componere.*

RESOLUTIO.



1. Ex data diametro globi inveſtigetur recta AB peripheriæ circuli maximi æqualis (§. 429. *Geom.*) & in 12 partes æquales dividatur (§. 274 *Geom.*).
2. Per ſingula diviſionis puncta 1, 2, 3, 4 &c. intervallo 10 partium deſcribantur arcus ſe mutuo in D & E interſecantes: ex iis enim decenter connexis globi ſuperficies integra componitur.
3. Pars quælibet rectæ AB dividatur in 30 partes æquales, ut ideo tota recta AB, quæ peripheriam æquatoris repræſentat, in 360 gradus ſit diviſa.
4. Ex polis D & E intervallo $23\frac{1}{2}$ deſcribantur arcus *a b*, qui erunt partes circulorum polarium duodecimæ (§. 184. 168).
5. Eodem modo ex iiſdem polis D & E, ſed intervallo $66\frac{1}{2}$ graduum ex æquatore ſumpto deſcribantur arcus *c d*, qui erunt partes duodecimę tropicorum (§. 181. 168).
6. Per gradum æquatoris *e*, qui aſcenſioni rectæ ſtellæ alicujus datæ reſpondet & polos D atque E ceruſſa delineetur arcus circuli & complemento declinationis ex polo cognomine D interſecetur in *i*, erit punctum *i* locus ſtellæ,
7. Omnibus ſtellarum ad eundem aſteriſmum pertinentium locis ita determinatis, figura aſteriſmi juxta





taBAYERUM, vel HEVELIUM in *Firmamento Sobieſciano*, aut FLAMSTÆDIUM in *Atlante Cœleſti* decenter delineetur.

8. Tandem eodem modo per declinationes & aſcenſiones rectas ſinguli gradus eclipticæ *lg* determinentur.

9. Globi ſuperficies in planum ita projecta æri incidatur, ne labor adeo moleſtus pro ſingulis globis denuo ſit repetendus.

10. Ex ligno tornetur globus paulo minoris diametri & charta conglutinata ſuperinducatur, mox bifariam diſſecanda, ut globus ligneus eximi poſſit, atque denuo conglutinanda, ut globus chartaceus cavus habeatur.

11. Superficies globi chartacei veſtiatur gypſo, donec ſuperficies fuerit perfecte rotunda & globus prodeat diametri requiſitæ: id quod explorare licet, circulo maximo, data diametro in tabula lignea deſcripto & exciſo.

12. Ejuſdem circuli ope determinentur duo puncta diametraliter oppoſita in ſuperficie globi gypſo veſtiti, quæ ſint poli mundi, itemque æquator & meridiani per trigeſimum quemque æquatoris gradum ducti.

13. Globo in duodecim partes æquales ſic diviſo agglutinentur partes ſimiles ex mappa impreſſa exciſæ.

14. Globus ut ante (§. 305) intra meridianum æneum & horizontem ligneum decenter ſuſpendatur.



15. Denique conſtruatur ex lamina orichalcea quadrans HI circa axiculum H mobilis & in æquales gradus cum ecliptica & æquatore diviſus, quem *quadrantem altitudinis* ac *latitudinis* poſthac vocabimus.

SCHOLION.

310. *Quodſi non declinationes & aſcenſiones rectæ ſtellarum dentur, ſed earum potius latitudines & longitudines: ſuperficies globi in planum projicietur eodem prorſus, quo ante modo, niſi quod tum* D & E *ſint poli eclipticæ,* f h *vero ecliptica, circuli vero polares & tropici cum æquatore* lg *paralleli ex declinationibus ſuis determinentur. Recentiſſimi, qui in pubblicum proſtant, catalogi ſunt* HEVELIANUS & FLAMSTÆDIANUS, *in quibus aſcenſiones rectæ & declinationes fixarum extant: unde conſultum duximus docere, quomodo ſuperficies globi ex aſcenſionibus rectis & declinationibus in planum projiciatur.*

PROBLEMA 43.

311. *Stellæ in globo depictæ declinationem & aſcenſionem rectam reperire.*

RESOLUTIO.

1. Ducatur ſtella ſub meridianum æneum, qui cum per polos æquatoris

ris tranſeat (§. 48. 72), circulum declinationis repræſentat.

2. Numerentur gradus a puncto meridiani, ubi ab æquatore ſecatur, uſque ad ſtellæ datæ centrum: numerus enim graduum declinationem quæſitam exprimit (§. 76).

3. Notetur gradus æquatoris, qui una cum ſtella ſub meridiano æneo comparet; is enim eſt ejus aſcenſio recta (§. 190).

PROBLEMA 44.

312. *Stellæ in globi ſuperficie depictæ longitudinem & latitudinem reperire.*

RESOLUTIO.

1. Centrum quadrantis latitudinis applicetur ad polum eclipticæ in eodem cum ſtella hæmiſphærio conſtitutum & circa axiculum ſuum vertatur, donec centrum ſtellæ attingat.

2. Notetur gradus eclipticæ, cui quadrans inſiſtit: is enim eſt ſtellæ longitudo (§. 241).

3. Numerentur gradus in quadrante latitudinis ab ecliptica uſque ad centrum ſtellæ, numerus eorum latitudinem indicabit (§. 236).

PROBLEMA 45.

313. *Dato loco Solis in ecliptica, invenire ejus declinationem & aſcenſionem rectam.*

RESOLUTIO.

1. Gradus eclipticæ datus ducatur ſub meridianum.

2. Reliqua fiant ut in problema. 43. (§. 311).

PROBLEMA 46.

314. *Data longitudine & latitudine planetæ ad datum quodcunque tempus, locum ejus in globi ſuperficie exhibere & ejus declinationem atque aſcenſionem rectam determinare.*

RESOLUTIO.

1. Centrum quadrantis latitudinis applicetur ad polum eclipticæ latitudini cognominem & circa axiculum ſuum vertatur, donec datum longitudinis punctum in ecliptica deſignet.

2. Ad gradum latitudinis datum paucula cera affigatur ſignum planetæ (§. 38): ita nimirum planeta, perinde ac fixæ, in globo depictus (§. 310).

3. Tandem planeta ſub meridianum ducatur & aſcenſio recta atque declinatio patebit ut in problem. 43. (§. 311).

PROBLEMA 47.

315. *Invenire mediationem cœli ſeu gradum eclipticæ, cum quo ſtella aut planeta per meridianum tranſit.*

RESOLUTIO.

Ducatur ſtella aut planeta in globi ſuperficiem translatus (§. 314) ſub meridianum; ita nimirum innoteſcet gradus eclipticæ cum ea ſub meridiano conſtitutus.

PROBLEMA 48.

316. *Globum dato tempore & loco ad cœli ſitum componere, data elevatione poli & loco ſolis.*

RESOLUTIO.

1. Polus globi ſupra horizontem ligneum elevetur, donec arcus inter ipſum & hunc interceptus ſit elevationi poli datæ æqualis.
2. Ope acus magneticæ vel lineæ meridianæ globus ita conſtituatur, ut meridianus æneus ſit quam proxime in plano meridiani.
3. Gradus eclipticæ, in quo Sol hæret, ducatur ſub meridianum & index horarius ad horam duodecimam, ad quam computatus ſupponitur locus Solis: ita nimirum habetur cœli facies ad momentum meridiei.
4. Vertatur globus, donec index horarius datam quamcunque horam aliam attingat: ita nimirum innoteſcet cœli facies ad illud quoque momentum.

PROBLEMA 49.

317. *Beneficio globi ſtellas cognoſcere, vel ſi una tantum nobis fuerit nota.*

RESOLUTIO.

1. Componatur globus eo tempore, quo ſtellas contemplari decreveris, ad cœli ſitum (§. 316).
2. Quæratur in ejus ſuperficie ſtella, quæ tibi jam nota ſupponitur, ex. gr. media in *cauda Urſæ majoris*, cui inſidet *Alcor*.
3. Notentur in globo ſtellæ reliquis lucidiores ad eundem aſteriſmum pertinentes, nec difficulter eædem deprehendentur in cœlo.
4. Eodem modo innoteſcent ſtellæ minores ejuſdem aſteriſmi & aſteriſmo uno cognito vicinos quoque eodem ſtudio cognoſcere licebit.
5. Quodſi planetarum loca in ſuperficie globi deſignes (§. 314), adſpectus nudus docebit, inter quas fixas compareant: his ergo cognitis, planetæ quoque agnoſcuntur.

PROBLEMA 50.

318. *Data elevatione poli una cum loco Solis ad diem anni datum; reperire aſcenſionem Solis obliquam, amplitudinem ejus ortivam & azimuthum, atque tempus ortus.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad cœli ſitum, quem hora duodecima ſeu in ipſo meridie habet, componatur (§. 316).
2. Locus Solis ducatur ad horizontem ortivum; ita ſtatim innoteſcet aſcenſio Solis obliqua (§. 191), amplitudo ortiva (§. 195) & azimuthum (§. 194) in horizonte ligneo: index vero horarius in circulo horario momentum ortus Solis oſtendet.

COROLLARIUM.

319. Sole in horizonte conſtituto, una innoteſcit, quænam ſtellæ eo die Coſmice oriantur & occidant (§. 278).

PROBLEMA 51.

320. *Data elevatione poli una cum loco Solis; invenire deſcenſionem obliquam, amplitudinem occiduam & azimuthum, atque tempus, quo Sol occidit.*

RE-

RESOLUTIO.

Non differt a reſolutione problematis præcedentis, niſi quod locus Solis ducendus ſit ad horizontem occiduum.

PROBLEMA 52.

321. *Data elevatione poli & loco Solis; invenire longitudinem diei atque noctis.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur tempus, quo Sol oritur (§. 318) quod cum a media nocte numeretur, ejus duplum eſt longitudo noctis.
2. Longitudo noctis ſubtrahatur ex 24. horis; reſiduum eſt longitudo diei.

PROBLEMA 53.

322. *Invenire tempus, quo ſtella quælibet data, die dato, ſub data elevatione poli oritur & occidit, una cum mora ejus ſuper & ſub horizonte, aſcenſione & deſcenſione ejus obliqua, amplitudine ortiva atque occidua, & azimutho.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad horam duodecimam diei datæ ad cœli faciem componatur (§. 316).
2. Stella ad horizontem ortivum ducatur, ita in eodem apparebit aſcenſio ejus obliqua, amplitudo ortiva & azimuthum: index vero horarius monſtrabit momentum, quo oritur.
3. Ducatur eadem ſtella ad horizontem occiduum, in quo apparebit deſcenſio ejus obliqua, amplitudo occidua & azimuthum: Index vero horarius oſtendet momentum, quo occidit.
4. Momentum ortus a momento occaſus ſubtrahatur: reſiduum erit mora ſtellæ ſuper horizonte.
5. Mora ſuper horizonte ex 24 horis ſubducatur; reſiduum erit mora ſtellæ ſub horizonte. Cum enim differentia inter diem primi mobilis & diem ſolarem in ſcrupulis paucis conſiſtat (§. 211); ea hic attendi non meretur.

PROBLEMA 54.

323. *Invenire punctum eclipticæ, cum quo ſtella oritur, culminat & occidit, atque tempus culminationis.*

RESOLUTIO.

1. Globus ad cœli ſitum rite componatur (§. 316).
2. Stella data ducatur ad horizontem ortivum, ita patebit, cum quo puncto eclipticæ oriatur.
3. Eadem ſiſtatur ſub meridiano, ubi punctum eclipticæ cognoſcetur, quod cum ea culminat, & index horarius tempus culminationis oſtendet.
4. Aptetur denique horizonti occiduo, ubi innoteſcit punctum eclipticæ, cum quo occidit.

COROLLARIUM.

324. Quodſi ergo in ephemeridibus quæratur, vel per calculum in theoricis tradendum inveſtigetur dies, quo Sol in dato gradu eclipticæ hæret, cum quo ſtella oritur, vel culminat, vel oc-

Digitized by Google

occidit; erit eadem dies, quo Coſmice oritur (§. 278), vel cum Sole culminat (§. 133), vel Acronyce occidit (§. 279).

PROBLEMA 55.

325. ***Invenire altitudinem Solis atque ſtellæ ad datam quamcunque diei vel noctis horam.***

RESOLUTIO.

1. Globus rite componatur ad ſitum cœli (§. 316) & vertatur, donec index horarius horam datam indicet.
2. In gradu nonageſimo ab horizonte numerato ad meridianum aptetur quadrans altitudinis & circa axiculum ſuum vertatur, donec gradum eclipticæ, in quo Sol hæret, aut ſtellam datam attingat. Arcus enim inter ipſam & horizontem interceptus eſt altitudo quæſita (§. 73).

PROBLEMA 56.

326. ***Data Solis altitudine diurna vel ſtellæ nocturna; invenire temporis momentum.***

RESOLUTIO.

1. Globus ad ſitum cœli rite componatur, & quadrans altitudinis, ut in problemate præcedente, ad meridianum aptetur.
2. Globus circa axem ſuum & quadrans altitudinis circa axiculum vertatur, donec ſtella vel gradus eclipticæ, in quo Sol hæret, quadrantem in dato gradu attingat.

Index horarius tum temporis momentum quæſitum monſtrabit.

PROBLEMA 57.

327. ***Dato azymutho Solis vel ſtellæ; invenire temporis momentum.***

RESOLUTIO.

1. Globus ad ſitum cœli rite componatur & quadrans altitudinis, ut in problema 55, ad meridianum aptetur.
2. Quadrans altitudinis vertatur circa axiculum ſuum, donec in horizonte azimuthum quæſitum definiat.
3. Vertatur globus, donec ſtella eundem attingat.

Index horarius temporis momentum indicabit.

PROBLEMA 58.

328. ***Data elevatione Poli; oſtendere quænam ſtellæ nunquam occidant, & quænam nunquam oriantur.***

RESOLUTIO.

1. Globi polus elevetur ſupra horizontem ligneum tot gradibus, quot elevatio poli data exiſtit.
2. Globus circumvolvatur & notentur ſtellæ, quæ in meridiano ſuperiore bis conſpiciuntur, & quæ in eo non comparent.

Illæ nimirum nunquam occidunt, hæ nunquam oriuntur.

PROBLEMA 59.

329. ***Invenire intervallum temporis inter ortus duarum ſtellarum vel earum culminationes interceptum.***

RESOLUTIO.

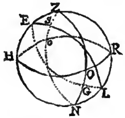
1. Elevetur globi polus ut in problemate præcedente (§. 328).

2. Du-

2. Ducatur ſtella prima ad horizontem noteturque temporis momentum, quod monſtrat index horarius.
3. Ducatur ſtella altera ſimiliter ad horizontem & notetur denuo temporis momentum, quod index horarius oſtendit.
4. Tempus prius ſubducatur è poſteriori, quod relinquitur, eſt intervallum inter ortus duarum ſtellarum interceptum.
5. Non abſimili modo reperitur tempus inter duas culminationes interjectum, ſi ſtella utraque ſub meridiano ſiſtatur.

Theorema 16.

330. *Profunditas* GO *puncti eclipticæ* G *eſt æqualis altitudini* g o *puncti oppoſiti* g.



Demonstratio.

Quia horizon HR & verticalis ZN ſe mutuo bifariam ſecant (§. 85); erit OZo ſemicirculus. Similiter quia tam ecliptica EL (§. 171), quam circulus verticalis ZN circulus maximus (§. 70); erit etiam GZg ſemicirculus (§. 20. *Sphæric.*). Eſt itaque $OZ+Zg+go=GO+OZ+Zg$ (§. 86. *Arithm.*), conſequenter $go=GO$ (§. 91. *Arithm.*), hoc eſt, profunditas puncti eclipticæ G æqualis eſt altitudini oppoſiti g (§. 94). *Q. e. d.*

Problema 60.

331. *Dato arcu viſionis, invenire ortum & occaſum heliacum ſtellæ in globo depictæ.*

Resolutio.

1. Ducatur ſtella in horizontem ortivum.
2. Ope circuli verticalis ad meridianum in zenith applicati exploretur gradus eclipticæ, cujus in parte cœli occidentali altitudo arcui viſionis æqualis: erit punctum oppoſitum illud, in quo Sol hærere debet, ut ſtella heliace oriatur (§. 330. 280).
3. Quodſi ergo in ephemeridibus evolvatur, aut per calculum theoricis innixum inveſtigetur dies, quo Sol gradum eclipticæ inventum occupat; erit eadem dies, quo ſtella heliace oritur.
4. Si ſtella ad horizontem occiduum ducatur, ſimili modo dies invenietur, quo heliace occidit.

CAPUT

CAPUT VII.

De Refractione & Parallaxi fixarum.

Observatio 14.

332. *Diſtantia* caudæ Leonis *a* ſpica Virginis 35° 2′ *conſtanter deprehenditur* (§. 225), *quando meridiano vel etiam occaſui proxima: cum vero in parte cœli orientali* cauda Leonis *ad altitudinem* 34° 30′ *aſcendit*, ſpica Virginis *in eodem fere circulo verticali jam oritur* (a).

Scholion 1.

333. *Huc etiam pertinet obſervatio* Batavorum *in* Nova Zembla an. 1597. *hibernantium, quibus Sol die 4. Novembris diſparuit, die vero 24. Januarii redordiri cœpit, reditum ſuum conſuete tunc calculo Aſtronomico exſpectatum ſex circiter diebus antevertens, ut habent* Acta Eruditorum an. 1697 (b). CAROLUS XI. Rex Sueciæ an. 1694. Tornoviæ *ſub elevatione poli* 65° 33′ *media nocte inter 14. & 15. Junii ſtyli veteris Solem inocciduum obſervavit. Ipſius juſſu anno ſequente* BILEMBERGIO *atque* SPOLIO *Mathematicis obſervationem accuratius repetentibus & media nocte inter 10. & 11. Junii Solem* Tornoviæ $\frac{1}{4}$ *diametri, die 14. Junii ſub latitudine* 66° 25′ *ad ferri cuprique officinas* Kangis *duabus diametris & amplius ſupra horizontem elevatum deprehendentibus* (c). *Equidem* CASSINUS (d) *circa has obſervationes non ſatis accurate inſtitutas difficultates quaſdam movet, ſed quæ non obſtant, quo minus hic allegentur, ubi cum quantitate refractionis nihil nobis adhuc negotii eſt.*

Corollarium 1.

334. Quoniam radii Solis atque ſtellarum ſecundum lineas rectas propagantur (§. 46. *Optic.*), a ſidere ſub horizonte latente emiſſi in oculum ſpectatoris illabi nequeunt, niſi in ingreſſu in atmoſphæram a via priſtina detorqueantur. Patet ideo eos in tranſitu per atmoſphæram refringi (§. 39. *Optic.*).

Corollarium 2.

335. Cum ideo ſtellæ propter refractionem altiori loco appareant; altitudines obſervatæ veris per calculum productis ſunt juſto majores.

Corollarium 3.

336. Ut ergo altitudines obſervatæ magis exacte prodeant, refractionis quantitas inde auferenda.

Scholion 2.

337. *Quoniam veteres refractionem ignorarunt; ex altitudinibus juſto majoribus ſua deduxerunt: unde non mirum quod errores non levis momenti interdum commiſerint.*

Scholion 3.

338. *Ceterum ex hac ipſa refractionum doctrina conſequitur, nos nunquam videre Solem orientem & occidentem, ſed Solis ſub horizonte latentis phantaſma quodpiam. Patebit hoc clarius, ubi non minus diameter Solis apparens quam refractio horizontalis accurate fuerit definita.*

Scholion 4.

339. *Ipſa vero obſervationes modo recenſita loquuntur, refractiones verſus polum eſſe majores, quam ſub minore ejus elevatione, ob diverſam dubio procul atmoſphæræ denſitatem & incidentiæ obliquitatem* (§. 36. Dioptr.).

Observatio 15.

340. *Cel.* DE LA HIRE (e) *ab anno* 1681. *ſumma ſedulitate ac diligentia ad meridianam ſtellarum fixarum altitudinem obſervandam ſe incubuiſſe profitetur, nullamque differentiam altitudinis animadvertiſſe præter eam, quæ ex proprio fixarum motu oritur: non tamen negat, refractiones circa horizontem eſſe quibuſdam inconſtantiis obno-*

(a) Keplerus Epit. Aſtronom. Copernic. lib. 1. part. 3. pag. 61.
(b) Menſ. Febr. p. 92.
(c) Vid. Opuſculum, quod ſub titulo: *Refractio Solis inocciduí in ſeptentrionalibus oris allquot obſervationibus Aſtronomicis detecta*, Holmiæ 1696. in 4. prodiit.
(d) Memoires de l'Acad. Royale des Sciences an. 1700. pag. 50. & ſeqq.

(e) In Tab. Aſtronom. p. 1.

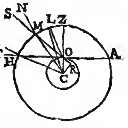
obnoxias pro varia aeris conſtitutione & natura ſoli circumpoſiti.

COROLLARIUM.

341. In eodem ideo loco refractiones ſiderum ad ſenſum ſunt conſtantes, horizontalibus exceptis.

THEOREMA 17.

342. *Radii ex ſtella altiore* S *in atmoſphæram incidentis inclinatio* SMN *minor eſt inclinatione* IHT *radii ex ſtella humiliore* T *in eandem illapſi.*



DEMONSTRATIO.

Sint radii incidentes OS & OT. Ducantur per puncta atmoſphæræ M & H ex centro telluris C radii CM & CH, qui erunt ad arcum MH perpendiculares (§. 38. *Anal. infin.*). Sunt ideo NMS & IHT anguli inclinationum (§. 12. *Dioptr.*). Producatur SO in R & ex centro C demittatur perpendicularis CR. Supponatur etiam HO perpendicularis ad CO (§. 308. *Geom.*). Erit ideo, ut ſinus totus ad CH, ita ſinus OHC ad OC; & ut ſinus totus ad CM ſive CH (§. 40. *Geom.*), ita ſinus RMC ad RC (§. 33. *Trigon.*); conſequenter ſinus OHC ad OC, ut ſinus RMC ad RC (§. 167. *Arithm.*), hoc eſt, ſinus OHC ad ſinum RMC, ut OC ad RC (§. 173. *Arithmet.*). Quare cum ſit $OC > RC$ (§. 220. *Geom.*), erit etiam $OHC > RMC$ conſequenter ob $OHC = IHT$ & $RMC = NMS$ (§. 156. *Geom.*) $IHT > NMS$ (§. 89. *Arithm.*), ſeu angulus inclinationis in qualibet altitudine major horizontali. Ponamus jam porro radium incidentem eſſe LO. Cum ſit ut CM ad CO, ita ſinus ZOM ad ſinum OMC; & ut CL ad CO, ita ſinus ZOL ad ſinum OLC (§. 35. *Trigon.*); erit ob $CM = CL$ (§. 40. *Geom.*) ſinus ZOM ad ſinum OMC, ut ſinus ZOL ad ſinum OLC (§. 167. *Arithm.*); conſequenter ſinus inclinationum OMC & OLC erunt inter ſe ut ſinus diſtantiarum a vertice ZOM & ZOL (§. 173. *Arithm.*). Quando igitur diſtantia a vertice $ZOL < ZOM$; etiam angulus inclinationis $OLC < OMC$. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

343. Cum linea OH ſupponatur in plano horizontis ſenſibilis, patet inclinationem radii horizontalis eſſe omnium maximam.

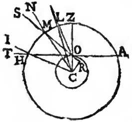
THEOREMA 18.

344. *Stellæ in zenith refractio nulla eſt, in horizonte maxima; ab horizonte uſque ad zenith continuo decreſcit.*

DEMONSTRATIO.

Si ſtella in zenith conſtituta, radius, qui ex eo in atmoſphæram incidit, continuatus per centrum telluris tranſit (§. 58). Eſt ergo ad atmoſphæræ ſuperficiem ſeu planum refringens perpendicularis (§. 38. *Analyſ. infinit.*); conſequenter irrefractus tranſit (§. 25. *Dioptr.*). *Quod erat primum.*

Digitized by Google



Porro ut ſinus anguli inclinationis THI ad ſinum refracti ipſi reſpondentis, ita ſinus anguli inclinationis NMS ad ſinum refracti eidem convenientis (§. 26. *Dioptr.*), ideoque ſinus angulorum refractorum ſunt inter ſe ut ſinus angulorum inclinationis (§. 173. *Arithm.*). Sed ſinus anguli inclinationis in horizonte maximus (§. 343): ergo ſinus anguli refracti ibidem quoque maximus, hoc eſt, refractio in horizonte maxima. *Quod erat ſecundum.*

Denique ſideris altioris angulus inclinationis minor quam humilioris (§. 342): ergo etiam angulus refractus ſideris altioris *per demonſtrata*. Patet ideo ab horizonte uſque ad zenith continuo decreſcere refractionem. *Quod erat tertium.*

Theorema 19.

345. *In eadem altitudine Sol & ſtellæ omnes eandem patiuntur refractionem.*

Demonstratio.

Si ſidera eandem altitudinem habent, idem erit radius incidens, ideoque & idem angulus inclinationis (§. 12. *Dioptr.*). Sunt vero ſinus angulorum refractorum ut ſinus angulorum inclinationis (§. 26. *Dioptr.* & §. 173. *Arithm.*) ideoque ob angulum inclinationis eundem idem quoque refractus. Ergo in eadem altitudine Sol & ſtellæ per eundem radium refractum radiant, ſeu eandem patiuntur refractionem. *Q. e. d.*

Scholion.

346. *Equidem* TYCHO DE BRAHE (a), *qui primus Solis, Lunæ ac fixarum refractiones per obſervationem eruit, refractiones fixarum minores facit ſolaribus, lunares ſubinde majores, ſubinde minores; ſed ejus ævo theoria refractionum, quam* SNELLIO *debemus* (§. 35. Dioptr.), *nondum erat explorata. Recentiores vero ut* CASSINUS & PHILIPPUS DE LA HIRE *eandem refractionem in omnibus agnoſcunt, experientia conſentiente.*

Problema 61.

347. *Refractionem ſiderum ad ſingulos gradus altitudinis definire.*

Resolutio.

1. Obſervetur ſtellæ prope zenith conſtitutæ altitudo meridiana, quantum fieri poteſt, accuratiſſime (§. 109. 142).
2. Inde eruatur declinatio ejus (§. 150), quæ erit accurata, quia ſtella a refractione ſenſibili libera (§. 344).
3. Ejuſdem ſtellæ obſerventur altitudines ad ſingulos gradus, & ope horologii oſcillatorii annotetur tempus, quo eædem obſervantur.
4. Ad data obſervationum momenta, ope declinationis extra refractionis aleam poſitæ, & *per num.* 1. repertæ computentur altitudines veræ (§. 300.): quæ cum
5. Minores deprehendantur obſervatis ab his auferantur; erunt reſidua

(a) Progymnaſm. lib. 1. p. m. 79. 124. 280.

dua refractiones ſingulis gradibus convenientes.

SCHOLION.

348. *Equidem eefractiones ea, quam expoſuimus, methodo omnium optime ex obſervationibus eliciuntur; patet tamen abunde, id fieri non poſſe niſi quamdiu refractiones ſunt ſenſibiles, ne errorem in obſervando vix evitabilem adæquent; conſequenter ſi altitudo infra 50. gradus conſtituatur, refractione in gradu quinquageſimo ſecundo non amplius ſcrupulum primum adæquante. Quodſi atmoſphara ejuſdem eſſet denſitatis, ut refractio non contingeret niſi in ingreſſu, at præterea nota ratio ſinus anguli inclinationis ad refractum in aere, una cum ratione altitudinis aeris refractivi ad ſemidiametrum terræ, ut angulus inclinationis definiri poſſet; facile per calculum conderetur tabula refractionum ad ſingulos gradus altitudinis* (§. 30. Dioptr.). *Enimvero cum conſtet atmoſphaeam neſciam eſſe diverſæ denſitatis* (§. 154. Aerom.), *atque adeo continua refractione radium luminis fieri curvilineum, nec ratio altitudinis aeris refractivi ad ſemidiametrum telluris explorata ſit: ad hypotheſin confugiendum erat, quam non invitis obſervationibus hypotheſi naturæ ſubſtituere liceret. Iſtiuſmodi hypotheſin excogitavit* CASSINUS *uſu Academia Regia Scientiarum comprobatam* (a). *Deſceibit eam* DAVID GREGORIUS (b) *his verbis*: ,, Atmoſphæra 40 aut 50 mil-
,, liaria in altum protenſa ſupponatur, diviſa
,, per 8 aut 10 ſuperficies parallelas in totidem
,, media diverſæ denſitatis, ita tamen ut quod
,, binas proximas ſuperficies interjacet medium
,, ejuſdem ſit denſitatis, quæ ad dictam ſuper-
,, ficiem mutetur inſtanter in rarius ſurſum
,, denſiuſque deorſum: quod res revera non ita
,, ſe habeat (procul dubio enim atmoſphæræ
,, denſitas deſcendendo per minima augetur),
,, ſed ad calculum ineundum. Octo decemve
,, hæc media ita attendenda, attemperentur
,, ad ſe invicem, ut in una, duabus aut plu-
,, ribus altitudinibus totales refractiones ad
,, omnia iſta media factæ eædam ſint cum re-
,, fractionibus, quæ per obſervationes exactiſ-
,, ſimas altitudinibus iſtis reſpectivis congrue-
,, re deprehenduntur. In quo caſu refractio in
,, aſſumta qualibet altitudine ad dicta media
,, facta & per Dioptrices leges calculo cogni-
,, ta, quam proxime eſt æqualis refractioni ex
,, cœlo depromtæ; quæ eidem altitudini reſpon-
,, det.

(a) Vid. ejus Hiſtoria de ortu & progreſſu atque incrementis Aſtronomiæ, quæ legitur in opere: *Recueil d'Obſervations faites en pluſieurs voyages per ordre de ſa Majeſte &c.*
(b) In Element. Aſtron. Phyſ. & Geometr. lib. 2. ſchol prop. 66. fol. m. 202.

OBSERVATIO 16.

349. *Ex obſervationibus accuratiſſimis* PHILIPPUS DE LA HIRE (c) *ſequentem ſiderum in ſingulis altitudinum gradibus refractiones deduxit.*

Alt.	Refract.		Alt.	Refract.		Alt.	Refract.	
0	32'	0"						
1	26	35	31	1'	51"	61	0'	40"
2	20	43	32	1	47	62		39
3	15	44	33	1	43	63		37
4	12	26	34	1	40	64		35
5	10	26	35	1	36	65		33
6	9	8	36	1	33	66		32
7	8	2	37	1	30	67		31
8	7	1	38	1	27	68		30
9	6	17	39	1	24	69		28
10	5	41	40	1	22	70		26
11	5	11	41	1	19	71		25
12	4	46	42	1	17	72		24
13	4	25	43	1	15	73		23
14	4	7	44	1	13	74		21
15	3	51	45	1	11	75		20
16	3	36	46	1	9	76		18
17	3	23	47	1	7	77		17
18	3	12	48	1	6	78		15
19	3	1	49	1	4	79		14
20	2	51	50	1	2	80		12
21	2	44	51	1	0	81		11
22	2	38	52	0'	58	82		10
23	2	31	53		56	83		8
24	2	24	54		54	84		7
25	2	18	55		52	85		6
26	2	12	56		50	86		4
27	2	7	57		48	87		3
28	2	3	58		46	88		2
29	1	59	59		44	89		1
30	1	55	60		42	90		0

SCHOLION I.

350. *Equidem* TYCHO DE BRAHE (d) *refractiones Solis in gradu 46, Lunares in gradu 45, fixarum in 20, evaneſcere arbitratur: ſed celeb.* CASSINUS *primus reperit, quod ad ipſum ʒenith uſque extendantur.* TYCHO *nimirum refractiones exhibuit juſto minores, utut horizontalis ſit apud eundem juſto major: facit enim horizon-*

(c) In Tab Aſtron. p. 6.
(d) Progymnas. lib. 1. pag. 79. 124 280.

rizontalem in Sole 34′, in Luna 33′, in fixis 30′; ſed DE LA HIRE *cum* CASSINO *in omni ſi dere 32′ :* TYCHONI *in gradu 33 ſolaris eſt 55″,* CASSINO *vero 1′ 43″, & in gradu 52 adhuc 58″. Hec diſcrimen ex tabula præcedente ſatis manifeſtum eſt.*

Scholion 2.

351. R. P. LAVAL (a) *obſervavit A. 1710. die 22. Jun. altitudinem Solis meridianam 70° 25′ 50″ & die 23. Jun. 36. a ſolſtitio horis elapſis eandem deprehendit 70° 26′ 0″, ideoque 10″ majorem, quæ minor eſſe debebat. In ſimiles obſervationes cum jam antea inciderit, ſuſpicatur refractionem variari pro diverſitate ventorum ex diverſis plagis ſpirantium. Enimvero ad tales minutias, quæ nondum ſatis explorata habentur, in præſenti nobis attendere non licet : id nobis annotaſſe ſufficiat, dudum ab* HUGENIO *obſervatum eſſe* (b) *refractionem in ſingulas horas mutari, quamvis experimenta ſumta ſint in exigua admodum altitudine & in objectis terreſtribus.*

Theorema 20.

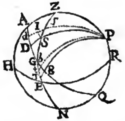
352. *Refractio aſcenſionem rectam & obliquam ſideris minuit, deſcenſiones auget; declinationem borealem auget, auſtralem minuit.*

Demonstratio.

Aſcenſio obliqua eſt punctum æquatoris cum ſidere oriens (§. 191). Sed cum ſtella vi refractionis elevata in horizonte comparet, ſub eodem adhuc latet (§. 343), ideoque punctum æquatoris cum quo revera oritur, adhuc ſub horizonte abſconditur : ergo aſcenſionem obliquam minuit refractio. *Quod erat primum.*

Sit ſtella ſupra horizontem elevata in S vel T; vi refractionis videbitur in *ſ* vel in *t* (§. 332). Ducantur ex polo P circuli declinationum PD, P*d*, PB, P*b* qui erunt ad æquatorem in D & *d*, B & *b* perpendiculares (§. 76), definient-

(a) *Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences an. 1700. p. m. 144. & 145.*
(b) *Traité de la Lumiere cap. 4 p. 42.*



que ſtellæ S aſcenſionem rectam veram in D, refractam in *d*, ſtellæ autem T veram in B, refractam in *b* (§. 190). Quare cum punctum *d* ſit meridiano vicinius quam D, & *b* vicinius quam B; evidens eſt per refractionem aſcenſionem rectam minui. *Quod erat ſecundum.*

Non abſimili modo oſtenditur, ſi HZR ſumatur pro parte cœli occidentali, deſcenſiones per refractionem augeri. *Quod erat tertium.*

Porro in triangulis SGD & *ſGd* ad D & *d* rectangulis *per demonſtrata*, eſt, ut ſinus totus ad ſinum SG, ita ſinus G ad ſinum SD; & ut ſinus totus ad ſinum *ſ*G, ita ſinus G ad ſinum *ſd* (§. 136. *Sphæric.*) : ergo etiam ut ſinus SG ad ſinum *ſ*G, ita ſinus SD ad ſinum *ſd* (§. 196. *Arithmet.*). Quare cum ſit *ſ*G > SG; erit etiam *ſd* > SD. *Quod erat quartum.*

Eodem prorſus modo demonſtratur, eſſe *tb* < TB. *Quod erat quintum.*

Theorema 21.

353. *Refractio in parte cœli orientali longitudinem ſideris minuit, in occidentali auget; latitudinem auſtralem minuit, borealem auget.*

De-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Si AQ ponatur ecliptica & PD, (*vid. Fig. pag. præc.*) P*d*, PB atque P*b* ſint circuli latitudinum: demonſtratio theorematis præſentis prorſus coincidit cum demonſtratione præcedentis.

SCHOLION.

354. *Apparet ideo, in Aſtronomia non negligendam eſſe refractionem, ſiquidem motuum phænomena accurate determinare volueris: atque hinc ulterius liquet, Aſtronomiam veterem, quæ refractionem inſuper habuit, fuiſſe vel ex hoc capite ubique imperfectam.*

DEFINITIO 69.

355. *Refractio altitudinis* eſt arcus circuli verticalis Sſ, quo altitudo ſideris SE ob refractionem augetur.

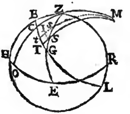
DEFINITIO 70.

356. *Refractio declinationis* eſt arcus circuli declinationis ſI, (*vid. Fig. pag. præc.*) quo declinatio ſideris DS vi refractionis vel augetur, vel minuitur.

DEFINITIO 71.

357. *Refractio aſcenſionis ac deſcenſionis* eſt arcus æquatoris D*d*, quo aſcenſio D & deſcenſio ſideris ſive recta, ſive obliqua vi refractionis augetur, vel minuitur.

DEFINITIO 72.



358. *Refractio longitudinis* eſt arcus eclipticæ T*t*, quo longitudo ſideris vi refractionis vel augetur, vel minuitur.

DEFINITIO 73.

359. *Refractio latitudinis* eſt arcus circuli latitudinis ſI, quo latitudo ſideris TS vi refractionis vel augetur, vel minuitur.

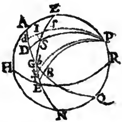
PROBLEMA 62.

360. *Data altitudine ſideris refracta* ſE, (vid. Fig. pag. præced.) *una cum tempore, quo obſervatur, & refractione altitudinis* ſS; *invenire refractionem declinationis* ſI *& aſcenſionis rectæ* Dd.

RESOLUTIO.

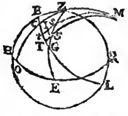
1. Tempus uſque ad meridiem vel mediam noctem reſiduum, aut a meridie vel media nocte elapſum convertatur in gradus æquatoris (§. 212), ut habeatur arcus A*d*, conſequenter angulus ad polum AP*d* (79. *Aſtron.* & §. 31. *Sphær.*).
2. Quoniam in triangulo ZPſ dantur præter hunc angulum latera PZ & ſZ elevationis poli PR & altitudinis refractæ ſE complementa (§. 62); invenietur angulus ZſP (§. 165. *Sphær.*), cui verticalis IſS æqualis (§. 43. *Sphær.*).
3. Ex S demittatur perpendicularis SI & in triangulo SIſ ad I rectangulo ex datis angulo IſS modo invento & hypotheuuſa Sſ refractione altitudinis, inveniatur latus ſI (§. 127. *Sphæric.*), refractio declinationis (§. 356), & latus IS (§. 116. *Sphæric.*), quod refractio-

ctioni aſcenſionis rectæ D*d* ad ſenſum æquale, ſi ſtellæ declinatio exigua.



4. Quodſi vero declinatio DS fuerit ingens, ex datis in triangulo PSI ad I rectangnlo lateribus IS & PI aggregato ex complemento declinationis refractæ P*ſ*, & refractione declinationis I*ſ*, invenitur angulus ad polum IPS (§. 127. *Sphæric.*), cujus menſura D*d* (§. 79. *Aſtron.* & §. 31. *Sphæric.*) eſt refractio aſcenſionis rectæ (§. 357).

PROBLEMA 63.



361. *Datis elevatione æquatoris, longitudine Solis ad datum obſervationis tempus, angulo obliquitatis eclipticæ, altitudine refracta* ſE, *longitudine refracta ſideris* t *& refractione altitudinis* ſS; *invenire refractionem latitudinis* ſI *& longitudinis* Tt.

RESOLUTIO.

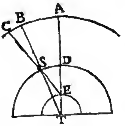
1. Ex datis elevatione æquatoris, longitudine Solis & angulo obliquitatis eclipticæ inveſtigetur nonageſimus eclipticæ C (§. 218): verticalis ZC per eum tranſiens tranſibit quoque per polum eclipticæ M (§. 221).
2. Ducantur ex polo eclipticæ M per locum ſideris verum & refractum *ſ* circuli latitudinum MT & M*t*: evidens eſt refractionem latitudinis *ſ*I & longitudinis T*t* inveniri ope triangulorum SI*ſ* & MSI ad I rectangulorum, prorſus ut in problemate precedente (§. 360).

SCHOLION.

362. *Ex duobus problematibus præcedentibus facile intelligitur, quomodo ex aſcenſione recta, declinatione, longitudine & latitudine vera datis, earundem refractiones inveniantur.*

DEFINITIO 74.

363. *Locus phyſicus ſideris* eſt punctum S, in quo centrum ejus hæret.



DEFINITIO 75.

364. *Locus opticus* eſt punctum C vel B, in ſuperficie ſphæræ mundanæ ABC, quo ſpectator ex E vel T ſideris centrum S refert.

De-

DEFINITIO 76.

365. *Locus opticus verus* eſt punctum ſuperficiei ſphæræ mundanæ B, quo ſpectator in centro terræ conſtitutus centrum ſideris aut phænomeni S refert.

DEFINITIO 77.

366. *Locus opticus apparens* ſeu *viſus* eſt punctum ſuperficiei ſphæræ mundanæ C, quo ſpectator in ſuperficie terræ E conſtitutus ſideris centrum S refert.

DEFINITIO 78.

367. *Parallaxis* eſt diſtantia duorum locorum opticorum. Et in ſpecie *parallaxis altitudinis* eſt differentia inter locum verum & apparentem CB: Dicitur etiam *parallaxis* ſimpliciter, & *commutatio* a COPERNICO.

COROLLARIUM 1.

368. Parallaxis ideo altitudinem ſideris minuit, diſtantiam a vertice auget.

COROLLARIUM 2.

369. Parallaxis altitudinis CB eſt differentia inter diſtantiam a zenith A veram AB & viſam AC.

DEFINITIO 79.

370. *Angulus parallacticus* eſt differentia angulorum CEA & BTA, ſub quibus diſtantiæ a zenith vera & viſa videntur. Vocatur & ipſe ſubinde *parallaxis*.

THEOREMA 22.

371. *Angulus parallacticus eſt æqualis angulo* TSE, *quem rectæ ex oculis obſervatorum* E *&* T *in centrum ſideris* S *ductæ intercipiunt*.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim SED angulus, ſub quo videtur diſtantia viſa CA, STD angulus, ſub quo videtur vera BA. Sed SED=STD+TSE (§. 239. *Geomet.*). Ergo TSE eſt differentia angulorum SED & STD (§. 64. *Arithmet.*). *Q. e. d.*

THEOREMA 23.

372. *Parallaxis aſcenſionem rectam & obliquam auget, deſcenſionem minuit: declinationem & latitudinem borealem minuit, auſtralem auget; longitudinem in orientali auget, in occidentali minuit.*

DEMONSTRATIO.

Si *ſ* & *t* (*vid. Fig.* 1. *pag. præced.*) ſint loca ſideris vera, S & T viſa; demonſtratio prorſus eadem quæ theorematis 20 (§. 352).

COROLLARIUM.

373. Parallaxis ideo refractioni prorſus contraria (§. 352. 353).

DEFINITIO 80.

374. *Parallaxis declinationis* eſt arcus circuli declinationis *ſ*I, quo parallaxis altitudinis auget vel minuit declinationem ſideris.

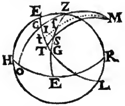
DEFINITIO 81.

375. *Parallaxis aſcenſionis* & *deſcenſionis* eſt arcus æquatoris D*d*, quo paral-

Digitized by Google

parallaxis altitudinis auget aſcenſionem.

Definitio 82.



376. ***Parallaxis longitudinis*** eſt arcus eclipticæ T*t*, quo parallaxis altitudinis auget vel minuit longitudinem.

Definitio 83.

377. ***Parallaxis latitudinis*** eſt arcus circuli latitudinis *ſ*I, quo parallaxis altitudinis auget vel minuit latitudinem.

Theorema 24.

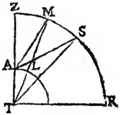
378. ***Parallaxis in zenith nulla, in horizonte maxima.***

Demonstratio.

Eadem prorſus eſt, quæ theorematis 18. (§. 344), pro angulis nempe inclinationum ſubſtitutis angulis parallacticis.

Theorema 25.

379. ***Sinus angulorum parallacticorum*** ALT & AST, ***in eadem vel æqualibus a zenith diſtantiis*** SZ, ***ſunt in ratione reciproca diſtantiarum ſiderum a centro terræ*** TL & TS.



Demonstratio.

Eſt enim, ut ſinus LST ad TL, ita ſinus TLA ad TS (§. 35. *Trigon.*). Ergo ſinus angulorum TLA & TSA ſunt ut TS ad TL (§. 173. *Arithm.*). *Q. e. d.*

Corollarium.

380. Cum LT < TS *per hypoth.* erit etiam angulus AST < ALT, ideoque parallaxis remotioris S minor eſt parallaxi vicinioris L, in eadem a zenith diſtantia: quod etiam aliunde patet (§. 188. *Geom.*).

Theorema 26.

381. ***Sinus angulorum parallacticorum*** M & S ***ſiderum a centro terræ*** T ***æqualiter diſtantium, ſunt ut ſinus diſtantiarum viſarum a vertice*** ZM & ZS.

Demonstratio.

Eſt enim, ut ſinus ZAM ad TM ita ſinus M ad AT, & ut TS ad ſinum ZAS ita AT ad ſinum S (§. 35. *Trigon.*). Ergo ob TM = TS *per hypoth.* ſinus M ad ſinum S ut ſinus ZAM ad ſinum ZAS (§. 194. *Arithmet.*). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

382. Decreſcentibus ideo diſtantiis a vertice; hoc eſt, creſcentibus altitudinibus, parallaxis decreſcit.

Co-

Corollarium 2.

383. Parallaxis ab horizonte uſque ad zenith altitudinem ſideris afficit.

Theorema 27.

384. *Stellæ fixæ carent parallaxi altitudinis ſenſibili.*

Demonstratio.

Eſt enim ſemidiameter telluris AT (*vid. Fig.* §. 379) ad diſtantiam fixæ TS, ut ſinus anguli parallactici S ad ſinum diſtantiæ a vertice ZAS (§. 35. *Trigon.*). Sed AT reſpectu TS evaneſcit (§. 146): ergo etiam ſinus S reſpectu ſinus ZAS; conſequenter parallaxis altitudinis reſpectu diſtantiæ a vertice in fixis evaneſcit (§. 370). *Q. e. d.*

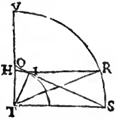
Corollarium.

385. Refractiones ideo ex fixarum obſervationibus erutæ (§. 368) ſunt differentiæ inter altitudines ſiderum veras & refractas, neque ideo verendum, quod ob parallaxin fixarum ſint juſto majores.

Theorema 28.

386. *Parallaxis horizontalis eadem, ſive ſidus in horizonte vero, ſive in apparente fuerit conſtitutum, & ubivis locorum eadem.*

Demonstratio.



Sidus in horizonte vero TS conſtitutum non poterit videri in H, ſed in loco altiori O, cujus horizon apparens OS convenit oculo non elevato in I. Cum igitur in triangulis TIS & THR anguli I & H ſint recti (§. 308. *Geom.*), & TH=TI, atque TS=TR (§. 40. *Geom.*); erit HRT=TSI (§. 179. *Geom.*). *Q. e. d.*

Problema 64.

387. *Data diſtantia ſideris in horizonte conſtituti a centro terræ* TR, *ſeu ejus ad ſemidiametrum telluris* TH *ratione; invenire ejus parallaxin.*

Resolutio.

Quoniam in triangulo THR ad H rectangulo dantur latera TH & TR; reperietur angulus parallacticus (§. 38. *Trigon.*).

Problema 65.

388. *Data ratione diſtantiæ ſideris a centro terræ* TM (vid. Fig. §. 379) *ad ſemidiametrum terræ* TA, *una cum diſtantia vera a vertice* ZTM; *invenire parallaxin altitudinis.*

Resolutio.

Quoniam in triangulo ATM dantur duo latera TA & TM cum angulo intercepto T; reperietur angulus parallacticus M (§. 40. *Trigon.*).

Corollarium.

389. Quodſi detur diſtantia viſa a vertice ZAM, reperietur M (§. 38. *Trigon.*).

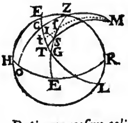
Problema 66.

390. *Invenire parallaxin declinationis, aſcenſionis rectæ, longitudinis & latitudinis; data elevatione poli & parallaxi altitudinis, una cum altitudine viſa a refractione liberata & tempore, quo hæc fuit obſervata.*

Resolutio.

Non differt a reſolutione problematum 62 & 63 (§. 360. 361).

Problema 67.



391. *Datis nonageſimo eclipticæ* C, *altitudine nonageſimi* CO, *altitudine vera* ſE, *parallaxi altitudinis* ſS, *longitudine vera* t *&* *latitudine vera* tſ; *invenire parallaxin longitudinis* Tt *&* *latitudinis* Iſ.

Resolutio.

1. Cum detur longitudo vera *t* & nonageſimus C; datur quoque arcus C*t*; conſequenter angulus ad polum eclipticæ CM*t* (§. 240. *Aſtron.* & §. 33. *Sphær.*).
2. Quia altitudo nonageſimi CO continuata ultra zenith Z per polum eclipticæ M tranſit (§. 221), & MC=ZO (§. 62. 240), erit ZM =CO (§. 91. *Arithm.*).
3. Cum ideo in triangulo MZſ, præter MZ & M, detur Zſ altitudinis veræ complementum (§. 62); reperietur ZſM (§. 158. *Sphær.*), cui IſS æqualis (§. 43 *Sphær.*) Unde
4. Reliqua inveniuntur ut ſupra *Probl.* 62. (§. 360).

Scholion.

392. *Parallaxium doctrina maximi momenti eſt in Aſtronomia tum ad diſtantias ſiderum aliorumque phænomenorum inveniendas, tum eclipſes computandas: quemadmodum ex parte altera patebit, ubi ſuis locis plura ad parallaxin ſpectantia traduntur, quæ facilius & jucundius intelliguntur, ubi ad caſus ſpeciales, quorum gratia excogitati fuere, modi inveniendi parallaxin applicantur.*

CAPUT VIII.

De Crepuſculis.

Definitio 84.

393. Crepuſculum eſt lux crepera, qua aer ante ortum & poſt occaſum Solis reſplendet. *Matutinum* vocatur illud, quod ortum Solis præcedit; *Veſpertinum*, quod occaſum ejus ſequitur. Illud etiam *Aurora*, aut *Crepuſculum* κατ' ἐξοχὴν dici ſolet.

Corollarium.

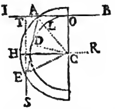
394. Crepuſculi ideo matutini initium eſt, quando aer primum ſplendeſcere incipit; veſpertini finis eſt, quando ſplendor ejus prorſus diſparet.

Theorema 29.

395. *Crepuſcula generantur a radiis ſolaribus in atmoſphæra noſtra refractis & ab ejus particulis reflexis.*

De-

DEMONSTRATIO.



Sit obſervator in O, horizon ſenſibilis AB, Sol ſub horizonte vero HR conſtitutus. Incidat radius SE in atmoſphæram infra horizontem: quoniam in aere refrangitur, tanquam medio craſſiori (§. 334), & quidem ad perpendiculum (§ 25. *Dioptr.*), hoc eſt, ad ſemidiametrum CE (§. 38. *Anal. infinit.*), non progredietur in T, ſed tellurem in D tangens incidet in A horizontem ortivum ſenſibilem. Neque enim alius radius, quam AD, qui tellurem tangit, ex refractis in E ad A pervenire poteſt, cum ceterorum propagationi terra obeſt. Jam cum particulæ atmoſphæræ radios ſolares reflectant (§. 45. 51. *Optic.*), ſitque ob CD=CO (§. 40. *Geom.*) & rectos ad D & O *per demonſtrata* (§. 309. *Geom.*) angulus DAC ipſi CAO æqualis (§. 235. *Geom.*); radius in A reflexus perveniet in O (§. 144. *Catoptric.*). Quare cum ibi ſit obſervator *per hypoth.* videbit particulam A in horizonte ſenſibili ſplendeſcentem, ideoque crepuſculi matutini initium (§. 394). Eodem modo oſtenditur per radiorum ſolarium in atmoſphæra factam refractionem & reflexionem contingere veſpertini finem. *Q. e. d.*

SCHOLION.

396. *Aliam adhuc crepuſculorum cauſam aſſignat* KEPLERUS (a), *materiam nempe lucidam circa Solem, quæ auroram figura circulari verſus horizontem incurvata enitentem exhibet, aeri illuminato non adſcribenda, prout ibidem demonſtrat. Materia illa lucida cum ſit atmoſphæra Solis, de ea agemus ex inſtituto ſuo loco.*

PROBLEMA 68.

397. *Invenire profunditatem Solis ſub initium crepuſculi matutini & finem veſpertini.*

RESOLUTIO.

Eodem prorſus modo reperitur, quo ſupra arcum viſionis invenire docuimus (§. 286, obſervato nimirum momento, quo aer primum ſplendeſcit in crepuſculo matutino, itemque momento, quo ſplendor omnis evaneſcit in veſpertino. Quoniam vero hæc obſervatio difficilis nec ſatis certa eſt; notetur momentum temporis, quo mane ſtellæ ſextæ magnitudinis viſui noſtro ſeſe ſubducunt, vel veſpere primum in conſpectum veniunt.

OBSERVATIO 16.

398. *Profunditatem Solis ſub horizonte ad initium crepuſculi matutini finemque veſpertini obſervarunt* ALHAZEN 19°, TYCHO 17°, ROTHMANNUS 24°, STEVINUS 18°, CASSINUS 15°; RICCIOLUS *in æquinoctiis mane* 16°, *veſpere* 20° 30′; *in ſolſtitio æſtivo mane* 21° 25′, *in biberno mane* 17° 25′.

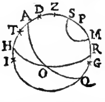
SCHOLION.

399. *Non mirum, quod Autores adeo inter ſe diſſentiant. Eſt enim cauſa crepuſculorum inconſtans: halitus quippe ſi fuerint in atmoſphæra vel copioſio-*

(a) In Epitom. Aſtron. Copernic. lib. 1. p. 3 p. 73. 76.

res, vel altiores, crepuſculum matutinum citius incipit, veſpertinum longius durat. Halitus nimirum copioſiores cum plures radios reflectant, magis ſplendeſcunt; altiores vero citius a Sole illuſtrantur: quæ ſane ratio eſt, cur crepuſculi matutini duratio ſit veſpertini brevior, cum ob frigus nocturnum mane denſior ſit & humilior aer halitibus plenus; & cur æſtate crepuſcula longiora quam hieme, cum hieme frigore magis condenſatus humilior fiat. Accedit, quod in aere denſiore refractio, & atmoſphæra ſolaris ſplendor cum in ſe variabilis, tum telluri alio tempore proximior quam alio.

Corollarium.



400. Quando itaque differentia GR inter declinationem Solis GQ & altitudinem ſeu profunditatem æquatoris QR eſt minor 18°, ſane 15° non excedit; crepuſculum per integram noctem durat.

Problema 69.

401. *Data elevatione æquatoris; determinare tempus, quo crepuſculum per noctem integram duret.*

Resolutio.

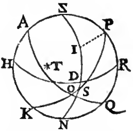
1. Ab elevatione æquatoris ſubtrahantur 18°, relinquetur declinatio Solis maxima, quæ eſſe poteſt, quando crepuſculum per noctem integram durat (§. 400).
2. In tabulis declinationum Solis evolvantur puncta eclipticæ, quorum iſta eſt declinatio.
3. Denique ex ephemeridibus quærantur dies, quando Sol puncta iſta ingreditur.

Ita nimirum conſtabit omne temporis intervallum, quo crepuſculum per noctem integram durat.

Ex. gr. *Halæ* altitudo æquatoris 38° 22′: unde ſi auferantur 18°, relinquetur declinatio Solis quæſita 20° 22′. Juxta tabulas PHILIPPI DE LA HIRE declinatio Solis eſt 20° 23′ 49″ in 1° ♊ & 29° ♋. Hoc anno Sol ingreſſus 1° ♊ die 21. Maii; erit in 29 ♋ die 21. Julii. A die itaque 21. Maii uſque ad 21. Julii crepuſculum per integram noctem durat.

Problema 70.

402. *Data elevatione poli* PR & *declinatione Solis* OS, *invenire initium crepuſculi matutini & finem veſpertini.*



Resolutio.

1. Cum in triangulo PSZ dentur ſingula latera, nempe PZ elevationis poli PR, & PS declinationis OS complementum, atque ZS aggregatum ex quadrante ZD & profunditate Solis DS per obſervationem nota (§. 398); reperietur angulus ZPS (§. 168. *Sphær.*), cujus menſura eſt arcus AO (§. 33. *Sphær.*).
2. Convertatur AO in tempus ſolare (§. 212), ita prodibit tempus ab initio crepuſculi matutini uſque ad meridiem vel tempus a meridie uſque ad finem veſpertini elapſum.

Ex. gr. *Halæ* elevatio poli PR 51° 38′: quæritur initium crepuſculi matutini Sole in 4° ♍ exiſtente. Eſt itaque SO 10° 3′ 37″ & DS 18° (§. 398); hinc ZS 108° & ½ ZS 54°.

PS

PS	79°	56′	23″
PZ	38	22	0
PS + PZ	118	18	23
$\frac{1}{2}$PS + $\frac{1}{2}$PZ	59	9	11$\frac{1}{2}$
PS	79°	56′	23″
PZ	38	22	0
PS — PZ	41	34	23
$\frac{1}{2}$PS — $\frac{1}{2}$PZ	20	47	11$\frac{1}{2}$

Quoniam anguli Z & S ſunt acuti, perpendiculum PI intra triangulum PZS cadit (§. 82. *Sphær.*) & quia OS > PZ, etiam SI > IZ (§. 138. *Sphær.* & §. 299. *Arithm.*). Eſt itaque (§. 168 *Sphær.*).

Log. tang. $\frac{1}{2}$ZS	101387390
tang. $\frac{1}{2}$PS + $\frac{1}{2}$PZ	102238411
tang. $\frac{1}{2}$PS — $\frac{1}{2}$PZ	95793208
ſumma	198031619
tang. $\frac{1}{2}$SI — $\frac{1}{2}$ZI	96644229,

cui in tabulis quam proxime reſpondent

	24°	47′	9″
Sed $\frac{1}{2}$ZS	54		
Ergo IS	78	47	9
IZ	29	12	56

Porro Log. ſin. ZI	96885058
ſin. tot.	100000000
ſumma	196885058
ſin. ZP	97928760
ſin. ZPI	98956298, cui in tabulis quam proxime reſpondent 51° 50′ 53″.
Log. ſin. IS	99916279
ſin. tot.	100000000
ſumma	199916279
ſin. PS	99932707
ſin. IPS	99983552,

cui in tabulis reſpondent

	85°	1′	0″
Jam IPZ	51	50	53
Ergo SPZ *ſeu* AO	136	51	53
AQ	179	59	60
OQ	43	8	7

Arcus OQ in tempus converſus dat initium crepuſculi a media nocte numeratum. Nempe

30 reſpond.	1 h.	59′	40″	12‴		
10		39	53	24		
3′		11	58	1		
5′			19	56	42 v	
3″			11	58	1	
5″				19	56	42 v
2				7	58	40
	2 h.	52	3	59	38	22

Eſt ideo initium crepuſculi matutini, Sole in 4° ♍ exiſtente, *Halæ* h. 2. 52′ 3″, ſeu h. 2. 52′.

Quodſi triangulum SKN ſolvere libuerit, perpendiculo ex N in KS demiſſo, per duas illationes invenitur angulus K ſeu arcus OQ.

Corollarium.

403. Si tempus ortus Solis quæratur (§. 214) initium crepuſculi ab eo ſubductum durationem ejuſdem relinquit.

Problema 71.

404. *Dato loco Solis in ecliptica una cum elevatione poli; invenire initium crepuſculi matutini & finem veſpertini ope globi artificialis.*

Resolutio.

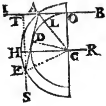
1. Globus ad cœli ſitum componatur, qualem ipſo meridie habet (§. 316).
2. Vertatur circa axem, donec ope quadrantis altitudinis gradus eclipticæ loco Solis oppoſiti altitudo in parte cœli occidentali, ſi initium crepuſculi matutini deſideretur; in parte autem orientali, ſi finis veſpertini quæratur, 18° deprehendatur (§. 325).

Ita nimirum locus Solis intervallo 18° ſub horizonte erit depreſſus (§. 331), ideoque index horarius in caſu primo initium crepuſculi matutini, in altero finem veſpertini indicabit (§. 398).

Pro-

P R O B L E M A 72.

405. *Data profunditate Solis ſub horizonte in fine crepuſculi veſpertini & initio matutini atque ſemidiametro telluris* DC *vel* LC; *invenire altitudinem aeris* AL.



RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quoniam recta OA reſpectu diſtantiæ Solis a terra evaneſcit, ſeu pro nihilo habenda, angulus IAE ſumi poteſt pro profunditate Solis ſub horizonte (§. 73. *Aſtron.* & §. 145. *Optic.*); quippe qui ab angulo a recta IO & recta altera ex puncto O in centrum Solis ducta intercepto non niſi angulo parvitatis contemnendæ differt (§. 239. *Geom.*) ideoque eidem æqualis exiſtimari poteſt (§. 4. 5. *Analyſ. infin.*). Quia vero radius Solis AE refractus eſt *per hypoth.* a profunditate Solis data ſubtrahatur refractio horizontalis (§. 349), ut habeatur vera quantitas anguli IAE.
2. Jam cum angulus IAE cum duobus angulis DAC & CAO efficiat duos rectos (§. 147. *Geom.*), & DAC atque CAO, cum angulis DCA & ACO, duos itidem rectos efficiant (§. 240. *Geom.*), erit ipſe IAE duobus DCA & ACO æqualis (§. 91. *Arithm.*), conſequenter ob DCA $=$ ACO per ſuperius demonſtrata (§. 395. *Aſtron.* & §. 235. *Geom.*), DCA $= \frac{1}{2}$ IAE.
3. Datis itaque in $\triangle$ ADC ad D rectangulo (§. 309. *Geom.*), angulo DCA & latere DC invenitur latus AC (§. 36. *Trigon.*).
4. Quodſi inde ſubtrahatur Semidiameter telluris LC, relinquitur altitudo aeris quæſita AL.

Ex. gr. Sit Semidiameter telluris LC, qualis vulgo ſtatuitur, 860 milliarium Germanicorum, & profunditas Solis in initio crepuſculi matutini & fine veſpertini 18° (§. 398). Subtrahatur ab hac refractio horizontalis 32′ (§. 349), reſiduus fiet angulus IAE 17° 28′, cujus dimidius DCA erit 8° 44′. Quamobrem

Log. coſin. DCA		9994935z
	DC	29344984
	ſin. tot.	100000000
	AC	29395632, cui in tabulis quam proxime reſpondent 870.

Eſt igitur AC $=$ 870 milliarium
ſubtrahatur LC $=$ 860
relinquitur AL $=$ 10

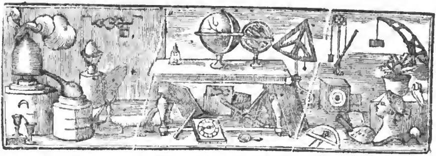
Aeris ideo altitudo eſt 10 milliarium Germanicorum.

S C H O L I O N.

406. *Facile intelligitur, per problema præſens tantummodo reperiri altitudinem aeris craſſioris, qui ad lumen Solis ſufficienter reflectendum ſufficit, ut crepuſculum oriatur. Etenim cum aer continuo fiat rarior, quo altius aſcenditur* (§. 154. Aerom.); *altitudo totius atmoſphæræ multo major eſſe debet.*

Finis Aſtronomiæ Sphæricæ.

ELE-



ELEMENTA ASTRONOMIÆ.

PARS SECUNDA.

ELEMENTA THEORICÆ.

CAPUT I.

De natura Solis ac Lunæ.

OBSERVATIO I.

407. *Sole oriente, tenebræ ex terra fugiunt & corpora eidem directe oppoſita lumine ejus colluſtrata reſplendent. Solem intuentes oculi ſplendorem ejus ferre neſciunt. Nube inter ipſum & corpora terreſtria interpoſita, ſplendor ab his amittitur & Sol interdum inſtar diſci argentei, autumnali præſertim ac hiberno tempore, per nubes tranſparet. Sole denique occidente, lux omnis tandem evaneſcit.*

COROLLARIUM I.

408. Sol ideo fons luminis, quo interdiu in tellure fruimur.

COROLLARIUM 2.

409. Quoniam lumen magnum eſt, quod corpora circumjecta clare ac diſtincte videri efficit (§. 4. *Optic.*); Sol telluri eſt luminare magnum.

SCHOLION.

410. *Patet ideo, cur* MOSES *Solem dicat* luminare magnum. Gen. I. 16.

OBSERVATIO 2.

411. *Extra omnem dubitationem poſitum eſt,* JOANNEM FABRICIUM, DAVIDIS *Aſtronomi non incelebris filium, maculas Solis jam ab initio anni* 1611. *obſervaſſe, & circa medium ejuſdem in lucem publicam protuliſ-*

tuliſſe (a), *antequam quicquam de hoc phænomeno tunc temporis prorſus ſingulari atque inexpectato fuiſſet auditum.* CHRISTOPHORUS SCHEINERUS Jeſuita Ingolſtadienſis *Teleſcopio in Solem converſo an.* 1611. *menſe Majo maculas in eo obſervare cepit. Cum* THEODORUS BUSÆUS *tunc temporis* Provincialis *obſervationem placitis Ariſtotelicorum adverſam ſupprimendam judicaret, eam ad* MARCUM WELSERUM Senatorem Auguſtanum *perſcripſit, qui novum phænomenon ſine Autoris nomine ſub titulo* Apellis poſt Tabulam *evulgavit. Unde excitatus* GALILÆUS *eaſdem obſervavit & hodienum obſervant, quos ſiderum contemplatio juvat. Sunt autem maculæ iſtæ partes nigricantes, figuræ irregularis ac inconſtantis, quæ diſco Solis*



inhærere videntur. Pleræque partibus heterogeneis conſtant, quarum obſcuriores ac denſiores ab HEVELIO *nuclei dicuntur, & veluti atmoſphæra quadam, minus obſcura & rariori cinguntur. Figura & magnitudo tam nucleorum, quam macularum integrarum variabilis.* HEVELIUS (b) *an.* 1644. *die* 8. *Maii maculam vidit valde exilem tenuemque, quæ die* 10. *Maii decuplo major apparuit, longeque obſcurior ac denſior, permagno nucleo prædita: quales mutationes ſubitas alias* HEVELIUS & SCHEINERUS (c) *quoque obſervavit. Notavit &* HEVELIUS (d), *nucleum ſenſim deficere, antequam macula diſpareat, &* 1644. *die* 31. *Maii uſque ad* 1. *Junii maculam quotidie attenuari obſervavit, donec tandem die* 3. *Jun. in* 4. *diſcerperetur, die* 5. *rurſus in unam coaleſcentes. Durarunt autem aliæ non niſi per diem unum, aliæ per* 2, 3, 10, 15, 20, 30, *raro per* 40 *dies.* KIRCHIUS Lipſiæ (e) *an.* 1684. *a die* 26. *Aprilis uſque ad diem* 17. *Julii eandem in Sole maculam conſpexit, qua alia diuturnior hactenus nunquam viſa, quam etiam* Pariſiis *obſervavit* CASSINUS; *carent enim omni ſenſibili parallaxi, ita ut a ſpectatoribus longiſſimo terrarum intervallo a ſe invicem remotis in idem diſci ſolaris punctum referantur. Sane maculas, quas* R. P. JARTOUX Pekino in China *an.* 1701. *a die* 1. *Novembris uſque ad diem* 12. *obſervavit* (f), Montepeſſulano *a die* 31. *Octobris uſque ad* 11. *Novembris quoque vidit* CASSINUS *junior* (g). *Moventur autem maculæ per diſcum ſolarem,*

(a) Vid. ejus Narratio de Maculis in Sole obſervatis & apparente earum cum Sole converſione. Vitebergæ anno 1611. in 4.

(b) Cometogr. lib. 7. f. 424. & Selenograph. Append. fol. 519.

(c) In Roſa Urſina.

(d) Cometogr. loc. cit. f. 409.

(e) In Appendice Ephemerid. ar. 685.

(f) Vid. Acta Erudit. an. 1705. p. 483.

(g) *Mem. de l'Acad. Roy. des Scienc.* an. 1701. p. m. 345.

rem, motu prope limbos tardiori, quam prope centrum. Macula a KIRCHIO *obſervata per* 12. *dies in diſco Solis fuit conſpicua, per* 15 *vero poſt eum latuit. Ad limbum nimirum Solis, unde digrediuntur, rurſus reſtituuntur interdum* 27, *interdum fere* 28 *diebus. Denique notatu imprimis digna ſunt, quod maculæ circa limbum contrahantur, in medio diſci ampliores appareant, immo ſæpius ibi in unam coaluiſſe videantur, quæ hic diſgregatæ ſpectabantur; quod plures in medio diſci oriantur, plures etiam ibidem diſpareant; quod denique nulla earum a ſemita deviatio prope Horizontem obſervetur, cum tamen* HEVELIUS (a) Mercurium *in Sole obſervans, prope Horizontem humiliorem deprehenderit, nempe* 27″ *infra ſemitam priſtinam detruſum.*

COROLLARIUM 1.

412. Cum depreſſio Mercurii infra ſemitam ſit a parallaxi (§. 372), maculæ parallaxin a Sole nullam habentes (§. 411) eidem propiores exiſtunt, quam Mercurius (§. 380) planeta Soli proximus (§. 35, 36).

COROLLARIUM 2.

413. Quoniam per plures dies cum Sole oriuntur & occidunt, nec diſcum ejus deſerunt, niſi quando in limbo diſparent, tribus tamen circiter diebus diutius poſt Solem latent, quam Hemiſphærium nobis conſpicuum peragrantes conſumunt (§. 411); Soli quidem proximæ ſunt, non ipſi tamen ſuperficiei ſolari inhærent, ſed aliquam ab ea diſtantiam habent.

SCHOLION 1.

414. *Hoc argumento jam intulit primus obſervator* FABRICIUS *cum altera die maculam adhuc in diſco Solis orientis ſpectaret, eam eſſe in Sole: etſi mora macularum poſt Solem latentium nondum cognita, agnoſcere non potuerit, ipſis aliquam a ſuperficie Solis diſtantiam tribuendam eſſe.*

SCHOLION 2.

415. *Non licet excipere, quod cum minorem Hemiſphærii Solaris partem contueamur* (§. 247. Optic.); *ex mora macularum diuturniore in parte Solis averſa earum a Sole diſtantia inferri nequeat. Etenim ubi Solis a Terra diſtantia fuerit cognita una cum ejus diametro; demonſtrativa ratione contrarium oſtendere licebit.*

COROLLARIUM 3.

416. Quia in medio diſci Solis & oriuntur & evaneſcunt, ſubitaſque mutationes tum ratione magnitudinis, tum ratione figuræ, tum ratione denſitatis, ſubeunt (§. 411); eas de novo circa Solem naſci & iterum diſſolvi manifeſtum eſt.

COROLLARIUM 4.

417. Coaleſcunt itaque ex Solis exhalationibus (§. 413) nubes nimirum Solares.

SCHOLION 3.

418. *Hinc communia cum nubibus habebunt Phænomena, quas itidem congeriem exhalationum eſſe conſtat.*

COROLLARIUM 5.

419. Cum ideo exhalationes, quæ ex Sole prodeunt, ſupra eum eleventur & in data quadam altitudine ſubſiſtant; Solem ambiat fluidum aliquod neceſſe eſt, quod exhalationes ad aſcenſum urget (§. 99 *Hydroſt.*), inferius quidem denſius, ſuperius autem rarius (§. 33 *Hydroſt.*), qualis eſt aër noſter (§. 154 *Aërom.*)

SCHOLION 4.

420. *Conveniunt hæc cum iis, quæ* KEPLERUS *ex Auroræ figura deduxit* (§. 396): *ſed de Atmoſphæra ſolari poſtea plura.*

COROLLARIUM 6.

421. Quia maculæ in medio diſco Solis diſſolutæ diſparent (§. 411); materia macularum, hoc eſt, exhalationes Solares in Solem rurſus recidant neceſſe eſt: unde manifeſtum eſt, varias in Atmoſphæra ſolari, conſequenter & in ipſo Sole, contingere mutationes.

COROLLARIUM 7.

422. Cum revolutio macularum circa Solem ſit admodum regularis (§. 411) & maculæ ipſæ

(a) Vid. Mercurius in Sole viſus f. 126.



Soli valde vicinæ (§. 413); non tam maculæ circa Solem, quam Sol ipſe una cum atmoſphæra, in qua maculæ hærent, intervallo 27 circiter dierum circa proprium axem motu vertiginis movetur.

SCHOLION 5.

423. *Inde motum vertiginis Solis jam agnovit primus obſervator* FABRICIUS, *tanto pronior ad eum inferendum, quod noſſet, eundem a priori aſſecutos* JORDANUM BRUNUM *&* KEPLERUM.

SCHOLION 6.

424. *Inde eſt, quod prope limbum obliquius ſpectata coarctentur & oblonga fiant* (§. 268. Optic.)

COROLLARIUM 8.

425. Quoniam Sol in omni ſitu inſtar diſci circularis apparet, eminus ſpectatus; figura ejus ad ſenſum ſphærica eſſe debet (§. 13. *Sphæric.* & §. 277 *Optic.*)

SCHOLION 7.

426. *Quod autem revera ſphæroidica ſit, inferius oſtendetur.*

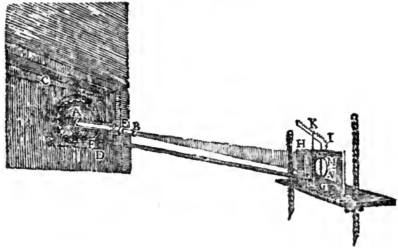
PROBLEMA I.

427. *Obſervare maculas Solares.*

RESOLUTIO.

Utendum eſt duobus vitris planis & coloratis charta candida acu perforata interjecta, vel Helioſcopio (§. 467 *Dioptr.*).

Quodſi autem ipſas maculas in propriis locis diſci Solaris accurate depingere ſicque earum ſitum, motum, & magnitudinem exacte determinare libuerit,



1. Per

1. Per Tubum aſtronomicum AB (§. 358. *Dioptr.*) ſphæræ ligneæ A intra foramen feneſtrellæ ligneæ CD mobili inditum, ut Tubus ope baculi annulo ligneo AE ſphæræ agglutinato affixi FG libere huc illucque moveri poſſit, ſpecies Solis in cubiculum obſcuratum intromittatur.
2. Baculo FG ad angulos rectos aptetur tabula lignea GH, charta candida ſuperinducenda & ultro citroque mobilis, ut tubo propius admoveri iterumque ab eodem removeri poſſit, donec Solis ſpecies exacte impleat circulum in charta deſcriptum.
3. Ope Perpendiculi KL determinetur punctum verticale M & plumbagine delineetur macula, quæ in diſco Solis in tabella excepto comparet, noteturque tempus, quo delineatur, ope horologii oſcillatorii ad motum Solis (§. 125) directi.

SCHOLION.

428. *In hunc modum obſervandi maculas Solares primum incidit* FABRICIUS, *cum ſplendor Solis ne aciei viſus officeret ſibi metueret, Helioſcopiis tunc temporis nondum cognitis. Eundem quoque adhibuit* SCHEINERUS (a) *& prolixius ex eodem deſcribitur ab* HEVELIO (b).

OBSERVATIO 3.

429. *Commemorant quoque multi faculas ſeu partes reliquo diſco Solis lucidiores a ſe obſervatas, maculis plerumque majores & tam lumine, quam mole, figura & duratione differentes. Sane* HEVELIUS (*c*) d. 20 Jul. 1634. *faculam ſe obſervaſſe ait, quæ tertiam diametri partem occupaverit. Per ejuſdem* HEVELII *Obſervationes* (d) *macula ſæpiſſime in faculas, raro autem faculæ in maculas abeunt.* HUGENIUS *tamen* (e) *fatetur, ſe nunquam faculas videre potuiſſe, etſi maculas ſæpius ſpectaverit, & nonniſi in nubeculis ſubfuſcis, quæ maculas plerumque circumdant, aliquando ſolæ feruntur, puncta quædam clariora interdum notari. Idem etiam exiguam illam in diſci circumferentia inæqualitatem, quæ interdum per Teleſcopia cernitur, vaporum prope terram noſtram tremulæ agitationi, non (quod vulgo fieri aſſolet) undarum fluctibus flammarumque eructationibus adſcribit. Et ſane ipſe ego talem fluctuationem in limbo Solis* d. 14 Sept. An. 1708 *per Teleſcopium* 8 *pedum deprehendi, cum ex nubibus circa Horizontem ortivum conſtitutis emergeret, quæ in elevatiori ſitu mox ceſſabat.*

(a) In Roſina Urſina, Lib. III. f. 151.
(b) In Prolegom. Selenogr. f. 98. & ſeqq.
(c) Loc. cit. f. 87.

SCOLION.

430. *Quemadmodum ideo fictam judico Imaginem Solis, quam ex* KIRCHERI *&* SCHEINERI *obſervationibus paſſim depingunt Autores, cum ego ſimilem nunquam viderim, nec* HUGENIUS *exquiſitiſſimis ſuis Teleſcopiis talem deprehenderit, &* FABRICIUS, *qui primus Solem per Teleſcopia contemplatus, obſervationibus ſuis diffiſus imperfectioni Teleſcopii tribuit, nihil definiturus de inæqualitate & aſperitate circa margines Solis, donec alii eundem accuratioribus Teleſcopiis obſervaverint; ita facularum Phænomena non materiæ cuidam accenſæ (obſtat enim diuturna earum duratio & in maculas mutatio), ſed refractioni radiorum ſolarium in exhalationibus rarioribus tribuo, qui denſati in vicinia umbroſa lucem ſolari majorem exibere videntur. Sunt ideo faculæ macularum quoddam accidens.*

(d) In Appendice Selenogr. f. 505 uſque ad 509.
(e) In Coſmotheoro Lib. II. p. m. 107.

THEOREMA 1.

431. *Solis ſubſtantia ignea eſt.*

Sol enim lucet (§. 407) & radii ejus per ſpecula concava & lentes cauſticas collecti incendunt, urunt, comburunt, liquefaciunt corpora ſolidiſſima exiguo temporis ſpatio vel in calcem, vel in vitrum convertunt (§. 221 *Catoptr.* & §. 199 *Dioptr.*). Quare cum vis radiorum ſolarium propter divergentiam decreſcat in ratione duplicata diſtantiarum reciproce ſumtarum (§. 87. *Optic.*); evidens eſt, eundem ipſorum fore effectum, qui denſiorum per Specula & Lentes cauſticas deprehenditur, ſi adeo prope ad Solem accederemus, ubi eadem eorum denſitas deprehenditur. Radii ideo ſolares in vicinia Solis eoſdem effectus producunt, qui ab igne vehementiſſimo expectari poſſunt; conſequenter Sol ſubſtantiæ igneæ exiſtit.

COROLLARIUM 1.

432. Ejus ideo ſuperficies undiquaque fluida.

SHCOLION.

433. *An Sol integer fluidus ſit, quemadmodum viſum eſt nonnullis, an vero potius ſolidus quemadmodum aliis placet, non definio. Sed cum non alia ſint notæ, per quas ignem ab aliis corporibus diſtinguimus, niſi lux, calor & vis incendendi, urendi, comburendi, liquefaciendi, calcinandi, vitrificandi; ſane ego non video, quid obſtare poſſit, quo minus concludam, Solem eſſe corpus igni noſtro ſimile ideoque flamma circumcirca veſtiri. Ne tamen quis voce demonſtrationis offendatur, qui minus recte ſupponi ſibi perſuadet, eorundem effectuum eaſdem eſſe in univerſo cauſas; ideo eandem omiſimus: quod etiam in poſterum faciemus, partim cum probabilia propoſituri ſumus, partim cum inſtituti ratio non permittit, ut ad veram demonſtrationis formam probatio redigatur, utut, ſi verum fateri velimus, forma perfectæ demonſtrationis alibi a nobis delineatæ (a) in ipſis Mathematicorum demonſtrationibus non adeo rigoroſe ſemper obſervetur, ne ſcilicet prolixitate Lectori ratiocinandi vi jam pollenti, nauſea moveatur.*

COROLLARIUM 2.

434. Cum maculæ ex Solis exhalationibus concreſcant (§. 417); Solem non eſſe ignem purum apparet, ſed flammæ ejus particulas heterogeneas admixtas eſſe conſtat.

THEOREMA 2.

435. *Figura Solis eſt ſphæroidei, circa Polos depreſſior, quam ſub Æquatore.*

DEMONSTRATIO.

Sol motu vertiginis movetur (§. 422), ideoque materia ſolaris a centris circulorum, in quibus movetur, recedere conatur (§. 617 *Mech.*), tanto quidem majori vi, quo circulorum periphæriæ majores exiſtunt (§. 623 *Mechan.*). Sed æquator eſt circulus maximus (§. 48), reliqui verſus Polos continuo decreſcunt (§. 41 *Sphær.*). Materia ergo ſolaris, etſi primitus in ſphæram coacta, magis a centro Æquatoris, quam a centris parallelorum recedere conatur; conſequenter cum gravitas, qua retinetur in ſpatio ſuo, per totum Solem uniformis ſupponatur, ſub Æquatore utique a centro ejus magis recedit, quam ſub circulis parallelis, & hinc Solis diameter per Æquatorem ducta major eſt, quam quæ per Polos tranſit, hoc eſt, Solis figura perfecte ſphærica non eſt, ſed ſphæroidica.

OBSER-

(a) Logica §. 551. & ſeqq.

Observatio 4.

336. Cassinus *verno tempore* An. 1683 *primus obſervavit lumen quoddam in Zodiaco* (a) *& obſervationes uſque ad* An. 1688 *deinde continuavit* (b). *Idem deinceps* An. 1684 *uſque ad* An. 1686. Genevæ Fatio de Duillier & An. 1688 *uſque ad* An. 1694 *obſervarunt in* Germania Kirchius *&* Eimartus (c), *noviſſime vero Cel.* de Mairan (d). *Diffunditur utrinque a Sole ad diverſam diverſo tempore diſtantiam, quæ tamen nunquam minor quam* 50 *aut* 60 *graduum, nunquam major quam* 100 *aut* 103 *graduum deprehenſa. Figura utrinque in cuſpidem deſinit & latitudo prope Horizontem nunquam minor deprehenſa quam* 8 *vel* 9 *graduum, nunquam major quam* 20 *graduum obſervata, maxima tamen latitudine non ſemper maximæ longitudini conveniente. In Sole ejus baſis eſt, crura ſunt ad ſenſum recta & angulum in mediocri quantitate* 21° *circiter comprehendunt: ubi tamen Phænomenon latiſſimum eſt, propter intenſitatem luminis ſolaris in conſpectum noſtrum minime prodit. Lumen hoc in medio maximum eſt, verſus latera vero utrinque ſenſim ſenſimque decreſcit. Claritas ejus ad claritatem* Viæ Lacteæ *accedit, color lumini, qui in caudis Cometarum conſpicitur, ſimilis. Stellæ perinde ac per Cometarum caudas transparent. Mane debilius conſtanter apparuit hoc lumen, quam veſpere. Ab Ecliptica ordinarie magis verſus Septentrionem, quam verſus Auſtrum declinavit in parte Cœli Boreali viſum. Movetur autem una cum Sole circa terram ab Ortu in Occaſum & latitudine differt ab omnibus Cometarum caudis, qui huc uſque obſervati ſunt. Movetur quoque cum eodem ab Occidente in Orientem ſecundum ſignorum ſucceſſionem.*

(a) Vid Acta Eruditorum An 1683. p. 274. & ſeqq.

(b) Vid. Tractatus, cui titulus: *Decouverte de la lumiere celeſte, qui paroit dans le Zodiaque.*

(c) Vid. Miſcellanea Naturæ Curioſorum Dec. III. An. 1 p. 285. & ſeq.

(d) Vid. *Traité Phyſique & Hiſtorique de l'Aurore Boreale*, Sect. 1. p. 13.

Corollarium 1.

437. Quoniam hoc lumen inſtar ſiderum motu communi gaudet; ejus ſedes in aura Ætherea eſt, extra atmoſphæram noſtram.

Corollarium 2.

438. Et cum non modo motu communi, ſed etiam motu proprio cum Sole movetur; in eadem Cœli regione locum tenere debet, ubi Sol hæret, & ab ipſo utrinque diffundatur neceſſe eſt.

Corollarium 3.

439. Quoniam lumen a Sole per ætherem diffuſum non videtur, quemadmodum ex poſtea demonſtrandis independenter ab his patebit; neceſſe eſt ut ibidem, ubi videtur hoc lumen, ſit materia ad lumen Solis in terram reflectendum apta.

Observatio 5.

440. R. P. Franciscus Noel (e) *ſecundum Solis crepuſculum deſcribit, quod incipit, quando Sol eſt depreſſus infra Horizontem plus quam* 30, *immo quandoque pene* 40 *gradibus & amplius: & ab ipſo primum* An. 1684 *circa lineam æquinoctialem, poſtea eodem*

(e) In Obſervat Mathem. & Phyſ. in India & China factis C. 9. §. 2. p. 129. & ſeqq.

Digitized by Google

eodem & ſequente anno in Collegio Societatis Rachol *latitudinis Borealis* 15° 10′ *prope* Goam & *ſequentibus annis* Macai *& in* China *obſervatum fuit. Per modum Viæ lacteæ ſeu grandis caudæ Cometæ aſurgit, circa Horizontem quidem latioris, ſed ab Horizonte uſque ſurſum ſemper in latitudine, immo & in lumine decreſcentis & quaſi denique in cuſpidem grandem deſinentis. Incipit mane ante ortum Solis & veſperi deſinit poſt occaſum quatuor horis juxta paulo diverſam locorum latitudinem, nocte illuni, innubi & nitida uti multis admodum in locis ſæpius expertus eſt. Semper ſe diffundit per viam Eclipticæ & ideo juxta varium ſphæræ mundi ſitum modo ad* 40, *modo ad* 60, 70 *&c. gradus ſupra Horizontem aſſurgit, mane ſenſim creſcente altitudine, veſpere ſenſim decreſcente. Mane & veſpere per totum annum ſemper conſpicitur: æſtate tamen in regionibus Borealibus extra Zonam Torridam ſitis, uti in* China *animadvertit, veſperi non tam clare ac diſtincte apparet, quam mane, & æſtate quaſi debilius, immo non tam longe ſe extendit, quam ſub æquinoctiale & hibernum tempus.*

COROLLARIUM 1.

441. Cum ex deſcriptione crepuſculi hujus ſecundi appareat, ipſum idem eſſe cum lumine Zodiacali CASSINIANO (§. 436), Crepuſculum vero hoc in Zona Torrida & locis vicinis per totum annum obſervetur (§. 440); lumen Zodiacale phænomenon ordinarium eſt, eandem dubio procul cum Sole ferens ætatem.

SCHOLION 1.

442. CASSINUS *referente* GREGORIO (a) *exiſtimavit, lumen Zodiacale brevi ante primam ejus obſervationem a ſe factam fuiſſe ortum, atque illud duobus ante annis non extitiſſe, cum in loco, quem tum obtinere debuit, Cælo intentus Cometam Oculis frequenter intueretur. Illud vero antea extitiſſe & poſtea evanuiſſe ex Hiſtoriis antiquis veriſimile ducit. Sed* FATIO *idem Mundo coævum ſuſpicatus eſt. Apparet itaque conjecturam hujus a veritate non recedere.*

COROLLARIUM 2.

443. Quoniam crepuſculi ſecundi ſeu luminis Zodiacalis cuſpis quotidie per totum annum inſtar alicujus ſideris oritur & occidit, Solem præcedens & ſequens, ita ut Sole ad Horizontem ortivum appropinquante ipſa ad verticem magis appropinquet & illo ab Horizonte occiduo recedente ipſa a Vertice magis recedat (§. 440); multo jam clarius intelligitur lumen hoc, quotidie cum Sole oriens atque occidens, ad ipſum Solem pertinere.

COROLLARIUM 3.

444. Quamobrem quia hoc lumen apparere nequit, niſi ſupponatur circa Solem materia quædam fluida ad lumen ejus reflectendum, vel etiam inflammari apta (§. 439); Solem ambiat neceſſe eſt fluidum aliquod ab Ætherea aura diverſum.

SCHOLION. 2.

445. CASSINUS, *referente* GREGORIO (b) *particulas Solis lumen reflectentes pro innumeris Planetis habet, qui motus ſuos circa Solem exercent, quemadmodum* Via Lactea *ab innumeris Fixis ortum ducit. Sed conjectura hæc nimis levi nititur argumento, nec autopſia Teleſcopica probatur, quemadmodum cauſa luminis in* Via Lactea.

THEOREMA 3.

446. *Solem ambit Atmoſphæra admodum alterabilis.*

Etenim Solem ambit aliquod fluidum aura ætherea craſſius, quod radios ejus, quibus illuminatur, ad terram reflectit (§. 444), quemadmodum ab aere noſtro fieri ſolet in crepuſculis (§. 395). Quamobrem cum fluidum aura ætherea craſſius, quod

(a) Aſtron. Phyſ. & Geometr. Lib. II. Schol. Prop. 1 §. 129.

(a) Loc. cit.

quod lumen Solis reflectere aptum corpori mundi totali circumfuſum dicatur Atmoſphæra; Solem quin Atmoſphæra quædam ambiat, dubitari nequit.

Conſtat vero Atmoſphæræ Solis altitudinem inſigniter variari (§. 443), cumque lumen omni tempore non eadem quantitate reflectat (§. 440), denſitatem ejus valde immutari. Atmoſphæra igitur Solaris admodum alterabilis eſt.

SCHOLION.

447. *Figuram Atmoſphæræ Solaris Lenticularem eſſe jam collegit* FATIO & *Cel.* DE MAIRAN *probat* (a) *ex apparente ejus figura.*

OBSERVATIO 6.

448. *Interdum lumen in aliqua diſci ſolaris parte, raro in integro ſucceſſive deficit, Cœlo quam maxime ſereno, tempore quidem Novilunii, quando Sol atque Luna in eadem ſphæræ mundanæ parte nobis hærere videntur. Tale autem Phænomenon ſpectatur, quale apparīturum erat, ſi diſcus quidam niger ab Occaſu verſus Ortum juxta diſcum Solis promoveretur. Inprimis autem notatu dignum, quod pars diſci deficiens non ejuſdem magnitudinis appareat ubique locorum. E. gr. d.* 22 *Maii* An. 1706 Lipſiæ *vix* $\frac{1}{8}$, Jenæ $\frac{1}{6}$, Berolini $\frac{1}{9}$, Argentorati $\frac{1}{7}$, Bononiæ $\frac{2}{7}$, Romæ $\frac{2}{5}$, Madriti $\frac{1}{2}$ *digiti ſeu duodecimæ Diametri partis lucida exſtabat.* Uratislaviæ, Dreſdæ, Norimbergæ, Tiguri, Genevæ, Monteſpeſſulano, Maſſiliæ *Sol totus deficiebat* (b). *Nec minus notatu dignum, quod Populi occidentaliores citius videant Solem deficientem deliquiique rurſus finem, quam Orientaliores. E. gr.* Pariſiis An. 1706 *Sol ultra* 44 *minuta horaria citius lumen amittebat, quam Berolini; Madriti vero ultra* 23 *minuta citius quam Pariſiis, citiuſque* Pariſiis *quam Berolini &* Madriti *citius quam* Pariſiis *lumen recuperabant* (c).

COROLLARIUM 1.

449. Quoniam adeo Sol non in omnibus terræ locis eodem momento & eadem diſci quantitate deficit (§. 448); fieri ſane nequit, ut Sol revera lumine ſuo privetur. Oritur ideo Phænomenon ex diametrali interpoſitione corporis cujuſdam opaci ab Occaſu verſus Ortum progredientis inter Solem & oculum noſtrum, quod Radiorum tranſitum prohibet (§. 333 *Optic.*), & diſco Solis inhærere videtur, etſi longo intervallo ab eo remotum (§. 308 *Optic.*).

COROLLARIUM 2.

450. Quoniam corpus inter Solem & Tellurem interpoſitum inſtar diſci circularis apparet, rotundum ſit neceſſe eſt, ſive diſciforme fuerit, ſive ſphæricum (§. 277 *Optic.*) aut ſphæroidicum.

COROLLARIUM 3.

451. Cum Luna ab Occaſu verſus Ortum motu proprio feratur (§. 24), illoque tempore a Terricolis ad eandem ſphæræ mundanæ partem referatur (§. 448), præterea inſtar diſci circularis appareat, quando plena facie ſplendet; quin Luna ſit corpus illud opacum radios ſolares intercipiens dubitandum non eſt.

COROLLARIUM 4.

452. Luna igitur telluri propior, quam Sol.

COROLLARIUM 5.

453 Quoniam Luna radios Solis non tranſmittit & in parte a Sole adverſa ſplendore omni deſtituitur (§. 448); corpus opacum eſt & minime pellucidum (§. 11, 12 *Optic.*).

OBSER-

(a) In Tract. de Aurora Boreali Sect. I. Cap. IV. p. 21.

(b) Vid. Acta Erud. Ann. 1706 p. 335, 371. *Memoires de l'Academie Roy. des Scienc.* An. 1706 p. 599.

(c) *Memoires de l'Acad. Roy.* loc. cit.

OBSERVATIO 7.

454. *Cum* An. 1706 *multis in locis Solis integer diſcus, in aliis maxima ejus pars deficeret, Stellæ in conſpectum prodibant.* E.gr. Lipſiæ *vidimus* ♀ *&* ♃, Jenæ Cl. HAMBERGERUS *Capellam*, *&* Uratislaviæ *R.P.* HEINRICH *multas Stellas vidit. Non uno in loco tenebræ adeo invaluerunt, ut niſi candela accenſa in conclavi ſcripturam legere non licuerit.* Cl. SCHEUCHZERUS *autor eſt, ad* 4 *paſſuum diſtantiam homines agnoſci non potuiſſe. Ea autem in Terris conſpiciebatur rerum facies, qualem Sole occidente contuemur. Aves loca repetebant, in quibus pernoctari ſolent; luſciniæ ſuaviter canebant; veſpertiliones provolabant: flores in Hortis contrahebant folia: circa Horizontem apparebat Cœli rubedo in campis ros decidebat & verſus Occidentem nebula conſpiciebatur, cujus nullum verſus Orientem veſtigium deprehenſum. Obſervatu omnium maxime dignum erat Annulus circa Lunam lucidus, limbo Lunæ parallelus, quem cum maximo ſtudio contemplarer, a parte Solis lucida optime diſtinguebam: neque enim ſolum ſplendor Solis ſplendorem Annuli colorem argenteum referentis multum ſuperabat, verum etiam particula Solis lucida non eadem cum annulo peripheria terminabatur. Erat annulus obverſa Lunæ parte denſior, averſa rarior, exacta tamen Peripheria terminatus. Margo Lunæ inſtar nubeculæ pallebat, nigredine medium diſci occupante. Eundem annulum plures aliis in locis obſervarunt* (a) *inprimis vero Aſtronomi* Academiæ Regiæ Scientiarum Montepeſſulano (*quorum ſolertiam in eodem obſervando laudat* FONTENELLIUS) *eodem prorſus modo eundem deſcribunt, quo ego ex mea obſervatione eum repræſentaveram in* Actis Eruditorum (b), *antequam iſtorum Obſervatio prodiret: Denique generoſus* Dn. de TSCHIRNHAUSEN Dreſdæ *per Tubum* 16 *pedum paulo ante initium Eclipſeos in limbo Solis, ad quem Luna appellebat, tremorem obſervavit, qualem etiam in ultimo digito advertit, cum jamjam obſcuraretur.* KEPLERUS (c) *refert, ſimilem annulum* An. 1605 *menſe Octobri* Antverpiæ *&* Neapoli *fuiſſe obſervatum, cum Sol prorſus deficeret:* SCHEINERUS *vero perhibet* (d) An. 1628 *d.* 25 *Decembris* Barcinoni *in Eclipſi Solari circa Lunæ limbum tremorem fuiſſe obſervatum, qualis ab* HEVELIO *quoque in nonnullis Eclipſibus deprehenſus* (e). *Cum* An. 1715 *d.* 3 *Maii Eclipſis Solis in* Anglia *eſſet totalis, Annulus quoque circa Lunam* Londini *obſervatus: immo in totali obſcuratione fulgurationes momentaneæ in medio diſci Lunæ viſæ ab* HALLEIO *&* Dn. DE LOUVILLE, *qui Eclipſeos obſervandæ gratia ex* Gallia *in* Angliam *ſe contulerat* (f).

OBSERVATIO 8.

455. *Quando Luna Solem occidentem mox ſequitur, exigua ejus pars ſplendet: quo longius vero a Sole receſſit, eo majorem partem lumen occupat,* ita

(a) Vid. *Hiſtoire de l'Acad. Royale des Scienc.* A. 1706. p. m. 148.

(b) An. 1706 p. 325.
(c) In Libello de nova Stella Serpentarii C. 23. p. 125.
(d) In Roſa Urſin. Lib. IV. Part. 2. C. 27. f. 740.
(e) Cometograph. Lib. VII. f. 365.
(f) Phil. Tranſact. Num. 343 p. 249, & *Memoires de l'Acad. Roy. des Scienc.* An. 1715 p. 126, 127 Edit. Batav.

ita ut 180 *graduum intervallo a Sole diſtans, plena facie fulgeat. Quamprimum vero ulterius progreſſa ad Solem rurſus accedit, Lumen ſenſim ſenſimque deficit, donec Soli vicina omni deſtituatur. Quamdiu Luna creſcit, pars lucida Occidenti obvertitur; quamdiu decreſcit, Orientem reſpicit. Paulo ante & paulo poſt congreſſum cum Sole pars quoque obſcura debili quadam lucula perfuſa inſtar nubeculæ pallet.*

COROLLARIUM 1.

456. Ea Lunæ pars conſtanter ſplendet, in quam Radii Solares incidunt.

COROLLARIUM 2.

457. Telluri noſtræ Luminare magnum eſt, quia Corpora terreſtria diſtincte videri facit (§. 4 *Optic.*).

OBSERVATIO 9.

458. *Luna interdum Cœlo ſereno lumen omne amittit, quando plena facie ſplendere debebat, tumque diſcus obſcurus ab Oriente verſus Occidentem promotus, eam obtegere videtur. Omnibus vero in Terræ locis eadem Lunæ pars obſcurata videtur, & Luna vel in ipſa Ecliptica vel prope eandem deprehenditur.*

COROLLARIUM 1.

459. Quando Luna plena facie ſplendet, intervallo 180 graduum a Sole diſtat (§. 455). Sed quia Sol in Ecliptica hæret (§. 157), Terra in oppoſitum gradum Eclipticæ, hoc eſt, in 180 a loco Solis numeratum, Umbram projicit (§. 125 *Optic*). Cum ideo Luna prope eundem gradum deficiat (§. 458); eam Lumine privari patet quando Umbram Terræ ingreditur.

COROLLARIUM 2.

460. Quoniam itaque in Umbra Terræ Lumen Lunæ deficit, id aliunde, nempe a Sole (§. 456), recipere debet.

COROLLARIUM 3.

461. Unde non mirum, quod ubique Terrarum eadem Lunæ pars obſcurata videatur: eſt enim vera Luminis privatio (§. 459).

COROLLARIUM 4.

462. Lumen ideo Lunare in omnibus locis eodem modo deficere obſervatur.

OBSERVATIO 10.

463. *Interdum Luna Cœlo maxime ſereno prorſus diſparuit, Stellulis ſextæ ac ſeptimæ magnitudinis licet conſpicuis, ita ut nec per optima Teleſcopia detegi potuerit. Hoc Phænomenon obſervavit* KEPLERUS An. 1580 & 1583 (a) & 1620 (b), *itemque* HEVELIUS (c). *Cum* An. 1642 *d.* 14 *April.* RICCIOLUS *cum multis Jeſuitis*, Bononiæ, *ac plurimi paſſim per* Bataviam *Lunam evaneſcentem admirarentur*; Venetiis *ac* Viennæ in Auſtria *conſpectui Obſervatorum ſeſe minime ſubducebat* (d). *Luna* An. 1703 *d.* 23 *Decembris deficiens in totali obſcuratione* Arelati *fulva & fuſca*, Avenione *contra rubicunda & tranſparens, non ſecus ac ſi ſplendor Solis quodammodo tranſpareret*, Maſſiliæ *vero pars ejus Caurum reſpiciens ſubrubens, oppoſita valde obſcura cernebatur, tandemque ultimo in loco, Cœlo quamvis maxime ſereno, prorſus diſparebat* (e). *Similiter* CHRISTFRIDUS KIRCHIUS *in Eclipſi totali*. An. 1729 *d.* 9 *Aug. rubedinem Lunæ deficientis adeo tranſparentem obſervavit, ut non modo ma-*

(a) Aſtron. Optic. p. 227, 297.
(b) Epitom. Aſtron. Copernican. Lib. V. p. 825.
(c) Selenogr. C. 6 f. 117.
(d) Ricciolus Almag. Nov. Lib. IV. C. 6. Schol. 4. f. 203.
(e) *Hiſtoire de l'Acad. Royal. des Scienc.* An. 1704 p. m. 72.

culæ majores obſcuræ per eam conſpici poſſent, ſed etiam maculæ minores lucidæ in ipſa umbra aliquem ſplendorem retinerent. Color Lunæ rubicundus verſus centrum umbræ cum atro colore mixtus erat, ut circa idem nigrior quædam macula appareret, quæ verſus limbos umbræ ſenſim diluebatur (a).

Corollarium I.

464. Quia eodem tempore diverſi notantur in Luna colores, immo alicubi nulli (§. 463); colores, illi Lunæ proprii non ſunt.

Corollarium 2.

465. Quoniam in nullo corpore cernuntur colores, niſi quod Radios vel emittit, vel reflectit (§. 42. *Optic.*); Luna in Umbra Telluris conſtituta lucula quadam adhuc reſplendeat neceſſe eſt. Quare cum Radii in Oculos Obſervatorum per Atmoſphæram tranſmiſſi in ea refringantur (§. 334), Lumen autem per Refractionem in colores mutari poſſit (§ 184. *Opt.*); Radios Lunares in diverſis Atmoſphæræ partibus diverſimode refringi neceſſe eſt. Colorum ergo diverſitas a diverſa conſtitutione Atmoſphæræ diverſis in locis pendet.

Corollarium. 3.

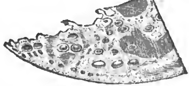
466. Radii Solares cum in Atmoſphæra refringantur (§. 334), Umbram Telluris trajiciunt: Luna igitur in eadem conſtituta eoſdem reflectit, ideoque pro diverſo Atmoſphæræ a Sole colluſtratæ ſtatu, multo vel exiguo Lumine in Umbra Telluris gaudet, & quia Radii Solares per Refractionem in colores tranſmutari poſſunt pro diverſitate Refractionis varios, Lunam diverſo tempore eodem in loco diverſis coloribus tinctam cernere licet.

Scholion.

467. *Colores ideo Lunæ deficientis prædici nequeunt, niſi Atmoſphæræ conſtitutione tum in loco obſervationis, tum in locis, in quibus Sol oritur & occidit, cognita atque perſpecta.*

Observatio II.

468. *Oculo non minus nudo, quam armato partes quaſdam obſcuriores reliquis in Luna obſervamus, quas* Maculas *appellant: per Teleſcopia autem*



Lunam creſcentem vel decreſcentem contuentibus patet, in maculis lumen æqualiter terminari, in partibus autem lucidioribus terminum Lucis eſſe lineam flexuoſam ex arcubus convexis diſſimilibus compoſitam. Notantur quoque partes quædam lucidiores per obſcuriores hinc inde diſperſæ & particulæ a parte illuminata avulſæ ſeu ultra limitem illuminationis conſtitutæ paſſim illuminatæ comparent, aliis intermediis adhuc in tenebris conſtitutis; immo prope maculas & in ipſis maculis iſtiuſmodi particulæ frequenter obſervantur. Præter maculas autem antiquas obſervantur adhuc aliæ variabiles, quas Maculas novas *appellant, Soli ſemper oppoſitas & hinc circa partes, quæ in Luna creſcente citius illuminantur, in decreſcente tardius intermediis Lumen amittunt, in orbem redeuntes, nunc majores, nunc minores.*

Corollarium.

469. Omnes partes a Sole æqualiter illuminantur, utpote æquali intervallo ab eodem remotæ (§. 87 *Optic.*): ſed aliæ tamen aliis clariores, aliæ vero obſcuriores (§. 468): ergo aliæ Radios Solares copioſius aliis reflectunt, ideoque heterogeneæ ſint neceſſe eſt.

(a) In Obſervat. Aſtronom. ſelectior. An. 1730 editis, p. 23.

Cor-

Corollarium 2.

470. Quia terminus Luminis in maculis admodum æquabilis (§. 468); ſuperficies earum æquabilis eſt.

Corollarium 3.

471. Partes, quæ a Sole citius illuminantur aliis vicinioribus, quaſque Lumen Solis tardius iterum relinquit, altiores quoque ſunt reliquis, ſeu ultra reliquam Lunæ ſuperficiem eminent.

Corollarium 4.

472. Maculæ novæ umbris corporum terreſtrium prorſus ſimiles (§. 125 & ſeqq. & §. 556 *Optic.*).

Observatio 12.

473. Hevelius (a) *diſtinctis vicibus ſe expertum ſcribit, licet Cœlo exiſtente undique ſatis ſereno, ut Stellulas ſextæ & ſeptimæ magnitudinis animadvertere potuerit, in eadem Lunæ altitudine atque elongatione a terra, dato inſuper uno eodemque egregio Teleſcopio, Lunam ejuſque maculas non omni tempore æque lucidas, ſerenas & perſpicuas ſibi apparuiſſe; ſed alio tempore longe lucidiores, clariores, purioreſque viſas eſſe.*

Corollarium.

474 Ex circumſtantiis Obſervationis liquet, rationem Phænomeni neque in aere noſtro, neque in Tubo, neque in ipſa Luna, neque in oculo Spectatoris, ſed in aliquo circa Lunam exiſtente quærendam eſſe.

Observatio 13.

475. Cassinus (b) *ſæpius obſervavit, figuram Saturni, Jovis & Fixarum a Luna occultandorum prope limbum ejus ſive illuminatum, ſive obſcurum ex Circulari in Ovalem fuiſſe transmutatam: ſæpius etiam in aliis occultationibus nullam figuræ mutationem deprebendit,* Kirchius *filius* (c) *fatetur, cum* An. 1729 *d.* 19 *Sept. occultationem Veneris a Luna obſervaret, ſe per Tubum* 18 *pedum diſtincte animadvertiſſe mutationem figuræ Veneris, cum proxime ad Lunam accederet. Cum etiam antea dimidiata fere appareret, ejus cuſpides circa marginem Lunæ evanuiſſe & diſcum Veneris fere Ellipticum, ſed male terminatum apparuiſſe, non prope marginem vitri ocularis, ſed in ipſo ejus centro. Simili prorſus modo Sol & Luna in Horizonte vaporoſo orientes & occidentes non Circulares ſed Elliptici apparent.*

Corollarium.

476. Cum ipſa Experientia ſatis conſtet, Solis & Lunæ figuram Circularem in Ellipticam mutari propter Refractionem in aere vaporoſo factam; haud obſcure colligitur, tunc temporis, quando Stellarum a Luna occultandarum figura Circularis in Ellipticam abit, denſam circa Lunam extitiſſe materiam, per quam Radii Stellarum trajecti refracti fuerunt: in aliis autem caſibus, ubi nulla figuræ mutatio facta, eandem rurſus abfuiſſe.

Scholion 1.

477. *Hoc Phænomenon commode illuſtratur ſequenti Experimento. Parieti interno vaſis cujuſcunque ſive plano, ſive convexo, ſive concavo, paucula cera affigatur Circulus chartaceus: Aqua affuſa, ut radii ex ea in aerem tranſeuntes refringantur, antequam ad Oculum obliquius Circulum reſpicientem deferantur, figura Circuli in Ellipticam mutata deprehendetur.*

Scholion 2.

478. *Cum* An. 1715 *d.* 28. *Jun. occultatio Veneris a Luna facta* Pariſiis *obſervaretur;* DE MALEZIEU, CASSINUS & MARALDUS, *ne-*

(a) Comerograph. Lib. VII. §. 363.
(b) *Memoires de l'Acad. Royal des Sciences.* An. 1706 p. m. 127.
(c) In Obſervat. laudatis p. 37.

quo in figura, neque in motu, neque in colore ullam animadverterunt mutationem: aſt DE LOUVILLE, DELISLE Junior & CHARDELONIUS *colorem prope Lunam admodum ſenſibiliter immutari viderunt, quod his contradicentibus Refractioni in Lente facta illi attribuerunt (a). Meretur ideo Phænomenon attentionem Obſervatorum in poſterum, ut tandem extra omnem controverſiam ponatur.*

THEOREMA 4.

479. *Luna eſt corpus denſum & opacum, multis montibus, vallibus & maribus obſitum.*

Lunam eſſe denſam ſeu Luci imperviam & per ſe opacam, ex ſuperioribus jam manifeſtum eſt (§. 453). Partes autem aliæ aliis depreſſiores ſunt, aliæ ultra reliquam Lunæ ſuperficiem aſſurgunt (§. 471) notabili admodum intervallo, eæque ſatis longæ ac amplæ, quia ex tanta diſtantia, qua Luna a Terra abeſt, videntur (§. 212 *Optic.*). Sunt ideo in Luna montes ingentes & valles admodum profundæ. Porro in Luna dantur tractus ingentes ſuperficiem prorſus æquabilem habentes & minus Luminis reflectentes (§. 468). Quare cum corporum fluidorum ſuperficies ex naturæ ipſorum neceſſitate ſit æquabilis, eademque corpora, ſi fuerint perſpicua, magnam Radiorum partem transmittant, pauciores reflectant; maculæ Lunares antiquæ corpora fluida & pellucida ſint neceſſe eſt, hoc eſt, cum conſtanter eædem deprehendantur, maria. Dantur ideo in Luna montes, valles & maria.

COROLLARIUM 1.

480. Partes ideo macularum lucidæ, quæ obſervantur (§. 468), inſulæ ſunt ac peninſulæ.

COROLLARIUM 2.

481. Et quia in iiſdem maculis ac prope earundem limbos partes clariores occurrunt (§. 468); in maribus Lunæ paſſim ſcopuli & promontoria dantur.

SCHOLION.

482. *Quo his vaticiniis tanto tutius fidamus,* HEVELIUS (*b*) *ſuadet, ut ex loco quodam alto Horizontem viſibilem aſpiciamus: tunc enim eum æquabili tractu apparitur um, ubi planitiem terminat, aſperum vero, ſinuoſum & inæqualem viſum iri, ſi terram montibus & vallibus conſperſam ſtringit.*

COROLLARIUM 1.

483. Quoniam maculæ novæ montibus contiguæ umbris corporum terreſtrium prorſus ſimiles (§. 472); dubium quoque non eſt, quin eædem umbræ ſint montium Lunarium.

COROLLARIUM 2.

484. Quare cum montes in Luna umbram projiciant; materia Lunaris opaca eſt.

COROLLARIUM 3.

485. Neceſſario itaque Luna Umbram in locum Soli oppoſitum projicit (§. 125 *Optic.*).

THEOREMA 5.

486. *Lunam ambit Atmoſphæra gravis & elaſtica, in qua vapores aliæque exhalationes aſcendunt & unde ſub forma roris ac pluviæ denuo in eam recidunt & fulgura emittuntur.*

Lumine Solari prorſus deficiente, circa Lunam Annulus lucidus comparet, Peripheriæ Lunæ parallelus (§. 454): datur ergo circa Lunam fluidum

(a) *Hiſtoire de l' Acad. Roy. des Scienc. An. 1715, p.* 22 & ſeqq.

(b) Selenogr. C. 6 f. 148.

dum aliquod, quod figuram ejus aſſumit, Radioſque Solares incidentes refringit atque reflectit. Fluidum illud inferius prope Lunam denſius, ſuperius vero rarius, quia ſplendor prope Lunam maximus, verſus Peripheriam ſuam continuo ſenſim ſenſimque decreſcit (§. *cit.*). Tale fluidum cum ſit aer Tellurem noſtram ambiens (§. 154 *Aerom.*); circa Lunam quoque Aerem dari manifeſtum eſt. Et quoniam diverſa Aeris denſitas ab ejus gravitate & elaſticitate pendet (§. 30 154 *Aerom.*); non dubitandum, quin etiam diverſa denſitas in Aere Lunari eaſdem cauſas agnoſcat. Eſt ideo aer Lunaris gravis & elaſticus. *Quod erat primum.*

Enimvero aer Lunaris non eadem conſtanter pelluciditate gaudet (§. 473), limbum Solis tremere facit (§. 454), Stellarum figuras Circulares interdum in Ovales mutat (§. 475). Quamobrem cum eadem Phænomena in aere noſtro obſerventur, quando vaporibus oppletur (§. 429, 475); haud obſcure intelligitur, eo tempore, quo in Atmoſphæra Lunari Phænomena iſta conſpiciuntur, eam vaporibus & exhalationibus oppletam eſſe. *Quod erat ſecundum.*

Quoniam tamen alio tempore aer Lunaris denuo perſpicuus evadit (§. 475); vapores ex eo in Lunam rurſus præcipitentur opus eſt; ideoque vel ros decidit, vel pluit vel ningit. *Quod erat tertium.*

Quod vero etiam ſubinde fulgura emittantur, ex Obſervatione liquet (§. 454). *Quod erat quartum.*

THEOREMA 6.

487. *Luna eſt corpus Telluri ſimillimum.*

Eſt enim corpus opacum & minime perſpicuum (§. 453): dantur in ea montes, valles & maria (§. 479) cum inſulis, peninſulis (480), ſcopulis & promontoriis (§. 481); datur denique circa eam Atmoſphæra alterabilis, in qua vapores & exhalationes aſcendunt & unde in Lunam denuo recidunt, ac unde fulgura emittuntur (§. 486). Patet ideo Lunam eſſe corpus Telluri ſimillimum.

SCHOLION.

488. *Cum in Tellure noſtra rorem ac pluviam in Terram decidere conſtet, ut Plantæ vegetentur; Plantæ cum Arboribus creſcant & ſemina atque fructus edant, ut Animalia & Homines nutriri queant; congruum videtur etiam in Luna plantas & arbores, animalia & homines admittere. Nihil fruſtra facit natura, ſibi ubique ſimilis: cur ergo fruſtra in Luna produxerit Elementa ad vegetationem plantarum & arborum, atque ad propagationem animalium & hominum neceſſaria? Fide nimirum tenemus, Deum omnia condidiſſe ad manifeſtandum perfectiones ſuas, ſcientiam, ſapientiam, potentiam, bonitatem. Cumque ideo terricolæ corpora Lunæ partialia diſtincte cognoſcere nequeant; ne Deus ſapientiſſimus fine excidat, congruum videtur aſſerere, creaturas rationis capaces & corporibus inſtructas, ut Lunam incolant, opus omnium cenſendum eſſe. Ea enim novum pondus his conjecturis adjicietur in ſyſtemate terræ motæ, in quo tellus noſtra unus eſt ex planetis. Similitudo enim planetarum atque telluris tam Optica, quam Phyſica ſufficiens argumentum ipſi* HUGENIO *videtur, quo ornatus eorundem terreſtri ſimilis inferatur. Ita nimirum* (a): „Si „ cui, *inquit*, in diſſecti canis corpore viſce- „ ra

(a) In Coſmotheoro Lib. I. p. m. 16. 17.

,, ra oſtenderentur, cor, ſtomachus, pulmo-
,, nes, inteſtina; tum venæ, arteriæ, nervi,
,, etiamſi nunquam animalis corpus apertum
,, conſpexiſſet, vix dubitaret, quin ſimilis quæ-
,, dam fabrica ac partium varietas in bove,
,, porco, cæteriſque beſtiis ineſſet. Nec ſi u-
,, nius ex Saturni aut Jovis Comitibus natu-
,, ram cognitam haberemus, nonne eadem fe-
,, re, quæ in illo, in cæteris quoque reperiri
,, putaremus? Similiter ex uno quopiam Come-
,, ta, ſi, quidnam eſſet, perſpici poſſet, ean-
,, dem omnium rationem eſſe ſtatueremus. Ita-
,, que plurimum ponderis habet illa ex ſimi-
,, litudine petita & a rebus viſis ad non viſas
,, producta ratio: quam proinde ſequentes ex
,, Planeta uno, quem coram adſpicimus, de
,, reliquis ejuſdem generis recte conjecturam
,, faciemus.

CAPUT II.

De Natura Planetarum tam Superiorum, quam Inferiorum eorumque Satellitum.

DEFINITIO I.

489. PLanetæ *Superiores* dicuntur Saturnus, Jupiter & Mars; *Inferiores* Venus & Mercurius. *Satellites* vero ſunt Planetæ, qui circa alios, tanquam Luna circa Tellurem noſtram, moventur & una cum ipſis ab Occaſu verſus Ortum progrediuntur.

SCHOLION.

490. *Ratio denominationis patebit inferius, ubi oſtenderimus, Venerem & Mercurium eſſe Terra viciniorem Soli, Saturnum vero, Jovem & Martem ab eo remotiorem.*

OBSERVATIO 14.

491. *Si Veneris faciem per Teleſcopium contemplemur, raro plena facie ſplendere deprehenditur, ſed Phaſes habet Lunaribus ſimillimas, parte illuminata Soli conſtanter obverſa, directa nimirum in Orientem, quando Phoſphorus eſt, in Occidentem vero, quando Heſperus. Similes Luminis Phaſes in Mercurio & Marte obſervantur.*

OBSERVATIO 15.

492. An. 1631 *d.* 7 *Nov.* PETRUS GASSENDUS *prædicente* KEPLERO *primus, & ſequentibus temporibus alii complures Mercurium in Sole viderunt, qui ejus diſcum in Camera obſcura Chartæ candida exceptum* (*§.* 427) *inſtar maculæ nigræ & rotundæ trajicere viſus eſt* (a). *Simili modo* JEREMIAS HOROCCIUS An. 1639 *d.* 24 *Novembr. Venerem in Sole vidit* (b): *quod Phænomenon rariſſimum antea a nemine obſervatum, nec ante d.* 25. *Maii* An. 1761 *alteri cuipiam obſervare licebit.*

OBSERVATIO 16.

493. *Celeberrimus* DE LA HIRE An. 1700 *per Teleſcopium* 16 *pedum in Venere detexit montes Lunaribus majo-*

res

(a) Vid. *Gaſſendi* Epiſtola ad *Schickardum* de Mercurio in Sole viſo & Venere inviſa, Operum Tom VI. fol. 45 & ſeqq. & Tom. IV. f. 499. nec non *Hevelii* Mercurius in Sole viſus.

(b) Vid. Obſervationes Cœleſtes in Operibus poſthumis p. 393 & ejuſdem Venus in Sole viſa, quam *Hevelius* ſuo Mercurio in Sole viſo notis illuſtratam ſubjunxit.

res (a), *diſco ejus triplo apparente Lunaris nudo oculo viſi.*

Observatio 17.

494. Cassinus *aliquoties duas in Venere maculas obſervavit* (b). *Idem* An. 1666 *d.* 3 *Martii* Bononiæ *in Marte per Teleſcopium* 16 *ac dimidii pedum quatuor maculas, & d.* 24 *Februarii duas alias majores deprehendit, quas poſteriores eodem tempore Romæ per Teleſcopium* 35 *pedum vidit* Campanus. *Idem* Cassinus An. 1665 *in Jove maculas duas;* An. 1690 *alias duas minores;* An. 1691 *itidem duas conſpexit* (c) *In Mercurio vero, qui Soli proximus, ob nimium Luminis ſplendorem, & in Saturno ob maximam ejus a terra diſtantiam maculæ nullæ hactenus detegi potuerunt. Nemo maculas Veneris hactenus accuratius delineavit, quam* Blanchinus (d), *quas* An. 1726 *Lunaribus amplioribus nudo oculo obſervabilibus ſimiles per Teleſcopium* 100 *palmorum a* Campano *elaboratum obſervavit &* Celidographiam *confecit.*

Scholion.

495. *Monet* BLANCHINUS *Obſervationes inſtituendas eſſe diebus a nebula immunibus, hora dimidia poſt* Crepuſculum, *& eam viſus aciem requiri, qua Lunæ maculis nudo Oculo ſatis diſtinguendis ſufficit.*

Corollarium 1.

496. Ex macularum Obſervationibus collegit CASSINUS motum vertiginis ♃ 9 hor. 56′, ♂ 24 hor. 40′ & ♀ 24 horarum.

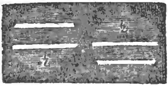
Scholion.

497. BLANCHINUS *motum vertiginis Veneris 24 dierum ſpatio, additis horis circiter octo abſolvi ex ſuis macularum obſervationibus demonſtrat. Merentur Obſervationes* Blanchinianæ *repeti ab Obſervatoribus aliis, qui præſidiis tantis inſtructi ſunt, antequam quicquam certi definiatur.*

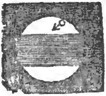
Corollarium 2.

498. Cum itaque ☉ (§. 422), ♃ ♂ & ♀ (§. 496) motu vertiginis moveantur, Obſervationes autem in ☿ & ♄ ob allatas (§. 494) rationes deficiant, unde eorum vertigo certo concludi poſſit; nihil quidem obſtat, quo minus ſtatuamus, Mercurium quoque & Saturnum circa Axem ſuum gyrari.

Observatio 18.



499. *In Jove obſervantur duæ faſciæ reliquo ejus diſco lucidiores & lineis parallelis terminatæ, nunc latiores, nunc arctiores, nec eadem conſtanter diſci loca occupantes. Faſciam multo latiorem,*



ſed obſcuram mediamque diſci partem occupantem An. 1656. *in Marte vidit* Hugenius (e). Cassinus *filius d.* 25 *Martii* An. 1715 *& ſequentibus tres iſtiuſ.*

(a) *Memoires de l'Acad. Royal. des Sciences*, An. 1700, p. m. 238. & ſeqq.

(b) Ozanam *Cours de Math. Tom. V. Trait. de Geogr Part.* 2. *C* 3. *p.* 84, 85.

(c) Ozanam l. c. p. 83, 84.

(d) Heſperi & Phoſphori Nova Phænomena C. 4. ſ. 38. & ſeqq.

(e) In Syſtemate Saturnino p. 7.

iſtiuſmodi faſcias in Saturno obſervavit, ita ut is per Teleſcopium 118 *pedum ea facie videretur, qua Jupiter per Teleſcopium* 34 *pedum apparet* (a).

Observatio 19.

500. An. 1609 *circa finem Novembris* Simon Marius, Marchionum Brandenburgenſium Mathematicus, *primus omnium tres Stellulas circa Jovem gyrantes & cum eo progredientes, mox autem menſe Januario & Februario* An. 1610 *quatuor conſpexit* (b). *Et in* Italia An. 1610 *d.* 7 *Januar.* Galilæus *eaſdem Stellulas vidit & eodem adhuc anno Obſervationes ſuas publicavit* (c): *a quo tempore notiſſima facta eſt* Circumjovialium *obſervatio*.

Scholion.

501. *Hi* Jovis *Satellites a nonnullis dicuntur* Lunæ Joviales; *a* GALILÆO *autem* Sidera Medicæa. Jovi *proximum* MARIUS *vocat* Mercurium Jovialem, *ab eo ſecundum* Venerem Jovialem, *tertium* Jovem Jovialem & *quartum denique* Saturnum Jovialem.

Observatio 20.

502. *Lunæ Joviales Cœlo ſereno evaneſcunt, Jove inter ipſos atque Solem Diametraliter interpoſito, id quod jam obſervavit* Simon Marius (d).

Corollarium 1.

503. Privantur ideo Lumine, quando Radii Solares per lineam rectam propagati (§. 46 *Opt.*) a Jove intercipiuntur.

Corollarium 2.

504. Unde patet, eos inſtar Lunæ noſtræ eſſe corpora opaca & a Sole illuminari.

(a) *Memoires de l'Acad. Royal. des Scienc.* An. 1715 p. m. 56.
(b) Vid. Præfatio ad Mundum Jovialem.
(c) In Nuncio Sidereo.
(d) In Mundo Joviali.

Corollarium 3.

505. Cum Jupiter Satellites ſuos pone ipſum conſtitutos non illuſtret (§. 502): ipſe ſimiliter in parte a Sole averſa omni Lumine caret: conſequenter cum motu vertiginis gaudeat (§. 496), in omni.

Observatio 21.

506. *Si Lunulæ Jovis inter Jovem atque Solem Diametraliter interponuntur, macula rotunda in diſco Jovis obſervatur, quæ interdum Satellite major deprehenſa* (e).

Corollarium 1.

507. Quoniam Satellites Jovis ſunt corpora opaca & a Sole illuminantur (§. 504); umbram in oppoſitum Solis projiciunt (§. 125 *Optic.*). Sunt ideo maculæ rotundæ in Jove viſæ Satellitum umbræ.

Corollarium 2.

508. Quia interſectio umbræ eſt Circulus, Satellites autem Jovis ſunt Sole minores, ceu infra independenter ab his oſtendetur; umbra eorum conica eſt (§. 468 *Geom.*).

Corollarium 3.

509. Figura igitur Satellitum ſaltem ad ſenſum ſphærica eſt (§. 137 *Optic.*).

Observatio 22.

510. *Si Tellure inter Solem & Jovem conſtituta Satellitum aliquis inter Jovem atque Solem ſimiliter conſiſtat, Lumini Jovis immerſus evaneſcit. Enimvero* An. 1707 *d.* 26 *Martii* Cl. Maraldus *per Teleſcopium* 34 *pedum quartam Lunularum Jovialium inſtar maculæ obſcuræ per diſcum Jovis trajicientem miratus eſt. Quamprimum vero eundem reliquit, Satelles conſueto fulgore iterum comparuit. Similem maculam in Jove deprehendit, cum d.* 4 *Aprilis ejuſdem anni*

(e) *Memoires de l'Acad Royal. des Scienc.* An. 1707 P. m. 312.

Digitized by Google

anni per *Teleſcopium* 17 *pedum Satellitis tertii immerſionem in Lumen Jovis obſervaret: cum tamen d.*11 *Aprilis ejuſdem Satellitis immerſioni denuo attenderet, nullam prorſus maculam deprehendit. Idem Phænomenon alio tempore aliquoties vidit etiam* CASSINUS. Præterea & CASSINUS & MARALDUS *admirandas magnitudinis apparentis mutationes in iiſdem Satellitibus non ſimplici vice annotarunt, etiamſi nulla ratio ex eorum a Jove, Sole ac Tellure diſtantia dari poſſet: Ex.gr. quartus Satellitum, qui ſæpiſſime omnium minimus apparet, interdum maximus videtur. Similiter tertius, qui ordinarie omnium maximus, interdum tamen reliquis æqualis, immo iiſdem minor videtur* (a).

COROLLARIUM.

511. Quoniam Satellites Jovis a Sole colluſtrantur, etiam cum in Lumen Joviale immerguntur, hoc tamen non obſtante obſcuri apparent (§. 510) mutationes in Atmoſphæris eorundem contingant neceſſe eſt, quæ impediant, quo minus Radii Solares a tota ſuperficie æqualiter reflectantur.

SCHOLION.

512. *Facile apparet, eandem eſſe rationem, cur umbra eorundem interdum major ipſis deprehendatur* (§. 506).

OBSERVATIO 23.

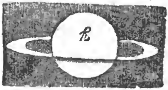
513. *Saturnus tot formas prorſus mirabiles induere videtur, ut cauſam tantæ varietatis diu detegere non potuerint Aſtronomi peritiſſimi.* HUGENIUS *exquiſitioribus Teleſcopiis Saturnum aggreſſus tres potiſſimum Phaſes detexit* (b). *Primo enim* A.1656 *a d.*16 rotundum, *Jan. uſque ad* 17 *Junii* Saturnum *vidit*



dum, *tranſverſa linea; cæteris diſci partibus paulo obſcuriore, ex æquo medium ejus diſcum ſecante. Eodem anno die* 13 *Octobris vidit* brachiatum, *inſtructum*



ctum nempe duobus brachiis, recta utrinque extenſis, prope limbum Saturni latioribus, & minus intenſa luce quam verſus extremas cuſpides lucentibus, faſcia obſcuriore paulo infra brachiorum lineam comparente. Tandem An. 1657 *d.* 17 *Decembris* anſatum *vidit*, brachia



chia *prope diſcum adaperta ac bifida inveniens, linea obſcura verſus inferiora ulterius promota: quas anſas latius adhuc patentes a die* 10 *Novemb.* An.1658 *uſque ad* 26 *Martii* An. 1659 *omnium diſtinctiſſime conſpexit. Ceterum notatu dignum, quod intra anſas Saturni fixas conſpicere liceat.*

(a) Memoires de l'Acad. Roy. des Scienc. An. 1707 p. 382. 383.

(b) In Syſtemate Saturnino p. 16 & ſeqq.

Scholion 1.

514. *Equidem antea Aſtronomi Phaſes Saturni alias mirabiliores annotarunt. Certe* HEVELIUS (a) *numerat Saturnum* 1. monoſphæricum, 2. triſphæricum, 3. ſphæricoanſatum, 4. ellipticoanſatum, 5. ſphæricocuſpidatum, *quas ipſas Phaſes denuo in alias ſubdiſtingunt. Enim vere* HUGENIUS (b) *clariſſime oſtendit, imperfectioni Tuberum deberi ejuſmodi apparitionum monſtra. Cum enim* An. 1655 *menſe Aprili ac Majo Saturnum brachiatum obſervaſſet,* RICCIOLUS & HEVELIUS tricorporeum *viderunt, ipſique* HUGENIO *brachiorum loco apparuere duo globuli, Teleſcopio* 5 *aut* 6 *pedum Saturni faciem contemplanti.*

Corollarium 1.



515. Ex obſervationibus ſuis HUGENIUS recte infert: Saturnum cingi Annulo tenui, plano, nuſquam cohærente, ad Eclipticam inclinato: hoc nimirum admiſso, ratio Phænomenorum manifeſta.

Scholion 2.

516. *Sane non modo* HUGENII, *ſed &* CASSINI *Obſervationes ſumma cum induſtria inſtituta abunde confirmarunt, Phaſes Saturni tales apparere, quales ex ſua Theoria eas prædixerat* HUGENIUS (c) *Accuratiſſimæ Annuli hujus Obſervationes* An. 1715 & 1716 *dedere* CASSINUS *filius atque* MARALDUS (d).

Corollarium 2.

517. Cum faſcia obſcura in diſco Saturni appareat, Annulo ita conſtituto, ut nec brachia nec anſæ appareant (§. 513); manifeſtum eſt, eam eſse marginem Annuli.

(a) In Opuſculo de Saturni nativa facie.
(b) In Syſtemate Saturnico p. 35.
(c) Tranſact. Anglic. n. 65, p. 2033, & n. 78 p. 3024 & ſeqq. n. 128 p. 690.
(d) *Memoires de l'Acad. Roy. des Scienc.* An. 1715 p. m. 13, 14. & An. 1716 p. m. 223.

Observatio 24.

518. Hugenius An. 1655 *d.* 25 *Martii primus omnium per Teleſcopia* 12 & 23 *pedum Satellitem aliquem Saturni obſervavit* (e): *poſtea acceſſere quatuor alii a* Cassino *diverſo tempore detecti. Nempe duos, qui Saturno proximi, per Teleſcopia* Campani 100 & 136 *pedum* An. 1684 *menſe Martio primum reperit; tertio jam ante* An. 1672 *d.* 23 *Decembris per Teleſcopium* Campani 35 *pedum & quinto (quartus enim* Hugenianus *eſt)* An. 1671 *circa finem Octobris per Teleſcopium* 17 *pedum viſo. Duos intimos poſtea quoque deprehendit per Teleſcopia* Campani 47 & 34 *pedum atque per Teleſcopia* Borelli 40 & 70 *pedum, & denique per Teleſcopia* Artouquellii 80, 155 & 220 *pedum* (f). *Recentiſſime in* Anglia Jacobus Pound *una cum aliis per Teleſcopium* Hugenianum *Satellites hoſce Saturni obſervavit, de quibus paulo ante dubitare cœperat* Derhamus (g).

Scholion.

519. *Præter* 4 *Jovis &* 5 *Saturni Comites alii obſervati non ſunt: neque facile ſpes ſupereſt, fore ut plures in poſterum detegantur, quia* CASSINUS *uſus eſt Teleſcopiis & maximis, & exquiſitiſſimis. Equidem* ANTONIUS MARIA SCHYRLÆUS DE RHEITA, Capucinus Colonienſis, *præter Sidera Medicæa alios quinque circa Jovem Satellites die* 29 *Decembr.* An. 1642 *ſibi deprehendiſſe viſus eſt, quos in honorem* URBANI VIII Pontificis maximi, Sidera Urbanoctaviana *appellavit. Sed cum Obſervatio per* GABRIELEM NAUDÆUM *cum* GASSENDO *communicaretur, qui eodem die Jovem obſervaverat; ſtatim is deprehendit, Virum religio-*

ſum

(e) Vid. Syſtema Saturninum p. 9. & ſeqq.
(f) Tranſact. Anglic. n. 92. p. 5178 & ſeqq. n. 92 p. 5183 p. 70.
(g) Tranſact. Anglic. n. 355 p. 768, & n. 356 p. 776.

ſum quinque Stellas fixas in fuſione Aquæ Aquarii, quæ in Catalogo THYCONIS *ſunt 24, 25, 26, 27 & 28, cum Satellitibus Jovis confudiſſe: unde etiam non mirum, quod motu reliquis contrario (qualis nimirum in Fixis apparet) ab Occaſu in Ortum] progredi viſæ reliquiſque majores apparuerint* (a). *Equidem* DE RHEITA *errorem ſuum agnoſcere noluit* (b); *nemo tamen poſtea Satellites iſtos reperire in Cœlo potuit.*

OBSERVATIO 25.

520. *Satellitem quartum* MARALDUS *atque* CASSINUS *filius d.* 25 *Martii h.* 11 An. 1715 *Cœlo ſereno evaneſcere obſervarunt, Saturno inter ipſum atque Solem diametraliter interpoſito* (c).

COROLLARIUM 1.

521. Privatur adeo Lumine, quando Radii Solares per lineam rectam propagati (§. 46 *Op.*) a Saturno intercipiuntur.

COROLLARIUM 3.

522. Eſt igitur inſtar Lunæ corpus opacum & a Sole illuminatur.

COROLLARIUM 3.

523. Cum Saturnus Satellitem pone ipſum conſtitutum non illuſtret (§. 520), ipſe ſimiliter in parte a Sole averſa omni lumine caret.

THEOREMA 7.

524. *Saturnus, Jupiter, Mars, Venus & Mercurius, nec non Saturni ac Jovis Satellites ſunt Corpora Lunæ ſimilia.*

Quoniam in Venere, Mercurio & Marte nonniſi ea pars diſci ſplendet, quæ a Sole illuminatur (§. 491), præterea ♀ atque ☿ inter Solem & Tellurem conſtituti inſtar maculæ obſcuræ in diſco Solis comparent (§. 492); ☿, ♀ atque ♂ eſſe corpora opaca lumine Solis mutuatitio ſplendentia patet. Idem de Jove manifeſtum eſt, quia lumine privatur ea parte, quam umbra Satellitum attingit (§. 506) & altero Hemiſphærio, quod a Sole averſum, conſtanter lumine caret (§. 505). Ejus vero ſatellites itidem opacos eſſe lumenque Solis reflectere, ſupra jam oſtenſum (§. 504). Non abſimili argumento concluditur, Saturnum eſſe corpus inſtar Lunæ opacum lumenque Solis reflectere; id quod de uno ſatellite cum in ſuperioribus etiam evictum fuerit (§. 522), per Analogiam haud fallaci argumento de ceteris quoque concluditur.

Porro cum lumen ſolare per Mercurium & Venerem non tranſpareat, quando ſub eo conſtituuntur (§. 492); corpora denſa minuſque pellucida ſint neceſſe eſt (§. 12 *Optic.*), quod idem de Jove & Saturno umbra ſatellites obſcurantibus patet (§. 504. 522).

Ex maculis ☿, ♂ & ♃ variabilibus apparet, dari circa hos Planetas atmoſphæram alterabilem, ceu ex iis manifeſtum eſt, quæ ſupra ad Theor. 5. (§. 486) oſtendimus. Eadem Atmoſphæræ alterabilitas ſimili argumento de Jovis Satellitibus infertur (§. 511), adeoque ob ſimilitudinem reliquam etiam de Planetis reliquis concluditur.

Simili modo ob montes in ♀ deprehenſos (§. 493) tales quoque in reliquis ſupponere licet.

(a) Vid. Epiſtola Gaſſendi ad Gabr. Naudæum de Novem Stellis circa Jovem viſis. Oper. Tom. IV. f. 511 & ſeqq.
(b) Vid. Oculus Enochi atque Eliæ Lib. IV C. 1 membr. 2. f. 171.
(c) *Memoires de l'Acad. Royal. des Scienc.* An. 1715 p. m. 37.

Cum adeo ♄, ♃, utriusque Satellites, ♂, ♀ & ☿ ſint corpora opaca, lumine Solis mutuatitio reſplendeſcentia, montibus prædita & atmoſphæra alterabili cincta, conſequenter etiam aquæ in iiſdem exiſtant, quæ per obſervationem macularum conſtantium in Venere patent (§. 494) corpora Lunæ ſimillima ſunt (§. 479, 486).

COROLLARIUM 1.

525. Luna eſt corpus Telluri noſtro ſimile (§. 487); ſunt ergo & Planetæ reliqui omnes eidem Telluri ſimiles.

COROLLARIUM 2.

526. Congruum igitur videtur, quo minus ſtatuamus, Planetas omnes ab animalibus atque hominibus habitari (§. 488).

SCHOLION.

527. *De Planetarum incolis multa probabiliter oſtendit* HUGENIUS *in* Coſmotheoro, *ex ſimilitudine Planetarum cum Terra, quod nempe inſtar hujus ſint corpora opaca, denſa, rotunda, gravia, & a Sole illuminentur ac calefiant, eumque in finem circa ipſum moveantur, argumentatur. Sed multa etiam aliis argumentis inferri poterant. Ex. gr. Dubio fere penes me caret, Jovicolas eſſe Terricolis multo majores, ex genere nempe Gigantum. Nimirum pupilla dilatatur in lumine fortiori, coarctatur in debiliori* (§. 56 Optic.). *Quare cum in Jove lux meridiana in eadem altitudine Solis ſit debilior, quam in Tellure, ob majorem nempe Jovis a Sole diſtantiam inferius independenter ab his oſtendendam* (§. 87 Optic.); *pupilla in maxima conſtrictione, adeoque etiam per ſe, major eſſe debet in Jovicolis, quam in Terricolis. Enimvero experientia loquitur, pupillam reliquo bulbo oculi, oculum vero reliquo corpori eſſe proportionatum, ut nempe animantia oculos majores habeant, quorum pupilla major eſt, & corpore majori gaudeant, quorum oculi ſunt majores: quare corpora Jovicolarum majora eſſe debent corporibus Terricolarum. Et ſane non deſunt mihi rationes, quæ ſuadent, Jovicolas ſtatura æquales eſſe* OGI Regi Baſan, *cujus lectus ferreus,* MOSE *autore* (a), *habuit longitudinem novem, latitudinem quatuor cubitorum. Patebit enim inferius, diſtantiam* ♃ *a Sole eſſe ad diſtantiam Telluris ab eodem, ut* 26 *ad* 5. *Eſt igitur intenſitas luminis ſolaris in Jove ad intenſitatem in tellure in ratione duplicata* 5 *ad* 26 (§. 87 Optic.). *Sed per experientiam conſtat, pupillam dilatari in ratione majore, quam intenſitas luminis decreſcit, alias enim objecti remoti claritas eadem apparere poſſet, quæ vicinioris, quod tamen videtur obſcurius: diameter adeo pupillæ in ſtatu maximæ contractionis aut dilatationis terricolarum eſt ad diametrum pupillæ in ſtatu ſimili jovicolarum in ratione majore quam* 5 *ad* 26 (§. 409 Geom.). *Quodſi eandem ponamus ut* 10 *ad* 26 *ſeu* 5 *ad* 13; *cum ſtatura terricolarum ordinaria ſit pedum Pariſinorum* $5\frac{7}{32}$ *ſeu particularum* 7515, *cujuſmodi pes regius Pariſinus continet* 1440 (*tantam nimirum meam reperio*), *reperietur ſtatura ordinaria Jovicolarum* 19539 *ejuſmodi particularum, hoc eſt, pedum* $13\frac{819}{1440}$. *Quoniam cubitus hebræus juxta Cl.* EISENSCHMIDIUM (b) *eſt particularum* 2384 *pedis Pariſini, longitudo lecti gigantis a* MOSE *commemorati eſt* 21456: *unde ſi ſubducatur pes unus partium* 1440, *relinquitur longitudo gigantis* 20016 *ſeu pedum* $13\frac{1296}{1440}$, *cui quam proxime convenit longitudo Jovicolarum pedum* $13\frac{819}{1440}$. *Ceterum Planetarum incolas jam agnovere veteres, &* METRODORUS (c) *affirmat haud minus abſurdum eſſe in infinito ſpatio Mundum unicum tantum collocare ac in ampliſſimo campo unicam ſolummodo ſpicam naſci, aſſerere & credere. Eandem ſententiam multis rationibus adſtruit* CUSANUS Cardinalis *vir gravis & doctus* (d): *cujus autoritate permotus,* DE REITA *e* Capucinorum *familia* (e), *in eandem inclinare videtur, ut alios taceamus; apertius vero eam amplectitur* R. P. CASTELLUS *e* Societate Jeſu (f).

(a) Deuter. III 11.

(b) De Ponderibus & menſuris veterum R. G. & H. Sect. 3 C. 4 p. 119.

(c) Plut. de Placit. Philoſ. C. 5.

(d) De docta ignorantia li. 2. c. 11.

(e) In oculo Enochi atque Eliæ Lib. IV C. 2 memb. 3 f. 178 & ſeqq.

(f) *Traité de Phyſ. ſur la peſanteur univerſelle des corps* Tom. 1 lib. 5 c. 6 p. 575, 576.

CAPUT

CAPUT III.

De Syſtemate Planetario.

DEFINITIO 2.

528. PEr *Syſtema Planetarium* intelligo ordinem, quo Planetæ cum Sole in Univerſo collocati ſunt.

DEFINITIO 3.

529. *Planetæ primarii* dicuntur, qui circa Solem moventur: *ſecundarii* ſunt, qui circa alium Planetam feruntur.

COROLLARIUM.

530. Sunt adeo Satellites Jovis atque Saturni Planetæ ſecundarii (§. 500, 518).

DEFINITIO 4.

531. *Directio Planetæ* eſt motus in Signa conſequentia Eclipticæ, nempe ex ♈ in ♉, ex ♉ in ♊ & ita porro.

DEFINITIO 5.

532. *Statio* eſt apparentia in eodem Cœli puncto per aliquot dies.

DEFINITIO 6.

533. *Retrogradatio* eſt motus in ſigna antecedentia Eclipticæ, ex. gr. ex ♊ in ♉, ex ♉ in ♈, &c.

DEFINITIO 7.

534. *Planeta* vocatur *directus*, quando in ſigna conſequentia movetur; *ſtationarius*, quando in eodem Cœli puncto immobilis hærere videtur; *retrogradus* denique, quando in antecedentia movetur.

DEFINITIO 8.

535. *Synodus*, *Conjunctio* ſeu *Coitus* Stellarum eſt concurſus earundem in eodem Cœli loco optico.

DEFINITIO 9.

536. *Oppoſitio* eſt diſtantia duarum ſtellarum per ſemiſſem circuli, ſeu intervallo 180 graduum.

OBSERVATIO 26.

537. *Planetæ omnes Soli opponuntur, exceptis Venere & Mercurio, quorum illa nunquam ultra gradus 47, hic nunquam ultra 28 a Sole digreditur. Uterque Planeta a maxima elongatione rurſus ad Solem regreditur & ad conjunctionem denuo properat.*

OBSERVATIO 27.

538. *Venus plena facie ſplendet, ſi poſt conjunctionem fuerit heſperus, cum elongatione a Sole lumen decreſcit, in digreſſione maxima dimidiata cernitur. Dum inde ad Solem regreditur lumen ulterius decreſcit, ita ut inſtar falcis appareat, cum mox heliace occidit. Quando coitu cum Sole celebrato phoſphorus evadit, falcata rurſus conſpicitur, in maxima digreſſione denuo dimidiata. Dum inde ad Solem regreditur, lumen continuo creſcit, donec paulo an-*

te conjunctionem plena facie ſplendeat. Obſervationes ſpeciales recenſet HEVELIUS. (*a*)

COROLLARIUM.

539. In altera itaque conjunctione Venus lumine plena; in altera vero omni lumine caſſa.

OBSERVATIO 28.

540. *Phaſes Mercurii eædem prorſus obſervantur, quæ Veneris, quemadmodum denuo annotatum eſt ab* HEVELIO (*b*) *& cuilibet ad oculum conſtabit, ſi per teleſcopium melioris notæ cœlo non invito faciem ejus contempletur.*

OBSERVATIO 29.

541. *Planetæ interdum ſe mutuo occultant. Certe* MOESTLINUS *A.* 1591. *die* 9. *Jan. Jovem a Marte coloris ignei rutilantis*; A. 1599. *die* 3. *Octobr. hor.* 5. *matutina Martem a Venere coloris candidi contectum vidit* (*c*). A. 1671. *die* 1. *Jun.* HEVELIUS & A. 1678. *die* 7. *Februarii* BULLIALDUS *Saturnum*; A. 1679. *die* 5. *Jun.* HEVELIUS *Jovem*, & A. 1676. *die* 21. *Aug.* FLAMSTEEDIUS, HALLEJUS, HEVELIUS *Martem a Luna obtectum conſpexerunt.* (*d*) COPERNICUS A. 1529. *die* 12. *Martii veſpere Venerem a Luna tectam obſervavit* (*e*).

OBSERVATIO 30.

542. *Fixarum a Luna occultationes ſæpius contingunt, ut ideo obſervationibus ſpecialibus recenſendis ſuperſedere poſſimus: Sed fixarum aliquæ etiam a planetis reliquis quanquam rarius, occultatæ leguntur. Sane* An. 241. *ante Chriſtum die* 4. *Septembr. mane Jupiter Aſellum auſtrinum* & A. C. 1633. *die* 19. *Decembris mane, obſervante* GASSENDO, *Propoda ſeu ſtellam ante pedes Geminorum; Mars* An. 272. *ante Chriſtum die* 18. *Jan. referente* PTOLEMÆO, *borealem in fronte Scorpii & recentius, obſervante* GASSENDO, *extremam in ala Virginis*; *Venus* An. 1574. *die* 16. *Sept. hor.* 4. *mat.* & An. 1598. *die* 25. *Sept. hor.* 3. *mat. obſervante* MOESTLINO, *Regulum texit* (*f*). KIRCHIUS An. 1697. *die* 7. *Januarii mane ſtellam ſextæ magnitudinis in auſtrali cornu Tauri, quæ apud* BAYERUM *littera* o *notatur, a Saturno occultatum obſervavit* (*g*).

OBSERVATIO 31.

543. CASSINUS, *referente* GREGORIO (*h*), *primam arietis aliquando in binas æquales intervallo diametri utriuſvis diſtantes diviſam conſpexit. Idem phænomenon de præcedente capite geminorum oobſervavit: immo plejadum aliquas & mediam in Orionis gladio quandoque triplas, aut etiam quadruplas apparentes vidit.*

PROBLEMA 2.

544. *Micrometrum conſtruere, hoc eſt inſtrumentum, quo res minutas in cœlo exacte dimetiri licet.*

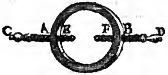
RESOLUTIO.

1. In foco tubi aſtronomici aptetur annulus orichalceus ſeu ferreus AB cum

(*a*) In Proleg. Selenogr. fol. 69. & ſeqq.
(*b*) Loc. cit. fol. 74. & ſeqq.
(*c*) Keplerus in Aſtron. Optic. pag. 305.
(*d*) Tranſact. Anglic. n. 98. pag. 3027. 3031. n. 129. pag. 721. & ſeqq. n. 139. p. 969. n. 2. p. 29.
(*e*) Revolut. cœleſt. lib. 5. cap. 23.

(*f*) Ricciolus in Almag. Nov. lib. 7. ſect. 6. c. 14. f. 721.
(*g*) Vid. Miſcellan. Berolin. pag. 205. & ſeqq.
(*h*) In Element. Aſtronom. Phyſic. & Geometr. lib. 3. prop. 54. fol. 274.

cum cochleis fœminis ſibi mutuo diametraliter oppoſitis.



2. Inſerantur duæ cochleæ mares CE & FD ejus longitudinis, ut verſatæ intra tubum ſeſe contingere poſſint.

Dico, tali inſtrumento res minutas in cœlo dimetiri poſſe.

Demonstratio.

Cum enim objecta per tubum viſa cochleis contigua appareant (§. 374. *Dioptr.*), ſi ea tamdiu verſentur, donec duo puncta oppoſita contingant, quorum diſtantiam metiri debes, illico conſtabit, quot cochlearum ſtriæ iſti intervallo reſpondeant. Ut autem conſtet, quot ſcrupula ſecunda ſingulis ſtriis conveniant, tubo in cœlum converſo verſentur cochleæ, donec duas fixas, quarum diſtantia in ſcrupulis ſecundis exacte cognita (§. 225), contingant, & notetur numerus ſtriarum iſti intervallo reſpondens. Ita nimirum per regulam trium conſtruetur tabella ſcrupulorum ſingulis ſtriis convenientium, conſequenter diſtantia duorum quorumcumque punctorum exigua ope hujus inſtrumenti, tabella conſtructa, inveniri poteſt. *Q.e.d.*

Scholion I.

545. *Tabella, de qua in demonſtratione diximus, conſtrui etiam poterit, ſi ope horologii oſcillatorii obſervetur tempus, quod elabitur, dum ſtella in æquatore conſtituta ab uno cochleæ extremo uſque ad alterum, tubo immoto, progreditur, atque in ſcrupula æquatoris convertatur. Utimur etiam commode fixarum loco Lunæ vel Solis diametro apparente.*

Scholion 2.

546 *Simpliciſſimum hoc micrometri genus, quod a quovis fabro ferrario facile parari poteſt, excogitavit* KIRCHIUS An. 1677. *occultationem fixæ a* ♄ *factam obſervaturus* (*a*). *Alia Aſtronomis Gallis uſitata deſcribit* Cl. DE LA HIRE (*b*), *& alibi alia occurrunt* (*c*). *Cæterum* KIRCHIANUM *agnatum eſt inſtrumento, quo* HUGENIUS (*d*) *diametros apparentes planetarum metitur, & quod micrometri inveniendi anſam dediſſe videtur.*

Problema 3.

547. *Obſervare diametrum Solis apparentem.*

Resolutio.

1. Quadrante exactiſſime diviſo & diopttris teleſcopicis inſtructo obſervetur altitudo meridiana limbi ſolaris tam ſuperioris, quam inferioris.
2. Altitudo inferior ſubducatur a ſuperiore, differentia erit angulus, ſub quo diameter Solis e terra videtur.

Aliter.

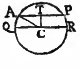
1. Super linea meridiana erigantur duo fila perpendicularia, & capite immoto obſervetur tranſitus Solis per meridianum.
2. Quamprimum limbus ☉ ad fila appellit, notetur momentum temporis, quod ab horologio oſcillatorio indicatur.
3. Quando limbus oppoſitus eadem relinquit, notetur ſimiliter tempus, quod index horologii monſtrat.

4. Tem-

(*a*) Vid. præfat. ad Calendarium An. 1696. & Miſcell. Berolin. pag. 202. & ſeqq.
(*b*) In Tabula Aſtron. par. 2. pag. 65. & ſeqq.
(*d*) Vid. Lexicon meum Mathemat. ſub voce *Micrometrum*.
(*c*) In Syſtemate Saturn. pag. 52.

Digitized by Google

4. Tempus prius a poſteriore ſubducatur, reſiduum erit tempus, quo diameter ☉ per meridianum tranſit.
5. Si Sol fuerit in æquatore, tempus modo inventum convertatur in ſcrupula æquatoris (§. 212), ita prodibit arcus, qui metitur angulum, ſub quo diameter Solis videtur.
6. Si Sol fuerit extra æquatorem, arcus inventus eſt circuli paralleli, in quo Sol commoratur, ſimilis arcui æquatoris, qui interea per meridianum tranſit (§. 45. *Sphæric.*). Quare cum ob parallelismum rectarum CQ & TA angulus CAT ſit angulo ACQ (§. 233. *Geom.*), hoc eſt, declinationi AQ (§. 57. *Geom.* & §. 76. *Aſtron.*) æqualis; radius æquatoris AC eſt ad radium paralleli AT ut ſinus totus ad coſinum declinationis ſeu anguli ACT (§. 33. *Trigon.*). Sed arcus ſimiles paralleli & æquatoris in eadem ratione exiſtunt (§. 412. *Geom.* & §. 171. *Arithm.*): ope igitur ejuſdem in ſcrupula æquatoris convertuntur ſcrupula paralleli (§. 302. *Arithm.*), quæ diametrum Solis apparentem produnt ut ante.



PROBLEMA 4.

548. *Diametrum apparentem Solis, Lunæ ac ſtellæ cujuſcunque obſervare.*

RESOLUTIO.

1. Convertatur in Solem helioſcopium (§. 467. *Dioptr.*), in Lunam & ſtellas tubus aſtronomicus (§. 358. *Dioptr.*), micrometro inſtructus (§. 544).
2. Cochleæ micrometri verſentur, donec utrinque limbum ſideris contingant.
3. Notetur numerus ſpirarum intervallo intra cochleas in tubo relicto conveniens.
4. Hic denique ope tabellæ modo ſupra præſcripto (§. *cit.*) conſtructæ convertatur in ſcrupula æquatoris, qui ſemidiametrum apparentem prodent.

OBSERVATIO 32.

549. *Diameter Solis, Lunæ & Planetarum tam inferiorum, quam ſuperiorum non omni tempore eadem deprehenditur; ſed in ſingulis ad certum uſque terminum creſcit iterumque decreſcit. Inprimis vero notabile eſt, Planetas ſuperiores multo majores apparere, ſi fuerint acronychii ſeu in oppoſitione cum Sole, quam prope conjunctionem cum eodem; planetas vero inferiores majores videri, ſi lumine fuerint diminuti, quam ubi aucti extiterint. Martis inprimis acronychii diameter octuplo, immo juxta* RICCIOLUM (*a*) *noncuplo major apparet, quam ſi prope conjunctionem in eodem cœli loco conſpiceetur, ita ut* An. 1529 *menſe Julio & Auguſto ob prodigioſam magnitudinem novum ſidus crederetur* (*b*).

COROLLARIUM 1.

550. Planetarum diſtantia a terra non ſemper eadem (§. 371. *Optic.*).

COROLLARIUM 2.

551. Planetæ ſuperiores ſunt terræ propiores in oppoſitione cum Sole, quam circa conjunctionem

(*a*) In Almageſt. Nov. lib. 7 ſect. 6. c. 10 fol. 13.
(*b*) Keplerus in Aſtron. Optic. cap. 10 pag. 333.

nem (*§. cit.*); Mars inprimis octuplo, immo noncuplo propior eſt telluri in oppoſitione, quam circa conjunctionem cum Sole (*§. 212. Optic.*).

COROLLARIUM 3.

552. Planetæ inferiores terræ propiores ſunt, ſi lumine diminuti, quam ſi aucti fuerint (*§. 371. Optic.*).

OBSERVATIO 33.

553. *Diametrum Solis apparentem obſervarunt*

	Maximam	*Mediam*	*Minimam*
PTOLEMÆUS (*a*)	33′ 20″	32′ 18″	31′ 20″
TYCHO (*b*)	32 0	31 0	30 0
KEPLERUS (*c*)	31 4	30 30	30 0
RICCIOLUS (*d*)	32 8	31 40	31 0
CASSINUS (*e*)	32 10	31 40	31 8
DE LA HIRE (*f*)	32 43	32 10	31 38

Obſervatur autem hodie diameter minima, quando Sol exiſtit in ♋; *maxima, quando in* ♑ *hæret*.

COROLLARIUM.

554. Maxima ideo Solis a terra diſtantia hodie in ♋ eſt, minima in ♑ (*§. 211. Optic.*).

OBSERVATIO 34.

555. *De Luna notatu dignum eſt, quod duplex obſervetur incrementum & decrementum diametri apparentis, alterum in conjunctionibus & oppoſitionibus cum Sole, alterum in quadraturis. Eſt nempe maxima Lunæ diameter apparens in illis minor, maxima in hiſce, & minima in illis minor, itidem minima in hiſce. Sane in priori caſu ſtatuunt*

	Minimam	*Maximam*
PTOLEMÆUS (*g*)	31′ 20″	35′ 20″
TYCHO *in conj.*	25 36	28 48
(*b*) *in oppoſ.*	32 0	36 0
KEPLERUS (*i*)	30 0	32 44
DE LA HIRE (*k*)	29 30	33 30

In caſu autem poſteriore ponunt

	Minimam	*Maximam*
PTOLEMÆUS	42′ 8″	55′ 0
TYCHO	32 32	36 0

COROLLARIUM.

556. Luna in eodem orbitæ ſuæ puncto a terra magis diſtat in quadraturis, quam in oppoſitionibus & conjunctionibus (*§. 211. Optic.*).

OBSERVATIO 35.

557. *Planetarum ſuperiorum diametros apparentes juxta Autores diverſos exhibet* HEVELIUS (*l*). *Statuunt nempe diametrum*

(*a*) Almag. lib. 5. cap. 14. fol. m. 119.
(*b*) Progymnaſm. lib. 1. cap. 1. pag. m. 135.
(*c*) In Tab. Rudolph. fol. 92.
(*d*) Aſtron. Reform. lib. 1. cap. 12. fol. 38.
(*e*) Apud Ricciolum loc. cit.
(*f*) In Tab. Aſtron. pag. 10.
(*g*) Loco citato.
(*b*) Loco ſupra citato.
(*i*) In Rudolphinis fol. 89.
(*k*) In Tab. Aſtron. pag. 27.
(*l*) In Tract. de Mercurio in Sole viſo fol. 121.

		Minimam.			*Mediam.*			*Maximam.*		
ALBATEGNIUS	♄	1′	29″	13‴	1′	44″	13‴	2′	5″	59‴
TYCHO		1	34	0	1	50	0	1	12	0
KEPLERUS		0	21	0	0	25	0	0	38	0
RICCIOLUS		0	46	0	0	57	0	1	12	0
HEVELIUS		0	14	10	0	16	0	0	19	40
ALBATEGNIUS	♃	2	9	25	2	36	40	3	18	24
TYCHO		2	14	0	2	45	0	3	59	0
KEPLERUS		0	30	0	0	38	0	0	50	0
RICCIOLUS		0	38	18	0	49	46	1	8	46
HEVELIUS		0	14	36	1	18	2	0	24	22
ALBATEGNIUS	♂	0	54	0	1	34	0	6	10	0
TYCHO		0	57	0	1	40	0	6	46	0
KEPLERUS		0	54	0	1	34	0	6	30	0
RICCIOLUS		0	10	0	0	22	0	1	32	0
HEVELIUS		0	2	46	0	5	2	0	20	50
ALBATEGNIUS	♀	1	49	0	3	8	0	16	42	0
TYCHO		1	52	0	3	15	0	4	40	0
KEPLERUS		1	2	0	1	48	0	7	6	0
RICCIOLUS		0	33	30	1	4	12	4	8	0
HEVELIUS		0	9	30	0	16	46	1	5	58
ALBATEGNIUS	☿	1	27	21	2	5	20	3	41	45
TYCHO		1	29	0	2	10	0	3	57	0
RICCIOLUS		0	9	20	0	13	48	0	25	12
HEVELIUS		0	4	4	0	6	3	0	11	48

CHRISTIANUS HUGENIUS *methodo exquiſitiore diametros planetarum apparentes inveſtigans deprebendit diametrum minimam* ♄ 30″, *annuli ejus* 1′ 8″, ♃ 1′ 4″, ♂ 30″, ♀ 1′ 25″ (*a*). *Ex his obſervationibus in* ♄, ♃ ♀ *accuratiſſimas judicat*, HEVELIUS *vero Mercurii diametrum ex eo in Sole obſervato elicuit.*

(*a*) In Syſtemate Saturnino pag. 77. & ſeqq.

SCHOLION.

358. *Ingens diſcrimen inter veteres & recentiores inde oritur, quod illi, veluti* ALBATEGNIUS & *ipſe adhuc* TYCHO, *nudis oculis æſtimaverint diametros planetarum; recentiores autem tubis utantur: unde ſplendor ſpurius, quem teleſcopia tollunt, eos exhibuit juſto majores.* RICCIOLUS *equidem teleſcopiis uſus eſt, ſed micrometro caruit, ſine quo aut* HUGENII *apparatu iſti ſimillimo diameter planetarum non ideo tuto exploratur* (*b*). *Obſervationes itaque* HUGENIANÆ & HEVELIANA *circa* ♀ *reliquis merito præferuntur: quibus ideo & nos in poſterum utemur.*

PRO-

(*b*) Vid. Aſtron. Reform. lib. 10. c. 1. f. 353. 354.

PROBLEMA 4.

559. *Longitudinem & latitudinem planetæ obſervare.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur culminatio planetæ (§. 134) &
2. Inveniatur ejus altitudo meridiana (§. 129. 142),
3. Noteturque temporis momentum ope horologii oſcillatorii, quod inter culminationes planetæ atque fixæ alicujus notæ aſcenſionis rectæ intercedit.
4. Ex data altitudine meridiana planetæ inveſtigetur ejus declinatio (§. 150), &
5. Ex tempore inter culminationes interjecto & aſcenſione recta fixæ aſcenſio recta planetæ (§. 228).
6. Tandem cognitis declinatione & aſcenſione recta ejus, inveniatur latitudo & longitudo (§. 243).

SCHOLION 1.

560. *Quodſi diſtantia planetæ a fixa nota aſcenſionis rectæ obſervetur (§. 225); ejus aſcenſio recta itidem inveniri poteſt (§. 226. 232), quamvis calculo operoſiore.*

SCHOLION 2.

561. *Hoc modo ſequentia de motu planetarum proprio patebunt.*

OBSERVATIO 36.

562. *Luna & Sol ſemper apparent directi. Sed ♄, ♃, ♂, ♀, & ☿ plerumque directi, interdum retrogradi, nonnunquam ſtationarii. Planetæ ſuperiores fiunt retrogradi circa oppoſitionem cum Sole, duo inferiores circa conjunctionem, ♄ ſtationarius fit in diſtantia quadrante paulo majore, ♃ in diſtantia 120 circiter graduum, ♂ in diſtantia longe majori a Sole: ♀ & ☿ vero ſemel veſperi poſt directionem, altera vice mane poſt retrogradationem utraque ſtatione Soli propiore digreſſione maxima.*

OBSERVATIO 37.

563. *Intervalla temporis inter duas retrogradationes intercedentia inæqualia ſunt: in ♄ eſt unius anni circiter ac 13 dierum, in ♃ anni unius & 43 dierum, in ♂ annorum 2, dierum 50, in ♀ anni unius, dierum 220, in ☿ dierum 115. Nempe ♄ eſt ſtationarius diebus 8, ♃ 4, ♂ 2, ♀ $1\frac{1}{2}$, ☿ $\frac{1}{2}$ circiter; retrogadus ♄ diebus 140, ♃ 120, ♂ 73, ♀ 42, ☿ 22; directus denique ♄ diebus 243, ♃ 284, ♂ 705, ♀ 542, ☿ 93 (a). Non tamen ſingulæ ſingulorum ſtationes, retrogradationes & directiones conſtanter inter ſe prorſus æquales.*

OBSERVATIO 38.

564. *Saturnus motu retrogrado conficit arcum minorem quam Jupiter, Jupiter minorem quam Mars.*

OBSERVATIO 39.

565. *Planetæ omnes cum directi, tum retrogradi non eadem celeritate ſingulis diebus progrediuntur, eſtque directio ſuperiorum celerrima in conjunctione cum Sole, retrogradatio in oppoſitione.*

OBSERVATIO 40.

566. RICHERIUS An. 1672. *in inſula* Cayennæ *quatuor tantum gradibus ab æquatore diſtante primus obſervavit, horologium ſuum pendulo inſtructum tardius moveri quam* Pariſiis, *ita*

(a) Ricciolus in Almag. Nov. lib. 7. ſect. 5. c. 2. f. 447.

ut pendulum ſimplex eſſet contrahendum linea una cum quadrante. *Circa annum* 1677. Cel. HALLEJUS *reperit horologium ſuum oſcillatorium in inſula* S. Helenæ *tardius moveri quam* Londini, & *pendulum ideo brevius reddere coactus linea una cum ſemiſſe*. An. 1682. D. VARIN & D. DES HAYES *longitudinem penduli ſingulis minutis ſecundis oſcillantis in obſervatorio Regio eſſe* ped. 3. lin. $8\frac{5}{9}$, *in inſula vero* Gorea ped. 3. lin. $6\frac{5}{9}$, & *in inſulis* Guadaloupa & Martinica ped. 3. lin. $6\frac{1}{2}$. An. 1697. D. COUPLET Ulyſſipone *pendulum brevius reperit quam* Pariſiis lineis $2\frac{1}{2}$, & Paraibæ lineis $3\frac{2}{3}$. Annis 1699. & 1700. DES HAYES *in inſulis* Cayennæ & Granadæ *longitudinem penduli ad minuta ſecunda oſcillantis deprehendit paulo minorem quam* ped. 3. lin. $6\frac{1}{2}$, *in inſula* S. Chriſtophori ped. 3. lin $6\frac{1}{4}$, *in inſula* S. Dominici ped. 3. lin. 7. An. 1704. P. FEVILLEUS *invenit in* Portobelo in America *eandem* ped. 3. lin. $5\frac{7}{12}$, *in inſula* Martinica ped. 3. lin. $5\frac{10}{12}$. *Eſt autem latitudo* Paraibæ 6° 38′ *ad auſtrum*, Portobeli 9° 33′ *ad boream*, *inſularum* Cayennæ 4° 55′, Goreæ 14° 40′, Guadaloupæ 14°, Martinicæ 14° 44′, Granadæ 12° 6′, S. Chriſtophori 17° 19′, & S. Dominici 19° 48′ *ad boream* (*a*).

COROLLARIUM I.

567. Cum vi harum obſervationum fuerit ſub

Latitudine		Longitudo penduli	
19°	48′	3′	7″
17	19	3	$6\frac{1}{4}$
14	0	3	$6\frac{1}{2}$
14	44	3	$5\frac{10}{12}$
9	33	3	$5\frac{7}{12}$
6	38	3	$4\frac{8}{9}$
4	55	3	$6\frac{1}{2}$

longitudinem penduli ad ſingula minuta ſecunda oſcillantis cum latitudine locorum ſeu diſtantia ab æquatore decreſcere manifeſtum eſt.

SCHOLION 1.

568. *Patet equidem, quaſdam obſervationes exhibere longitudinem penduli in minori ab æquatore diſtantia majorem, quam in majore; cum tamen omnes in eo conveniant, quod in locis æquatori vicinioribus minor, quam Pariſiis exiſtat, & pleræque, præſertim eæ, quæ recentius data opera & majori cum cura inſtitutæ, in decrementum regulare conſpirent, veritati corollarii noſtri rudiores illæ minime obſtant.*

COROLLARIUM 2.

569. Gravitas ergo corporum minor eſt verſus æquatorem, quam verſus polos, & cum acceſſu ad eundem conſtanter decreſcit (§. 389. *Mechan.*).

SCHOLION 2.

570. *Equidem* Cl. DE LA HIRE *cum obſervaſſet, virgam ferream, quæ hyeme fuerat ſex pedum, Solis æſtivo expoſitam contracto calore majore, quam qui externarum partium corporis humani ſolet,* $\frac{2}{7}$ *unius lineæ factam fuiſſe longiorem, mutationem penduli majori prope æquatorem calori tribuit* (*b*); *ſed bene jam monuit Vir ſummus* NEWTONUS, *quia virga penduli in horologio oſcillatorio, quæ Soli expoſita non eſt, calorem æqualem calori externæ ſuperficiei corporis humani æqualem nunquam concipit, differentiam totam calori attribui non poſſe* (*c*): *id quod etiam ita viſum eſt Celeberrimo* BERNOULLIO (*d*).

THEOREMA 8.

571. *Motus Solis eodem modo e tellure ſpectabitur, ſive ipſe circa terram intra orbitam quieſcentem revera moveatur, ſive terra circa Solem quieſcentem feratur.*

DE-

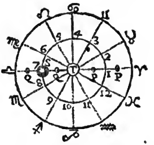
(*a*) *Memoires de l'Acad. Royal des Sciences*. An. 1700. pag. 222. & ſeqq. Conf. Nevvtoni Princip. Philoſ. Natur. Mathem. lib. 3. prop. 20. p. 418. & ſeqq. edit. tert.

(*b*) *Memoires de l'Acad. Royal. des Sciences*, An. 1705. pag. 374.

(*c*) In Princip. Philoſ. loc. cit. pag. 386.

(*d*) In Actis An. 1710. pag. 82. & 83.

DEMONSTRATIO.



Sit enim terra in T & ☉ in 1: apparebit is in o ♈. Progrediatur ☉ in orbita, quæ terram ambit, ex 1 in 2; videbitur in o ♉. Quodſi ulterius pervenerit in 3; in o ♊ ſpectabitur. Atque ita ſecundum ſignorum ſucceſſionem in eliptica incedere videbitur e terra.



Sit jam terra in 1; Sol S ex eadem ſpectabitur in ♈; progrediatur illa ex 1 in 12, videbitur Sol terricolis progredi ex ♈ in ♉. Quodſi illa ulterius promoveatur in 11; videbitur Sol ulterius progredi ex ♉ in ♊ & ita porro. Atque ita ſecundum ſignorum ſucceſſionem apparenter in ecliptica incedet.

Motus ergo Solis idem e tellure ſpectatur, ſive ipſe circa terram, ſive terra circa Solem moveatur. *Q. e. d.*

THEOREMA 9.

572. *Sol e terra in gradum oppoſitum ei refertur, in quo ipſa ex Sole ſpectaretur.*

DEMONSTRATIO.

Patet ex demonſtrationis præcedentis parte poſteriore.

THEOREMA 10.

573. *Si planeta* P (vid. Fig. 1. huj. pag.) *e tellure* T *Soli* S *oppoſitus ſpectatur, terra inter Solem atque planetam conſtituitur: ſi vero planeta* Q *Soli* S *conjunctus apparet, vel planeta inter Solem & Terram, vel Sol inter planetam atque Terram conſtituitur.*

DEMONSTRATIO.

Si planeta Soli oppoſitus e tellure ſpectatur; loca earundem in ecliptica intervallo 180 graduum diſtant (§. 536), nempe ſi planeta P videatur in o ♈, Sol in o ♎ apparet, ideoque planeta P verſus dexteram poſito, Sol verſus ſiniſtram deprehenditur, conſequenter T inter Solem S & planetam P conſtituitur. *Quod erat unum.*

Si planeta Q Soli S conjungitur, e tellure T in eundem locum opticum, ex. gr. in o ♎ uterque refertur (§. 535). Cum ideo verſus eandem plagam uterque conſtituatur; Terra T inter Solem & planetam media non eſt, ſed vel Sol S, vel planeta Q locum medium occupat. *Quod erat alterum.*

THEO-

THEOREMA 11.

574. ***In una conjunctione Venus atque Mercurius inter Solem & Terram, in altera ſubſequente Sol inter Terram & Venerem vel Mercurium conſtituitur.***

DEMONSTRATIO.

In omni conjunctione aut Venus & Mercurius inter Solem & Terram, aut Sol inter Venerem & Mercurium atque Terram conſtituitur (§. 574). Sed in una conjunctione Venus & Mercurius oſtendunt telluri T partem ſui opacam (§. 539. 540), hoc eſt, a Sole averſam N (§. 491): ergo in ea inter Solem & tellurem conſtituuntur. In altera conjunctione, quæ illam proxime ſequitur, partem lucidam (§. 539. 540), hoc eſt, Soli obverſam M (§. 491) ſpectandam exhibent: ergo tunc temporis Sol S inter ipſos atque tellurem conſtituitur. *Q. e. d.*



COROLLARIUM.

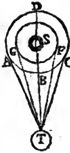
575. In una ideo conjunctione Venus atque Mercurius telluri Sole propiores exiſtunt, in altera vero longiori intervallo ab eadem removentur.

THEOREMA 12.

576. ***Orbita Veneris atque Mercurii Solem ambit, tellure extus conſtituta, orbitaque Mercurii intra orbitam Veneris continetur.***

DEMONSTRATIO.

Sit enim Sol in S, Terra in T, & in conjunctione planeta inferior inter tellurem & Solem inter B conſtitutus (§. 574): inde ideo certo intervallo SC a Sole S digredietur uſque in C, quod ſub angulo STC in tellure ſpectatur, ex C vero ad Solem regreditur (§. 538) & in altera conjunctione, quæ in D celebratur, Sol S inter planetam D & tellurem T conſtituitur (§. 374). Poſt eam planeta ex D rurſus a Sole digreditur intervallo SA, quod ſub angulo ATS e terra ſpectatur & ex A ad conjunctionem tertiam in B regreditur (§. 583), ubi denuo inter Solem S & tellurem T locum occupat (§. 574). Evidens ideo eſt, planetas inferiores moveri in orbitis Solem S ambientibus, Terra vero T extra eas conſtituta. *Quod erat unum.*



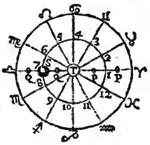
Jam cum digreſſiones Veneris maximæ a Sole SC & SA ſub majoribus angulis STC & ATS ſpectentur, quam digreſſiones maximæ Mercurii SF & SG ſub angulis STF & STG viſæ (§. 537); orbita Veneris orbitam Mercurii comprehendit (§. 209. *Optic.*). *Quod erat alterum.*

THEOREMA 13.

577. ***Orbita Saturni, Jovis atque Martis & Solem & tellurem ambit, centrum tamen a centro telluris longius diſtat.***

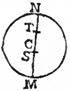
DEMONSTRATIO.

Planetæ ſuperiores Soli S & conjuncti in Q, & oppoſiti in P e tellure



re T ſpectantur (§. 535. 536), ergo tellus T nunc inter Solem & planetam conſtituitur, nunc uterque verſus eandem plagam ab ea diſtat (§. 573). Quare orbita planetarum ſuperiorum tellurem T ambit. *Quod erat unum.*

Porro planetæ ſuperiores per tubos circa conjunctionem nunquam corniculati apparent, ideoque illo tempore partem ſui lucidam M, (*vid. Fig.* §. 574) hoc eſt, Soli S obverſam telluri T opponunt; Sol ideo inter terram T & planetam M conſtituitur. Neceſſe igitur eſt, ut orbita planetarum ſuperiorum Solem quoque S ambiat. *Quod erat ſecundum.*



Denique in conjunctione planetæ ſuperioris M cum Sole S diſtantia TM a terra T multo major eſt, quam diſtantia in oppoſitione TN, ex. gr. in ☌ IM $= 8$ TN (§. 557). Quare ſi in C ſit centrum ideoque CM $= CN = \frac{9}{2}$TN in ☌, erit CT $\frac{7}{2}$ TN, conſequenter centrum orbitæ C a tellure T valde remotum. *Quod erat tertium.*

THEOREMA 14.

578. *Lunæ orbita tellurem ambit, ſed non Solem.*

DEMONSTRATIO.

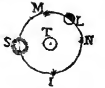
In omni conjunctione Luna lumine caſſa (§. 455), ideoque partem a Sole averſam telluri obvertit (§. 456), conſequenter in quocunque orbitæ loco inter Solem atque tellurem conſtituitur (§. 574). Orbita ergo Lunæ Solem non ambit. *Quod erat unum.*

Cum tamen Luna Soli opponatur (§. 455); tellus T (*v. Fig. 1. huj. pag.*) interdum inter Lunam P & Solem S conſiſtit (§. 574), ideoque orbita Lunæ tellurem ambit. *Quod erat alterum.*

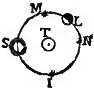
THEOREMA 15.

579. *Si planeta motu vertiginis ab occaſu verſus ortum intervallo aliquot horarum movetur; Sol cum Terra, planetis reliquis & omnibus fixis motu contrario intervallo eodem circa ipſum revolvi videtur.*

DEMONSTRATIO.



Sit enim ſtella M in zenith planeticolæ in T conſtituti & rotetur planeta T ab occaſu verſus ortum circa axem ſuum: aliquo igitur temporis ſpatio elapſo, ad zenith ipſius T perveniet Sol S, hinc ſtella I, inde N, ulte-



ulterius Luna L tandemque denuo ſtella M puncto planetæ T imminebit. Planeticolis ideo Sol S cum Luna L & ſtellis I, N, M &c. motu contrario circa Planetam, quem inhabitant, moveri videtur (§. 366. *Optic.*): *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

580. Cum planetæ tam ſuperiores, quam inferiores circa axem rotentur (§. 496. 498); planeticolis quibuſvis ſphæra mundana cum omnibus ſtellis atque Sole circa planetam, quem inhabitant, ab ortu verſus occaſum moveri videtur, danturque ideo ob hunc motum Solis apparentem in planetis ſingulis dierum atque noctium viciſſitudines.

COROLLARIUM 2.

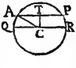
581. Si tellus, cui planetæ omnes ſimiles (§. 525), ipſorum inſtar 24 horarum ſpatio circa axem rotetur; cœlum cum Sole, Luna ac ſtellis univerſis eodem temporis ſpatio ab ortu in occaſum circa eandem moveri videtur.

THEOREMA 16.

582. *In corporibus mundi totalibus, quæ motu vertiginis gaudent, corporum partialium gravitas verſus æquatorem cum diſtantia ab eodem continuo decreſcit.*

DEMONSTRATIO.

Dum enim motu vertiginis abripiuntur; a centro corporis totalis C recedere conantur (§. 617. *Mechan.*), conſequenter cum æquator



QR circulus maximus (§. 48), paralleli autem verſus polos continuo decreſcant (§. 41. *Sphæric.*), vis centrifuga in æquatore QR maxima, in parallelo AP minor verſuſque polum continuo decreſcit in ratione diametrorum parallelorum ad diametrum æquatoris (§. 623. *Mechan.*). Sed vi gravitatis corpora partialia ad centrum totalis nituntur (§. 213. *Mech.*), ideoque vis centrifuga gravitati contraria. Quare cum illa huic reſiſtat (§. 20. *Mechan.*), (neque enim adverſus gravitatem prævalet, quia alias corpora partialia a centro totalis diſpergerentur) deſcenſum gravium retardare debet (§. 72. *Mechan.*), maxime quidem ſub æquatore, minus vero in parallelis. Patet ideo gravitatem verſus æquatorem cum diſtantia ab eodem continuo decreſcere. *Q. e. d.*

SCOLION.

583. *Supponitur nempe, vim gravitatis per ſe eſſe uniformem, utpote quæ materiæ cohærenti proportionalis deprehenditur* (*§. 112.* Mechan.).

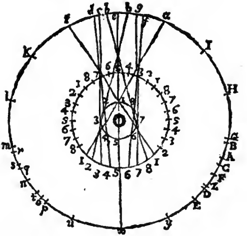
COROLLARIUM.

584. Quodſi ideo tellus motu vertiginis movetur, gravitas verſus æquatorem cum diſtantia locorum ab eodem continuo decreſcere & ſub æquatore minima, ſub polis maxima eſſe debet.

THEOREMA 17.

585. *Si terra motu annuo circa Solem feratur, planetæ inferiores intra anni ſpatium una cum Sole circa ipſam moveri videntur, dum interea ſuas circa Solem revolutiones inæqualibus temporibus abſolvunt, & circa conjunctionem retrogradi apparent.*

DE-



DEMONSRATIO.

Si Terra circa Solem motu annuo movetur, orbitam ſuam peragrat intervallo 365 dierum (§. 27). Sed Mercurium circa Solem revolvi intervallo 87 circiter dierum, inferius independenter ab his conſtabit. Eſt itaque motus terræ ad motum Mercurii fere ut 4 ad 1, conſequenter dum ☿ integram revolutionem abſolvit, terra nonniſi quartam orbitæ ſuæ partem confecit. Dividatur ergo orbita Mercurii in octo partes æquales & orbitæ telluris quadrantes dividantur ſinguli in totidem alias. Sit jam Mercurius in 1, & terra in T 1, videbitur ex terra ☿ in *a*. Progrediatur terra in 2, ☿ ſimiliter in 2, qui ex illa apparebit in *b*. Promoveatur terra in 3, ☿ quoque in 3: videbitur is in *c*, hactenus ideo directus apparet. Procedat terra in 4 & ☿ itidem in 4 properans ad conjunctionem cum Sole: conſpicietur is in *d*, conſequenter lente progreditur. Conjungatur ☿ Soli in 5, terra etiam in 5 exiſtente: videbitur is in *e* ideoque retrogradus. Accedat ☿ in 6, tellus itidem in 6: videbitur is in *f*, retrogradationem continuans. Perveniat ☿ uſque in 7, terra itidem in 7: apparebit is in *g*, ideoque denuo directus. Sit ☿ in 8, terra in 8: conſpicietur is in *h*, directus adhuc. Quodſi hac ratione ☿ in ſua orbita & tellurem itidem in ſua ulterius promoveas, donec hæc reſtituatur in T, Mercurius ſucceſſive ſpectabitur in *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, *q*, *r*, *ſ*, *t*, *u*, *x*, *y*, *z*, A, B, C, D, E, F, G, H, I, ideoque intra ſpatium annuum cum Sole (§. 27), totum zodiacum emetiri videtur, ita ut circa ſingulas conjunctiones cum Sole retrogradus fiat;

quæ ſingula manifeſta ſunt, ſi per cognomina puncta orbitarum telluris atque ☿ rectas ducas, confuſionis evitandæ & ſpatium lucrandi gratia hic omiſſas. Nec abſimili modo idem de Venere oſtenditur. *Q. e. d.*

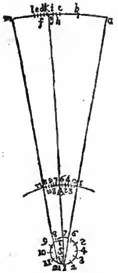
Corollarium.

586. Intra annum ideo ☿ ter fit retrogradus: nec abſimili modo patet, ♀ nonniſi ſemel intra 19 menſes retrogradam fieri.

Theorema 18.

587. *Si Terra circa Solem motu annuo feratur, planetæ ſuperiores fient retrogradi circa oppoſitionem, & telluri multo propiores erunt quam in conjunctione cum Sole.*

Demonstratio.



Quoniam orbitæ planetarum ſuperiorum tellurem ambiunt (§. 577), orbita telluris intra illorum orbitas continetur. Sit ideo circulus intimus orbitæ telluris in 12 partes æquales diviſus: medius vero deſignet orbitam ♃, extimus terminetur in ſuperficie ſphæræ mundanæ. Quia motus ♃ eſt ad motum telluris, ut 1 ad 12 (§. 33), duodecima orbitæ ♃ pars perinde ac orbita telluris in 12 partes æquales dividatur. Sit jam terra in 1, ♃ itidem in 1: videbitur is in *a*. Progrediatur terra & ♃ in ſuis orbitis ex 1 in 2; apparebit hic in *b*: utroque autem in 3 conſtituto, in *c* videbitur. Promoveantur terra & ♃ in 4 ac inde porro in 5: ſpectabitur hic in priore caſu in *d*, in poſteriore in *e*. Hactenus ideo directus videtur. Tendat jam tellus in 6, & planeta perveniat in 6 Soli S mox opponendus: videbitur hic in *f*, ideoque retrogradus. Perveniat uterque in 7, ubi oppoſitio cum Sole contingit (§. 536): ♃ in *g* cernetur, retrogradationem continuans. Similiter utroque ad 8 promoto, ♃ retrogradus ſpectabitur in *h*. Utroque ad 9 tranſlato; ♃ iterum directus videbitur in *i*, & ita porro. Eodem modo oſtenditur, ♄ & ♂ retrogrados fieri in oppoſitione cum Sole. *Quod erat unum.*

Sit planeta in A, tellus in V: videbitur is Soli S conjunctus (§. 535), tumque diſtantia ejus a terra eſt AV. Sit ut ante planeta in A, tellus vero in T: apparebit is Soli oppoſitus (§. 536), tumque diſtantia ejus a terra eſt AT. Quare cum differentia inter diſtantiam priorem AV & poſteriorem AT ſit integra diameter orbitæ tel-

telluris TV; planeta ſuperior quilibet telluri multo propior eſt in oppoſitione, quam in conjunctione cum Sole. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM I.

588. Quia Saturnus tardius Jova, Jupiter tardius Marte movatur (§. 32. 33. 34); tellus a Saturno digreſſa citius ad eum redit quam ad Jovem, & ad Jovem citius quam ad Martem. Quare cum planeta A Soli S opponatur, ſi terra ad eum accedit (§. 573); Saturni retrogradationes frequentiores ſunt, quam Jovis, & Jovis frequentiores, quam Martis.

COROLLARIUM 2.

589. Quoniam motus ♄ ad motum terræ eſt ut 1 ad 30 (§. 32), dum terra integram orbitam percurrit, ♄ trigeſimam circiter ſuæ partem ſeu 12 gradus conficit. Quare cum terra ſingulis fere diebus gradum unum emetiatur, antequam Saturnum, a quo digreſſa, iterum aſſequatur, ultra annuum ſpatium 12 fere elabantur dies neceſſe eſt, conſequenter ſpatium temporis inter duas retrogradationes ♄ intercedens erit circiter unius anni ac dierum 12. Nec abſimili modo oſtenditur, inter duas retrogradationes ♃ interjici ſpatium temporis aliquanto majus anno uno ac menſe uno, inter duas Martis vero biennium circiter.

THEOREMA 19.

590. *Orbita Martis telluri propior, quam orbita Jovis, & hæc eidem propior quam Saturni orbita: orbita Lunæ denique eſt omnium proxima.*

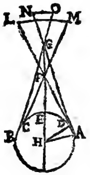
DEMONSTRATIO.

Mars enim Jovem, Jupiter Saturnum, Luna planetas omnes ſuperiores oculo in terra conſtituto tegere poteſt (§. 541). Mars igitur inter Jovem & Tellurem, Jupiter inter Martem & Saturnum intercedit, Luna vero Telluri proxima, ideoque orbita Martis propior eſt quam orbita Jovis, hæc vero propior orbita Saturni, Lunæ autem orbita omnium proxima. *Q. e. d.*

THEOREMA 20.

591. *In hypotheſi Terræ motæ ♄ diutius eſt retrogradus quam ♃, & ♃ diutius quam ♂.*

DEMONSTRATIO.



Illud attendentibus ad demonſtrationes ſuperiores ſatis patet, ſi planeta ſuperior in F tempore retrogradationis apparentis immotus foret, puncta ſtationum fore eadem cum punctis C & D, in quibus radii ex planeta in centrum telluris ducti orbitam ejus tangunt. Ducatur etiam tangens GA a planeta remotiore, qui neceſſario ultra D cadet (§. 23. *Analyſ. infinit.*). Foret ergo arcus AEB, quem terra emetiretur in retrogradatione planetæ remotioris G, major arcu CD, quem durante retrogradatione propioris F conficit. Quare cum Saturnus longius diſtet a terra quam Jupiter, & Jupiter longius quam Mars (§. 590); major arcus orbitæ telluris retrogradationi Saturni quam Jovis, & major retrogradationi Jovis quam

Digitized by Google

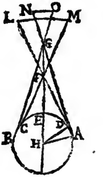
Martis reſponderet. Etſi vero planetæ interea, dum retrogradi ex tellure ſpectantur, in orbita ſua progrediantur, ideoque arcus orbitæ telluris retrogradationibus eorum reſpondentes fiant minores, prout ex attenta conſideratione demonſtrationum ſuperiorum perſpicere datur: cum tamen motus ♄ ſit tardior motu ♃, motuſque ♃ tardior ♂ (§. 32. & ſeqq.), puncta ſtationum, quæ arcum ſupra dictum determinant, a punctis contactuum minus diſtabunt in Saturno quam in Jove, & in Jove minus quam in Marte, ideoque arcus ille major adhuc erit pro Saturno quam pro Jove, & major pro Jove quam pro Marte, conſequenter cum terra in arcu majore diutius commoretur quam in breviore, retrogradationes Saturni erunt diuturniores quam Jovis, & Jovis diuturniores quam Martis. *Q. e. d.*

Theorema 21.

592. *In hypotheſi terræ motæ ♄ per minorem arcum quam ♃, & ♃ per minorem quam ♂ retrogreditur.*

Demonstratio.

Si planeta ſuperior G, cum retrogradus videtur, immotus ſtaret, arcus orbitæ AB, per quem tellus durante retrogradatione incederet, inter tangentes GB & GA interciperetur foretque pro planeta remotiori G major, quam pro viciniori, nempe AB $>$ CD, quemadmodum modo oſtendimus (§. 591). Quare cum HD & HA ſint ad FD & GA perpendiculares (§. 304. *Geom.*) & angulus EHD $<$ EHA (§. 84. *Arithm.*); erit HFD



$>$ HGA (§. 241. *Geom.*), conſequenter CFD $>$ BGA. Quoniam itaque rectæ FL & FM magis divergunt rectis GN & GO, majorem quoque arcum inter fixos comprehendunt, hoc eſt, planeta vicinior F per majorem arcum LM retrogreditur, quam remotior G per NO. Jam cum planeta tardius tellure progrediatur, perinde eſt ac ſi ille quieſceret, hæc vero exceſſu celeritatis ſuæ ſupra celeritatem planetæ moveretur (æſtimatur autem hæc celeritas ex motu angulari circa Solem), motus enim planetæ nonniſi tempus retrogradationis abbreviat, ſeu arcus CD & AB minores efficit, ceu patet ex demonſtratione præcedente. Quare planeta vicinior etiamſi ſecundum ſignorum ſucceſſionem in orbita ſua incedat, per majorem arcum retrogredi videtur, quam remotior ſimili motu latus, ideoque ♄ per arcum minimum, ♃ per mediocrem, ♂ per maximum retrogreditur (§. 591). *Q. e. d.*

Scho-

Scholion.

593. *Rudis hæc phænomenorum motus proprii planetarum determinatio ad præſens inſtitutum ſufficit: ex ſubſequentibus autem, ubi planetarum theoriam tradiderimus, diſtinctius conſtabit, quod ſuppoſito motu telluris circa Solem exactiſſime omnium iiſdem ſatisfiat, ita ut ipſe* RICCIOLUS *Tabulas Aſtronomicas conditurus, quæ obſervationibus reſponderent, ad motum telluris, quem ex decreto Inquiſitorum Scripturæ ſacræ adverſum profitebatur, & acriter impugnabat, tanquam ad ſacram ancoram confugere teneretur* (*a*). *Ita ſane* DECHALES *in caſu ſimili ejus veſtigia lecturus* (*b*). „ P. Ricciolus, *inquit*, licet ab hypotheſi Copernicana eſſet valde alienus eamque pro viribus fuiſſet inſectatus, nullas tamen tabulas aptare potuit, quæ mediocriter obſervationibus reſponderent, niſi ſecundum ſyſtema terræ motæ, quamvis inuſitata advocaſſet ſubſidia epicycloſque mutabiles perpetuoque incremento & decremento obnoxios, varieque ad eclipticam inclinatos adhibuiſſet. Unde in ſua Aſtronomia Reformata, in qua tabulas motuum cœleſtium accuratiſſimas, omnibuſque obſervationibus accommodatas ſe daturum promiſerat, in hypotheſin terræ motæ relabitur.

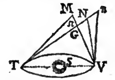
Theorema 22.

594. ***Si terra motu annuo circa Solem revolvitur, nec diameter orbitæ ejus ad diſtantiam fixarum a terra habeat rationem inſenſibilem, diſtantia fixarum cum inter ſe, tum etiam a vertice non omni tempore eadem, in ſpecie ſtellæ polaris diſtantia a vertice in ſolſtitiis alia, quam in æquinoctiis.***

Demonstatio.

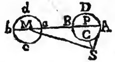


Sint duæ ſtellæ A & B eclipticæ vicinæ, & earum altera A in oppoſitione cum Sole S, videbitur diſtantia earundem ſub angulo BCA (§. 536). Quod ſi eadem A fuerit in conjunctione cum Sole S, ſpectabitur diſtantia ſub angulo BDA (§. 535). Sed ſi CD ad CA habeat rationem ſenſibilem; erit BCA > BDA (§. 188. *Geom.*). Diſtantia igitur ſtellarum B & A diverſo anni tempore varia exiſtit. *Quod erat unum*.



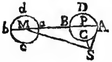
Si ſtellæ M & N fuerint extra eclipticam ſeu procul ab ea ſitæ; tellure in T exiſtente, videbuntur ſub angulo MTN, & illa in V conſtituta ſub angulo MVN. Quod vero non in omni ſitu telluris anguli MTN & MVN æquales eſſe poſſint, vel exinde liquet, quia angulo MTN invariato, angulus MVN vel major, vel minor evadit, prout ſtella N vel *n* puncto T vel propior, vel ab eo remotior ſupponitur. *Quod erat alterum*.

Quoniam elevatio poli non mutatur diverſis anni temporibus (§. 147); tellus in orbita circa Solem ita incedere debet, ut axis ejus ſit conſtanter axi ſphæræ mundanæ, hoc eſt, ſibi ipſi parallelus, ideoque motu annuo polus telluris circulum quendam deſcribit, eodemque modo patet, polum eclipticæ in tellure deſignatum.



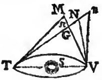
itidem circulum alium deſcribere. Sit ergo M polus eclipticæ reſpectu Solis, P po-

(*a*) Vid. Aſtron. Reform. lib. 10. c. 2. f. 353. 354.
(*b*) In Mundo Mathem. tom. 4. Aſtron. lib. 6. prop. 33. fol. 551. 552.



P polus mundi reſpectu ejuſdem & circuli *abcd* & ABCD deſignent eos, quos polus eclipticæ & polus æquatoris terreſtris deſcribunt. Sit porro PM arcus coluri ſolſtitiorum æqualis diſtantiæ poli eclipticæ a polo mundi, & ideo in A o ♋, in B o ♑ (§. 186). Fiat angulus PMS diſtantiæ ſtellæ polaris a principio Cancri quoad longitudinem, recta MS diſtantiæ ejuſdem a polo eclipticæ æqualis: erit in S ſtella polaris. Quando Terra eſt in Ariete, polus ejus erit in C; quando vero in o ♋, idem in A erit (§. 168): in priori ideo caſu diſtantia ſtellæ polaris non omni anni tempeſtate eadem, ſi diameter orbitæ telluris ad diſtantiam fixarum habuerit rationem ſenſibilem: alias enim DC videbitur ex tellure ſub angulo inſenſibili, ideoque multo magis differentiæ rectarum ex S ad alia puncta peripheriæ ABCD ductarum & diſtantiæ SC ſub angulo inſenſibili comprehenduntur. *Quod erat tertium.*

COROLLARIUM.



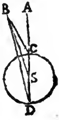
595. Tellure in T conſtituta, ſtella *n* videbitur cum N una eademque: ſed ubi illa ad V pervenit, diſtabunt a N aliquo intervallo. Unde in hypotheſi terræ motæ fieri poteſt, ut una ſtella certo anni tempore appareat in duas aut plures diviſa.

DEFINITIO 10.

596. Si fixa ex duobus diverſis locis, veluti quæ terra motu annuo circa Solem lata diverſo tempore in orbita ſua occupat, ſpectatur; differentia locorum opticorum dicitur *Parallaxis fixarum*. Vocatur autem *Parallaxis abſoluta* differentia locorum opticorum ejuſdem fixæ ex centro Solis & centro Terræ ſpectatæ, vel angulus, qui intercipitur rectis ex centro Solis & centro Terræ in centrum fixæ ductis. Quæ ex parallaxi abſoluta in latitudinem & longitudinem fixæ ex centro Solis ac centro terræ ſpectatæ, nec non in ejuſdem declinationem, atque aſcenſionem rectam redundat differentia, *Parallaxis latitudinis, longitudinis, declinationis, atque aſcenſionis rectæ* appellatur.

TEOREMA 23.

597. *Si diſtantia* Solis *a terra* CS *ad diſtantiam fixæ ab eadem* BC *rationem ſenſibilem habuerit, parallaxis abſoluta* CBS *ſenſibilis nec toto anni tempore eadem; maxima vero, ubi angulus ad terram maximus.*



DEMONSTRATIO.

Etenim ut diſtantia Solis a terra CS ad diſtantiam fixæ ab eadem CB, ita ſinus anguli parallactici SBC ſeu parallaxi fixæ abſolutæ ad ſinum anguli BSC (§. 33. *Trigon.*). Quodſi ergo

go CS ad CB rationem ſenſibilem habere debet. Quamobrem cum ſinus anguli BSC ad ſinum anguli BCS ſit ut diſtantiæ fixæ a terra ad ejuſdem diſtantiam a Sole, ideoque angulus BSC admodum ſenſibilis eſſe debeat (§. 541); parallaxis quoque fixæ quin ſenſibilis eſſe debeat dubitari nequit. *Quod erat primum*.

In omni puncto orbitæ cum ſit ut ſinus anguli ad terram BCS ad diſtantiam Solis a fixa, ita ſinus parallaxeos abſolutæ CBS ad diſtantiam Solis a terra (§. 33. *Trigon.*); erit ſinus anguli ad terram ad ſinum parallaxeos abſolutæ ut diſtantia Solis a fixa ad diſtantiam ejus a Terra (§. 173. *Arithmet.*). Jam in hypotheſi terræ motæ centrum Solis in S quieſcit, ideoque diſtantia a fixa BS eadem ſemper eſt (§. 170. *Geometr.*): Quoniam vero ex inferius ſequentibus clarius patebit, in præſenti negotio orbitam Solis ſumi poſſe circularem & Solem in ejus centro ſupponi, conſequenter diſtantia quoque Solis a terra eadem cenſeri poteſt (§. 40. *Geom.*); in duobus quibuſcunque orbitæ punctis ſinus parallaxium abſolutarum ejuſdem fixæ erunt inter ſe ut ſinus angulorum ad terram (§. 167. *Arithm.*). Jam cum per obſervationes conſtet, ſi quis detur ſenſibilis parallaxis, eam tamen valde exiguam eſſe debere, ſinus vero angulorum exiguorum ſint ut ipſi ſinus, parallaxes abſolutæ ejuſdem fixæ, in duobus quibuſcunque punctis orbitæ telluris erunt ut ſinus angulorum ad terram (§. *cit. Arithm.*), conſequenter cum anguli ad terram non ſint ejuſdem quantitatis, atque ideo nec eorundem ſinus inter ſe æquales; parallaxis abſoluta fixæ ejuſdem toto anni tempore eadem non eſt. *Quod erat ſecundum*.

Angulus ad terram vel rectus eſſe debet, vel acutus, vel obtuſus (§. 66. *Geom.*). Quamobrem cum ſinus totus, qui ſinus anguli recti eſt (§. 4. *Trigon.*), ſit omnium ſinuum maximus (§. 6. *Trigon.*); & parallaxes abſolutæ fixæ ejuſdem in diverſis orbitis telluris ſint inter ſe ut ſinus angulorum ad terram *per demonſtrata*; parallaxis abſoluta maxima erit, ubi angulus ad terram rectus. *Quod erat tertium*:

Corollarium:

598. Quoniam parallaxes latitudinis, longitudinis, declinationis & aſcenſionis rectæ a parallaxi abſoluta pendent (§. 596); ſingulæ quoque toto anni tempore eædem non ſunt, conſequenter ſi parallaxis quædam fixarum abſoluta ſenſibilis datur, latitudo quoque, longitudo, declinatio & aſcenſio recta ejuſdem fixæ toto anni tempore non erit eadem.

Scholion.

599. *Qua lege latitudo, longitudo, declinatio & aſcenſio recta ob parallaxin fixarum mutetur, jam non inquirimus, cum paucis theoria iſta tradi non poſſit. Dedit eam Aſtronomus eximius* EUSTACHIUS MANFREDIUS (*a*), *apprime neceſſariam, ut intelligatur, num detur aliqua fixarum parallaxis, ſi qua in declinatione, aſcenſione recta, latitudine ac longitudine annua mutatio obſervetur. Neque enim ex qualibet variatione annua colligi poteſt parallaxis fixarum; ſed neceſſe eſt eam ſequi parallaxeos legem annuam; quod ubi non obſervaveris, fieri poterit ut parallaxin aliquam fixis ſenſibilem tribuas, quæ tamen ipſis competere nequit. Quod hactenus circa eam obſervandam moliti fuerint Aſtronomi, & quem ſucceſſum habuerit ipſorum ſtudium noſtrum eſt exponere.*

Observatio 41.

600. Robertus Hookius *per teleſcopium 86 pedum perpendiculariter ere-*

(*a*) In Tractatu de annuis ſtellarum in errantium aberrantibus.

erectum primus obſervavit ſtellam lucidam in capite Draconis ipſi zenith Collegii Greshamenſis, *quod Londini eſt*, *27 circiter vel 30 ſcrupulis ſecundis in ſolſtitio brumali propiorem, quam in æſtivo (a). Obſervavit* An. 1669. *die* 6. *Julii diſtantiam a vertice ſeptentrionem verſus* 2′ 12″, *die* 9. *Julii* 2′ 12″, *die* 6. *Aug.* 2′ 6″, *die* 21. *Octobr.* 1′ 48″ *vel* 50″ (*b*). *Has obſervationes cum lege annua parallaxeos fixarum ad amuſſim conſpirare, ut mireris in re tam delicata conſenſum, demonſtravit* MANFREDIUS (*c*).

OBSERVATIO 42.

601. *Poſt* HOOKIUM *ab* An. 1689. *uſque ad* An. 1697. *ope quadrantis muralis pedum 6 cum unciis octo variationes diſtantiæ ſtellæ polaris a vertice obſervavit Cel.* FLAMSTEEDIUS (*d*) : *ex quibus etſi parallaxin fixarum inferret Aſtronomus ſummus, eas tamen ab annua parallaxeos hujus lege abhorrere & privatis literis ipſum docuit* RŒMERUS (*e*), *& publice demonſtravit* CASSINUS *filius* (*f*), *atque* DAVID GREGORIUS *aliam variationis hujus cauſam allegat* (*g*), *ob quam parallaxin inde illatam ſuſpectam reddit. Eandem aberrationem ſtellæ polaris jam ante obſervaverat* PICARDUS *in itinere Uraniburgico ; ſed cum attentius eandem examinaret, eam aliunde quam a parallaxi annua pendere agnovit* (*b*).

OBSERVATIO 43.

602. JACOBUS CASSINUS A. 1714. *teleſcopio ſimplici trium pedum in plano meridiani immobiliter poſito variationes altitudinem Sirii obſervavit* (*i*). *Inter altitudinem maximam, quæ die* 9. *Julii notata, & minimam, quæ die* 29. *Decembris deprehenſa, differentia* 11″ *obſervata. A die* 9. *Julii autem uſque ad diem* 5. *Octobris altitudo maxima decrevit* 5″ 30‴. *Etſi autem* HALLEJUS (*k*) *obſervationes iſtas ſuſpectas reddere conetur ; eas tamen cum lege parallaxeos fixarum annua conſentire demonſtrat* MANFREDIUS (*l*).

OBSERVATIO 44.

603. MARALDUS An. 1704. & 1705. *differentias aſcenſionum rectarum a Sirio ad Arcturum obſervavit, quas ad* Manfredium An. 1707. *miſit. Eas cum propriis* An. 1727. & An. 1728. *habitis exhibet* MANFREDIUS (*m*), *& cum lege parallaxeos annuæ fixarum confert. Harum aliquas cum eadem conſentire, alias magis diſſentire deprehendit, quam quis ſuſpicari poterat.*

OBSERVATIO 45.

604. *Jam ante* MARALDUM *ab* A 1692. *ex temporibus, quæ inter tranſitus duarum ſtellarum per meridianum intercedunt, variationes aſcenſionis rectæ elicuit* OLAUS RŒMERUS, *& ejus* exem-

(*a*) Vid. Tractatus Anglicus, cui titulus : *An attempt to prove the motion of the earth.*
(*b*) Vid. Epiſt. Flamſtedii apud Valliſium vol. 3. fol. 107 & ſeqq.
(*c*) Loc. cit. cap. 8. pag. 61. 62.
(*d*) Vid. Epiſtola laudata apud Valliſium.
(*e*) Vid. *Horrebowii* Copernicus triumphans c. 2. p. 6.
(*f*) *Memoires de l'Acad. Royal. des Scienc.* An. 1699. p. m. 207.
(*g*) In Elem. Aſtronom. Phyſ. & Geom. lib. 4. prop. 55. ſchol. 1. 275.

(*b*) *Memoires de l'Acad. Royal. des Scienc.* loc. cit. Conf. *Manfredius* loc. cit. p. 63. 64.
(*i*) *Memoires de l'Acad. Royal. des Sciences.* An. 1717. p. m. 310.
(*k*) Philoſoph. Tranſact. num. 364. pag. 2. & ſeqq.
(*l*) Loc. cit. p. 65. 66.
(*m*) Loc. cit. cap. 9. pag. 71. & 72.

exemplo excitatus obſervationes iſtas poſtea continuavit HORREBOVIUS, *ac inde cum* RŒMERO *parallaxim annuam fixarum determinat* 30″ *ſeu ſcrupuli primi dimidii* (*a*). *Enimvero* MANFREDIUS (*b*), *qui & ipſe iſtiuſmodi obſervationibus* An. 1728. & 1729. *vacavit, non modo illorum obſervationes ſuis prorſus contrarias deprehendit, verum etiam eaſdem a lege parallaxeos annuæ prorſus diſſentire evicit.*

OBSERVATIO 46.

605. *Tandem* JACOBUS BRADLEJUS (*c*) *ſummo ſtudio & inſtrumentis exquiſitiſſimis variationes declinationis annuas in viginti ſtellis ſcrutatus eſt, cumque eas nullo modo per parallaxin annuam repræſentari poſſe animadverteret, eas admirando prorſus inter obſervationes & hypotheſin conſenſu, per novam aberrationis legem exhibuit, quam a ſucceſſiva luminis propagatione motuque telluris annuo ſimul deduxit, ſcilicet quod terra interea temporis progreditur, dum lumen a fixa ad oculum obſervatoris propagatur.* MANFREDIUS (*d*), *hypotheſeos Bradlejanæ, quam dilucide exponit, cum aberrationibus aſcenſionalibus conſenſum ſcrutatus invenit, non omnia quidem ad amuſſim quadrare, in pleriſque tamen ſtellis multo ſane majorem cum hac hypotheſi, quam cum annuis parallaxibus conſenſum reperit, ac in quibuſdam tam manifeſtum, ut minime caſui adſcribi poſſe videatur, etſi cauſas phyſicas a Bradlejo allatas minime probet.*

(*a*) In Copernico triumphante cap 5. §. 26. p. 24.
(*b*) In Commentariis Bononienſi Scientiar. & Art. Inſtituto pag 612. & ſeqq.
(*c*) Philoſoph. Tranſact. num. 406. p. 637. & ſeqq.
(*d*) In Comment. Bonon. p. 628. & ſeqq.

COROLLARIUM 1.

606. Quoniam variationes annuæ declinationis ac aſcenſionis rectæ fixarum hactenus obſervatæ cum lege parallaxeos annua non prorſus conſentiunt, etſi quædam earum ab eadem non abhorreant; a vero aberrarunt, qui exinde parallaxin fixarum annuam inferri auſi.

SCHOLION 1.

607. *Unde porro patet, falli etiam eos, qui motum telluris annuum per parallaxin fixarum demonſtratum eſſe contendunt.*

COROLLARIUM 2.

608. Cum variationes fixarum, quas in declinatione & aſcenſione recta ſubeunt, in paucis ſcrupulis ſecundis obſerventur, nullæ autem obſerventur parallaxes annuæ; evidens eſt, parallaxin annuam fixarum, ſi hypotheſis terræ motæ ſit vera, duobus ſcrupulis ſecundis minorem eſſe debere, ideoque in proxima fixa non poſſe unico ſcrupulo ſecundo majorem aſſumi.

SCHOLION 2.

609. *Obſervantur declinationes & aſcenſiones rectæ fixarum* (§. 150. 228) *ac inde latitudines & longitudines calculo definiuntur* (§. 243). *Quamobrem & aberrationes fixarum quoad declinationes & aſcenſiones rectas tantummodo obſervantur neglectis iis, quæ ad longitudinem & latitudinem ſpectant.*

SCHOLION 3.

610. *Intereſt autem rei aſtronomicæ, ut aberrationes iſtæ fixarum annuæ obſervatorum cura ad liquidum perducantur, non modo ut inde catalogi fixarum emendentur, verum etiam ut loca planetarum ex obſervatione rectius determinentur, & motus ipſorum accuratius conſtituantur.*

THEOREMA 24.

611. *Si terra quieſcit, & Sol cum ſtellis univerſis circa tellurem motu diurno revolvitur; ſidera remotiora celerius, viciniora tardius circa tellurem revolvuntur.*

DEMONSTRATIO.

Stellæ nimirum omnes duplici motu moveri videntur, altero ab ortu verſus occaſum, altero ab occaſu in ortum (§. 21. 30), cum vero poſſibile

ſit, ut ſtella, dum ab ortu in occaſum progreditur, eodem tempore ab occaſu in ortum promoveatur; ſi motus ab ortu in occaſum eſt verus, alter ab occaſu verſus ortum erit tantum apparens, ortus nempe ab inæquali motus diurni celeritate. Ponamus enim Lunam cum fixa aliqua hodie culminare: quoniam Luna ex hypotheſi tardius movetur quam fixa ab ortu in occaſum, ubi craſtina die fixa ad meridianum accedit, Luna adhuc inde verſus ortum diſtabit, ideoque a fixa verſus ortum diſceſſiſſe putatur, videturque motus proprius ob majorem a fixa diſtantiam tanto celerior, quo communis tardior. Cum ideo Lunæ motus proprius omnium celerrimus (§. 24), in Sole multo tardior (§. 27), & inde uſque ad fixas continuo decreſcat (§. 32. & ſeqq.), in quibus tandem omnium tardiſſimus apparet (§. 256); neceſſe eſt motus communis in fixis ſit omnium velociſſimus, in Saturno multo tardior, in Jove multo adhuc tardior & ita porro, tandemque in Luna omnium tardiſſima. Diſtantia vero fixarum a tellure major quam planetarum omnium, Saturni major quam Jovis, Jovis major quam Martis, Martis plerumque major quam Solis, Solis denique major quam Lunæ (§. 541), ideoque remotiora ſidera celerius, viciniora tardius circa tellurem revolvuntur. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

612. Quoniam remotiora ſidera peripherias majores deſcribunt vicinioribus (§. 412. *Geom.*), & celerius tamen circa tellurem revolvuntur (§. 611); peripheriæ majores breviori tempore deſcribuntur minoribus.

Corollarium 2.

613. Motus ergo viciniorum tardior, quam remotiorum.

Scholion.

614. *Hac inconcinnitas vitatur in ſyſtemate terra mota, ubi multo convenientius quilibet planeta tanto majus temporis ſpatium in orbita ſua motu annuo circa Solem emetienda inſumit, quo amplior extiterit.*

Theorema 25.

615. *Si terra quieſcit & ſidera motu communi circa eam revolvuntur, immani celeritate feruntur.*

Demonstratio.

Inferius independenter ab his oſtendetur, diſtantiam Lunæ a Terra mediocrem eſſe minimum 57 ſemidiametrorum terreſtrium, hoc eſt, quia ſemidiameter terreſtris eſt 860 milliarium Germanicorum, ut in Geographia demonſtratum, 49020 milliarium Germanicorum. Quoniam itaque peripheria circuli diurni lunaris 307845 milliarium exiſtit (§. 429. *Geom.*); Lunæ motus horarius erit 12827 milliarium & ſingulis minutis ſecundis, hoc eſt intervallo minore, quam quod unico arteriæ pulſu metiri liceat, milliaria tria cum quinque partibus nonis & amplius, Luna conficiet, utut tardiſſime omnium lata (§. 611). Patebit ulterius inferius, Solis diſtantiam a Terra mediocrem eſſe 22000 ſemidiametrorum terreſtrium, ſeu 18920000 milliarium Germanicorum, ideoque ſpatium Solis diurnum, quando in æquatore exiſtit, 118817600 milliarium (§. 429. *Geom.*). Intervallo itaque unius minuti ſecundi, hoc eſt, intra oculi nictum Sol ſpatium conficit 1375 milliarium Germanicorum. Patebit

præ-

præterea diſtantiam Solis a terra eſſe ad diſtantiam Martis fere ut 1 ad $1\frac{1}{2}$, ad diſtantiam Jovis ut 1 ad $5\frac{1}{4}$, ad diſtantiam Saturni ut 1 ad 9. Quare cum ſpatia diurna (§. 429. *Geom.*), ideoque & reliqua quæcunque eodem tempore deſcripta, in eadem ratione exiſtant (§. 171. *Arithm.*); ♂ unico oculi nictu progredietur 2062, ♃ 7219, ♄ denique 12275 milliaria Germanica. Et quoniam fixæ longiori multo intervallo quam ♄ a terra diſtant (§. 541); motus in æquatore aut prope eundem conſtitutarum, multo velocior erit motu Saturni. Apparet ideo admiſſa quiete telluris, ſidera celeritate incredibili circa eam revolvi debere. *Q. e. d.*

Scholion.

616. *Equidem* TYCHO DE BRAHE, *qui terræ quietem præjudiciis quibuſdam ductus defendit, diſtantiam Solis a terra conſenſu omnium Aſtronomorum recentiorum ob rationes ſuo loco adducendas juſto minorem facit, ita ut diſtantia fixarum ipſi ſit 14000 ſemidiametrorum terreſtrium, ideoque multo minor diſtantia Solis a terra a nobis vi obſervationum recentiorum & accuratiorum aſſumta; ſed admiſſa illa fixarum diſtantia extra controverſiam juſto minore, ſpatium a fixa prope æquatorem conſtituta unico nictu oculi confectum eſt 875 milliarium Germanicorum, utique adhuc enorme, etſi ſpatium a Luna confectum ſit tolerabile.*

Theorema 26.

617. *Si terra quieſcit & ſidera motu communi moventur, ſinguli planetæ ſingulis diebus ſpiras ſingulas deſcribunt, uſque ad certum terminum verſus boream excurrentes, & inde rurſus ad terminum oppoſitum verſus auſtrum recurrentes, nunc ampliores, nunc arctiores.*

Demonstratio.

Singulorum enim planetarum diſtantia a vertice quotidie mutatur, ad certum uſque terminum verſus boream creſcens, inde rurſus uſque ad alium verſus auſtrum decreſcens (§. 39). Quare cum poli altitudo conſtanter eadem obſervetur (§. 147), nec tamen planetæ ad idem meridiani punctum reſtituantur; non circulos, ſed ſpiras uſque ad certos terminos verſus polos hinc inde excurrentes deſcribunt. *Quod erat unum.*

Planetæ ſinguli non eandem conſtanter a terra diſtantiam retinent, ſed nunc propius ad eam accedunt, nunc longius ab eadem recedunt (§. 550) & ſuperiores, præſertim in oppoſitione cum Sole, terræ multo propiores ſunt quam in conjunctione (§. 551): in majori ergo a terra diſtantia ſpiras majores ſeu ampliores, in minore minores ſeu arctiores deſcribunt. *Quod erat alterum.*

Corollarium 1.

618. Cum tamen motus obſervetur tardior, ſi planeta longius a terra diſtet, quam ſi eidem propior extiterit (§. 613); ſpiræ majores celerius deſcribuntur minoribus.

Corollarium 2.

619. Et quia diſtantiæ maxima & minima planetarum a terra non eidem cœli puncto affixa (§. 549. 551); ſingulis diebus ab omni retro ævo planetæ ſinguli alia delata ſunt per cœlum via.

Scholion 1.

620. *Facile apparet, ſuppoſita quiete telluris, inextricabiles ſequi motus planetarum, qui ſuppoſito ejus motu diurno & annuo ſimpliciſſimi ſunt. Nec ullus hactenus Aſtronomus vel ſomniavit de motu planetarum in ſpiris variabilibus computando: ſed qui Solem circa terram quieſcentem finxerunt mobilem, in theoriis planetarum motum vertiginis telluris tacite quaſi ſuppoſuerunt, ut ſpiræ diurnæ in circulos degenerarent, in quibus planetæ motu proprio ab occaſu verſus ortum incederent: ideo ſcilicet Aſtronomiæ infenſa eſt quies telluris.*

Scholion 2.

621. Quemadmodum vero ſyſtema terræ quieſcentis ſibi relictum nullius eſt in Aſtronomia uſus; ita exiguam quoque in Phyſica utilitatem habet, cum præcipuorum phænomenorum nulla inde ratio reddi poſſit, ideoque vel provocandum ſit ad Numinis nutum immediatum (quod tamen idem eſſe in Phyſicis, quod in Geometria eſt reductio ad abſurdum, inter intelligentes & rerum metaphyſicarum ſatis peritos conſtat), vel ad rationes nobis latentes. Sane ut Aſtronomi telluris quieti faventes motus planetarum phænomena cum Solis præſertim motu complicata ſalvarent, orbitam telluris tanquam epicyclum orbitæ planetarum affixerunt, ita ut planeta in epicyclo incederet, dum ipſe per orbitam ſuam circa Solem deferretur: quamvis ne ſic quidem voti ſui ſatis compotes fuerint facti.

Theorema 27.

622. *Terra movetur & motu diurno ſeu vertiginis, & motu annuo circa Solem.*

Ex obſervationibus conſtat, Solem cum omnibus planetis, ac ſtellis fixis quotidie oriri atque occidere & ſucceſſive ad alios alioſque circulos verticales appellere (§. 11. Sol autem & planetæ ſinguli inæqualibus temporum intervallis motu quodam ſingulis proprio ab occaſu in ortum feruntur (§. 23. & ſeqq.), diſtantias a vertice in culminatione continuo mutant (§. 39), omnes Soli opponuntur, præter Venerem & Mercurium (§. 537) & ſuperiores in oppoſitione cum Sole propiores ſunt, quam in conjunctione (§. 551) fiuntque circa eam retrogradi, inferioribus circa conjunctionem retrogradis factis (§. 562). Quo planeta ſuperior a terra remotior, eo frequentius fit retrogradus, Venere tamen inter inferiores contraria ratione tardius retrograda facta quam Mercurio (§. 563). Saturni retrogradationes ſunt diuturnæ, Jovis mediocres, Martis breviſſimæ (§. *cit.*), Saturnus tamen per arcum minimum, Jovis per mediocrem, Mars per maximum retrograditur (564). Fixarum a vertice diſtantia non ſemper eadem toto anni tempore, immo aliquo tempore ſtella una videtur in plures diviſa (§. 543), immo variationes declinationis & aſcenſionis rectæ annuæ obſervantur (§. 601. & ſeqq.) & gravitas accedendo ad æquatorem continuo imminuitur (§. 566). Admiſſo motu telluris cum vertiginis, tum annuo, hæc omnia neceſſario conſequuntur (§. 579. & ſeqq.), ita ut non ſolum phænomenorum ſingulorum quoad minimas circumſtantias ratio pateat, verum etiam prout in ſequentibus docetur) phænomena ſingula prompte computari & prædici poſſint. Et quamvis variationes diſtantiæ a vertice, declinationis & aſcenſionis rectæ annuæ cum lege parallaxeos fixarum a motu telluris annuo reſultante (§. 597) non prorſus conſentiant (§. 604); admiſſo tamen motu telluris annuo reſultant (§. 605). Ex adverſo poſita tellure in univerſo quieſcente, omnis concinnitas in motu ſiderum tollitur (§. 611. & ſeqq.) ſidera ſingula, ſola fere Luna excepta, incredibili prorſus celeritate per cœli ſpatia quotidie vagantur (§. 615), motuſque planetarum ideo implicantur (§. 617) ut vix phænomenorum generalis ratio inde reddi, multo minus eadem juxta accuratum computum in futurum prædici poſſunt (§. 593. 620). Nulla igitur ratio ſuadet, terram quieſcere & Solem

Digitized by Google

Solem cum ſtellis reliquis circa eam moveri : ſed confitendum neceſſario, tellurem & motu vertiginis cieri, & cum comitatu ſui ſimillimo (§. 525) circa Solem naturæ a planetis omnibus prorſus diverſæ (§. 431) motu annuo ferri. (*)

COROLLARIUM.

623. Quia poli altitudo toto anni tempore eadem obſervatur (§. 147), neceſſe eſt tellurem in orbita ſua circa Solem ita librari, ut axis ejus axi mundi conſtanter ſit parallelus.

SCHOLION 1.

624. COPERNICUS *hunc motum* Motum librationis *vocat, non inepte ſimili illuſtrandum. Globus cum axe axi telluris parallelo in apluſtri ſummo navalis circa axem mobili appictus cogitetur, quod a Noto conſtanter impellatur, dum circa inſulam navigatur : evidens eſt, in omni navis ſitu axem globi picti manere axi mundano parallelum.*

SCHOLION 2.

625. *Admiſere motum telluris jam inter veteres Philoſophi complures. Motum diurnum telluris*, Cicerone *teſte (a), primus detexit* Nicetas Syracuſanus, *annuum circa Solem* Philolaus (*b*). *Centum annis poſt* Philolaum *& amplius* Ariſtarchus Samius *clarius ſyſtema terræ motæ propoſuit, teſte* Archimede (*c*). *Obſtitit autem Gentilium ſuperſtitio, quo minus ulterius excoleretur & ab omnibus Philoſophis, ſaltem ſanioribus, propugnaretur. Sacrilegii enim accuſatus eſt* Ariſtarchus *a* Cleanthe, *quod univerſi lares Veſtamque loco moviſſet (d). Recentiori ævo* Nicolaus Cuſanus *Cardinalis (e) motum telluris aſſeruit : non tamen ſyſtema terræ motæ invaluit, antequam* Copernicus *ſumma ingenii vi præclarum ejus in Aſtronomia uſum apertiſſime oſtenderet (f), cui mox omnes Philoſophi & Aſtronomi acceſſere, ita ut* Keplerus *jam ſuo tempore ſcribere potuerit (g) :*
„ Hodierno tempore præſtantiſſimi quique Phi-
„ loſophorum & Aſtronomorum Copernico ad-
„ ſtipulantur.

SCHOLION 3.

626. *Sunt qui terræ motum non admittunt, quod eum Scriptura ſacra divinitus revelata adverſum judicent, tum quod in ea Sol oriri & occidere, tum quod tempore Joſue ſtetiſſe dicatur. Verum per* ortum Solis *aſtronomice intelligitur apparentia antea latentis in horizonte; per* occaſum Solis *vero occultatio modo conſpicui in horizonte (§. 19); ac proinde quando Eccleſiaſtes cap. 1. v.* 5 Oritur Sol, *inquit*, & occidit, & ad locum ſuum revertitur, *hic probabiliter verborum ſenſus eſt, Solem, qui modo latuerat, nunc apparere in horizonte, poſtquam conſpicuus fuerat, denuo occultari, & occultatione facta ad plagam orientis denuo reſtitui. Similiter cum Joſue 10. v. 12. 13. Sol & Luna ſtetiſſe dicuntur, per* ſtationem *intelligi poteſt* ſitus non mutatus, *aut, ſi mavis*, ejuſdem ſitus conſervatio. *Dum enim Joſue juſſit Solem ſtare ſuper urbe Gabaon & Lunam ſuper valle Ajalon, non aliud certe requiſivit, quam ut Sol, qui ipſi ſuper urbe conſtitutus apparebat, ſitum non mutaret. Ex quibus non videtur poſſe concludi Solem circa terram quieſcentem moveri.*

SCHOLION 4.

627. *Nimirum probe tenendum eſt duplicem dari rerum naturalium cognitionem, alteram confuſam, quæ ſui & imaginationi debetur; alteram diſtinctam, quæ intellectui accepta referri debet. Illa hiſtoriam naturalem abſolvit & in nuda phænomenorum recenſione acquieſcit : hæc vero ſcientiam naturalem conſtituit & rationes phænomenorum reddit. Quemadmodum imaginatio intellectui, ita & hiſtoria naturalis ſcientiæ naturali nunquam contraria eſt, modo rite intelligantur, quæ de notionibus rerum naturalium modo dicta ſunt : neque ſibi invicem opponi poſſunt. Hiſtoria naturalis ad captum omnium compoſita; ſcientia naturalis captum non modo vulgi, ſed etiam pleorumque literatorum tranſcendit, quippe non comparanda, niſi prius in Matheſi & in experimentando ac obſervando fueris verſatus, & intellectus in eam formam tranſierit, quæ literatis ſuperiorum, quas vulgo vocant, Facultatum pleriſque negatur. Scriptura itaque cum de rebus naturalibus verba facit, non ad ſcientiam, ſed ad hiſtoriam naturalem pertinentia tradit, quippe non ſolis Philoſophis veri nominis, ſed vulgo etiam & literatis in rebus na-*

(*) Hoc in loco clar. Autor rationes adducit, quibus a Copernicanis defendi ſolet ſyſtema terræ motæ, quo ad explicanda cœli phænomena nullum aptius hactenus excogitatum. Cæterum cum ipſe vocem demonſtrationis tacuerit (§. 433) & in §. §. 628. & 633. profiteatur ſe tanquam hypotheſim motum telluris aſſumere, fatendum erit nihil habere contra mentem S. Congregationis, quæ vetuit ſyſtema Copernicanum tanquam theſim defendi.

(*a*) Quæſt. Tuſculan. lib. 2 non prorſus circa finem.
(*b*) Plutarchus lib. 3. de Placit. Philoſ. c. 11. & 13. & Laertius lib. 8. cap. 85.
(*c*) In Arenario ſtatim ab initio.
(*d*) Vid. Plutarch. in Opuſc. de facie in Orbe Lunæ.
(*e*) De docta ignorantia lib. 11. & 12.

(*f*) In Libris Revolutionum Cœleſtium.
(*g*) In Epitom. Aſtronom. Copernic. lib. 1. p. 140.

turalibus non altius vulgo ſapientibus intelligenda. Quare ex Scriptura ſacra dirimi poſſe non videtur controverſia de motu terræ, cum hæc quæſtio ad ſcientiam naturalem pertineat, ideoque a Philoſophis Mathematicis decidenda. Egregie in rem noſtram GASSENDUS *(a) duplicem codicem ſacrum diſtinguit, alterum ſcriptum, qui Bibliorum nomine venit, alterum Naturam rerum, & illius interpretes Theologos, hujus vero Mathematicos agnoſcit, Deo nimirum duplici lumine ſeſe manifeſtante, revelationis puta ac demonſtrationis. In ſcientia ideo naturali audiendi ſunt Mathematici, ſicut in objectis fidei Prophetæ, quorum illi non minus, quam hi Dei ad homines interpretes. Et quemadmodum extra limites evagari cenſerentur Mathematici, qui res fidei ex Geometria confutandas aggrederentur; ita non minus cancellos egrediuntur Theologi & Concionatores, qui de quæſtionibus ad ſcientiam naturalem ſpectantibus & Geometria ac Optica ignarorum captum longe ſuperantibus ex Scriptura ſacra, quæ nihil earum rerum docet decretoriam ſententiam pronunciant. Exemplo ſunt* LACTANTIUS *atque* AUGUSTINUS, *quorum ille de rotunditate Telluris (b), hic de Antipodibus (c), minus vere locutus, etſi uterque Scripturæ quædam verba in favorem hypotheſeos ſuæ, oppido falſa, adduceret.*

SCHOLION 5.

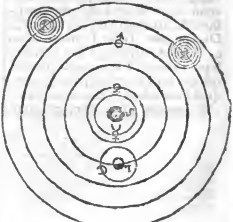
628. *Neque Eccleſiæ Romanæ Doctoribus ſummum ſcrupulum movet Copernicanum ſyſtema. Etſi enim a Cardinalibus librorum cenſuræ præpoſitis in Galilæo damnatum fuerit (d), nunquam tamen pro hæreſi declaratum, ut ſyſtema terræ quieſcentis pro articulo fidei haberi debeat. Immo Eccleſiam non niſi contra evincentiam, ſed declaraturam, quod ſyſtema terræ motæ S. S. adverſum non ſit, quamprimum aliqua ejus demonſtratio in medium proferatur, reſcripto (e) jam publice declaravit* P. FABRI *e Societate Jeſu, Pœnitentiarius in Templo Divi Petri, quod Romæ eſt. Quamobrem & permittit, ut eodem tanquam hypotheſi in rebus Aſtronomicis utamur, quemadmodum jam ſupra (§. 593) exemplo* RICCIOLI *docuimus.*

SCHOLION 6.

629. *Quod ſi tamen quis fuerit hebetiore ingenio, quam ut hactenus dicta capere poſſit, ei cum viro ſummo* KEPLERO *(f) ſuadeo*, „ ut miſſa „ ſchola Aſtronomica, damnatis etiam, ſi pla„ cet, Philoſophorum placitis ſuas res agat, „ & ab hac peregrinatione mundana deſiſtens „ domum ad agellum ſuum excolendum ſe re„ cipiat, oculiſque, quibus ſolis videt, in hoc „ adſpectabile cœlum ſublatis toto pectore, in „ gratiarum actionem & laudes Dei conditoris „ effundatur, certus ſe non minorem Deo cul„ tum præſtare, quam Aſtronomum, cui Deus „ hoc dedit, ut mentis oculo perſpicacius vi„ deat, quæque invenit, ſuper iis Deum ſuum „ & ipſe celebrare poſſit & velit.

THEOREMA 28.

630. *Sol fere in medio ſyſtematis planetarii quieſcit, niſi quod motu vertiginis circa proprium axem moveatur. Circa eum moventur in orbitis peculiaribus 1. Mercurius, 2. Venus, 3. Tellus, 4. Mars, 5. Jupiter & 6. Saturnus: circa Terram vero in peculiari orbita movetur Luna, interea dum totum illud ſpatium, quo orbita Lunæ continetur, una cum Tellure circa Solem transfertur & ſimili modo quatuor circa Jovem, quinque circa Saturnum ſatellites gyrantur.*



Sit enim in S Sol & Terra in T. Quoniam orbita Veneris atque Mercurii

(a) In Oratione Inaugurali, quæ editioni Hagienſi Inſtitutionis Aſtronomicæ ejuſdem ſubjungitur pag. 165.
(b) Inſtitut. Divin. lib. 3. cap. 14.
(c) De Civitate Dei lib. 16. cap. 9.
(d) Ricciolus in Almag. vetere & novo tom. 2. lib. 9. ſect. 9. cap. 40. fol. 498. & ſeqq.
(e) Legitur in Tranſact. Anglic. an. 1665. menſe Jun.
(f) In Introduct. ad Commentar. de motibus Stellæ Martis.

rii Solem S ambit, tellure extus conſtituta, orbitaque Mercurii intra orbitam Veneris continetur (§. 576); circa Solem duo deſcribantur circuli, deſignabit eodem interior orbitam ☿, exterior orbitam ♀. Porro cum Lunæ orbita tellurem ambiat, ſed non Solem (§. 578); repræſentabitur per circulum circa terram deſcriptum. Similiter cum orbitæ Saturni, Jovis atque Martis & Solem S, & Tellurem T ambiant, eorum tamen centra Soli S propia eſſe debeant, quam terræ T (§. 577), ſitque orbita Martis Telluri propior quam Jovis, & orbita Jovis propior quam Saturni (§. 591); ex Sole S deſcribantur tres circuli ambitu ſuo Tellurem T continentes, repræſentabit intimus orbitam Martis, medius orbitam Jovis, & extimus orbitam Saturni. Circa Jovem deſcribantur quatuor, circa Saturnum quinque circuli; erunt iidem orbitæ Lunularum Jovialium & Saturniarum (§. 500. 518). Denique cum Tellus T motu annuo circa Solem S feratur (§. 622); ex Sole S per Tellurem T deſcribatur circulus, qui ejus orbitam exhibebit & ſpatium, quod inter orbitas Veneris & Martis alias vacuum relinquetur, occupabit. Terram vero cum planetis reliquis ita circa Solem moveri, ut, dum progrediuntur, continuo circa axes ſuos convertantur, ex ſuperioribus (§. 496. 498) manifeſtum eſt. Patet ideo, ſyſtema planetarium ea ratione ſe habere, qua ipſum in theoremate præſente deſcripſimus.

COROLLARIUM.

631. Sunt itaque ♄, ♃, ♂, ♁, ♀, & ☿ planetæ primarii; ☽ vero ſecundarius eſt (§. 529).

SCHOLION.

632. *En celebre hoc ævo Mundi ſyſtema, quod ab inſtauratore* COPERNICO *vulgo* Copernicanum *dici ſolet, & cujus ope Aſtronomia ad inſignem perfectionem deducta.* TYCHO DE BRAHE (*a*) *orbitam Telluris omittit & ejus loco orbitam Solis circa Terram circumducit, qua orbitam ♂ interſecat, ut is Telluri Sole propior fieri poſſit* (§. 491), *ſicque ſyſtema* Copernicanum *fere totum probat. Enimvero cum nulla ratio Aſtronomica* (§. 620. 621) *ſuadeat, Solem circa Tellurem moveri, Terram vero quieſcere, non opus eſt ut figmentorum recenſione Aſtronomiæ puritatem commaculemus. Id itaque annotaſſe nobis ſuffecerit, quod in ſyſtemate* Tychonico *nullæ ſint planetarum orbitæ niſi fictitiæ* (§. 620): *quod adduxit* Origanum (*b*) & Longomontanum (*c*), *ut motu vertiginis Telluri conceſſo motum tantum annuum Soli concederent.*

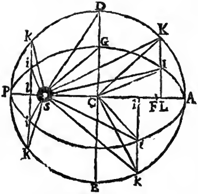
(*a*) Progymnaſm. lib. 2. cap. 8. pag. m. 189.
(*b*) Vid. Præfat. ad Ephemerides.
(*c*) Aſtron. Danicæ lib. 1. cap. 1. L 162.

CAPUT

CAPUT IV.

De Theoria Planetarum primariorum.

HYPOTHESIS.



633. *Tellus & Planetæ omnes primarii moventur in orbita elliptica circa Solem, in cujus foco uno* S *Sol quieſcit, ea quidem lege, ut radius vector* SI *ex centro Solis* S *in centrum planetæ* I *ductus deſcribat areas* ISA *temporis proportionales.*

SCHOLION.

634. *Hæc ex multiplici obſervationum collatione magna ingenii ſagacitate deduxit* KEPLERUS, (*a*) *mire triumphaturus, ſi, quod recentius repertum infra expreſſius docebitur, theoriam ſuam Geometriæ & Mechanicæ apprime conformem intellexiſſet. Ante* KEPLERUM *Aſtronomi omnes orbitas planetarum ſuppoſuere circulos eccentricos: qualis quidem orbita in Sole ſic ſatis obſervationibus ſatisfaciebat, ac in planetis reliquis, præſertim in Marte nimium ab iis aberrat. Orbitas planetarum eſſe lineas in ſe redeuntes ex eo conſtabat, quod elapſo aliquo temporis intervallo reſtituantur ad eundem terminum, unde digreſſi fuerant. Quoniam linearum in ſe redeuntium notiſſima circulus, cui in Geometria elementari locus eſt; facile erat ſupponere, orbitas iſtas eſſe circulares. Et quia motus Solis & Lunæ inæquabilis apparebat, qui ob perennitatem ſuam æquabilis judicabatur; orbitam Solis & Lunæ eſſe circulum Telluri eccentricum inferebatur, præſertim cum & continua & certa lege facta diametrorum apparentium variatio continuam diſtantiarum a terra mutationem loqueretur. In Sole circulus eccentricus ſatisfacere videbatur ſalvandis phænomenis ea certitudine, ut prædici poſſent; ſed in Marte nullo ſatisfaciebat modo, ut ideo indomitus* KEPLERO *anſam daret de motu elliptico cogitandi, felici prorſus conatu.*

(*a*) In Commentariis de Motibus ſtellæ Martis.

DEFINITIO 11.

635. *Perihelium* eſt punctum orbitæ P, in quo planeta minimam a Sole S diſtantiam habet. In motu Solis circa Terram idem dicitur *Perigæum.*

DEFINITIO 12.

636. *Aphelium* eſt punctum orbitæ A, in quo planeta maximam a Sole S diſtantiam habet. In motu Solis circa terram idem dicitur *Apogæum.*

DEFINITIO 13.

637. *Linea apſidum* eſt recta AP ex aphelio A in perihelium P ducta.

DEFINITIO 14.

638. *Eccentricitas* eſt diſtantia centri orbitæ C a Sole S.

SCHOLION.

639. *In Aſtronomia vetere dicitur diſtantia centri orbitæ a centro terræ.*

DEFINITIO 15.

640. *Intervallum* eſt recta IS ex centro planetæ I in Solem S ducta, ſeu diſtantia planetæ a Sole IS.

DEFI-

DEFINITIO 16.

641. *Circulus eccentricus* eſt circulus PDAE ex centro orbitæ C dimidio axe CA tanquam radio deſcriptus.

SCHOLION.

642. *In vetere Aſtronomia circulus eccentricus eſt ipſa orbita Planetæ.*

DEFINITIO 17.

643. *Motus medius* eſt, quo Planeta in ſua orbita æquabiliter moveri ſupponitur.

SCHOLION

644. *Ad eum ideo determinandum opus eſt, ut integræ revolutionis Periodus in quantumlibet minimis ſcrupulis definiatur.*

DEFINITIO 18.

645. *Motus verus* eſt motus Planetæ, qualis ex Tellure ſpectatur.

DEFINITIO 19.

646. *Anomalia* eſt diſtantia Planetæ ab Aphelio vel Apogæo.

DEFINITIO 20.

647. *Anomalia media* ſive *ſimplex* in veteri Aſtronomia eſt diſtantia loci medii Planetæ ab Apogæo; in recentiore KEPLERI tempus, quo Planeta ab Aphelio A uſque ad locum medium ſeu punctum orbitæ ſuæ I digreditur.

COROLLARIUM.

648. Quoniam area ASI tempori, quo Planeta arcum AI deſcribit, proportionalis eſt (§. 633); eadem menſura Anomaliæ mediæ optime conſtituitur.

DEFINITIO 21.

649. *Anomalia eccentri* eſt arcus circuli eccentrici AK inter Aphelium A & rectam KL, quæ per centrum Planetæ I ad lineam Apſidum AP perpendicularis ducitur, interceptus.

DEFINITIO 22.

650. *Anomalia vera* vel *coæquata* ſeu *angulus ad Solem* eſt angulus ASI, ſub quo diſtantia Planetæ ab Aphelio AI ex Sole videtur.

COROLLARIUM.

651. In motu ideo Solis erit diſtantia loci veri Solis ab Apogæo ex Tellure viſa (§. 636) ſeu potius diſtantia loci veri Telluris ab Apogæo ex Sole viſa quæ illi æquipollet (§. 571).

DEFINITIO 23.

652. *Æquatio centri* ſeu *Proſthaphæreſis* eſt differentia inter locum verum & medium Planetæ, ſeu quod perinde eſt, inter anomaliam mediam & coæquatam.

PROBLEMA 5.

653. *Obſervare æquinoctium ſeu ingreſſum centri ſolaris in æquatorem.*

RESOLUTIO.

1. Cum hodie ex ephemeridibus & calendariis conſtet dies, in quo Sol æquatorem ingreditur, eo die obſervetur altitudo Solis meridiana (§. 129. 137), per additionem parallaxeos (§. 368) & ſubtractionem refractionis corrigenda (§. 336).
2. Conferatur altitudo Solis cum altitudine æquatoris: cui ſi æqualis deprehendatur, æquinoctium in ipſum meridiem incidit. Quodſi illa hac major fuerit, æquinoctium vernale ante meridiem, autumnale poſt eundem contigit. Denique ſi illa hac minor deprehendatur, ver-

vernale poſt meridiem, autumnale ante eundem accidit (§. 158). Quare

3. Altitudo minor e majore auferatur, ut relinquatur declinatio Solis (§. 150).

Dico, tot horis ante vel poſt meridiem contigiſſe æquinoctium, quot ſcrupulorum primorum declinatio exstiterit.

DEMONSTRATIO.

Intervallo 24. horarum Sol primum fere gradum Arietis vel etiam Libræ percurrere obſervatur (§. 203) & in ſpatio tam exiguo ſupponere licet, declinationis incrementa in caſu priore, decrementa in poſteriore eſſe tempori proportionalia. Cum ideo declinatio in 1° ♈ & ♎ ſit 24′, ſuppoſita declinatione eclipticæ 23° 30′, aut juxta DN. DE LA HIRE 23° 29′ (§. 198); evidens eſt declinationem tunc temporis variari minuto uno in ſingulas horas. *Q. e. d.*

OBSERVATIO 46.

654. *Quodſi plures obſervationes æquinoctiorum inter ſe conferantur, Solem diutius in ſignis borealibus, quam in auſtralibus commorari manifeſtum eſt. Juxta* CASSINI *obſervationes Sol commoratur in ſignis borealibus* 186 d. 14 h. 53′, *in auſtralibus vero* 178 d. 14 h. 56′, *differentia ideo exiſtente* 7 d. 23 h. 57′ (a).

COROLLARIUM.

655. Cum maxima Solis a terra diſtantia hodie in ♋ ſit, minima in ♑ (§. 554); Sol longius commoratur in ſemicirculo, in quo majorem a terra diſtantiam habet.

(a) Aſtron. Reform. lib. 1. cap. 7. fol. 22. 23.

PROBLEMA 6.

656. *Obſervare ſolſtitium, ſeu ingreſſum Solis in* 0 ♋ & 0 ♑.

RESOLUTIO.

1. Cum hodie ex ephemeridibus & calendariis non ignotus dies, quo ſolſtitium accidere debet; per aliquot dies obſervetur altitudo meridiana Solis, maxima, qua fieri poteſt, accuratione, magno in primis gnomone, qui quadrantibus hoc in negotio præferendus (§. 129. 137).
2. Quamprimum tres obtinentur altitudines, quarum media in ſolſtitio æſtivo major, in hiberno minor extat reliquis, hoc ipſo dies ſolſtitii innoteſcit (§ 159).
3. Altitudo ſolſtitialis conferatur cum altitudinibus immediate antecedente & conſequente. Quodſi enim ambæ fuerint æquales, ſolſtitium in ipſum meridiem incidit: ſi præcedens fuerit major conſequente, ſolſtitium æſtivum poſt meridiem accidit, brumale vero ante eundem.
4. Quare cum declinatio Solis tunc temporis intervallo 24 horarum non ultra 15 ſecunda mutetur (§. 198), differentia altitudinis ſolſtitialis ab antecedente vel conſequente per ſubtractionem inventa, ope regulæ trium reperitur horarum intervallum, quo a meridie ſolſtitium diſtat.

COROLLARIUM.

657. Error ideo 15 ſecundorum in altitudine meridiana admiſſus producit errorem integri diei in tempore ſolſtitii definiendo.

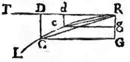
SCHO-

SCOLION.

658. *Patet hinc difficultas obſervandi ſolſtitia, ut ideo alium modum obſervandi ſolſtitia excogitaverit* HALLEJUS (*a*), *demonſtratum a* GREGORIO (*b*), *quo Solſtitia accuratius obſervari poſſe confidit, quam æquinoctia obſervantur* (§. 653). *Opera igitur pretium judicamus ut eundem hic diſtincte exponamus & ex primis principiis, more noſtro, demonſtremus.*

LEMMA I.

659. *Sinus verſus* RG *&* Rg *ſunt in ratione duplicata chordarum* RC *&* Rc *arcuum, ad quos referuntur.*



DEMONSTRATIO.

Eſt enim ut diameter circuli ad chordam CR, ita chorda RC ad ſinum verſum RG, & ut eadem circuli diameter ad chordam R*c* ita chorda R*c* ad ſinum verſum Rg (§. 330. *Geom.*), conſequenter diameter ad ſinus verſos RG & Rg in ratione duplicata diametri ad chordas RC & R*c* (§. 216. *Arithm.*). Quamobrem ſinus verſus RG & Rg ſunt in ratione duplicata chordarum RC & R*c* (§. 196. *Arithmet.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

660. Quoniam arcus exigui ſunt inter ſe ut chordæ; ſi arcus RC & R*c* fuerint exigui, erunt ſinus verſus RG & Rg in ratione duplicata arcuum RC & R*c*.

THEOREMA 29.

661. *Differentiæ declinationum Solis a maxima, paulo ante & poſt ſolſtitium, ſunt inter ſe in ratione duplicata temporum inter ſingula obſervationum momenta & ipſum ſolſtitium interceptorum.*

DEMONSTRATIO.

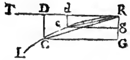
Deſignet arcus RL eclipticæ portionem exiguam prope punctum ſolſtitiale R & recta eam tangens TR portionem tropici. Ex punctis eclipticæ C & *c* demittantur ad TR perpendiculares, erunt DC, *dc* diſtantiæ a tropico, cum arcus exigui pro lineis rectis haberi poſſint; conſequenter differentiæ declinationum in C & *c* a maxima in R. Quodſi RG ducatur ad TR perpendicularis, erat ea pars diametri (§. 308. *Geom.*) & ductæ ex punctis *c* & rectæ CG & *cg* ipſi DR parallelæ erunt ad RG perpendiculares (§. 230. *Geom.*), conſequenter DC = GR & *dc* = gR (§. 226. *Geom.*). Quamobrem cum RG & *rg* ſint in ratione duplicata arcuum RC & R*c* (§. 659); erunt etiam DC & *dc*, ſeu differentiæ declinationum Solis a maxima in punctis C & *c*, in ratione duplicata eorundem arcuum RC & R*c*. Patebit ex inferioribus, ideo quod Apogæum Solis a puncto Solſtitiali non procul diſtet, motum ad ſenſum æquabilem eſſe. Sunt itaque arcus CR & *c*R ut tempora, quibus percurruntur (§. 31. *Mechan.*); conſequenter differentiæ declinationum in punctis C & *c* a maxima DC & *dc* ſunt circa ſolſtitia in ratione duplicata temporum inter momenta obſervationum in C & *c* & ſolſtitium interceptorum. *Q. e. d.*

COROLLARIUM I.

662. Quoniam arcus RC pro recta ſumi poteſt, cum ſint *cd* & CD inter ſe parallelæ (§. 256.

(*a*) In Tranſact. Anglic. n. 279. & p. 12.
(*b*) In Elem. Aſtron. Phyſ. & Geom. lib. 3. prop. 11. fol. 231. & ſeqq.

Geom.); erit $dR : DR = cR : CR$ (§. 268. *Geometr.*), conſequenter eum arcus cR & CR repræſentent tempus ab obſervationibus in c & C factis uſque ad ſolſtitium in R reſiduum, quemadmodum ex demonſtratione intelligitur, idem tempus etiam exponi poteſt per rectas dR & DR.

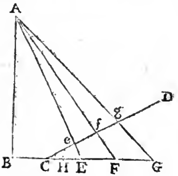


Corollarium 2.

663. Et quoniam $Rg : RG = gc^2 : GC^2$ (§. 661. 662); arcus eclipticæ exiguus LR prope ſolſtitium parabolam repræſontat, cujus abſciſſæ Rg, RG exponunt differentiss declinationum a declinstione maxima, ſemiordinatæ vero gc, GC tempora inter momenta declinationum obſervatarum & ipſum ſolſtitium intercepta.

Theorema 30.

664. *Si circa ſolſtitium obſerventur umbræ gnomonis præalti, in* G, F *&* E, *erunt differentiæ umbrarum* EG *&* EF *ut differentiæ declinationum Solis in obſervationum momentis.*



Demonstratio.

Quoniam gnomon AB ad BG perpendicularis, anguli BAG, BAF & BAE tanquam ſuis verticalibus æquales (§. 156. *Geom.*) exhibent diſtantias Solis a vertice, conſequenter cum tantundem ad verticem Sol accedat, quantum ab æquatore recedit, ideoque declinatio ejuſdem augetur (§. 75) & contra; anguli EAG & EAF ſunt differentiis declinationum in G, E & F æquales. Concipiamus jam planum aliquod CD ad planum GB ita inclinatum, ut radius Ae ſit ad idem perpendicularis, ob angulos eAf & eAg admodum exiguos, etiam Af & Ag ad idem planum erunt propemodum perpendiculares; conſequenter ſi centro A ducas arcus per puncta e, g & f, ipſis perpendiculares (§. 38. *Anal. infin.*), arcus iſti angulorum eAf & eAg menſuræ (§. 57. *Geom.*) ſenſibiliter non different a rectis ef & eg, atque ideo hæ rectæ pro differentiis declinationum Solis in G, E & F haberi poſſunt. Jam quia gnomon AB præaltus *per hypoth.* rectæ Gg, Ff, Ee, in puncto valde remoto A concurrentes, pro parallelis haberi poſſunt. Quamobrem erit $GE : EF = ge : ef$ (§. 268. *Geometr.*; conſequenter umbrarum in G, E & F obſervatarum differentiæ GE & EF ſunt ut differentiæ declinationum in obſervationum momentis. *Q. e. d.*

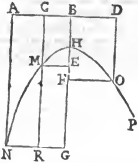
Corollarium.

665. Quodſi ponamus in H eſſe locum umbræ ſolſtitialis; erunt HG, HF, HE differentiæ declinationum Solis in G, F & E a declinatione maxima.

Problema 7.

666. *Datis tribus obſervationibus umbrarum gnomonis præalti in eodem circulo verticali circa ſolſtitium, veluti inter quinque dies ante ſolſtitium & intra*

tra quinque dies poſt idem, in G, F & E; *invenire tempus ſolſtitii*.



RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Cum differentiæ umbrarum a ſolſtitiali HG, HF, HE ſint in ratione duplicata temporum inter momenta obſervationum & tempus ſolſtitii interceptorum (§. 665. 661); ſi circa rectam BH, in qua obſervantur umbræ gnomonis, deſcripta concipiatur parabola NHP, tranſiens in vertice per terminum umbræ ſolſtitialis BH, & HG, HF, HE ſint differentiæ umbrarum obſervatarum a ſolſtitiali; erunt GN, EM & FO tempora inter obſervationum momenta & ſolſtitium in H intercepta (§. 663).

2. Sit igitur tempus inter primam & ſecundam obſervationem intercedens AC=NR$=a$, tempus intercedens inter ſecundam obſervationem & tertiam CD$=b$, differentia umbrarum in prima & ſecunda obſervatione EG$=c$, differentia earundem in ſecunda & tertia EF$=d$, tempus inter obſervationem ſecundam & ſolſtitium intercedens ME $=x$; erit tempus inter primam & ſolſtitium interceptum NG$=a+x$ & quod intercipitur inter tertiam & ſolſtitium FO$=b-x$. Quodſi porro parameter fuit $=p$; erit EH $=x^2:p$, HG$=(a^2+2ax+x^2):p$ & FH$(b^2-2bx+x^2):p$ (§. 391. *Analyſ. infin.*).

3. Habemus itaque

$$c=\frac{a^2+2ax}{p} \qquad d=\frac{b^2-2bx}{p}$$

$$p=\frac{a^2+2ax}{c} \qquad p=\frac{b^2-2bx}{d}$$

$$\frac{a^2+2ax}{c}=\frac{b^2-2bx}{d}$$

$$a^2d+2adx=b^2c-2bcx$$

$$2adx+2bcx=b^2c-a^2d$$

$$x=\frac{b^2c-a^2d}{2ad+2bc}$$

Patet ideo, quomodo inveniatur tempus EM ſive CB inter obſervationem umbræ ſecundam in E & momentum ſolſtitii in B intercedens. Nimirum

1. Quadratum temporis a ſecunda obſervatione uſque ad tertiam ducatur in differentiam umbræ in prima & ſecunda obſervatione, & quadratum temporis inter primam & ſecundam obſervationem intercedentis in differentiam umbrarum in ſecunda & tertia obſervatione.
2. Ducantur etiam ipſa tempora in eaſdem umbrarum differentias.
3. Tandem differentia factorum *num.* 1. repertorum dividatur per duplam ſummam factorum *num.* 2. inventorum: quotus erit tempus a ſecunda obſervatione uſque ad momentum ſolſtitii.

Quodſi etiam deſideres tempora inter primam & tertiam obſervationem atque ſolſtitii momentum interjecta, cum ſit prius NG $=a+x$, poſterius

FO

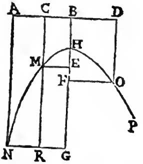
$FO = b - x$; erit illud $= a + \frac{b^2c - a^2d}{2ad + 2bc}$

$$= \frac{2a^2d + 2abc + b^2c - a^2d}{2ad + 2bc}$$

$$= \frac{a^2d + 2abc + b^2c}{2ad + 2bc}$$; hoc vero

$$= b - \frac{b^2c + a^2d}{2ad + 2bc} = \frac{2abd + 2b^2c - b^2c +}{2ad + 2bc}$$

$$\frac{a^2d}{\quad} = \frac{2abd + a^2d + b^2c}{2ad + 2bc}.$$



Si umbra in F ſit media inter umbram in E & G, ut nempe AC = CD, erit $a = b$, ideoque $x =$ $ME = \frac{a^2c - a^2d}{2ad + 2ac} = \frac{ac - ad}{2d + 2c}$, NG $= \frac{a^2d + 2a^2c + a^2c}{2ad + 2ac} = \frac{3ac + ad}{2d + 2c}$ & FO $= \frac{2a^2d + a^2d + a^2c}{2ad + 2ac} = \frac{3ad + ac}{2d + 2c}$. Nimirum

Dupla ſumma differentiarum, quæ inter umbras in prima & ſecunda, atque in ſecunda & tertia obſervatione intercedunt, eſt ad differentiam earundem, ut tempus inter primam & ſecundam obſervationem intercedens ad tempus inter obſervationem ſecundam & ſolſtitium interceptum.

Et ut eadem dupla ſumma ad ſummam ſimplam, ſed dupla differentia umbrarum in prima & ſecunda obſervatione auctam, ita tempus inter primam & ſecundam obſervationam ad tempus inter primam & ſolſtitium.

Denique ut eadem dupla ſumma ad ſummam ſimplam, ſed dupla differentia in ſecunda & tertia obſervatione auctam, ita tempus inter primam & ſecundam obſervationem intercedens ad tempus inter tertiam obſervationem & ſolſtitium interceptum.

SCHOLION.

667. *Regula hæc praxi admodum accommodata & ex ipſa reſolutione problematis apparet, cur* HALLEJUS *aſſeruerit, ſolſtitia facilius & accuratius obſervari poſſe quam æquinoctia. Etenim umbrarum obſervationes facillimæ, & calculus nulla alia elementa Aſtronomica ab aliis obſervationibus pendentia ſupponit, quemadmodum obſervationes æquinoctiorum obnoxiæ ſunt refractionibus & calculus eorundem pendet ab elevatione æquatoris & declinatione maxima eclipticæ* (§. 635).

OBSERVATIO 47.

668. *Quodſi obſervationes æquinoctiorum cum obſervationibus ſolſtitiorum conferas; inæqualitas moræ Solis in quatuor eclipticæ quadrantibus manifeſta eſt. Juxta* RICCIOLUM *(a) mora Solis in ſignis vernalibus* 93 d. 36′; *in æſtivis* 93 d. 12 h. 12′; *in autumnalibus* 89 d. 14 h. 11′; *in bibernis* 89 d. 45′.

PROBLEMA 8.

669. *Invenire quantitatem anni ſolaris, hoc eſt, temporis intervallum, quo Sol eclipticam percurrit.*

RESOLUTIO.

1. Obſervatio æquinoctii antiqua conferatur cum obſervatione recentiore; ubi prius antiqua methodo inferius tradenda ad eundem meridianum atque idem calendarium fuerit reducta, & per ſubtractionem inveſti-

(a) Aſtron. Reform. lib. 1. cap. 7. fol. 22 23.

veſtigetur præceſſio æquinoctiorum, hoc eſt, temporis intervallum, quo a die obſervationis antiquæ in antecedentes retrogreſſum.

2. Quæratur tempus inter duas obſervationes intercedens in annis Julianis, quorum unuſquiſque 365 dierum & horarum 6, & per illud præceſſio æquinoctiorum dividatur, quotus eſt præceſſio anni unius.
3. Quodſi ergo hæc a quantitate anni Juliani ſubducatur, relinquetur quantitas anni vera.

Ex. gr. HIPPARCHUS obſervavit An. 158 ante Chriſtum natum *Alexandriæ* æquinoctium autumnale die 27. Sept. hora 24, ſeu in ipſo meridie: HEVELIUS vero An. 1655. *Dantiſci* die 12. Sept. h. 12′ 30″. Eſt ergo

Æqu. HIPPARCHI Sept.			26	24^h.	0′.	0″
Differ. meridianorum ſubtr.				1.	4.	0
Æqu. HIP. in merid. *Dantiſ.*			26.	22.	55.	51
Æquinoct. HEVELII			12	21.	12.	30
Præceſſio æquinoct.			24.	1	43.	21
Intervallum an. 1812						
Ergo præceſſ. annua			11′.	10″.	58‴.	18⁗
Annus Julianus	365^d.	5^h.	59′.	59″.	59‴.	60⁗
Præceſſ.			11.	10.	58.	18
Annus Solaris	365.	5.	48.	49.	1.	42

Scholion.

670. *In quantitate anni ſolaris determinanda æquinoctia ſolſtitiis præferuntur, quia ſolſtitia communi methodo difficilius obſervantur* (§. 657). *Et æquinoctia autumnalia vernalibus anteponuntur, quia vernalium obſervationes refractio, ob vapores Vere copioſiores, magis turbare creditur.*

Observatio 48.

671. Keplerus *in* Tabulis Rudolphinis *quantitatem anni ſolaris ponit* 365 *dierum*, 5 h. 48′ 57″ 39‴, Ricciolus *in* Aſtronomia Reformata 365. d. 5 h. 48′ 48′, Tycho *in* Progymnaſmatibus 365. d. 5. h. 48′ 5″, de la Hire *in* Tabulis Aſtronomicis 365 d. 5 h. 49′, *qualem nimirum invenerunt* Blanchinus *atque* Cassinus (*a*) *&* Calendarii Gregoriani *autores ſuppoſuerunt*.

Problema 9.

672. *Data quantitate anni ſolaris, invenire motum Solis medium in anno* 365 *dierum, item diurnum, horarium, &c.*

Resolutio.

Quia motus medius eſt tempori proportionalis (§. 643), erit ut quantitas anni ſolaris ad 360°, ita annus 365 dierum, dies unus, hora una, ſcrupulum unum &c. ad arcum eclipticæ eo tempore conficiendum. Reperietur ideo hic arcus ope regulæ trium (§. 302. *Arithm.*).

Ex. gr. PHILIPPUS DE LA HIRE aſſumit quantitatem anni 365. d. 5. h. 49′ (§. 671), reperitur ideo motus in anno communi 11 Signorum 29° 45′ 40″, in uno die 59′ 8″, in una hora 2′ 28″, in uno minuto primo 2″ 28‴ &c.

Corollarium.

673. Per ſolam ideo additionem inſtar Abaci *Pythagorici* (§. 109. *Arithm.*) inde conſtruuntur *Tabulæ motuum mediorum* in annis, diebus, horis, & ſcrupulis.

Problema 10.

674. *Obſervare locum Aphelii & Perihelii, ſeu ſitum Lineæ Apſidum determinare.*

Resolutio.

Quoniam terra in Aphelio maximam, in Perihelio minimam a Sole diſtantiam habet (§. 635. 638); ibi motus ejus tardiſſimus, hic velociſſimus apparet (§. 654.). Obſervetur itaque ſingulis diebus locus Solis, dum Cancrum & Capricornum ingreditur, ſum-

(*a*) Vid. Acta Erudit. An. 1705. pag. 309.

ſumma, qua fieri poteſt, accuratione (§. 203) & loca ſe invicem conſequentium dierum a ſe invicem ſubtrahantur, ut relinquatur motus Solis diurnus. Quando enim velociſſimus, in Perihelio terra eſt; quando tardiſſimus, in Aphelio; conſequenter cum conſtet, ubi hæreat Sol, hoc ipſo patet ubi ſit terræ Aphelium & Perihelium.

Aliter.

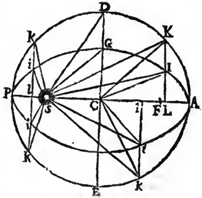
1. Quod ſi obſervationes locorum Solis per aliquod temporis intervallum continuentur, donec idem motus Solis diurnus bis reperiatur; duo habentur loca ab Aphelio & Perihelio æquidiſtantia. Quamobrem
2. Si arcus inter duo iſta loca interceptus bifariam dividatur, habetur locus Aphelii vel Perihelii, prouti obſervationes o ♋ vel o ♑ propiores (§. 554).
3. Cum Aphelium Perihelio opponatur (§. 636); loco uno dato alter innoteſcit, addito ſemicirculo ſeu 180°.

PROBLEMA II.

675. *Invenire eccentricitatem Solis.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam diameter apparens Solis maxima eſt ad minimam ut 32′ 43″ ad 31′ 38″ (§. 553), hoc eſt (reductione ſcrupulorum primorum ad ſecunda facta) ut 1963 ad 1898; erit diſtantia Solis a terra maxima SA ad minimam PS ut 1693 ad 1898 (§. 212. *Optic.*).
2. Cum ideo ſit PS + SA = PA = 3861; reperietur radius eccentrici CP, 1930; conſequenter SC = PC − PS = 32.



3. Quare ſi CP = 100000: invenitur CS = 1658 (§. 302. *Arithm.*).

COROLLARIUM.

676. Cum eccentricitas SC in Sole vix ſexageſimam radii eccentrici CP partem excedat (§. 675.); orbita Solis elliptica a circulari non admodum differt.

SCHOLION.

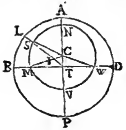
677. *Unde non mirum, quod calculus in circulo eccentrico inſtitutus obſervationibus ſatis reſpondeat. Et quoniam eccentricitas ex variatione diametrorum apparentium, in quibus obſervandis error aliquot ſcrupulorum ſecundorum evitari vix poteſt, deducta non ſatis exacta haberi debet; ideo nil obſtat, quo minus eccentricitas & locus Apogæi in hypotheſi circuli eccentrici inveſtigetur: quod ideo faciemus problemate ſequente.*

PROBLEMA 12.

678. *Datis duabus obſervationibus æquinoctiorum ſibi immediate ſuccedentium & uno loco Solis extra puncta æquinoctialia & ſolſtitialia in* S; *invenire eccentricitatem* TC *& locum Apogæi* A.

RE-

RESOLUTIO.



1. Ob datum locum Solis L datur arcus DL, diſtantia Solis a puncto æquinoctiali verno; conſequenter angulus LTD (§. 57. *Geom.*) & ejus deinceps poſitus LTB (§. 149. *Geom.*).
2. Ob datum tempus æquinoctii in B, datur tempus, quo Sol ex L in B pervenit: cui conveniens motus medius Solis reperiatur (§. 672), & ſic habebitur angulus SCM ſeu SCI.
3. Similiter, ob datum tempus æquinoctii in D, datur tempus, quo Sol ex M pervenit in W: cui conveniens motus medius reperiatur (§. 672), & ſic habebitur angulus MCW; conſequenter angulus CMW (§. 248. *Geom.*), & ob ante repertum LTB (*num.* 1.) angulus MIT (§. 245. *Geom.*), cui SIC æqualis (§. 156. *Geom.*).
4. Datis ideo in triangulo CSI latere CS 100000, & angulis SCI & CIS (*num.* 2 & 3), invenitur latus CI (§. 36. *Trigon.*), quod ex radio CM ſubductum relinquit MI.
5. Hinc porro in triangulo MIT ex datis ſingulis angulis (*num.* 1 & 3) & latere MI (*num.* 4) reperitur TI (§. 36. *Trigon.*).
6. Denique ex datis in triangulo TIC lateribus TI & IC (*num.* 4 & 5) & angulo CIT) *num.* 3 & §. 149. *Geometr.*), invenitur angulus ITC, ſeu LTA, diſtantia apogæi AL a loco Solis in L obſervato (§. 40. *Trigon.*) & eccentricitas TC (§. 36. *Trigon.*).

Ex. gr. RICCIOLUS (*a*) obſervavit *Bononiæ* A. 1655. d. 30 Jul. in ipſo merid. locum ☉ 7° 0′ 8″ ♌, & æquinoct. autumnale in B, d. 22. Sept. 18h. 55′ A. 1656. æquin. vernale in D, d. 19. Mart. 9h. 51′.

Erat ideo

Tempus quo ☉ ex L in B pervenit 54d. 18h. 55′
Tempus quo ex B in D promotus 178d. 14. 56.

Unde

Angulus SCM	54°	0′	7″
Angulus MCW	176	3	31
Ergo CMW	1	58	14½
Angulus LTD	127	0	8
LTB	52	59	52
MIT ſeu CIS	125	1	54
CIT	54	58	6
CSI	0	57	59

Quare ſi CS = 100000
reperitur CI = 2059 $\frac{7}{10}$, IM = 97940 $\frac{5}{10}$
TI = 4217 $\frac{1}{10}$, CT = 3472 $\frac{1}{10}$

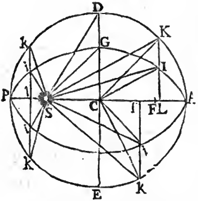
LTA	29°	3′	41″
LTD	127	0	8
Ergo ATD	97	56	27
hoc eſt locus Apogæi ♋	7°	56′	27″

COROLLARIUM I.

679. Quodſi ex ſuppoſita eccentricitate TC, quæ in circulo eccentrico repræſentandis æquationibus reſpondet, quæratur ratio ſemidiametrorum apparentium, erit ea ob TV = CV − CT = 96527 $\frac{9}{10}$, & ob NT = CN + CT = 103472 $\frac{1}{10}$, ut 103472 $\frac{1}{10}$ ad 96527 $\frac{9}{10}$. Unde ſi ſemidiameter apparens maxima fuerit 1963″ ſeu 32′ 43″, reperietur minima 1831″ ſeu 30′ 31″, ideoque juſta minor (§. 533). Quare cum dimidia eccentricitas ſeu ½ TC 1736 $\frac{1}{20}$ eodem, quo ante, calculo producat ſemidiametrum minimam 31′ 36″, quæ ab obſervata 31′ 38″ nonniſi 2″ diſſidet (§. *cit.*); evidens eſt dimidiam eccentricitatem TC repræſentandis variationibus ſemidiametrorum apparentium, idemque eccentricitati in ellipſi ſatisfacere (§. 675).

(*a*) Aſtron. Reform. lib. 1. cap. 9. fol. 30.

COROLLARIUM 2.



680. Hinc vero apparet centrum mediorum motuum F non eſſe in centro eccentrici C, ſed ab eo tanto intervallo diſtare verſus Apogæum A, quanto Sol S ab eodem verſus Perigæum P diſtat, ut nempe ſit CS = CF.

SCHOLION I.

681. *Cum hæc perpenderet* KEPLERUS*, *qui biſectionem eccentricitatis primus reperit, atque perpenderet, eſſe in ellipſi duos focos* S & F *a centro* C *æqualiter utrinque remotos; in ellipticam orbitarum figuram incidit. Quamvis ideo pronum erat inferre, focum ellipſeos alterum* F *eſſe centrum mediorum motuum, hoc eſt ex eo motus planetæ in orbita phyſice inæquales ſpectari æquales, quod etiam ab ipſo animadverſum conſtat* (*a*); *eam tamen hypotheſin, quam poſtea excoluit* SETHUS WARDUS (*b*) *apud* Anglos, & Comes de PAGAN (*c*) *apud* Gallos, *rejecit, quod eam deprehenderet phænomenis minime conſentientem, præſertim in Marte, qui theoriæ inveniendæ anſam dedit, ac præterea cauſis phyſicis, quas ſcrutabatur, adverſam, quemadmodum & poſtea demonſtratum eſt a* BULLIALDO (*d*) & *veram theoriam ſupra propoſitam exhibuit, quæ inceſſui planetarum in orbita curvilinea circa Solem convenit* (§. 651. Mechan.).

SCHOLION 2.

682. PTOLEMÆUS (*e*) *eccentricitatem Solis anno ante Chriſtum* 139. *reperit partium* 4152 *qualium radius eccentrici eſt* 100000, *quæ biſecta pro ellipſi eſt* 2076. *Enimvero* ALBATEGNIUS (*f*) *an. Chriſti* 883. *jam obſervavit eam eſſe juſto majorem, eamque fecit* 3465 $\frac{1}{2}$ *iſtiuſmodi partium, quas diximus, quæ biſecta evadit fere* 1713. *Etſi autem, qui ipſum ſecuti ſunt, ipſe* COPERNICUS & TYCHO, *eandem majorem* Albategniana, *utut minorem* Ptolemaica *ſtatuerint, &* KEPLERUS *biſectam* (*g*) 1800 *partium eſſe collegerit, qualium eccentrici radius eſt* 100000; *noſtro tamen ævo omnes in eo conſentiunt Aſtronomi, eccentricitatem* KEPLERIANAM *in exceſſu peccare, ac ideo* Tabulas Rudolphinas *correctione indigere.* CASSINUS *eccentricitatem biſectam ſtatuit partium iſtiuſmodi, quas diximus,* 1700; WHISTONUS (*h*) *eam accuratius eſſe ait* 1686.

(*a*) Epit. Aſtron. Copernic. lib. 5. part. 2. p. 685.
(*b*) In Aſtronomia Geometrica.
(*c*) In Theoria Planetarum.
(*d*) In Fundamentis Aſtron. Philoſ. clarius explicatis cap. 1. & 2. p. 7. & ſeqq.
(*e*) Almag. lib. 3. c. 4. f. m. 68.

LEMMA 2.

683. *Sector circuli* AKC *eſt ad aream integri circuli, ut arcus* AK *ad peripheriam circuli.*

DEMONSTRATIO.

Sector circuli AKC æqualis eſt triangulo cujus baſis æqualis eſt arcui AK, altitudo autem circuli radio CA (§. 415. *Geom.*), area vero circuli æqualis eſt triangulo, cujus baſis æqualis eſt integræ peripheriæ circuli, altitudo vero radio CA (§. 410. *Geom.*). Eſt itaque ſector AKC ad aream circuli, in ratione arcus CA ad integram peripheriam (§. 389. *Geometr.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 13.

684. *Data eccentricitate* SC, *una cum anomalia eccentri* AK; *invenire anomaliam mediam.*

RESOLUTIO.

Quoniam anomalia media exprimitur per aream ASI ſeu ejus ad integram ellipſin, in qua planeta movetur, rationem (§. 648), & area ASI ad

(*f*) De Scientia Stellarum cap. 28.
(*g*) In Tab. Rudolphinis.
(*h*) In Prælect. Aſtronom. Lect. 8. Probl. 3. p. 90.

ad ellipſin integram eam rationem habet, quam ASK ad circulum integrum (§. 141. *Analyſ. infinit.*); non alia re opus eſt, quam ut area KSA in iſtiuſmodi partibus inveniatur, qualium area circuli integri ADPE eſt 360. Igitur

1. Data ſemidiametro eccentrici CA, quæratur area circuli (§. 429. *Geometr.*).
2. Data eccentricitate SC una cum KL ſinu anomaliæ eccentri KA, inveniatur area trianguli KSC (§. 392. *Geom.*).
3. Hinc porro ope regulæ trium inveſtigetur, quot gradus & ſcrupula eidem triangulo conveniant, qualium integra circuli area eſt 360.
4. Jam cum ſector KCA habeat ad aream circuli rationem arcus KA ad peripheriam integram (§. 683); anomalia eccentri KA addatur triangulo KSC in gradibus & ſcrupulis circuli invento: ſumma erit area KSA, ideoque exprimet anomaliam mediam quæſitam.
5. Quodſi planeta a perihelio P ad aphelium A progrediatur, triangulum S*k*C a ſectore PC*k* ſeu anomalia eccentri ſubtrahendum, ut relinquatur anomaliæ mediæ ADP*k*S exceſſus PS*k* ultra ſemicirculum.

Ex. gr. Juxta KEPLERUM in *Rudolphinis* eccentricitas Solis CS eſt 1800, radio CA exiſtente 100000. Sit anomalia eccentri AK 2°; erit KL 3489, ideoque triangulum SKC 3140100. Sed circuli eccentrici area eſt 31403140100 (§. 425. 429. *Geom.*): quare ſi eadem ponatur 360° ſeu 1296000″, reperietur SKC paulo major 129″, hoc eſt, quam proxime 2′ 10″. Eſt igitur anomalia media 2° 2′ 10″, prout erat in *Rudolphinis*.

PROBLEMA 14.

685. *Data eccentricitate* CS (vid. Fig. pag. præced.) *una cum anomalia eccentri; invenire intervallum* SI.

RESOLUTIO.

Quoniam angulum KCA anomalia eccentri AK metitur (§. 58. *Geom.*); erit CL ejuſdem coſinus (§. 11. *Trigon.*); in ultimo quadrante C*l* ſinus exceſſus ſuper 3 quadrantes; in ſecundo, utpote ſinus arcus D*k*, ſinus exceſſus ſuper unum; & in tertio, utpote ſinus arcus E*k* coſinus exceſſus ſuper duos.

1. Fiat ut CA ad CL, ita CS ad quartam proportionalem: quæ
2. In primo & ultimo quadrante addatur ad CA, in ſecundo & tertio inde ſubtrahatur, ut prodeat intervallum SI.

Ex. gr. Sit eccentricitas Solis CS 1800, anomalia eccentri KA 2°, erit CL 99939, conſequenter quarta proportionalis ad CA, CL & CS 1799. Ergo intervallum SI 101799, prout extat in *Rudolphinis*.

DEMONSTRATIO.

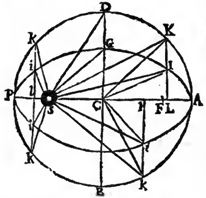
Sit enim AL $=x$, SC $=c$, CA $=\frac{1}{2}a$, erit SI in primo & tertio quadrante $\frac{1}{2}a + c - 2cx : a$, in ſecundo & quarto $\frac{1}{2}a - c + 2cx : a$ (§. 434. *Analyſ. fin.*). Eſt vero $c - 2cx : a$ quarta proportionalis ad $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}a - x$ & c, hoc eſt, ad CA, CL & CS: ergo ſi ea addatur ad AC in caſu uno, in altero autem inde ſubtrahatur, prodibit SI. *Q. e. d.*

PROBLEMA 15.

686. *Datis anomalia eccentri* AK, (vid Fig. pag. præced.) *eccentricitate* SC *& intervallo* SI; *invenire anomaliam coæquatam ſeu angulum ad Solem* ISA.

Resolutio.

1. Si planeta fuerit in primo (vel ultimo quadrante), in triangulo ISL ad L rectangulo, ex datis intervallo SI & SL compoſita ex coſinu anomaliæ eccentri AK in primo & ſinu exceſſus ſuper tres quadrantes in ultimo quadrante, atque eccentricitate CS, invenitur anomalia coæquata ISL in primo quadrante (§. 38. *Trigon.*), vel ejus complementum AS*k* ad circulum in ultimo quadrante.



Ex. gr. Sit eccentricitas ☉ SC 1800, anomalia eccentri 2°, erit SI 101799 (§. 685), CL 99939 & hinc SL 101739 ; reperitur ISL 1° 58′ 2″.

2. Si anomalia eccentri fuerit quadrans AD eccentricitas SC eſt latus trianguli GSC & angulus GSC reperitur ut ante.

3. Si planeta fuerit in ſecundo vel tertio quadrante, ex. gr. in *i*, in triangulo *iSl* ad *l* rectangulo, datur intervallum *i*S, latus *l*S, quod eſt differentia inter eccentricitatem SC & coſinum *l*C exceſſus anomaliæ eccentri ſuper quadrantem in priore, ſuper ſemicirculum in poſteriore caſu. Unde angulus *lSi* reperitur ut ante.

Corollarium.

687. Quodſi anomalia media & coæquata a ſe invicem ſubtrahantur, relinquetur æquatio centri (§. 652).

Scholion 1.

688. *Patet jam ratio conſtruendi* Tabulas æquationum, *quales pro Sole & ſingulis planetis exhibet* KEPLERUS *inter* Rudolphinas. *Nimirum* 1. anomaliam eccentri *a gradu* 1. *uſque ad* 180. *in prima columna poſuit & ei valorem trianguli* SIC (*quod* partem æquationis Phyſicam, *alias quoque* triangulum æquatorium *vocat*, *cum altera* pars æquationis Optica *ipſi ſit angulus* SIC) *ſeu reſpondentis in eccentrice* SKC *ſubjicit* (§. 684), *quorum aggregatum anomaliam mediam conſtituit* (§. cit.) 2. *Ad latus anomaliæ eccentri atque mediæ poſuit* anomaliam coæquatam *per problema præſens* (§. 686) *erutam &* 3. Intervallum *per problema præcedens* (§. 685) *repertum.*

Scholion 2.

689. *In aliis* Tabulis Aſtronomicis *in columna prima comparet* anomalia media *ex anomalia eccentri elicienda* (§. 684), *in altera* æquatio centri *ex coæquata & media anomaliis facile determinanda* (§. 687) *& in tertia denique* intervallum, *quod per problema* 14. (§. 685) *reperiri poteſt.*

Problema 16.

690. ***Data eccentricitate & anomalia media; invenire anomaliam eccentri & anomaliam coæquatam.***

Resolutio.

Conſtat ex ſuperioribus (§. 684), anomaliæ mediæ reſpondere aream KSA & anomaliæ eccentri ſectorem KCA, cui tot partes areæ totius circuli conveniunt, quot arcus eccentrici AK habet gradus. Non alia igitur re opus eſt, quam ut area trianguli æquatorii SKC in partibus iſtiuſmodi inveniatur, qualium circulus eccentri-

tri-

tricus 360 habet. Hinc enim innoteſcit anomalia eccentri (*§. cit.*) & inde porro coæquata (§. 686). KEPLERUS (*a*) utitur regula poſitionum, pro arbitrio anomaliam eccentri aſſumens & inde mediam computans, calculumque quoties opus eſt, inſtaurans; id quod exemplo rectius, quam præceptis docetur.

Sit ex. gr. anomalia media 2° 2′ 10″ ſeu 7330″. Quoniam ſector KGA minor area KSA, erit etiam anomalia eccentri KA minor 2° 2′ 10″, ideoque ſinus KL minor 3552.94, ſinu nempe 2° 2′ 10″. Fiat ergo KL 3550. Quoniam triangula DSC & SKC inter ſe in ratione DC & KL exiſtunt (§. 389. *Geom.*), DC vero 100000 & SC 1800, ideoque DSC 90 000 000 (§. 392. *Geom.*) ſeu 3713″; reperietur per regulam trium, ope nempe rationis DC ad KL, ſeu ſinus totius ad ſinum anomaliæ eccentri aſſumtæ triangulum æquatorium SKC 132′ ſeu 2′ 12″, quod anomaliæ eccentri 2° 2′ 5″ (cui nempe reſpondet ſinus 3550) additum, producit anomaliam mediam 2° 4′ 17″, quæ datam 2° 2′ 10″ excedit 2′ 7″. Aſſumatur ergo anomalia eccentri primo aſſumta minor, ſcilicet 2° 1′ ad inſtaurandum calculum. Cum ei reſpondeat ſinus KL 3519, reperietur △SKC 130″ ſeu 2′ 10″: quod additum anomaliæ eccentri 2° 1′, producit anomaliam mediam 2° 3′ 10″, data 2° 2′ 10″ majorem 1′. Aſſumatur itaque ad inſtaurandum calculum anomalia eccentri 2°. Quoniam eidem convenit KL ſinus 3499, reperietur △SKC 130″ ſeu 2′ 10″: quod additum anomaliæ eccentri 2° producit anomaliam mediam 2° 2′ 10″ quæ cum data prorſus coincidit. Eſt igitur anomalia eccentri 2°: qua data intervallum SK & anomalia coæquata facile reperitur (§. 685. 686).

En typum exempli:

Sit ſinus KL = 3550
100000: 3713 = 3550
3550

185650 — 1
18565 — ~~1~~~~3~~2 (2′ 12″
11139 — ~~6~~0

13181150 — (132″ △SKC
1 00000

△SKC		2′	12″
Anom. eccentri	2°	2	5
Anom. media	2	4	17
Anom. med. data	2	2	10
Exceſſus		2	7.
Anomalia eccentri	2°	1′	

Sinus LK = 3519
100000 : 3713 = 3519
3519

33417 — 1
3713 — ~~1~~~~3~~0 (2′ 10″
18565 — ~~6~~0
11139

13066047 — (130′ △SKC
1 00000

△SKC		2′	10″
Anom. Eccentri	2°	1	0
Anom. media	2	3	10
Anom. media data	2	2	10
Exceſſus		1	0
Anom. eccentri verior		2°	

Sinus KL = 3490
100000 : 3713 = 3490 :
3490

334170 — 1
14852 — ~~1~~~~3~~0 (2′ 10″
11139 — ~~6~~0

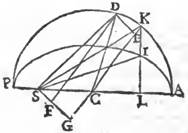
12958370 — (130″ △SCK
1 00000

△SCK		2′	10″
Anom. eccentri	2°	0	0′
Anom. media	2°	2′	10″

SCHOLION.

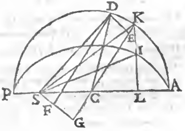
691. *Methodum indirectam adhibuit* KEPLERUS, *quod de directa invenienda deſperaret. Enimvero cum directa methodus non ſit impoſſibilis, eam ut explicemus fas eſt.*

THEOREMA 31.



692. *Si in circulo eccentrico* ADP *ſumatur arcus* AD *anomaliæ mediæ æqualis, & per centrum planetæ* I *in orbita elliptica* AIP *ducatur recta* KL *ad*

ad lineam apſidum perpendicularis, tandemque ex centro C *ad punctum* K *ducatur recta* CK; *erit perpendicularis* SG *ad eandem, ſi opus eſt, productam demiſſa arcui* DK *æquales.*



DEMONSTRATIO.

Quoniam arcus AD æqualis eſt anomaliæ mediæ *per hypoth.* erit is ad integram circuli eccentrici peripheriam, ut tempus motus medii planetæ ab aphelio A in I ad tempus periodicum, quo ſcilicet integram orbitam percurrit. Similiter quia ſector ellipticus ASI anomaliam mediam repræſentat, (§. 650); item ad integram ellipſeos aream in eadem ratione exiſtit; conſequenter ad ipſam eſt, ut arcus circuli eccentrici AD ad peripheriam integram ejuſdem (§. 167. *Arithm.*). Jam vero ſector ASI eſt ad aream integram ellipſeos, ut ſector circuli ASK ad aream integram circuli (§. 141. *Analyſ. infinit.*); conſequenter ſector circuli ASK ad aream integram circuli, ut arcus circuli eccentrici AD ad peripheriam ejuſdem integram (§. 167. *Arithm.*). Quamobrem cum etiam ſit ut arcus circuli eccentrici AD ad peripheriam ejuſdem integram, ita ſector DCA ad integram circuli aream (§. 683), conſequenter ſectores circuli DCA & ASK ad aream circuli eandem rationem habeant (§. 167. *Arithm.*); erunt ſectores iſti inter ſe æquales (§. 177. *Arithmet.*). Quodſi ergo utrinque auferatur ſector ACK; erit △SCK ſectori DCK æquale (§. 91. *Arithm.*), ideoque $CK . \frac{1}{2} CK = SG . \frac{1}{2} CK$ (§. 392. 435. *Geom.*); conſequenter arcus DK = SG (§. 94. *Arithm.*). *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

693. Quodſi ex D demittatur ad radium circuli CK perpendicularis DE erit ea ſinus arcus DK (§. 3. *Trigon.*). Quare cum etiam ſit SG ad eandem KG perpendicularis *per hypoth.* ſi ex D ducatur DF ipſi KG parallela; erit FG = DE (§. 226. *Geom.*), conſequenter SF differentia inter arcum DK & ipſius ſinum DE (§. 692).

COROLLARIUM 2.

694. Si angulus FDS fuerit uno ſcrupulo ſecundo minor; erit DS ad ſenſum ipſi GK parallela, ideoque angulus CDS ipſi DCK æqualis (§. 233. *Geom.*).

LEMMA 3.

695. *Invenire differentiam inter arcum & ſinum ejuſdem tam in partibus, qualium radius eſt* 10000000, *quam in ſcrupulis ſecundis gradus.*

RESOLUTIO.

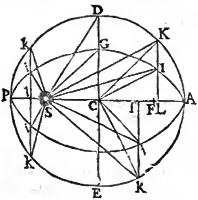
1. Quoniam diameter ad peripheriam ut 10000000 ad 31415926 fere (§. 426. *Geom.*), erit radius ad peripheriam ut 10000000 ad 62831853 fere. Quare cum eadem peripheria ſit 360°; inferendo ut 360° ad 62831853 ita arcus datus ad quartum proportionalem, invenietur arcus in iſtiuſmodi partibus, qualium radius eſt 10000000.

2. Qua-

2. Quare cum in canone ſinuum ſinus ejuſdem arcus in iſtiuſmodi partibus detur; ſi ab arcu auferatur, relinquitur differentia in partibus radii.
3. Denique cum gradus unus ſit 174533 in partibus radii (*num.* 1.) & ſcrupulorum ſecundorum 3600, inferendo ut 3600 ad 174533 ita differentia in partibus radii reperta (*num.* 2.) ad quartum proportionalem; erit is eadem differentia in ſcrupulis ſecundis.

PROBLEMA 17.

696. *Data eccentricitate* SC *& radio eccentrici* CA; *invenire axem dimidium minorem orbitæ ellipticæ* CG.



RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Quoniam in ellipſi recta ex foco S ad punctum G ducta eſt axi dimidio majori CA æqualis (§. 434. *Analyſ. infinit.*), a quadrato radii eccentrici SG ſubtrahatur quadratum eccentricitatis SC & ex reſiduo extrahatur radix, quæ erit dimidius axis orbitæ ellipticæ minor (§. 517. *Geom.*).

Ex. gr. Juxta KEPLERUM eccentricitas Solis SC = 1800, CA = 100000. Reperitur ergo CG = 99983.

PROBLEMA 18.

697. *Data anomalia media & eccentricitate* SC; *invenire coæquatam*.

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

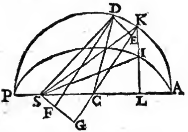
1. Quoniam anomalia media exprimitur per aream ſectoris ASI (§. 648); ex ea inveniri poteſt ſemiordinata IL, ex loco planetæ I ad lineam apſidum AP ducta (§. 193. *Analyſ. infin.*).
2. Quæratur porro ex radio eccentrici CA & eccentricitate CS axis dimidius minor orbitæ ellipticæ CG (§. 696).
3. Quoniam IL ad LK ut CG ad CD (§. 598. *Anal. infin.*); per regulam trium invenietur KL: qui cum ſit ſinus anomaliæ eccentri AK (§. 3. *Trigon.* & §. 649. *Aſtron.*).
4. Hæc cognita invenietur intervallum SK (§. 685), tandemque anomalia coæquata (§. 686).

Aliter.

Quia ex dato ſectore ASI (*v. Fig. pag.* 518.) ſemiordinata IL moleſto calculo eruitur; ideo addere lubet methodum faciliorem ad condendas Tabulas Æquationum magis aptam.

1. Cum in △ DSC dentur latera DC radius eccentrici & CS eccentricitas una cum angulo DCS ipſi DCA anomaliæ mediæ datæ æquali *per hypoth.* deinceps poſito (§. 149. *Geom.*

Geom.); reperietur angulus CDS (§. 40. *Trigon.*).



2. Quoniam hic ipſe angulus alteri DCK æqualis, ſi angulus SDF fuerit uno ſcrupulo ſecundo minor (§. 694), id quod obtinere deprehenditur, ſi CDS fuerit minor 2° 30′; angulus inventus ex anomalia DCA ſubtrahatur, relinquetur angulus ACK, anomalia eccentri (§. 649).
3. Quodſi vero idem angulus CDS fuerit major 2° 30′; ex datis in △ CDS lateribus DC & CS, una cum angulo CDS *num.* 1. reperto, invenitur latus SD (§. 38. *Trigon.*).
4. Hinc porro quæratur differentia inter arcum, qui metitur angulum CDS & ejus ſinum in ſcrupulis ſecundis (§. 695), quem citra errorem ſenſibilem pro differentia inter arcum DK & ejus ſinum DE ſeu recta SF accipere licet.
5. Quoniam in △ SDF eſt ut DS ad ſinum totum, ita SF ad ſinum anguli SDF (§. 33. *Trigon.*), & SF in ſcrupulis data haberi poteſt pro arcu, cujus ſinus eadem SF in particulis decimalibus radii data, ſinus vero arcuum ſeu angulorum exiguorum ſunt inter ſe ut ipſi arcus ſeu anguli; erit quoque SF in ſcrupulis ſecundis data ad angulum SDF, ut SD ad ſinum totum (§. 167. *Arithmet.*), ideoque angulus SDF reperiri poteſt.
6. Quodſi jam angulus SDF ab angulo SDC ante (*num.* 1.) invento ſubtrahatur, relinquetur angulus FDC, cui DCK æqualis, & hinc ut ante (*num.* 2.) reperitur anomalia eccentri KCA.
7. Data anomalia eccentri KCA & eccentricitate SC invenitur intervallum IS (§. 685), tandemque anomalia coæquata ISA (§. 686). Vel cum data anomalia eccentri ACK detur complementum ad duos rectos KCS (§. 149. *Geom.*) ac præterea in △ SCK dentur latera CS eccentricitas & CK radius eccentrici, reperietur angulus SKC (§. 40. *Trigon.*): qui ex anomalia eccentrici KCA ſubductus relinquit angulum KSA (§. 139. *Geometr.*). Quodſi SL ſumatur pro ſinu toto, erit KL tangens anguli KSA & IL tangens anguli ISA (§. 7. *Trigon.*). Quare cum ſit KL ad IL ut radius eccentri ad axem conjugatum orbitæ ellipticæ ex datis inveniendum (§. 599. *Analyſ. fin.*), inferendo: ut radius eccentrici ad dimidium axem minorem, ita tangens anguli KSA ad tangentem anguli ISA, reperitur tandem anomalia coæquata ISA.

Ex. gr. Quæratur anomalia vera Solis, quæ reſpondet anomaliæ mediæ 2°. Cum ſit juxta KEPLERUM eccentricitas SC = 1800, erit typus exempli ſequens.

$CD = 100000$ $CD = 100000$
$SC = 1800$ $SC = 1800$

$CD + CS = 101800$ $CD - SC = 98200$
ang. $\frac{1}{2}$ $DAC = \frac{1}{2}(CSD + CDS)$:
$CD + SC = SA$
$CD - SC = SP$

Log. SA	50077478
SP	49921115
Tang. $\frac{1}{2}$ DCA	82419215
Summa Logg.	132340330
Tang. $\frac{1}{2}$(CSD—CDS)	82262852,

cui in Tabulis quam proxime reſpondent 57′ 52″

$\frac{1}{2}$(CSD + CDS) =	1°	0	0
$\frac{1}{2}$(CSD — CDS) =		57′	52″
DCK = CDS =		2′	8″
DCA =	2°.		
KCA =	1°	57′	52″
$\frac{1}{2}$KCA = $\frac{1}{2}$(CSK + SKC) =		58′	56″

Log. SA	50077478
SP	49921115
Tang. $\frac{1}{2}$ KCA	82341291
Logg. Summa	132262406
Tang. ($\frac{1}{2}$ CSK—SKC)	82184928

cui in Tabulis reſpondent	56′	50″
$\frac{1}{2}$(CSK—SKC) =	56′	50″
$\frac{1}{2}$(CSK + SKC) =	58	56
ASK = 1°	55′	46″.

Log. CD	40000000
Semi-axi minor	49999261
Tang. ASK	85274736
Logg. Summa	135273997
Tang. ASI	85273997

Cui in Tabulis reſpondent 1° 55′ 44″
pro Anomalia coæquata quæſita.

Corollarium 1.

698. Quoniam perinde eſt, ſive *b* ipſi *c* addas & a *b* + *c* ſubtrahas *a*, ſive differentiam *a*—*b* a *c* ſubtrahas, utrobique nimirum prodeunte *b* + *c* — *a*; differentia Logarithmorum diſtantiæ maximæ & minimæ a Sole AS & SP ſubtrahenda eſt a Tangente dimidiæ Anomaliæ mediæ ACD pro differentia dimidia angulorum CSD & CDS & a Tangente dimidiæ Anomaliæ eccentri ACK pro ſemidifferentia angulorum CKS & CSK.

Corollarium 2.

699. Eodem modo patet, differentiam Logarithmorum Axium dimidiorum Orbitæ Ellipticæ ſubtrahi debere a Tangente anguli ASK pro Anomalia coæquata.

Corollarium 3.

700. Quoniam in quolibet Planeta diſtantia maxima & minima & Axes dimidii Orbitæ Ellipticæ ſunt quantitates conſtantes; nonniſi duobus Logarithmis ad calculum opus eſt ſubtractivis, veluti in Sole, ſi Eccentricitas KEPLERIANA retineatur, 156363 & 739, quorum ille eſt differentia Logarithmorum diſtantiarum, hic Axium.

Scholion.

701. *Monuit jam* CASSINUS (a), *cui methodum hanc debemus, in Theoria Solis, Lunæ, Veneris, Jovis & Saturni, negligendam eſſe differentiam inter arcum* DK *& ejus Sinum* DE. *Calculus igitur in his Planetis maxima facilitatis* (§. 698 & ſeqq.). *Et quamvis differentia iſta in Marte atque Mercurio, quorum Orbita valde eccentrica, negligi non poſſit, ad facilitandum tamen calculum conſtrui poteſt Tabula* (§. 695), *qualem exhibet* CASSINUS (b) *ut inde differentia deſiderata excerpi poſſint a Tabularum Conditoribus, quoties opus habent.*

Problema 19.

702. *Invenire Apogæi motum annuum.*

Resolutio.

1. Conferantur inter ſe duæ obſervationes loci Apogæi longiſſimo intervallo a ſe invicem diſtantes, minorque e majore ſubducatur.
2. Differentia in ſcrupula minima converſa dividatur per numerum annorum inter utramque obſervationem intercedentium.

Quotus erit motus Apogæi annuus.

E. g. HIPPARCHUS anno *ante Chriſtum* 140 obſervavit Apogæum Solis in ♊ 5° 30′, RICCIOLUS anno *poſt Chriſtum* 1646 in ♋ 7° 26′ 15″. Quodſi differentia 31° 56′ 15″ ad ſcrupula ſecunda redacta dividatur per intervallum annorum 1785 prodibit motus annuus Apogæi 1′ 2″ quemadmodum extat in *Tabula* Cel. DE LA HIRE.

(a) In Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1719. p. 199. Edit. Bat.
(b) Loc. cit. p. 204.

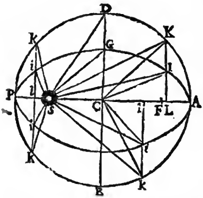
COROLLARIUM.

703. Dato motu annuo Apogæi, facile invenitur menſtruus atque diurnus & *Tabulæ motuum Apogæi* conſtruuntur quemadmodum Tabulæ motuum mediorum (§. 672. 673).

PROBLEMA 20.

704. *Dato ad aliquod momentum per Obſervationem loco Solis vero; invenire medium.*

RESOLUTIO.



1. Quæratur locus Apogæi ad datum tempus (§. 674. 678).
2. Longitudo Apogæi ſubtrahatur a longitudine Solis, aucta integro Circulo, ſi illa minor fuerit: quod relinquitur eſt Anomalia coæquata ſeu angulus ISL (§. 650).
3. Quodſi in *Tabulis æquationum* Anomalia coæquata evolvatur; invenietur ei reſpondens media.
4. Anomaliæ mediæ addatur locus Apogæi; ita prodibit locus Solis medius.

COROLLARIUM.

705. Dato loco Solis medio ad aliquod tempus datum facile invenitur idem ad tempus quodcunque aliud datum (§. 672).

PROBLEMA 21.

706. *Dato motu Solis medio & motu Apogæi annuo; invenire motum Anomaliæ annuum.*

RESOLUTIO.

Cum motus Apogæi annuus ſit differentia inter motum Solis medium & motum Anomaliæ (§. 646); motus Apogæi ex motu Solis ſubductus relinquit motum Anomaliæ annuum. E. gr.

	S.	°	′	″
Motus ☉ medius ann.	11	29	45	40
Motus Apogæi annuus			1	2
Motus Anomal. annuus	11	29	44	38

COROLLARIUM.

707. Dato motu Anomaliæ annuo, invenitur etiam menſtruus & ſic *Tabulæ Anomaliarum Solis* conduntur.

SCHOLION.

708. *Tales Tabulas exhibet* LONGOMONTANUS *in* Aſtronomia Danica. *Notandum vero, quod pro motu Anomaliæ diurno, atque horario ſumatur medius diurnus & horarius ob tarditatem motus Apogæi.*

THEOREMA 32.

709. *Dies Solares ſunt inæquales.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam cum Arcubus Eclipticæ æqualibus inæquales Arcus Æquatoris per Meridianum tranſeunt, quemadmodum vel ex *Tabulis Aſcenſionum rectarum* conſtat, tum etiam ex collatione Arcuum Æquatoris & Eclipticæ inter Punctum Æquinoctiale alterutrum & circulos quoslibet declinationum interceptorum ſtatim innoteſcit; præterea ipſe motus Solis verus in

in Ecliptica inæqualis eſt, teſtibus Obſervationibus: fieri omnino nequit, ut in ſingulis Solis revolutionibus idem numerus graduum ac ſcrupulorum Æquatoris per Meridianum tranſeat. Dies ideo Solares inæquales ſunt (§. 211). *Q. e. d.*

Corollarium 1.

710. Quoniam ad motus ſiderum computandos tempus æquale requiritur; ejus menſura non inepte conſtituitur Sol quidam fictus, qui motu medio Solis in Æquatore movetur.

Corollarium 2.

711. Eſt ideo differentia inter dies æquales & inæquales temporis particula, quæ durante differentia inter Aſcenſionem rectam Solis veri & locum Solis ficti ſeu locum medium veri per Meridianum tranſit.

Definitio 24.

712. *Tempus medium* eſt tempus æquale, quod appulſu Solis ficti, motu Solis veri medio in Æquatore incedentis, ad Meridianum determinatur.

Definitio 25.

713. *Tempus apparens* vel *verum* eſt tempus inæquale, quod motu Solis veri in Ecliptica incedentis determinatur.

Definitio 26.

714. *Æquatio temporis* eſt differentia inter tempus medium & apparens.

Problema 22.

715. *Dies Solares æquare; hoc eſt, tempus apparens in medium convertere & medium in apparens.*

Resolutio.

I. Si Aſcenſio recta Solis æquatur motui medio ejuſdem, Sol fictus & verus eodem tempore per Meridianum tranſeunt, ideoque tempus apparens cum medio coincidit.

II. Si Aſcenſio recta eſt major motu medio, hic ab illa ſubtrahatur & differentia in tempus Solare converſa (§. 212) ſubducatur ex apparente, ut habeatur medium, vel addatur medio, ut habeatur apparens (§. 721 & ſeqq.).

III. Si denique Aſcenſio recta minor motu medio, illa ex hoc ſubducatur & differentia in tempus Solare converſa (§. 212) addatur apparenti, ut habeatur medium, vel e medio ſubducatur, ut prodeat apparens (§. *cit.*).

Scholion 1.

716. *Hæc æquandi ratio obtinet, ſi calculus fuerit progreſſivus: ſi vero retrogradus,* h. e. *ſi tempus ante Epocham retro numeretur, contraria prorſus ratione operandum.*

Scholion 2.

717. *Dicitur autem* Æquatio *a nobis expoſita* Aſtronomica, *cui alias addidere recentiores, hoc loco prætermittendas, quia non certis, ſed ad arbitrium confictis fundamentis, judice* RICCIOLO (a) *nituntur & Eclipſibus, omnibus penſitatis, Aſtronomica magis ſatisfacit quam alia, ex falſis hypotheſibus de Solis & Lunæ motibus, ex Meridianorum differentia minus exacta & ex obſervationibus Eclipſium fallacibus manantibus, quæ contra eam afferuntur.*

Problema 23.

718. *Conſtituere Epochas ſeu Radices motus Solis medii & Apogæi.*

Resolutio.

1. Eligatur aliqua Epocha, a qua principium numerationis fieri debet, e. gr. meridies diei primæ Januarii (aut ultimæ Decembris) anni ſecularis.
2. Quæratur aliquis locus Solis verus

(a) Almag. Lib. III. C. 32. f. 179.

ad datum quodcunque tempus apparens per obſervationem (§. 203).

3. Locus verus convertatur in medium (§. 713) & tempus apparens itidem in medium (§. 715), ut habeatur aliquis locus Solis medius ad datum aliquod tempus medium.

4. Quæratur intervallum inter Epocham & tempus obſervationis medium in annis, diebus, horis atque ſcrupulis, eique competens motus medius aſſignetur (§. 672).

5. Subtrahatur is ex loco Solis medio ante invento, ut prodeat Longitudo Solis media ad Epocham, quæ tempus obſervationis præcedit; idem ad eundem addatur, ut locus Solis ad Epocham prodeat, quæ tempus obſervationis ſequitur.

6. Simili prorſus modo locus Apogæi obſervatur (§. 674 678) & ad tempus medium reductus (§. 715) Epochæ alligatur.

Scholion.

719. *Hoc artificio conſtructæ ſunt* Tabulæ Epocharum ſeu Radleum *a Recentioribus*: PTOLEMÆUS *vero*, ALPHONSUS *&* COPERNICUS *tempori apparenti Epochas affixere. Notandum vero Epochas tum alligatas eſſe Meridiano, in quo obſervationes habitæ.*

Problema 24.

720. ***Ad datum tempus locum Solis verum ſupputare.***

Resolutio.

1. Conſtituatur Epocha motus Solis medii & Apogæi (§. 718).

2. Intervallo temporis inter Epocham & tempus datum intercedenti reperiatur conveniens motus medius & motus Apogæi (§. 703).

3. Uterque loco Epochæ affixo addatur, integris circulis, ſi qui proveniunt, abjectis, ut prodeat locus Solis medius & locus Apogæi ad tempus datum.

4. Locus Apogæi a loco Solis (integro circulo, ſi illo minor ſit, aucto) ſubtrahatur, ut relinquatur Anomalia media (§. 647).

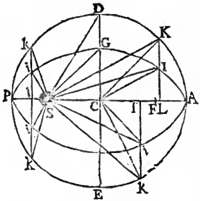
5. Anomalia media data, reperiatur coæquata (§. 697), aut Æquatio a media ab Apogæo uſque ad Perigæum ſubtrahenda, a Perigæo ad Apogæum addenda, ut habeatur coæquata.

6. Anomaliæ coæquatæ addatur locus Apogæi ſupra repertus *n.* 3: ſumma erit locus Solis verus ad datum tempus medium in Meridiano, cui Epochæ alligantur.

7. Dato loco Solis vero, quæratur ejus Aſcenſio recta (§. 204): qua data, tempus medium in apparens convertatur (§. 75) & ut ante locus Solis apparens ſupputetur, aut (quia iteratio calculi nimis moleſta foret & præter neceſſitatem repeteretur, cum in paucis ſcrupulis horariis motus verus a medio ſenſibiliter non differat) loco Solis ad tempus medium invento addatur, vel ab eodem ſubtrahatur tantundem motus medii, quantum Æquationi additivæ aut ſubtractivæ reſpondet.

Digitized by Google

Demonstratio.



Ratio totius calculi ex articulis citatis abunde patet : id unice demonſtrandum, quod Æquatio ſit ſubtrahenda in ſex prioribus Anomaliæ mediæ ſignis, addenda vero in poſterioribus. Quoniam enim centrum mediorum motuum F a centro verorum motuum S ultra C diſtare debet (§. 680); angulus IFA, vel *i*FA Anomaliæ mediæ æqualis (§. 647), ſicut ASI vel AS*i* eſt Anomaliæ coæquatæ æqualis (§. 650). Quare cum angulus IFA > ISA & *i*FA > *i*SA (§. 239 *Geom.*), Anomalia media in priore Semicirculo major coæquata, conſequenter Æquatio e media ſubtrahenda, ut relinquatur vera (§. 652). Eodem prorſus modo patet, in altero Semicirculo Anomaliam coæquatam eſſe media majorem, cum angulus PS*i* ſit major ipſo PF*i* (§. 239 *Geom.*), conſequenter Æquatio media addenda, ut prodeat coæquata (§. 652). *Q. e. d.*

Scholion 1.

721. *Non aliis præceptis opus eſt, ſi quis ex* Tabulis Aſtronomicis *locum Solis ad datum tempus computare voluerit, niſi quod in genere notandum, ſi qua accurate in Tabulis non extent, prout deſiderantur, ex. gr. ſi quis in Tabulis* PHILIPPI DE LA HIRE *quærat Æquationem ad Anomaliam mediam S. 1. 2° 25′ & in ea tantum habeatur, quæ gradibus duobus & tribus reſpondet; quærendam eſſe per regulam trium partem proportionalem, pro re nata vel addendam, vel ſubtrahendam eo prorſus modo, quo in Trigonometria in excerpendis Sinibus atque eorum Logarithmis ex* Canone *Sinuum uſi ſumus* (§. 38. Trigon.). *Ex. gr. Æquatio Anomaliæ mediæ 1 S. 2° reſpondens eſt 59′ 56″, differentia inter eam & anomaliam 1 S. 3° eſt 1′ 41″, ſeu 101″ : quodſi ergo fiat ut 60′ ad 25′, ita 101″, ad numerum quartum proportionalem 42″, erit pars proportionalis 42″ ad Æquationem 59′ 56″, addenda, ut habeatur deſiderata 1° 0′ 38″. Deinde notandum quod in omnibus iſtiuſmodi computis Aſtronomicis ſemper abjiciendi ſint integri Circuli ex additione reſultantes & Circulus unus addendus ſit, ſi quando majus e minori ſubtrahendum.*

Scholion 2.

722 *Conſultum vero videtur ut modum computandi locum Solis ex* Tabulis *Cel.* DE LA HIRE *exemplo aliquo illuſtremus. Supputandus itaque ſit locus Solis verus ad tempus apparens d. 1 Aug. A. 1712 in Meridiano Pariſienſi, ad quem Tabulæ iſtæ conſtructæ ſunt.*

A. 1700 Apog.	3 S	8°	7′	30″	
A. 10			10	15	
Jul.				35	
Apog.	3 S.	8°	18′	20″	
Rad. A. 1700	9 S.	10°	52′	17″	
Mot. med. A. 10	11	29	35	1	
Jul.	6	28	57	26	
Loc. ☉ med.	4 S.	9°	24′	44″	
Apog. ſubtr.	3	8	18	20	
Anom. med.	1 S.	1	6	24	
Æquat. ſubtr.			58	25	
Anom. coæq.	1 S.	0	8	9	
Apog. add.	3	8	18	20	
Loc. ☉ ver.	4 S.	8	26	29	
Aſc. rect.	4	10	51	57	
auferat. inde		1	3	30	(§. 715)
Aſc. corr.	4 S.	9	48	27	
Long. med. ☉	4 S.	9	24	44	

Exceſſ. Aſc.			23	43
Æquat. temp. add.			1	34
Mot. med. ☉ h. t.				4
Loc. ☉ verus	4 S.	8	26	29
Loc. ☉ verus	4 S.	8	26	33

in Merid. Pariſ. ad tempus apparens.

SCHOLION 3.

723. *Novam Tabularum formam excogitavit* Cl. GRANDJEAN (*a*), *qua calculus mire abbreviatur & Ephemeridum calculatio facillima redditur, cum non ad ſingulos dies calculus inſtaurandus ſit, quemadmodum vulgo fieri neceſſe eſt. Nimirum primam conſtrui jubet* Tabulam tranſitus ☉ per Apogæum & longitudinis Apogæi *ad annos* CHRISTI, *ut inde momentum illius tranſitus loco Epochæ excerpi poſſit una cum longitudine Apogæi. Hoc momentum ſi auferatur a tempore dato, ad quod locus Solis computandus, relinquitur tempus a tranſitu per Apogæum elapſum. Quamobrem ſecundam conſtrui porro præcipit* Tabulam veri motus Anomaliſtici in ſingulis diebus ab Apogæo, *una cum differentiis diurnis, ut inde motus longitudini Apogæi in momento tranſitus addendus excerpi & pro appendice horarum & ſcrupulorum pars proportionalis addenda reperiri poſſit, pro qua facilius invenienda addit* Tabulam *tertiam* proportionalis motus diurni Solis. *Quantum calculus hoc pacto abbrevietur, patet ex Auctoris exemplo, quod hic ſubjicere lubet. Locum Solis exhibet ad d. 12. Jul. 1732. in meridie.*

A. 1732	194 d.	0h.	0′	0″
Tranſ. ☉ per Apog.	182	21	13	54
Temp. ab Apog.	11 d.	2h.	46′	6″
Mot. anomal.	11 d.	10°	29′	21″
	2h.		4	46
	46′		1	49
	6″			0
Longit. Apog.	3 S.	8	39	37
Loc. ☉ verus	3 S.	19	15	33

Cum in Tabula extent motuum ab Apogæo differentiæ diurnæ, ſola earundem additione locus Solis ad dies ſequentes innoteſcit. Patet etiam Tabulas ſine omni hypotheſi ex ipſis obſervationibus deduci, & ea accuratione conſtrui poſſe, quæ in obſervationes loci Solis cadit.

SCHOLION 4.

724. *Quodſi locus Solis aut Planetæ cujuſcunque ad Meridianum diverſum ab eo, cui Epochæ alligatæ ſunt, ſupputandus; reductio Meridianorum inſtituenda juxta ea quæ ſuo loco inexpectanter ab his docentur.*

(*a*) In Comment. Acad. Reg. Scient. A. 1731. p. 433. & ſeqq. Edit. Pariſ.

SCHOLION 5.

725. *Quoniam Æquatio temporis in loco Solis, Lunæ ac Planetarum inferiorum computando negligi nequit, niſi ſubinde integris minutis, immo in Luna dimidio gradu & amplius aberrare velis; ideo quoque conſtrui ſolent* Tabulæ Æquationum temporis *huic uſui inſervientes: prout in Problemate ſequente docetur.*

PROBLEMA 25.

726. *Tabulas Æquationum temporis conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Conſtituatur aliquis terminus, unde Æquatio temporis initium ſumere debet, noteturque ad illum diem differentia inter Aſcenſionem rectam loci veri Solis & locum ejus medium.
2. Ad ſingulos gradus longitudinis mediæ quæratur reſpondens longitudo vera (§. 720).
3. Data longitudine Solis vera, quæratur Aſcenſio recta ipſi conveniens (§. 204) & exceſſus Aſcenſionis rectæ ſupra Solis locum medium ſupra inventus inde auferatur, vel defectus illius ab hoc ſupra inventus eidem addatur, ut habeatur Aſcenſio correcta.
4. Differentia inter Aſcenſionem correctam & locum medium Solis aſſumtum in tempus Solare convertatur: quod prodit, eſt Æquatio temporis cum titulo competente (§. 715) *Tabulæ Æquationis* inferenda.

Ex. gr. Sit Epocha, a qua ſumitur initium æquationis, dies prima Januarii A. 1700, qua aſcenſio recta veri loci Solis ſuperabat locum ejus medium 1° 3′ 30″: quæritur æquatio temporis pro illo die, quo Sol in 1° ♌ verſatur motu medio.

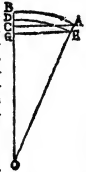
Ergo

Ergo a Long. ☉ med.	4 S.	1°		
ſubtr. Apog. locus	3 S.	8	7'	30''
erit Anom. med.		22	52	30
ſubtr. Æquatio centri			43	55
erit Anom. vera		22	8	35
Loc. Apog. add.	3 S.	8	7	30
Loc. Solis verus	4 S.	0	16	5
cui reſp. Aſcenſ. recta		122	28	10
ſubtrahatur exceſſus		1	3	30
erit Aſcenſio correcta		121	24	40
Jam locus medius Sol.		121	0	0
Exceſſ. Aſcenſ. rectæ			24'	40''
Reſpondent vero Æquatoris 24' Temp. medii		1'	36''	
40''			2''	40'''
Ergo Æquatio temporis		1'	38''	40'''
hoc eſt,		1'	39''	

quanta nimirum reperitur in *Tabula Æquationis temporis* Cel. DE LA HIRE (a).

Aliter.

Quoniam Tabulæ hac ratione conſtructæ temporariæ ſunt, quia locum Apogæi datum ad aliquod tempus ſupponunt, qui tamen fixus non eſt, ſed ſingulis annis 2 ſcrupulis primis & 2 ſecundis mutatur; ideo ab aliis duplex conditur *Tabula Æquationis temporis*, & per duarum Æquationum additionem vel ſubtractionem in uſu eruitur Æquatio tempori propoſito conveniens. Ut fundamentum utriuſque Tabulæ intelligatur, ponamus in O eſſe 0 ♈, in A locum Solis verum, in E medium, & perpendiculum ex A in Æquatorem OB demiſſum deſignare loci veri Aſcenſionem rectam C (§. 190). Fiat OD = OE & OB = OA, erit DB differentia inter locum verum & medium, ſeu Æquatio centri, & CB differentia inter locum verum & ejus Aſcenſionem rectam: CD vero utriuſque differentiæ differentia, tanquam differentia inter Aſcenſionem rectam loci veri C & locum medium D in tempus converſa dat Æquationem temporis (§. 715). Quodſi in E fuerit locus verus, in A medius, Æquationi reſpondens arcus GB eſt ſumma dictarum differentiarum GD & DB. Patet ideo *Tabulam Æquationis temporis* unam conſtrui, ſi ſingulis gradibus Anomaliæ mediæ jungatur Æquatio centri in tempus medium converſa: alteram vero, ſi ſingulis gradibus Longitudinis mediæ adſcribatur differentia inter locum verum Solis & ejus Aſcenſionem rectam in tempus converſa, notatis tamen, quæ de termino, unde Æquationis initium ſumitur, dicta ſunt.



PROBLEMA 26.

727. *Obſervare Oppoſitionem Planetarum ſuperiorum cum Sole.*

RESOLUTIO:

1. Quando ſuſpicio eſt, Planetam Soli mox oppoſitum iri, quæratur per obſervationem Aſcenſio recta Planetæ, ut ſupra Probl. 4 (§. 559), vel ex obſervata diſtantia a duabus Stellis fixis notæ Aſcenſionis (§. 227).
2. Ad momentum obſervationis ſupputetur locus Solis verus (§. 720), quæraturque ejus Aſcenſio recta (§. 204).
3. Quodſi differentia inter Aſcenſionem rectam Solis & Aſcenſionem re-

(a) Tabb. Aſtron. T. II.

rectam Planetæ fuerit 180°, oppoſitio ipſo momento obſervationis facta: quod quidem rariſſime continget.

4. Si vero differentia illa fuerit Semicirculo minor, obſervatio iteretur, donec eodem major evadat.

5. Cum ex harum obſervationum collatione innoteſcat incrementum diurnum Aſcenſionis rectæ Solis ſupra Aſcenſionem rectam Planetæ & ex obſervatione ultima conſtet differentia inter Aſcenſionem rectam Solis & Aſcenſionem rectam Planetæ ad momentum obſervationis, ſi per regulam trium quæratur tempus ad 24 horas eam rationem habens quam differentia prædicta ad incrementum prædictum, & a momento obſervationis ſubtrahatur, prodibit momentum oppoſitionis veræ.

COROLLARIUM.

728. Quoniam ♀ & ☿ interdiu juxta Solem per Tubos videri poſſunt, non abſimili modo eorum Conjunctiones cum Sole hodie obſervari poſſunt.

PROBLEMA 27.

729. *Determinare temporis intervallum, quo Planetæ ſuperiores revolutionem unam circa Solem abſolvunt.*

RESOLUTIO.

1. Aſſumantur ab initio duæ obſervationes oppoſitionum non multum a ſe invicem diſtantes, ne numerus revolutionum incertus evadat: cognito enim loco Solis ad oppoſitionum momenta, habetur quoque locus Planetæ ad eadem momenta.

2. Supputetur intervallum temporis ab una obſervatione uſque ad alteram elapſum in minimis ſcrupulis, & ex collatione locorum Planetæ in obſervationum momentis eruatur arcus, quem is dato intervallo deſcripſit.

3. Hinc inferatur, ut arcus modo repertus ad intervallum temporis inter duas obſervationes interjectum, ita 360 gradus ad tempus integræ revolutioni debitum: quod ideo, licet minus exacte, per regulam trium invenitur, cum Planeta nec in circulo, nec motu æquabili moveatur, quemadmodum ſupponitur.

4. Cognita ſaltem aliquatenus quantitate unius revolutionis, aſſumantur duæ obſervationes longa annorum ſerie diſtantes, & tempus ab una uſque ad alteram elapſum in ſcrupulis horariis accurate ſupputetur, per quantitatem unius revolutionis paulo ante repertam dividendum, ut prodeat numerus revolutionum interea peractarum.

5. Ex collatione loci Planetæ in prima oppoſitione cum loco in altera deducatur quantitas arcus ſupra integros circulos modo inventos atque his in graduum ſcrupula converſis addatur.

6. Hinc inferatur: ut hoc aggregatum ad temporis intervallum inter duas obſervationes intercedens, ita 360 gradus ad quantitatem unius revolutionis; quæ ideo per regulam trium reperitur.

E. gr. LONGOMONTANUS oppoſitionem Saturni cum Sole *Hafniæ* A. 1582 d. 21. Aug. ſt. v. h. 2. poſt mediam noctem obſervavit in ♓ $7^{\circ}\ 26'$, A. 1583 d. 3 Sept. h. 8 poſt mediam noctem in ♓ $19^{\circ}\ 50'$, A. 1611 d. 15 Aug h. 16 in $2^{\circ}\ 12'$ ♓: TYCHO vero A. 1582 d. 21 Aug. h. 2 in ♓ $7^{\circ}\ 26'$ & *Aſtronomi Alexandrini* A. 136 d. 9 Jul. h. 24 in ♑ $14^{\circ}\ 14'$. Ex his obſervationibus quantitas revolutionis ♄ circa Solem ita deducitur:

Ob-

Obſervatio I.
A°. 1582. d. 21 Aug. h. 14 - - ♓ 7° 26′
Obſervatio II.
A°. 1583. d. 3. Sept. h. 13 - - ♓ 19° 50′

Intervallum Temporis d. 377 h. 23 ſeu h. 9071
Motus eidem reſpondens 12°. 24′, ſeu 744′.

Inferatur, Ut 744′ ad h. 9071
Ita 360°. ad Temp. Revolut. d. 10973.

Obſervatio III.
A°. 1611. d. 15. Aug. h. 16 . . . ♓ 2° 12′
Int. Temp. inter I & III. d. 10586. h. 14, ſeu h. 254078
Motus eidem reſpond. 354°. 46′, ſeu 21286′.

Inferatur, Ut 21286′, ad h. 254078
Ita 360°. ad Temp. Revol. d. 10742. h. 18.

Obſervatio *Alexandrina*
A. 136. d. 9. Jul. h. 24 . . . . ♑ 14°. 14′
Obſervatio *Tychonica*
A. 1582. d. 21 Auguſt. h. 2 . . . . ♓ 7° 26′
Different. Merid. add. h. 1. 35′.

TYCHO. in Merid. Alex. h. 3. 35′.

Int. Temporis d. 528194. h. 3. 35′.
Quod diviſum per 10742, oſtendit ♄ 49
Revolutiones abſolviſſe, & ultra
Tempus iis debitum reſtare d. 1836.
Motus eidem conveniens 49 Circ. 53° 12′
ſeu 17693° 12′

Inferatur, Ut 17693° ad d. 528194.
Ita 360°. ad Tempus Rev. d. 10747 h. 4. hoc eſt, annorum Ægyptiacorum (quorum ſinguli ſunt 365 dierum) 29. d. 162. h 4.

COROLLARIUM I.

730. Quia ♀ & ☿ Soli nunquam opponuntur, Conjunctiones autem eorundem cum Sole ob defectum Teleſcopiorum a veteribus obſervari non potuerunt; ipſorum revolutiones circa Solem eodem prorſus modo reperiri nequeunt.

COROLLARIUM 2.

731. Quoniam tamen revolutiones Planetarum inferiorum circa Solem brevi temporis ſpatio abſolvuntur & in ſingulis revolutionibus binæ cum Sole conjunctiones celebrantur (§. 538); ideo obſervationes minori temporis intervallo diſſitæ in poſterum huic ſcopo ſatisfacient.

OBSERVATIO 49.

732. KEPLERUS (*a*) *invenit Periodum circa Solem*

Saturni A. 29. d. 174. h. 4. 58′. 25″. 30‴
Jovis A. 11. d. 317. h. 14. 49′. 31″. 56‴
Martis A. 1. d. 321. h. 23. 31′. 56″. 49‴

Unde motus diurnus

Saturni 2′. 0″. 36‴
Jovis 4′. 58″. 26‴
Martis 31′. 26″. 39‴

PHILIPPO DE LA HIRE *vero* (*b*) *eſt Motus diurnus*

Saturni 2′. 1″.
Jovis 4′. 59″.
Martis 31′. 27″.

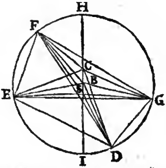
COROLLARIUM.

733. Hinc facile conſtruuntur *Tabulæ mediorum motuum* ♄ ♃ & ♂ ut ſupra (§. 673).

PROBLEMA 28.

734. *Datis quatuor Oppoſitionibus Planetæ ſuperioris in* D, E, F & G; *invenire Eccentricitatem & ſitum Lineæ Apſidum* HI.

RESOLUTIO.



KEPLERUS (*c*) hac utitur methodo, ſed indirecta. Sit Sol in S, B centrum Eccentrici, C centrum mediorum motuum. Oppoſitiones quatuor obſervatæ ſint in F, E, D & G & HI ſit linea Apſidum. Quoniam in oppoſitionibus Planetæ cum Sole Planeta ex Sole & Terra per eorundem radium videtur; erunt anguli FSE, ESD,

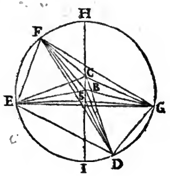
(*a*) Epit. Aſtron. Copern. Lib. VI Part. 2. p. 731.

(*b*) In Tab. Aſtron. p. 39. & ſeqq.

(*c*) In Comment. de Motibus Stellæ Martis. Part. 2. C. 16. § 94. & ſeqq.

ESD, DSG, GSF æquales differentiis locorum in oppoſitionibus F, E, D & G, ideoque vi obſervationum dantur. Porro cum detur tempus inter binas quaſcunque obſervationes intercedens, dabitur quoque medius Planetæ motus eidem reſpondens (§. 733), conſequenter Centro mediorum motuum in C exiſtente anguli FCE, ECD, DCG, GCF innoteſcunt. Sit locus Aphelii H ruditer ſaltem determinatus: qui cum vi obſervationum per aliquot annos citra metum erroris ſenſibilis in hoc negotio admittendi immotus ſupponi poſſit, ob data loca Planetæ in oppoſitionibus, dantur anguli HCF, HCE, itemque DCI & GCI. Quodſi locus Aphelii H & Perihelii I rite fuerit determinatus, neceſſe eſt ut centrum Eccentrici B ſit in linea HI inter S & C, atque quatuor oppoſitionum puncta F, E, D, G in eadem Peripheria exiſtant: id quod ita explorandum.

1. Aſſumta SC 100000 ob calculi commoditatem, in triangulo CFS ob datum angulum FCH datur contiguus FCS (§. 149 *Geom.*). Quare cum etiam detur FSH & latus SC, vi antecedentium, reperietur diſtantia Planetæ a Sole FS (§. 36 *Trig.*). Similiter ex datis in triangulo CGS angulis GCI & GSH (ob notos GSF & HSF) atque latere SC, recta SG; ex datis in triangulo CSD angulis DCI & DSC (ob DSE & DSI notos) atque latere SC, recta SD; denique ex datis in triangulo CSE



angulis ECI & ESC (ob HCE, ESF & FSH notos) atque latere SC, recta SE reperitur (§. *cit.*).
2. Ex datis in triangulis FSG, FSE, ESD & DSG angulis cognominibus, vi ſuperiorum, atque lateribus eos comprehendentibus SF, SE, SD & SG modo inventis, reperiuntur anguli GFS & FGS, EFS & FES, DES & EDS, GDS & DGS (§. 40. *Trigon.*); unde per additionem reſultant anguli EFG, FED, EDG & DGF.
3. Addantur anguli oppoſiti EFG & EDG, atque FED & FGD. Quodſi enim ſumma utraque fuerit Semicirculo æqualis ſeu 180°, erunt puncta F, E, D, G in eadem Peripheria (§. 350. *Geom.*); ſin minus, locus Aphelii H erit tantiſper vel promovendus, vel retrahendus, donec ſumma prædictorum angulorum a ſemicirculo ſeu duobus rectis ſenſibiliter non aberret.
4. Ut porro conſtet, utrum punctum B ſit

B ſit in eadem recta cum punctis C & S, medio inter C & S loco, ex datis in triangulo GSE angulo cognomini, qui ex DSG & DSE vi ſuperiorum notis componitur, & lateribus ES & SG ante inventis reperitur angulus SGE (§. 40. *Trigon.*) & latus EG (§. 36. *Trig.*).

5. Cum triangulum EBG ſit æquicrurum (§. 40. *Geom.*) & angulus cognominis ipſius EFG ex antecedentibus noti duplus (§. 313. *Geom.*), ideoque etiam angulus BEG reperiri poſſit (§. 248. *Geom.*), invenietur Radius Eccentrici BG (§. 36. *Trig.*).

6. Datis jam in triangulo BSG lateribus SG & BG antea repertis, & angulo BGS differentia inter angulos BGE & SGE ex antecedentibus notos, reperitur tandem angulus BSG, qui ſi fuerit æqualis angulo HSG, ex ſtabilito Aphelio in H & oppoſitione in G obſervata noto, erit punctum B in recta HI & locus Aphelii in H rite conſtitutus. Sin minus, locus Aphelii erit promovendus, vel retrahendus, donec & anguli EFG atque EDG fuerint duobus rectis æquales, & angulus BSG idem per calculum reperiatur, qui ex ſtatuto Aphelio in H reſultat.

7. Loco Aphelii tandem reperto, ex datis in triangulo BDS Radio Eccentrici BD 10000, latere SD ſupra invento atque angulo BSD ex contiguo DSI noto (§. 149. *Geom.*), invenitur Eccentricitas BS (§. 40. 36. *Trigon.*).

SCHOLION 1.

735. *Non diffitetur* KEPLERUS (*a*), *Methodum hanc eſſe & valde laborioſam, & minus Geometricam; maluit tamen eadem uti, quam vel alias minus accuratas adhibere, vel Hypotheſes veris motuum Legibus & cauſis Phyſicis adverſas (qualis eſt illa* WARDI *Centrum mediorum motuum in Foco altero Orbitæ ſtatuens) admittere. Exemplum in Marte affert* KEPLERUS, *ſed prolixius, quam ut huc tranſcribi poſſit.*

COROLLARIUM 1.

736. Cum per hanc Methodum, qua locum Aphelii H & Eccentricitatem BS inveſtigare docuimus, una conſtet locus Planetarum medius in oppoſitione qualibet; poterunt inde *Tabulæ Radicum mediorum motuum ac Apheliorum* ♄, ♃ & ♂, perinde ac ſupra ☉, (§. 718.) conſtrui.

COROLLARIUM 2.

737. Si locus Aphelii ex obſervationibus antiquis deductus conferatur cum loco ejuſdem ex recentioribus derivato, motus Aphelii annuus determinabitur ut ſupra (§. 702.) & inde *Tabulæ motuum Aphelii* condentur.

SCHOLION 2.

738. *Quoniam Aſtronomus celeberrimus* HALLEIUS (*b*) *Methodum dedit Geometricam in Orbitis Ellipticis, iiſque* Keplerianis, *inveſtigandi poſitionem Lineæ Apſidum atque Eccentricitatem Solis atque Planetarum primariorum; noſtrum eſt, ut eam noſtro more explicemus. Quoniam vero ſupponit cognitam Opticam inæqualitatem, quam motus Terræ annuus per Eclipticam Planetis inducit, de ea nobis agendum, antequam illam exponamus.*

OBSERVATIO 50.

739. *Vi obſervationum ſtatuunt ad A. 1700. locum Aphelii.*

	KEPLERUS	DE LA HIRE
Saturni, in ♐	28°. 3′ 44″	29°. 14′. 41″
Jovis, in ♎	8. 20. 40	10. 17. 14
Martis, in ♍	0. 51. 29	0. 35. 25

Motum Aphelii annuum ſtatuunt.

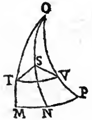
Saturni	1′ 10″	1′ 22″
Jovis	0 47	1 34
Martis	1 7	1 7

(*a*) Loc. cit. f. 95.
(*b*) In Tranſact. Anglic. num. 128. p. 683.

PROBLEMA 29.

740. *Digreſſiones Veneris & Mercurii maximas a Sole obſervare.*

RESOLUTIO.



1. Cum in maxima digreſſione a Sole ♀ & ☿ appareant biſecti, ope Tubi exploretur utcunque dies quo digreſſio maxima contingit.
2. Quando ſuſpicio eſt, Planetam in maxima digreſſione mox conſpectum iri, per aliquot dies obſervetur diſtantia Planetæ TV & SV a duabus Stellis fixis S & T notæ Latitudinis TM & SN & Longitudinis M atque N.
3. Quoniam in Triangulo TOS dantur latera TO & SO, Latitudinum TM & SN datarum complementa ad quadrantem (§. 240), & angulus MON, cujus menſura eſt differentia longitudinum datarum MN (§. 33. *Sphæric.*); reperietur diſtantia Stellarum ST (§. 163. *Sphæric.*) & angulus OTS (§. 165. *Sphæric.*).
4. Datis in Triangulo TSV tribus lateribus TS, SV & TV, reperietur angulus STV (§. 168. *Sphæric.*), quo alteri OTS addito, prodit angulus OTV.
5. Datis jam in Triangulo OTV præter angulum cognominem OTV lateribus OT & TV, invenietur latus OV (§. 163. *Sphæric.*), Latitudinis Planetæ PV complementum ad quadrantem (§. 240), & angulus TOV (§. 165. *Sphæric.*), cujus menſura MP eſt differentia longitudinum Planetæ V & Stellæ T. Hæc ideo illi addita efficit longitudinem Planetæ.
6. Ad datum momentum obſervationis ſupputetur locus Solis medius (§. 672), qui cum longitudine Planetæ collatus digreſſionem ejus a loco Solis medio patefacit.
7. Quodſi adeo obſervationes continuentur, donec digreſſiones, quæ antea creverant, denuo decreſcant, digreſſio maxima innoteſcet & tempus digreſſionis maximæ elicietur, ut ſupra momentum oppoſitionis Planetarum ſuperiorum cum Sole (§. 727.

SCHOLION 1.

741. *Me non monente apparet, aliorum quoque Siderum ac Phænomenorum latitudines & longitudines eodem modo haberi poſſe, quo Veneris & Mercurii per obſervationem eruere docuimus. Et cum hodie Venus & Mercurius beneficio Teleſcopii interdiu obſervari poſſint; eorundem quoque longitudo eodem modo haberi poteſt, quo ſupra* (§. 559) *Planetæ longitudinem & latitudinem obſervare docuimus.*

SCHOLION 2.

742. *Quoniam Veteribus nec locus Solis, nec fixarum loca ſatis exacte fuere cognita; ideo* RICCIOLUS (*a*) *eorundem obſervationes ex motibus Solis & locis fixarum nunc accuratius cognitis emendat.*

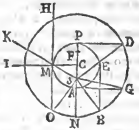
PROBLEMA 30.

743. *Invenire locum Aphelii Veneris & Mercurii, ſeu ſitum Lineæ Apſidum AP determinare.*

RE-

(*a*) Aſtron. Reform. Lib. VIII. f. 129. & ſeqq.

RESOLUTIO.



1. Obſerventur plures digreſſiones maximæ (§. 740), donec duæ M & E, Sole in S poſito, inveniantur æquales, quarum una ſit matutina ex Tellure in O conſtituta obſervata, altera veſpertina ex B viſa.
2. Intervallum inter utramque digreſſionem interjectum dividatur bifariam; erit AP recta per Solem S tranſiens (§. 637) Linea Apſidum.
3. Comparentur inter ſe digreſſiones circa A & P factæ; ubi enim digreſſiones circa A deprehenderis minores, quam circa P, evidens erit, in A eſſe Perihelium, in P vero Aphelium (§. 635. 636).

SCHOLION.

744. *Negari non poteſt, hanc Methodum lubricam admodum eſſe, ita ut facile vel integro Signo aberrare poſſit, ob defectum obſervationum ſatis accuratarum, brevique ſatis intervallo temporis diſſitarum, cum Aphelium ab una obſervatione ad alteram immotum, Terræque a Sole diſtantia in utraque obſervatione eadem ſupponatur. Uſi tamen eadem ſunt Aſtronomi, quia non aliunde quam ex digreſſionibus maximis locum Aphelii eliciere licuit. Idem tamen Problema, quemadmodum ante monuimus (§. 738), accuratius in Orbitis Ellipticis* Keplerianis *ſolvere docebimus. Intereſt autem rerum Aſtronomicarum ſtudioſa antiquas etiam cognitas habere methodos, tum ut conſtet, quantum obſervationibus veterum ſit fidendum, tum ut eas corrigere poſſis, antequam iiſdem utaris ex inventis recentiorum.*

OBSERVATIO 51.

745. *Aphelium conſtituunt ad A. 1700*

	ſtil. vet.	*ſtil. nov.*
	KEPLERUS (*a*)	DE LA HIRE (*b*)
Veneris	♒ 3° 24′ 27″	♒ 6° 56′ 10″
Mercurii	♐ 15° 44′ 29″	♐ 13 3 40

COROLLARIUM.

746. Si loca Aphelii olim obſervata cum locis recentioribus conferas, innoteſcit inde ut ſupra Aphelii motus & *Tabulæ motuum Aphelii* conſtruentur (§. 702).

OBSERVATIO 52.

747. *Motum annuum Aphelii ſtatuunt*

	KEPLERUS	DE LA HIRE
Veneris	1′. 18″.	1′. 26″
Mercurii.	1′. 45″.	1′. 39″

SCHOLION.

748. *Neminem puto offendet, quod in numerum obſervationum nonnulla referamus, quæ ex obſervationibus deducta ſunt, ne Titulorum numerus multiplicandus eſſet.*

PROBLEMA 31.

749. *Invenire Eccentricitatem Planetarum inferiorum* SC.

RESOLUTIO.

1. Ex pluribus obſervationibus digreſſionum maximarum maxima cum cura peractis (§. 740) ſeligantur duæ, quarum altera facta in Perihelio Planetæ A, altera in Aphelio ejuſdem P.
2. Ad tempus utriuſque obſervationis inveniatur intervallum Telluris a Sole SG & SD (§. 685).
3. Cum anguli ad A & P ſint recti, & præterea in Triangulo SAG detur an-

(*a*) In Rudolphinis f. 66. 72.
(*b*) In Tab. Aſtron. p. 65. 71.

angulus G, ſub quo Digreſſio maxima in Perihelio videtur, & intervallum SG; in altero autem SPD angulus D, ſub quo digreſſio maxima in Aphelio apparet, & intervallum SD; reperietur ibi AS, hic PS (*§.* 36 *Trigon.*).

4. Quoniam PF diſtantia Foci F a P æqualis eſt ipſi SA (*§.* 633 *Aſtron.* & *§.* 427 *Analyſ. finit.*); ſubducta AS ex PS, relinquetur diſtantia Focorum FS, quæ biſecta in C dat Eccentricitatem SC (§. 638) in iſtiuſmodi particulis, qualium Radius Eccentrici Telluris eſt 100000. Unde

5. Per Regulam trium facile invenitur in iſtiuſmodi partibus, qualium Radius Eccentrici Planetæ inferioris AC eſt 100000. Si enim ſummam ex AS & SP bifariam dividas, prodibit Radius Eccentrici Planetæ AC in iſtiuſmodi particulis, quarum Semidiameter Orbitæ Telluris eſt 100000.

Observatio 53.

750. Keplerus (*a*) *conſtituit Eccentricitatem*

☿	♀	♁	♂	♃	♄
21000,	694,	1800,	9263,	4822,	5700

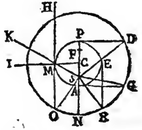
partium qualium Semidiameter Eccentrici uniuſcujuſque eſt 100000.

Problema 32.

751. *Determinare tempus Revolutionis Planetarum inferiorum circa Solem.*

Resolutio.

Cum noſtro tempore conjunctiones eorum cum Sole obſervari poſſint per Teleſcopia; inde facile innoteſcit tempus integræ revolutionis, ſi notetur, quodnam elapſum fuerit ab una conjunctione uſque ad alteram, Planeta in utraque vel ſupra, vel infra Solem conſtituto. Quare ſi veteres obſervationes proſtarent, ex collatione recentiorum cum antiquis accuratius idem determinaretur, ut ſupra in Planetis ſuperioribus (§. 729). Enimvero quamdiu obſervationes conjunctionum deficiunt, ita procedendum.



1. Si Planeta M fuerit in digreſſione maxima a Sole, Radius Eccentrici MC eſt ad lineam viſivam OH perpendicularis, ideoque dato per obſervationem loco Planetæ H, datur etiam Punctum I, quadrantis intervallo ab eo remotum, cumque locus Perihelii N notus ſit (§. 746), arcus quoque IN, conſequenter angulus MCS datur. Quare cum etiam Radius Eccentrici CM & Eccentricitas CS dentur, reperietur angulus CMS (*§.* 38 *Trigon.*), cui arcus IK æqualis eſt, ob immenſam nempe Eclipticæ ab Orbita Planetæ diſtantiam. Quodſi ergo IK ex arcu IH ſub-

(*a*) Epitom. Aſtron. Lib. VI. p. 712. 765.

ſubtrahas, relinquetur locus Planetæ K ex Sole S viſus.

2. Quodſi hac ratione, in duabus maximis a Sole digreſſionibus magno intervallo Annorum diſtantibus, quærantur loca Planetæ ex Sole viſi; tempus uni Revolutioni circa Solem debitum elicietur ut ſupra (§. 729).

Observatio 54.

752. Keplerus (*a*) *tribuit Revolutioni circa Solem*

Veneris. d. 224. h. 17. 44′. 55″. 14‴.
Mercurii. d. 87. h. 23. 14′. 24″.

Motum diurnum concedit. (*b*)

Veneri. . . . . . . 1°. 36′. 8″.
Mercurio. . . . . 4°. 5′. 32″.

De la Hire *vero eundem motum renuit* (*c*).

Corollarium 1.

753. Deto motu Pieneterum inferiorum diurno, *Tabule mediorum motuum* cooſtruuntur ut ſupre (§. 673).

Corollarium 2.

754. Cognito vero loco medio uno ed momentum alicujus Digreſſionis maximæ (§. 751); *Tabulas* quoque *Epocharum ſeu Radicum* condere ulterius licet (§. 718).

Definitio 27.

755. *Locus Eccentricus in Orbita* eſt locus Planetæ, in quo ex Sole videtur. Vocatur etiam *Locus Centricus*.

Corollarium.

756. Quoniam data Eccentricitate una, cum loco & motu Apheiii motuque Planetæ medio, ſupputeri poteſt iocus Telluris ex Soie viſus (§. 720), motus autem Plenetæ primarii cujuſcunque, Oculo in Sole poſito, eodem modo apperet, quo motus Telluris (§. 633); evidens eſt, Plenetæ locum Ecceotricum eodem modo ſupputari, quo ſupra locum Solis ſupputare docuimus, & Tabulas ad eum ſupputandum iiſdem artificiis conſtrui, quæ ſupra (§. 684. & ſeqq. vel §. 703) expoſita ſunt.

Definitio 28.

757. *Locus ad Eclipticam reductus*, ſeu *locus Eccentricus in Ecliptica* eſt Punctum Eclipticæ, ad quod Planeta e Sole viſus refertur. Coincidit cum Longitudine Planetæ e Sole viſa, vocaturque *locus Heliocentricus*.

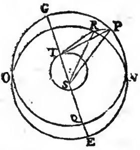
Definitio 29.

758. *Locus Geocentricus* eſt punctum Eclipticæ, ad quod Planeta ex Tellure viſus refertur.

Scholion.

759. *Sit* NEOR *Ecliptica*, NPOQ *Orbita Planeta, Sol in* S, *Terra in* T, *Planeta in* P; *recta* SP *deſignabit locum Eccentricum in Orbita*, RS *locum ad Eclipticam reductum ſeu Heliocentricum*, TR *vero locum Geocentricum*.

Definitio 30.



760. *Angulus commutationis* ESR eſt differentia inter locum verum Solis E ex Terra T viſi & locum Planetæ ad Eclipticam reductum R.

Corollarium.

761. Invenitur ideo, loco Solis vero E e loco Heliocentrico Planetæ R ſublato, vel contra.

(*a*) In Epitom, Aſtron. Lib. VI. Part. 5. p. 760.
(*b*) In Rudolphinis f. 66. 72.
(*c*) In Tab. Aſtron. p. 65. 71.

De-

Definitio 31.

762. ***Angulus elongationis*** ſeu ***angulus ad Terram*** ETR eſt differentia inter locum verum Solis E & locum Geocentricum Planetæ R.

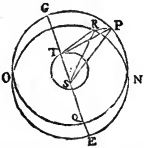
Definitio 32.

763. ***Parallaxis Orbis*** eſt differentia inter angulum commutationis RSE & angulum elongationis RTE.

Corollarium.

764. Eſt ideo angulus SRT, quem intercipiunt rectæ ex Terra T & Sole S in locum R ad Eclipticam reductum ductæ.

Definitio 33.



765. ***Nodi*** ſunt puncta interſectionum N & O Eclipticæ & Orbitæ Planetæ. ***Nodus aſcendens*** eſt punctum N, a quo Planeta ultra Eclipticam verſus Polum Borealem excurrit. ***Nodus deſcendens*** eſt punctum O, unde Planeta infra Eclipticam verſus Polum Auſtralem deſcendit. Aſcendens dicitur etiam *Nodus Borealis*; deſcendens ***Auſtralis***.

Scholion.

766 ***Nodus aſcendens exprimitur per hoc ſignum ☊; deſcendens vero per illud ☋.***

Definitio 34.

767. ***Inclinatio*** eſt angulus ad Solem RSP, ſub quo diſtantia Planetæ P ab Ecliptica PR ex Sole videtur.

Definitio 35.

768. ***Latitudo*** eſt angulus ad Terram PTR, ſub quo diſtantia Planetæ ab Ecliptica PR ex Terra videtur.

Definitio 36.

769. ***Argumentum Latitudinis*** eſt diſtantia loci Eccentrici in Orbita a Nodo aſcendente NP.

Definitio 37.

770. ***Reductio ad Eclipticam*** eſt differentia inter Argumentum Latitudinis NP & arcum eclipticæ NR inter locum Planetæ reductum R & Nodum N interceptum.

Definitio 38.

771. ***Diſtantia curtata*** eſt diſtantia loci Planetæ ad Eclipticam reducti a Sole SR.

Definitio 39.

772. ***Curtatio*** eſt differentia inter diſtantiam Planetæ a Sole PS & diſtantiam curtatam SR.

Definitio 40.

773. ***Inæqualitas prima*** eſt inæqualitas motus Planetæ ex Sole viſi orta ex Orbitæ Eccentricitate.

Scholion.

774. ***Eam ideo in antecedentibus jam explicavimus: unde etiam patet; accedere ipſi partem quandam Phyſicam ab inæquabili in Orbita inceſſu (§. 633). Coincidit nempe cum Æquatione Orbis.***

De-

DEFINITIO 41.

775. *Inæqualitas ſecunda* eſt inæqualitas motus Planetæ ex Terra viſi, orta ex motu Telluris annuo circa Solem.

SCHOLION.

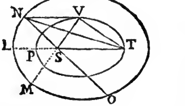
776. *Hac tota optica eſt & nunc explicanda. Eſt nempe illa ipſa, quam ſupra* Parallaxin Orbis *diximus* (§. 763).

PROBLEMA 33.

777. *Nodos Planetæ obſervare.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur per aliquod tempus longitudo & latitudo Planetæ (§. 559. 740), cumque latitudo valde decreſcere deprehenditur, maxima cum cura continuetur, donec nulla evadat. Quando enim latitudine caret, in nodo eſt.
2. Supputetur ad datum tempus, quo Planeta ex tellure T in nodo N obſervatur, Solis locus verus L (§. 720); differentia inter locum Planetæ & Solis erit angulus NTL.



3. Obſervetur quoque momentum temporis, quando Planeta a nodo N digreſſus ad eundem redit (*n.* 1.) & ſupputetur ad idem quoque locus Solis M tunc temporis ex tellure in V viſi; erit differentia utriuſque loci angulus NVM.
4. Et cum differentia locorum Solis L & M manifeſtet angulum LSM, cui verticalis TSV æqualis eſt (§. 156. *Geom.*); quærantur porro ad utrumque obſervationis momentum intervalla ſeu diſtantiæ Solis a Terra TS & SV (§. 685) & hinc porro
5. Ex datis in △ TSV duobus lateribus TS & SV cum angulo intercepto TSV, inveſtigentur STV & SVT (§. 40. *Trigon.*) cum latere tertio TV (§. 36. *Trigon.*)
6. Angulus NTS (*num.* 2.) ab STV ſubtrahatur, ut relinquatur angulus NTV, & angulus SVT ad angulum NVS (*num.* 3.) addatur, ut prodeat angulus NVT.
7. Datis jam in △ NVT angulis omnibus (§. 245. *Geom.*), una cum latere TV (*num.* 5.), inveniatur diſtantia Planetæ a Terra in prima obſervatione TN (§. 36. *Trigon.*).
8. Tandem in △ NST datis duobus lateribus TS (*num.* 4.) & TN (*n.* 7.), una cum angulo intercepto NTS (*num.* 2), inveniatur angulus TSN (§. 40. *Trigon.*) & diſtantia nodi a Sole NS (§. 36. *Trigon.*)
9. Quare cum ad momentum primæ obſervationis detur locus Solis e Terra viſus L (*num.* 2), ideoque & locus Telluris T e Sole viſus (§. 572); locus quoque nodi N e Sole viſus innoteſcit, cui ſi addantur 180, prodibit locus nodi alterius O.

COROLLARIUM 1.

778. Ex collatione obſervationum recentiorum cum antiquis innoteſcit, nodos omnium Planetarum moveri in conſequentia & ut ſupra mo-

motus Apogæi Solis (§. 702), motus nodorum determinatur.

COROLLARIUM 2.

779. His vero datis facile conſtruuntur *Tabula tam radicum*, *quam motus nodorum aſcendentium* Planetarum primariorum (§. 718).

OBSERVATIO 55.

780. *Locus nodi aſcendentis*, *anni* 1700.

	ſtil. vet.				*ſtil. novo.*		
juxta KEPLERUM,					DE LA HIRE		
Saturni	♋ 22°	49′	4″		21°	56′	29″
Jovis	♋ 5	31	47		7	11	44
Martis	♉ 17	50	46		17	25	20
Veneris	♊ 14	19	5		13	54	19
Mercurii	♉ 14	47	26		14	53	14
Motus annuus nodi aſcendentis.							
Saturni	1′	12″			1′	12″	
Jovis	0	4			0	14	
Martis	0	40			0	37	
Veneris	0	47			0	46	
Mercurii	1	25			1	25	

SCHOLION.

781. *Quoniam motus nodorum admodum tardus eſt* (§. 780); *ideo patet*, *quod in determinando loco nodorum tuto negligatur & citra errorem ſenſibilem ſupponatur*, *nodum intra revolutionem unam locum non mutaſſe*.

COROLLARIUM.

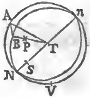
782. Quoniam motus nodorum adeo tardus eſt, ut in una revolutione pro immotis haberi poſſint; revolutio una abſolvitur in orbita, dum ab eodem nodo digreſſus Planeta ad eundem redit. Quamobrem ſi bis in eodem nodo obſervetur, tempus inter binas obſervationes ſeſe immediate excipientes interceptum eſt revolutionis uniusquantitas, accuratius adeo per obſervationes Planetæ in nodo, quam per oppoſitiones determinanda in ſuperioribus (§. 729) & quam per digreſſiones maximas in inferioribus (§. 751).

PROBLEMA 34.

783. *Inclinationem Planetæ maximam*, *ſeu angulum*, *quem orbita Planetæ cum ecliptica efficit obſervare*.

RESOLUTIO.

1. Data theoria Solis una cum loco & motu nodorum, inveniri poteſt tempus, quo Sol S ex Terra T in nodo N videtur.
2. Eodem tempore obſervetur longitudo AV & latitudo AB Planetæ P (§. 559. 741).



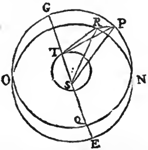
3. Longitudo Solis VN a longitudine Planetæ AV ſubtrahatur, relinquitur arcus NA.
4. Datis in triangulo ſphærico ANB ad A rectangulo, latitudine AB & latere AN invenitur angulus ANB (§. 126. *Sphæric.*).

OBSERVATIO 56.

784. *Inclinatio maxima*, *juxta*

	KEPLERUM,			DE LA HIRE.		
Saturni	2°	32′		2°	33′	30″
Jovis	1	20		1	19	20
Martis	1	50	30″	1	51	
Veneris	3	22		3	23	5
Mercurii	6	54		6	52	

COROLLARIUM.



785. Datis inclinatione maxima N & Argumento latitudinis NP invenitur inclinatio PR, ut

ut ſupra declinatio, (§. 198) & hoc modo *Tabulæ inclinationum* conſtruuntur.

Problema 35.

786. *Dato angulo inclinationis* PNR *& argumento latitudinis* NP; *invenire reductionem.*

Resolutio.

1. Quæratur arcus NR (§. 128. *Sphæric.*).
2. Subtrahantur a ſe invicem NR & NP: reſiduum eſt reductio (§. 770).

Corollarium.

787. Patet ergo modus conſtruendi *Tabulas reductionum.*

Scholion.

788. *Exemplum non addimus, quia Problema coincidit cum Probl. 5. Partis 1.* (§. 203).

Problema 36.

789. *Dato intervallo* PS, *una cum inclinatione* PSR; *invenire diſtantiam curtatam* SR.

Resolutio.

Intelligatur ex loco Planetæ P ad planum eclipticæ demiſſa perpendicularis PR, in triangulo ideo RSP ad R rectangulo datur angulus PSR & latus PS; invenitur ideo RS (§. 36. *Trigon.*), inferendo nempe: Ut ſinus totus ſeu radius circuli eccentrici ad intervallum PS, ita coſinus inclinationis RPS ad diſtantiam curtatam RS.

Corollarium.

790. Quoniam differentia inter intervallum PS & diſtantiam curtatam RS eſt Curtatio (§. 772); patet jam modus conſtruendi *Tabulas Curtationum.*

Scholion.

791. *Quia inclinationis, reductionis & curtationis quantitas ab Argumento latitudinis pendet, ideoque ſingulæ Tabulæ ad Argumenti latitudinis ſingulos gradus conſtruuntur; ideo* KEPLERUS *in* Rudolphinis *Tabulas inclinationis, reductionis & curtationis in unam contraxit, cui nomen* Tabulæ Latitudinariæ *indidit.*

Problema 37.

792. *Datis angulo commutationis* ESR, (vid. Fig. §. 785.) *diſtantia Solis a Terra* TS, *& diſtantia Planetæ curtata* SR; *invenire angulum elongationis* RTS, *parallaxin orbis* SRT *& diſtantiam Planetæ a Terra* TR.

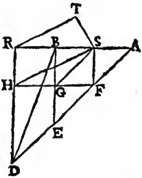
Resolutio.

Datis in triangulo SRT duobus lateribus RS & ST cum angulo comprehenſo RST, invenitur angulus RTS inferendo:

1. Ut ST ad RS (vel in Planetis inferioribus ut RS ad ST, quia tum RS $<$ ST), ita ſinus totus ad tangentem anguli alicujus, qui quadraginta quinque gradibus mulctatus vocetur A.
2. Ut tangens quadraginta quinque ad tangentem anguli A modo inventi, ita tangens ſemiſummæ angulorum R & T ad tangentem ſemidifferentiæ eorundem: quæ in ſuperioribus Planetis ſemiſummæ angulorum R & T addatur, in inferioribus dematur, ut habeatur angulus ad terram RTS.

Hoc autem dato, invenitur ulterius RST (§. 245. *Geom.*) & RT (§. 36. *Trigon.*).

DEMONSTRATIO.



Fiat SA = ST = SB & erigatur RD = RA ad RA perpendicularis, ducanturque SF & BE ipſi RD parallelæ; erit ob AR = RD etiam FS = SA & HF ipſi RA parallela = RS (§. 268. *Geom.*), angulique RDA & RAD ſemirecti (§. 241. *Geom.*) atque BF = FA (§. 179. *Geom.*). Quare cum ſit SF : FA = HF : FD (§. 267. *Geom.*); erit etiam SF : FB = HF : FD (§. 168. *Arithm.*) & hinc SF : HF = FB : FD (§. 173. *Arithm.*). Eſt ergo ut SF ſive TS ad HF ſive RS, ita ſinus totus ad tangentem anguli DBF (§. 40. *Trigon.*). Sed ob parallelas BG & FS (§. 256. *Geom.*) GBF ſemirecto BFS æqualis (§. 233. *Geom.*): ergo angulus DBE hoc eſt RDB (§. *cit.*) relinquitur, ſi ex DBF per illationem primam problematis invento ſubtrahitur ſemirectus EBF. Quoniam itaque ut RA ad RB, hoc eſt ut ſumma laterum TS & RS ad differentiam eorundem RB, ita tangens ſemirecti RDA ad tangentem reſidui anguli RDB (§. 7. *Trigon.*); erit etiam ut tangens ſemirecti ad tangentem illius reſidui, ita tangens ſemiſummæ angulorum quæſitorum TRS & RTS ad tangentem ſemidifferentiæ eorundem (§. 40. *Trigon.*). *Q. e. d.*

SCHOLION.

793. *Exemplum mox dabimus in loco ♃ ſupputando, quo & præſens & reliqua ipſi agnata Problemata illuſtrabuntur.*

LEMMA 4.

794. *Tangentes duorum angulorum ſunt in ratione reciproca cotangentium eorundem.*

DEMONSTRATIO.

Sint duo anguli A & B. Erit ut tangens anguli A ad ſinum totum, ita ſinus totus ad cotangentem anguli A; & ſimiliter, ut tangens anguli B ad ſinum totum, ita ſinus totus ad cotangentem anguli B (§. 104. *Trigon. Sphær.*). Quamobrem cum etiam ſit ut ſinus totus ad tangentem anguli B, ita cotangens ejuſdem anguli B ad ſinum totum (§. 173. *Arithm.*); erit ut tangens anguli A ad tangentem anguli B, ita cotangens anguli B ad cotangentem anguli A (§. 198. *Arithm.*). *Q. e. d.*

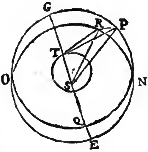
PROBLEMA 38.

795. *Datis angulis inclinationis* RSP, *elongationis* STR *& commutationis* ESR; *invenire latitudinem Planetæ* PTR. (vid. Fig. pag. ſeq.)

RESOLUTIO.

Fiat: Ut ſinus anguli elongationis RTS ad ſinum anguli commutationis RSE vel RST, ita cotangens inclinatio-

nationis RSP ad cotangentem latitudinis PTR.



Vel:

Inferatur: Ut ſinus anguli commutationis RSE vel RST ad ſinum anguli elongationis RTS, ita tangens inclinationis RSP ad tangentem latitudinis RTP.

DEMONSTRATIO.

Ut SR ad TR, ita cotangens RSP ad cotangentem RTP (§. 213. *Optic.* & §. 178. *Aritbm.*). Eſt vero SR ad TR, ut ſinus RTS ad ſinum RST (§. 33. *Trigon.*): ergo ſinus RTS ad ſinum RST, ut cotangens RSP ad cotangentem RTP (§. 167. *Aritbm.*). *Quod erat unum.*

Eſt vero, ut cotangens RSP ad cotangentem RTP, ita tangens RTP ad tangentem RSP (§. 794). Quare cum ſit ſinus RTS ad ſinum RST, ut tangens RTP ad tangentem RSP (§. 167. *Aritbm.*); erit etiam ſinus RST ad ſinum RTS, ut tangens RSP ad tangentem RTP (§. 169. *Aritbm.*). *Quod erat alterum.*

Aliter.

1. Quæratur diſtantia Planetæ a terra TR (§. 792) & diſtantia curtata SR (§. 789).
2. Quoniam anguli RSP & RTP ſunt exigui, fiat TR : RS = RSP : RTP (§. 212. *Optic.*).

COROLLARIUM 1.

796. Datis angulis SRT & RTS, datur ratio diſtantiæ Terræ a Sole TS ad diſtantiam Planetæ ab eodem RS (§. 33. *Trigon.*): & hoc modo repertum, poſita diſtantia Terræ a Sole 10, eſſe diſtantiam ☿ a ☉ 4, ♀ 7, ♂ 15, ♃ 52, ♄ 95 (*a*).

COROLLARIUM 2.

797. Data ratione Semidiametri Eccentrici Planetæ ad Semidiametrum Eccentrici Telluris (§. 795) & eccentricitate orbitæ planetariæ in particulis 100000 Semidiametri eccentrici (§. 734. 749); invenitur quoque eccentricitas planetæ in particulis 100000 Semidiametri eccentrici telluris.

SCHOLION.

798. *En ope horum Corollariorum deductas planetarum a Sole diſtantias & orbitarum eccentricitates in particulis, qualium ſemidiameter eccentrici telluris eſt* 100000, *ſuppoſitis eccentricitatibus* KEPLERIANIS *ſupra commemoratis* (§. 750).

	Diſt. maxima	media	minima	Eccentr.
♄	1005027	951000	896793	54207
♃	544708	519650	494592	25058
♂	166465	152350	138235	14115
♁	101800	100000	98400	1800
♀	72900	72200	71900	500
☿	46955	38806	30657	8419

THEOREMA 33.

799. *Quadrata temporum periodicorum Saturni, Jovis, Martis, Veneris, Terræ & Mercurii circa Solem ſunt in ratione triplicata diſtantiarum a Sole:*

DEMONSTRATIO.

Periodus ♄ eſt fere annorum 30; pe-

(*a*) Gregorius Aſtronom. Phyſ. & Geom. lib. 1. prop. 1. ſol. 2.

periodus ♃ 12 (§. 31. 32) : diſtantiæ veræ eorundem a Sole ſunt ut 95 ad 52 (§. 796). Quadrata temporum periodicorum 900 & 144 ſunt fere in ratione ſextupla : cubi diſtantiarum 857375 & 140608 in eadem quam proxime exiſtunt. Sunt ergo quadrata temporum periodicorum ♄ & ♃ in ratione triplicata diſtantiarum a Sole (§. 259. *Arithm.*). Periodus Telluris eſt unius anni, ♄ vero 30, diſtantia illius ad diſtantiam hujus ut 2 ad 19 (§. 796) : quadrata temporum periodicorum 1 & 900 ſunt fere ut cubi diſtantiarum a Sole 8 & 6859. Quodſi periodos accuratius definias, etiam proportio illa accuratior obtinebitur. Idemque eodem modo oſtenditur de Planetis reliquis. *Q. e. d.*

SCHOLION 1.

800. *Periodos planetarum circa Solem reſpectu fixarum eum in finem in diebus & partibus earum decimalibus, retentis diſtantiis mediis* KEPLERIANIS *modo exhibitis* (§. 798) *ita definit* NEWTONUS (*a*).

Planetæ	Periodi circa Solem	horæ & ſcrup.		
♄	10759 . 275	6 h.	36′	26″
♃	4332 . 514	12	20	25
♂	686 . 9785	23	27	30
♁	365 . 2565	6	9	30
♀	224 . 6176	16	49	24
☿	87 . 9692	23	15	53

Adjecimus horas & ſcrupula partibus decimalibus diei reſpondentia.

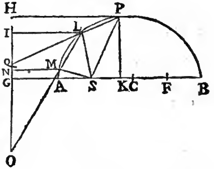
SCHOLION 2.

801. *Elegans hoc Theorema invenit* KEPLERUS *& vir ſummus* NEWTONUS (*b*) *demonſtravit, corporibus in ellipſi gyrantibus vi centripeta ad focum alterum tendente, ita ut radius vector verrat areas temporibus æquales (qualem motum* KEPLERUS *planetis primariis circa Solem tribuit* (§. 633. 799), *convenire iſtam proportionem. Enimvero, quemadmodum* BERNOULLIUS *primus demonſtravit* (*c*); *admiſſa illa proportione planetæ in nulla alia quam elliptica orbita incedere poſſunt* (§. 670 Mech.). *De figura itaque orbitarum elliptica & lege, qua in ea incidunt juxta* KEPLERUM, *vix amplius dubitandum. Ipſe ſane Cel.* DE LA HIRE (*d*) *non infitiatur, figuram ellipticam non multum abeſſe ab orbita vera planetarum.*

SCHOLION 3.

802. *Reſtat ut adhuc doceamur, quomodo eccentricitas tam Solis, quam planetarum ſuperiorum & inferiorum in orbitis ellipticis ſalvis veris motuum legibus inveniatur: quem in finem præmittimus.*

LEMMA 5.



803. *Si in ellipſi* APB *ex foco alterutro* S *ducatur ad punctum quodcunque Peripheriæ* P *recta* SP, *& producto axe* AB *in* G, *donec ſit diſtantia foci a vertice* AS *ad* AG, *ut diſtantia focorum* SF *ad axem* AB, *ex puncto* P *ducatur* PH *ipſi* GB *parallela, perpendiculari* HG *in* G *excitatæ occurrens in* H; *erit* PH *ad* PS *ut axis* AB *ad diſtantiam focorum* SF.

DE-

(*a*) In Princip. Philoſ. Natur. Mathemat. pag. 393. edit. ult.
(*b*) Princip. Philoſ. Natur. Mathem. lib. 1. prop. 15. pag. 60.
(*c*) *Memoires de l'Acad. Royale des Sciences.* An. 1710. pag. m. 682. & ſeqq.
(*d*) In Præfat. ad Tabulas Aſtron.

Digitized by Google

Demonſtratio.

Demittatur ex P perpendicularis ad axem PK, ſitque $AB=a$, $AK=x$, $SC=c$; erit $SF=2c$, $AS=\frac{1}{2}a-c$,

$SP=\frac{1}{2}a-c+\frac{2cx}{a}$ (§. 434. *Analyſ. fin.*). Et quia

SF : AB = AS : AG *per hypoth.*

$2c : a = \frac{1}{2}a-c :$

erit $AG=(\frac{1}{2}a^2-ac) : 2c=\frac{a^2}{4c}-\frac{1}{2}a$,

conſequenter cum PK & HG ſint ad GB perpendiculares, & HP ipſi GB parallela *per hypoth.* & *conſtr.* ideoque HP = GK (§. 226. *Geom.*), erit HP

$=x-\frac{1}{2}a+\frac{a^2}{4c}$. Quamobrem

$HP : PS = x-\frac{1}{2}a+\frac{a^2}{4c} : \frac{1}{2}a-c+\frac{2cx}{a}$

$=4cax-2a^2c+a^3 : 2a^2c-4ac^2+8c^2x=a : 2c$ (§.181. *Arithm.*), dividendo ſcilicet utrinque per $4cx-2ac+a^2$ eſt igitur PH : PS = AB : SF. *Q. e. d.*

Corollarium 1.

804. Quodſi ex puncto Ellipſeos quovis alio L ducatur recta LS ad focum & IL perpendicularis ad HG; erit AB : SF = LI : LS (§. 803). Quare cum etiam ſit AB : SF = PH : PS (§. *cit.*) erit PH : PS = LI : LS (§. 167 *Aritm.*) & PH : LI = PS : LS (§. 173. *Arithm.*) Rectæ igitur ex foco S ad perimetrum ellipſeos utcunque ductæ PS & LS ſunt, in hypotheſi lemmatis, rectis PH & LI Axi AB parallelis proportionales.

Corollarium 2.

805. Quodſi porro chorda PL continuetur ultra ellipſin, donec ipſi HG in Q occurrat; cum ſit PQ : QL = PH : IL (§: 268 *Geom.*) & PH : IL = PS : LS (§. 804), erit etiam PQ : QL = PS : LS (§. 167 *Arithm.*).

Corollarium 3.

806. Si fuerit GA : AS = AB : SF; erit etiam GA : AB = AS : SF (§. 173 *Arithm.*), conſequenter GA : GB = AS : AF (§. 190 *Arithm.*), ideoque ob AS = FB ex natura ellipſeos, & hinc AF = SB (§. 88 *Arithm.*) GA : GB = AS : SB : (§. 168 *Arithm.*). Quare GA : AS = GB : BS (§. 173 *Arithm.*).

Corollarium 4.

807. Si fuerit GA : AS = AB : SF; erit GA : AS = GB : SB (§. 806). Quare cum etiam ſit GA—AS : AS = GS : SB (§. 193. *Arithm.*); erit etiam GA—AS : GS = AS : SB (§. 173. *Arithmet.*).

Corollarium 5.

808. Si fuerit GA : AS = AB : SF; erit etiam GA : AS = PH : PS (§. 803), conſequenter GS : SA = PH + PS : PS (§. 190 *Arithm.*).

Lemma 6.

809. *Datis poſitione & magnitudine tribus rectis* SP, SL *&* SM (vid. Fig. §. 803.) *in puncto* S *coeuntibus, deſcribere ellipſin, cujus focus ſit in* S, *per puncta* P, L *&* M *tranſeuntem.*

Reſolutio.

1. Producatur PL in Q, donec ſit PQ : QL = PS : SL, inferendo nempe, ut PS—SL : SL = PL : QL (§. 193. *Arithm.*).
2. Eodem modo producatur LM in O, donec ſit LO : OM = SL : SM.
3. Per puncta O & Q ducatur recta HO & ex puncto S demittatur ad eam perpendicularis SG ducaturque ex P eidem parallela PH.
4. Dividatur GS in A, ut ſit GA : AS = PH : PS, atque producatur in B, donec ſit GA : AS = GB : SB; erit AB axis ellipſeos per puncta M, L & P tranſeuntis, cujus focus in S (§. 803. 807. 808).

5. Quodſi

Digitized by Google

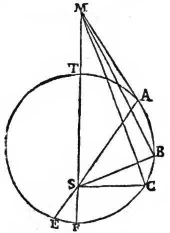
5. Quodſi itaque fiat BF=AS; erit in F focus alter & ellipſis deſcribi poterit (§. 435. *Anal. fin.*).

PROBLEMA 39.

810. *Invenire eccentricitatem orbitæ ellipticæ Telluris & locum Aphelii atque Perihelii.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur oppoſitio Martis cum Sole (§. 727), tum enim ♂ in M, vel punctum ellipticæ M, in quod cadit perpendiculum ex ♂ in ellipticam demiſſum, ſi latitudinem habuerit, ☉ in S & Terra in T erunt in eadem recta MS.



2. Quando Mars elapſis 687 diebus denuo ad punctum M redit (§. 800), Terra vero nonniſi poſt $730\frac{1}{2}$ dies, quo binas periodos abſolvit (§. *cit.*), ad idem reſtituitur; ideoque in puncto A hæret, obſervetur locus Solis, quem Terra per rectam AS reſpicit (§. 203.) & locus Martis, quem videt per rectam AM (§. 741). Ita enim ob locum Solis in E tempore ſecundæ obſervationis, & locum ejuſdem in F tempore primæ obſervationis datur angulus ESF, cui verticalis MSA æqualis (§. 156. *Geom.*). Et ob locum ☉ & ♂ in ſecunda obſervatione datur diſtantia ♂ a ☉ ſive angulus MAS.

3. Quodſi ergo MS ponatur 100000, in iſtiuſmodi partibus reperietur diſtantia Terræ a Sole SA (§. 36. *Trigon.*)

4. Eodem modo reperietur angulus MSB & diſtantia Terræ a ☉ BS in particulis decimalibus MS, quando ♂ ſecunda vice redit in M, itemque angulus MSC & recta SC, quando ♂ tertia vice reſtituitur in M.

5. Quoniam in S eſt focus orbitæ Telluris ellipticæ (§. 633) & puncta A, B & C in orbita exiſtunt; linea apſidum determinabitur & orbita deſcribetur (§. 809), conſequenter & eccentricitas innoteſcit (§. 638).

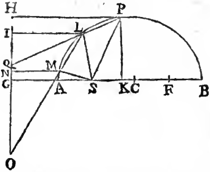
Quodſi jam eccentricitatem SC (*vid. Fig. 1. pag. ſeq.*) & radium eccentrici AC in numeris invenire volueris.

6. Ex datis in △ PLS lateribus PS & LS una cum angulo intercepto PSL (*num.* 2. & 3) inveniantur anguli SPL & SLP (§. 40. *Trigon.*) cum latere PL (§. 36. *Trigon.*).

7. Eodem modo ex datis in △ LMS late-

Digitized by Google

lateribus LS & MS una cum angulo intercepto LSM (*num.* 4.) inveſtigentur anguli SML & SLM una cum latere ML.



8. Quodſi jam anguli PLS & SLM modo inventi (=angulo PLM) ex 180° ſubducantur; relinquetur angulus QLO (§. 148. *Geom.*).
9. Quoniam PS—SL : SL=PL : QL (*num.* 1. §. 809), dantur vero PS & SL (*num.* 3. 4.) atque PL (*num.* 6); reperietur QL (§. 271. *Geom.*) & eodem modo ob datos SL & SM (*num.* 4.) atque LM (*num.* 7.) invenietur MO.
10. Datis in △ QLO lateribus QL (*num.* 9.) & LO (*num.* 7. 9.) una cum angulo intercepto QLO (*num.* 8.) quæratur angulus QOL (§. 40. *Trigon.*): qui
11. Ex 90° ablatus in △ IOL ad I rectangulo *per conſtr.* relinquit angulum OLI (§. 241. *Geom.*), cui ſi addatur angulus notus SLM (*num* 7.), prodibit angulus ILS=LSB ob parallelas IL & AB (§. 233 *Geom.*); conſequenter diſtantia terræ in L ab Aphelio B (§. 636), quod ideo hoc pacto innoteſcit.
12. Jam porro ex datis in △ NOM ad N rectangulo angulo NMO ipſius NOM ante inventi (*n.* 10.) complemento ad rectum (§. 241. *Geom.*) reperiatur latus NM.
13. Datis ideo NM (*num.* 12.) & MS (*num.* 4.) datur ratio axis AB ad diſtantiam focorum SF (§. 803), conſequenter radii eccentrici AC ad eccentricitatem SC (§. 181. *Arithm.*). Quare ſi AC fiat 100000, invenietur tandem eccentricitas SC in particulis decimalibus eccentrici (§. 302. *Arith.*).

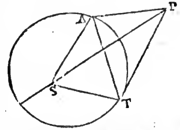
Scholion.

811. *Nihil in hac ſolutione ſupponitur, quam planetam in eodem orbitæ puncto eandem a Sole diſtantiam habere: id quod ob tarditatem motus apheliorum* (§. 736. 741) *ſupponere licet.*

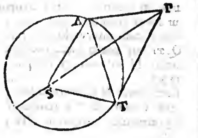
Problema 40.

812. ***Planetam in eodem orbitæ puncto bis obſervatum inæqualitate ſecunda exuere; ſeu ex dato loco geocentrico invenire heliocentricum & ejus a Sole diſtantiam.***

Resolutio.



1. Obſervetur longitudo & latitudo planetæ P geocentrica ex terra in T (§. 559. 741).



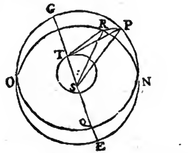
2. Ad momentum obſervationis ſupputetur locus Solis (§. 720) & intervallum TS (§. 675.) ita angulus elongationis PTS (§. 762.) & locus terræ T innoteſcit (§. 572).

3. Quodſi jam elapſo intervallo, quo planeta periodum ſuam abſolvit (§. 782.), ex terra in A conſtituta denuo planetæ longitudo & latitudo geocentrica obſervetur & locus Solis ex A viſi ſupputetur cum intervallo AS; angulus elongationis PAS & locus terræ A innoteſcit.

4. Per data terræ loca T & A (*num.* 2. 3.) datur angulus TSA. Quamobrem cum etiam dentur latera AS & ST (*num.* 2. 3.); reperiuntur anguli STA & SAT (§. 40. *Trigon.*) & latus AT (§. 36. *Trigon.*).

5. Quodſi anguli STA & SAT ex angulis STP & SAP notis (*num.* 2. 3.) ſubtrahantur, relinquuntur anguli TAP & PTA, ideoque in △ APT invenitur diſtantia planetæ a terra curtata tempore primæ obſervationis PT (§. 36. *Trigon.*).

6. Datis jam in △ PTS lateribus PT (*num.* 5.), & TS (*num.* 2.) una cum angulo intercepto PTS (*num.* 1.) invenitur angulus TSP (§. 40. *Trig.*). Unde ob locum terræ T notum, (*num.* 2.) locus planetæ heliocentricus tempore primæ obſervationis innoteſcit. Cognito angulo PST reperitur porro diſtantia planetæ a Sole curtata PS (§. 36. *Trigon.*).



7. Jam cum detur diſtantia planetæ curtata a Sole RS (*num.* 6.) & a terra TR (*num.* 5.) & latitudo planetæ RTP (*num.* 1.), inveniri poteſt inclinatio RSP. Cum enim ſit ut ſinus anguli RTS ad ſinum anguli RST, ita tangens RTP ad tangentem RSP (§. 794.) & eidem ſinus ſint ut SR ad TR (§. 33. *Trigon.*); erit ut diſtantia planetæ a Sole curtata SR ad diſtantiam ejuſdem curtatam a terra TR, ut tangens latitudinis ad tangentem inclinationis (§. 167. *Arithm.*).

8. Cum in △ PRS ad R rectangulo detur angulus RSP (*num* 7.) & latus RS (*num.* 6.), invenitur diſtan-

Digitized by Google

diſtantia planetæ a Sole vera ſeu intervallum SP (§. 36. *Trig.*).

9. Denique quia datur locus planetæ heliocentricus in ecliptica R (*num.* 6.) & locus nodi N ad momentum obſervationis (§. 779.); datur etiam diſtantia a nodo in ecliptica RN. Quare cum porro in △ RPN ad R rectangulo detur inclinatio maxima (§. 783); reperietur diſtantia a nodo in propria orbita (§. 120. *Trigon. Sphær.*) conſequenter locus centricus planetæ (§. 755).

PROBLEMA 41.

813. *Invenire eccentricitatem planetarum primariorum in orbita elliptica & poſitionem lineæ apſidum.*

RESOLUTIO.

1. Inveniantur tria loca planetæ heliocentrica una cum diſtantiis ejuſdem a Sole veris (§. 812).
2. Cum ita dentur tria puncta, per quæ ellipſis tranſit, una cum foco ejuſdem; linea apſidum & eccentricitas tam geometrice, quam per calculum eodem prorſus modo determinantur, quo in Sole (§. 810).

PROBLEMA 42.

814. *Ad datum tempus veram planetæ longitudinem & latitudinem ſupputare.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus ſupputetur locus Solis verus E (*Vid. Fig.* 2. *pag. præc.*) (§. 720.) & ejus intervallum TS (§. 685).
2. Eodem modo (§. *cit.*) computetur locus planetæ eccentricus in orbita P cum intervallo ejus PS.
3. Quæratur porro locus nodi aſcendentis N ad datum tempus (§. 779).
4. Locus nodi N auferatur a loco planetæ eccentrico P; reſiduum eſt argumentum latitudinis PN (§. 769).
5. Dato argumento latitudinis PN, quæratur porro inclinatio PR (§. 785) & locus ad eclipticam reductus R (§. 786) ſeu longitudo heliocentrica.
6. A loco Solis E ſubtrahatur locus planetæ reductus R, vel hic ab illo, minor nempe e majore: relinquetur angulus commutationis RSE, qui porro ex 180° ſubductus reſiduum facit angulum RST.
7. Datis intervallo planetæ PS & inclinatione RSP, inveniatur diſtantia curtata RS (§. 789) & inde
8. Porro angulus ad terram RTS.
9. Si diſtantia terræ a loco planetæ reducto R fuerit minor ſemicirculo, locus Solis verus E, angulo ad terram RTS addatur; ſin illa major extiterit, hic ab eodem ſubtrahatur, ut vera planetæ longitudo prodeat.
10. Denique ex datis angulis RST & RTS atque inclinatione RSP inveniatur planetæ latitudo RTP (§. 795).

E. gr. Quæratur longitudo & latitudo ♂ ad diem 1 Aug. A. 1711. Primum itaque ſuppurandus eſt locus ☉ verus cum ejus intervallo. Eſt vero

Loc. ☉ verus 4S 8°. 26′ 33″ in Merid. Pariſ. ad tempus apparens &

Logarithmus intervalli 400625 (§. 722).

Loco Solis vero & intervallo ejus invento, calculus pro Marte ita inſtituitur:

Radix	Mot. med. S. G.	Aphelii. S. G.	Nod. aſc. S. G.
A. 1700	0 3 12′ 37″	5 0 35′ 25″	1 17 25′ 20″
10	3 23 54 18	11 5	6 9
Julius.	3 21 6 11	38	21
Loc. med.	7 18 13 6	5 0 47 8	1 17 31 50
Aphel.	5 0 47 8	Log. Interv.	419490

Anom. med.	2 17 25 58
Æquat. ſubt.	10 6
Anom. coæq.	2 7 19 58
Aphel.	5 0 47 8
Loc. ♂ eccen.	7 8. 7 6
Loc. ☊	1 17 31 50
Arg. latitud.	5 20 35 16
Inclinat.	18 9
Reduct. add.	17
Loc. ♂ ecc.	7 8 7 6
Loc. ♂ red.	7 8 7 23
Loc. ☉ ver.	4 8 26 33
Ang. ESR.	2 29 40 50
Semi-circ.	5 29 59 60
Ang. RST.	3 0 19 10
ſeu	90 19 10
Semi-circ.	179 59 60
SRT + STR.	89 40 50
$\frac{1}{2}$R + $\frac{1}{2}$T.	44 50 25

Log. ſin. tot.	1000000	
Interv. ♂	419490	
Coſin. inclin.	999999	
Log. diſt. curt. SR	1419489	
Log. interv. ☉ TS	400625	
Tang. ang. A	1018864,	cui in

Canone reſpondent	57° 4′ 12″
ſubtr.	45
A	12 4 12
Log. Tang. 45	1000000
Tang. A.	933006
Tang. $\frac{1}{2}$R + $\frac{1}{2}$T	999758
Tang. $\frac{1}{2}$T − $\frac{1}{2}$R	1932764, cui in
Canone reſpondent	12° 0′ 16″
$\frac{1}{2}$R + $\frac{1}{2}$T	44 50 25
Ang. ad Terr. RTS	56 50 41
ſeu	1S. 26 50 41
Loc. ☉ ver.	4 8 26 33
	6S. 5 17′ 14″

Eſt ideo ♂ longitudo vera ♎ 5° 17′ 14″.

Tandem pro latitudine fiat:

Log. Sin. RTS	992285
Sin. RST	999999
Cotang. Inclin.	1227739
	2227738
Cotang. Latit.	1235453,
cui in Canone reſpondent	89° 44′ 49″
Quadrans	89 59 60
Ergo latitudo ♂	15 11

Brevius quoque invenitur hunc in modum:

Log. Sin. RST	999999
RST	992285
Tang. inclin.	772263
	1764548
Tang. latit.	764549,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 15′ 11″.

Scholion.

813. *Quibus calculum aſtronomicum exercere volupe fuerit, iis ſuadeo, ut aut tabulis* Cel. DE LA HIRE *utantur, aut, ſi* Rudolphinæ *ad manus fuerint, ex iis tamen nonniſi locum planetæ heliocentricum inveſtigent, ad geocentricum autem inveniendum methodum trigonometricam adhibeant: ita enim facilius ſcopo ſuo potientur.*

CAPUT

Digitized by Google

CAPUT V.

De Theoria Planetarum ſecundariorum, præſertim Lunæ.

DEFINITIO 42.

816. *Menſis Periodicus* eſt temporis intervallum, quo Luna integrum Zodiacum percurrit, ſeu ad idem Zodiaci punctum reſtituitur, unde fuerat digreſſa:

DEFINITIO 43.

817. *Menſis Synodicus* ſeu *Lunatio* eſt temporis intervallum, quo Luna a Sole digreſſa ad eundem redit.

DEFINITIO 44.

818. *Menſis Anomaliſticus* eſt temporis intervallum, quo Luna ab Apogæo digreſſa ad idem redit.

DEFINITIO 45.

819. *Menſis Draconticus* eſt temporis intervallum quo Luna a nodo aſcendente digreſſa ad eundem redit. Nodus enim aſcendens dicitur *Caput Draconis*: Nodus deſcendens *Cauda Draconis*.

DEFINITIO 46.

820. Hinc ſimul intelligitur, quid ſint variæ illæ motuum ſpecies, quarum apud Aſtronomos mentio fieri ſolet. *Motus* nimirum *in longitudinem periodicus* eſt menſura menſis periodici. *Motus Lunæ a Sole* Synodici; *motus anomaliæ* anomaliſtici; *motus in latitudinem* Dracontici.

OBSERVATIO 57.

821. *Quodſi repetitis crebro obſervationibus longitudo atque latitudo Lunæ inveniatur* §. 559); *majorem multo in motibus ejus inæqualitatem deprehendes, quam in Sole atque Planetis primariis. Illa tamen inæqualitas regularitate omni non deſtituitur. Intra* 28 *enim dies ſemel velociſſimus, bis mediocris & ſemel tardiſſimus. Quodſi ope Teleſcopii Luna obſervetur Dichotoma ſive biſecta, & ad momentum obſervationis quæratur una longitudo Planetæ* (§. cit.), *eædemque obſervationes ſæpius repetantur, periodos in ſingulis Lunationibus minime æquales reperies. Eodem modo conſtat inæqualitas menſium Synodicorum pariter & periodicorum, ſi ad tempus, quo Luna Soli opponitur vel cum Fixa conjungitur, longitudinem obſerves.*

OBSERVATIO 58.

822. *Si ponamus Lunam in ellipſi moveri, in cujus altero foco terra exiſtit, ea lege, qua primarii circa Solem feruntur* (§. 633) *& ex eclipſibus ſeu conjunctionibus & oppoſitionibus* (*quas communi nomine* Syzygias *appellare ſolent*) *ſingula ad ſupputationem loci Lunæ veri neceſſaria eo modo, quo in Theoria Solis, determinentur; locus Lunæ eodem modo, quo locus Solis, ſupputatus cum obſervatione tantum conſentit in Syzygiis, omni autem tempore reliquo mire ab eadem diſcrepat, ita ut Æquatio nunc au-*

gea-

Digitized by Google

geatur, nunc minuatur. Maxima nimirum differentia in quadraturis obſervatur: a Novilunio nempe uſque ad primam quadraturam creſcit, inde uſque ad plenilunium iterum decreſcit, & eodem modo ſe habet a plenilunio uſque ad novilunium.

DEFINITIO 47.

823. *Inæqualitas prima* ſeu *ſoluta* eſt inæqualitas motus periodici orta ab invariabili orbitæ eccentricitate, in ſyzygiis obſervabilis.

DEFINITIO 48.

824. *Inæqualitas altera* ſeu *menſtrua* eſt inæqualitas motus elongationis a Sole alligata, quæ in quadraturis omnium maxime ſe prodit.

PROBLEMA 42.

825. *Invenire quantitatem menſis periodici & ſynodici.*

RESOLUTIO.

1. Cum in medio eclipſium lunarium, prout in ſequentibus independenter ab his patebit, Luna Soli opponatur; ſupputetur in minimis ſcrupulis intervallum temporis inter duas Eclipſes ſeu oppoſitiones intercedens.
2. Hoc intervallum dividatur per numerum lunationum interea abſolutarum, quotus erit quantitas menſis Synodici (§. 817).
3. Supputetur motus Solis medius, qui quantitati menſis ſynodici reſpondet (§. 672) & integro circulo, quem Luna interea abſolvit, addatur.
4. Tandem inferatur: ut aggregatum modo inventum ad 360°, ita quantitas menſis ſynodici ad quantitatem periodici.

DEMONSTRATIO.

Etenim cum Luna reſtituitur ad idem punctum, in quo Soli opponebatur, periodum ſuam abſolvit, ideoque tempus interea elapſum eſt menſis periodicus (§. 816). Interea vero temporis Sol progreſſus ulterius, ut ideo Luna adhuc arcum aliquem ultra integram revolutionem abſolvere teneatur, antequam eidem denuo opponatur. Quamobrem cum ſpatium inter binas oppoſitiones interjectum ſit menſis ſynodicus (§. 817); intra menſem ſynodicum Luna præter revolutionem integram tantum conficere debet arcum, quantum hoc tempore Sol conficit. Quare ſi 360 addatur motus medius ☉ intra menſem ſynodicum, prodibit motus Lunæ medius eidem reſpondens, conſequenter cum motus medius ſit tempori proportionalis (§. 643); ex quantitate menſis ſynodici invenitur quantitas periodici, quemadmodum præcipitur. *Q. e. d.*

Ex. gr COPERNICUS An. 1500 d. 6. Nov. h. 2 20' poſt mediam noctem obſervavit Eclipſin Lunæ *Romæ* & An. 1523 h. 4. 25' d. 25 Aug. aliam *Cracoviæ*. Inde quantitas menſis ſynodici ita eruitur.

Obſ. II.	A. 1523.	d. 237.	h. 4.	25'
Obſ. I.	A. 1500.	d. 310.	h. 2.	20
Interv. temp.	A. 22.	d. 292.	h. 2.	5'
addantur intercal. dies		5.		
Interv. exact.	A. 22.	d. 297.	h. 2.	5'
ſeu				11991005'

quod per 282 menſes interea elapſos diviſum dat quantitatem

Menſis Synodici. 42521' 9'' 9'''
hoc eſt, 29 d. 12. h. 41'

Idem

Idem COPERNICUS A. 1522 d. 6 Sept. h. 13 20′ poſt mediam noctem, hoc eſt, A. 2272 *Nabonaſſaris* Eclipſin Lunarem *Cracoviæ* obſervavit: ſed anno 28 ejuſdem epochæ media nocte inter 18 & 19 menſis Thot, *Babylone*, hoc eſt, in meridiano *Cracovienſi* & noſtro Calendario d. 26 Aug. h. 10. 10′, alia obſervata. Ex harum obſervationum collatione ut ante quantitas menſis Synodici accuratius elicitur. Nimirum

Obſ. II. A. 2272. d. 6 Sept. h. 13. 20′
Obſ. I. A. 28. d. 26 Aug. h. 10. 10

Interval. temporis 2243 A. Ægyptiac. d. 11. h. 3. 10′

hoc eſt 2178936830′

quod per quantitatem paulo ante inventam diviſum exhibet numerum Lunationum interea abſolutarum. Quare ſi idem intervallum denuo per hunc numerum dividatur, prodibit quantitas menſis Synodici

42524′. 3″ 20‴. 9⁗.

hoc eſt. d. 29. h. 12. 44′. 3″. 10‴

Mot. ☉ med. interea 29°. 6′. 24″. 18‴

360.

Mot. Lunæ ----- 389. 6′. 24. 18.

Ergo Menſis Period. d. 27. h. 7. 43′. 5″

SCHOLION.

826. *Quantitas menſis elicitur ex Pleniluniis verit: quare nova determinatione opus eſt. Scilicet ubi ope quantitatis inventa determinatus fuerit locus & motus Apogæi, atque Eccentricitas & hujus beneficio Æquationes inventæ, oppoſitiones veræ in medias convertendæ & tempus apparens itidem ad medium reducendum & inde denuo obſervationum collatio inſtituenda.*

COROLLARIUM 1.

827. Data quantitate menſis periodici, per regulam trium inveniri poteſt motus diurnus, horarius &c. & ſic *Tabula motuum mediorum Lunæ* conſtruuntur.

COROLLARIUM 2.

428. Quodſi motus diurnus Solis medius a motu Lunæ medio diurno ſubtrahatur, relinquitur motus diurnus Lunæ a Sole.

COROLLARIUM 3.

829. Cum, in medio Eclipſeos totalis cum mora, Luna in nodo exiſtat, quemadmodum infra independenter ab his oſtendetur; ſi ad momentum illud quæratur locus Solis eidemque addantur ſex ſigna, prodibit locus nodi.

COROLLARIUM 4.

830. Collatio obſervationum recentiorum cum antiquis motum nodorum manifeſtabit: ex iis vero apparet, nodos Lunæ moveri in ſigna antecedentia, ex. gr. ex ♉ in ♈, ex ♈ in ♓.

COROLLARIUM 5.

831. Si ideo motui Lunæ medio diurno addatur motus diurnus nodorum; ſumma erit motus latitudinis (§. 820) & inde ulterius ope regulæ trium invenitur, quanto tempore Luna 360° a capite Draconis digrediatur, hoc eſt, ab eo digreſſa denuo ad idem reſtituatur. Patet ergo, quomodo quantitas menſis draconici ſit invenienda (§. 819).

COROLLARIUM 6.

832. Dato motu latitudinis diurno *Tabulæ motuum latitudinis* conſtruuntur ut ſupra (§. 673).

SCHOLION.

833. *Tabulas iſtiuſmodi exhibet* BULLIALDUS (*a*).

COROLLARIUM 7.

834. Si motus apogæi diurni ſubtrahatur a motu Lunæ medio diurno, relinquitur motus Lunæ medius ab apogæo & inde per regulam trium elicitur menſis anomaliſtici quantitas (§. 818).

OBSERVATIO 59.

835. KEPLERUS (*b*) *reperit quantitatem menſis Synodici mediocrem* d. 29 h. 12 44′ 3″ 11‴ : *Periodicum* d. 27 h. 7 43′ 5″ 8‴ *Apogæi locum ad* A. 1700 d. 1. *Jan. ſt. v.* 11 S. 8° 57′ 1″, *locum* ☊ 4 S. 27° 39′ 17″, *motum medium* ☾ *diurnum* 13° 10′ 35″, *motum diurnum Apogæi* 6′ 41″ *motum diurnum* ☊ 3′ 11″ (*c*) : *Eccentricitatem denique conſtantem* 4362, *qualium ſemidiameter eccentrici eſt* 100000.

COROLLARIUM.

836. Eſt ideo motus latitudinis diurnus 13° 13′ 46″ (§. 831), motus ab apogæo diurnus 13° 3′ 54″ (§. 834).

SCHO-

(*a*) In Philolaicis f. 122.
(*b*) In Epit. Aſtron. Copern. Lib. VI. p. 789.
(*c*) In Rudolphinis f. 78.

Scholion.

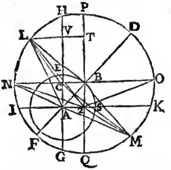
837. *Cum Tabulæ Æquationum ad ſalvandam inæqualitatem ſolutam eodem prorſus artificio conſtruantur, quo ſupra Tabulas Æquationum Solis & Planetarum primariorum conſtruere docuimus, non opus eſt, ut ibi dicta hic repetamus. Reſtat igitur, ut oſtendamus, quomodo Æquationes illæ corrigantur, ut extra Syzygias veros Lunæ motus exhibeant: ubi non diffitendum, magnas hic occurrere difficultates, ita ut Luna ſidus plane contumax cenſeri debeat, nec quiſquam veras illarum rationes explicatas dederit ante profundarum meditationum Auctorem* NEWTONUM (*a*), *quas deinde uberius evolvit* DAVID GREGORIUS (*b*). *Sed cum theoriam Lunæ per cauſas Phyſicas explicare noſtri jam non ſit inſtituti; ſuffecerit nobis evolviſſe hypotheſin, qua* KEPLERUS *noſter ad ſecundam Lunæ inæqualitatem ſalvandam utitur.*

Observatio 60.

838. *Si Apogæum vel nodus Lunæ eſt in quadris, nulla obſervatur inæqualitas ſecunda integro menſe, qui ideo* Vacuus *appellari ſolet. Proximo vero menſe etiam in ipſo apogæo & nodo, ubi prima inæqualitas nulla, motus aliqua inæqualitas, nempe altera, notatur, Ab eo tempore inæqualitas ſecunda ſingulis menſibus creſcit, donec copulis in apogæo vel nodo factis, maxima omnium evadat: qui* Menſis Plenus *dici ſolet. Menſe ſubſequenti iterum decreſcere incipit, donec prorſus extinguatur.*

Hypothesis 2.

839. *Si* DLFM, *fuerit orbita Lunæ (quæ per circulum hic exhibetur, quia ellipſis lunaris ad eum proxime accedit),* DF *linea apſidum, ex terræ centro* A *intervallo eccentricitatis conſtantis* AB *deſcribatur circulus, per idem ducatur recta* IK *ſeu linea*



illuminationis, *quæ Hemiſphærium terræ illuminatum ab obſcuro ſeparat, porro per* A *agatur ad eam perpendicularis* HG, *quæ ſit* linea copularum, *conjunctione nimirum Lunæ cum Sole in* H, *oppoſitione in* G *contingente, denique per centrum eccentrici* B *ducantur rectæ* NO & PQ *ipſis* IK & GH *parallelæ: erit* AC eccentricitas menſtrua, toto menſe, quo copulæ fiunt in H & G, & *in* H apogæum, *in* G perigæum menſtruum, & *ſi his utamur tanquam in prima inæqualitate apogæo* D & *eccentricitate* AB, *inæqualitates ſecundæ prodeunt. Cæterum quia hæc etiam latitudinem afficit, planum orbitæ ad planum eclipticæ libratile concipitur, ut angulus inclinationi maximæ reſpondens varietur.*

Scholion.

840. *Quod hæc hypotheſis ſit conformis obſervationi, quoad generales circumſtantias patet, ſi eam cum ipſa conferre libuerit. Ponamus enim centrum* B *pervenire in* S, *ita ut linea illuminationis* IK *cum linea apſidum perpetua* DF *coincidat: erunt tum quadræ in apogæo & perigæo eccentrici & linea* NO *pariter coincidet cum* IK *atque* punctum menſtruum C *coincidet cum* A, *nul-*

(*a*) In Princip. Phil. Nat. Math. Lib. III. p. 388. & ſeqq.

(*b*) In Elem. Aſtron. Phyſ. & Geom. Lib. IV. fol. 282. & ſeqq.

nullaque ideo eſt eccentricitas menſtrua. En menſem vacuum! Coincidat vero FD *cum* HG, *tum punctum* B *&* C *coincident cum* E, *eritque eccentricitas menſtrua eccentricitati perpetua* AB *æqualis ideoque maxima omnium, quia circellum iſtum nunquam egreditur. En menſem plenum! Conſenſum quoad circumſtantias ſpeciales calculus in hac hypotheſi inſtitutus monſtrat.*

Definitio 49.

841. *Diſtantia Solis a nodo vel apogæo Lunæ* eſt arcus eclipticæ inter locum Solis verum H & apogæum Lunæ D ſeu nodum ipſius interceptus, ſeu angulus ad terram DAH vel, ſi arcus ille major ſemicirculo, angulus, quem metitur ejus complementum ad 360°.

Definitio 50.

842. *Scrupula menſtrua longitudinis* ſunt valor trianguli æquatorii rectanguli BNZ ſuper eccentricitate menſtrua BZ ſtantis in iſtiuſmodi particulis, qualium omnium maximum in menſe pleno eſt 60, cum nempe punctum B coincidit cum E.

Definitio 51.

843. *Argumentum longitudinis menſtruæ* eſt arcus eccentrici Lunæ LP interceptus inter locum Lunæ primo æquatum L & rectam PQ per centrum eccentrici B ductam atque lineæ apſidum menſtruæ HG parallelam. *Annuum* eſt angulus DAH.

Definitio 52.

844. *Æquatio menſtrua* eſt valor trianguli æquatorii LAC, ductis rectis LA & LC ex loco Lunæ L ad punctum menſtruum C & terræ centrum A determinati, in iſtiuſmodi particulis, qualium area totius orbitæ eſt 360.

Definitio 53.

845. *Particula exſors* eſt differentia inter triangulum æquatorium LAC & ejus ſocium BLZ.

Problema 43.

846. *Datis loco apogæi Lunæ ſolutæ* D, *loco Solis vero* H, *& anomalia eccentri Lunæ* LBD; *invenire argumentum longitudinis menſtruæ* LBP.

Resolutio.

1. Ex dato loco Solis H & loco Apogæi Lunæ D, invenitur per ſubtractionem diſtantia Solis ab apogæo Lunæ, hoc eſt angulus HAD, cui ob parallelifmum rectarum HG & PQ (§. 839) PBD æqualis (§. 233 *Geom.*)
2. Hic ergo ulterius ſubtrahatur ab anomalia eccentri Lunæ LBD; reſiduum eſt argumentum longitudinis menſtruæ LBP.

Ex. gr. Sit apogæum Lunæ in ♈ 24° & ☉ in ♊ 0, erit HAD 36°. Sit anomalia eccentri LBD 81° 42′ 24″; erit Argumentum longitudinis menſtruæ LBP 45° 42′ 24″.

Problema 44.

847. *Datis diſtantia loci Solis veri (aut eidem oppoſiti) ab apogæo Lunæ* HAD, *una cum eccentricitate perpetua* AB; *invenire eccentricitatem menſtruam* AC.

Resolutio.

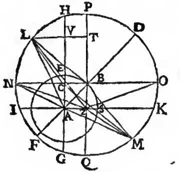
Cum in triangulo CAB ad C rectangulo (§. 839) dentur angulus CAB & latus AB; reperietur CA (§. 36 *Trigon.*)

Ex. gr. Sit BAC 36°, Eccentricitas AB 4362: erit

Log. Sin. tot.	100000000
AB	36396857
Coſin. BAC	99079576
Log. AC	x. 35476433, cui in

Tabulis reſpondent 3529.

PROBLEMA 45.



848. *Data eccentricitate menſtrua* AC *vel* BZ, *& eccentricitate perpetua* AB; *invenire ſcrupula menſtrua longitudinis.*

RESOLUTIO.

1. Eccentricitas utraque ducatur in ſemiſſem ſemidiametri eccentrici BN vel BL: facta erunt areæ triangulorum BLA & BNZ (§. 392 *Geom.*), quorum illud eſt triangulum æquatorium in menſe pleno, hoc vero in dato (§. 840. 842).
2. Inferatur: ut area trianguli BLA ad 60 ſcrupula prima, ita area alterius BNZ ad ſcrupula menſtrua longitudinis.

Ex. gr. Sit AB 4362. AC 3529, BN = LB = 100000: erit BLA 218100000 & BNZ 176450000, conſequenter:

21810 : 17645 = 60:
30) 727 : 17645 = 2:
2
727) 35290 (48'. 32" ſive 33"
2908
6210
5816
394
60
23640
2181
1830
1454
376

Sunt ergo ſcrupula menſtrua longitudinis 48' 32" ſeu 33".

SCHOLION.

849. *Equidem cum orbita Lunæ ſit elliptica, rectæ* BL *&* BN *æquales non ſunt: ſed cum ea ad circulum proxime accedat, differentia adeo exigua eſt, ut contemni queat. Quando enim puncta* B *&* E *coincidunt; hoc eſt, quando differentia maxima, obſervante* KEPLERO (*a*) *error vix 17" committitur, qualis in motu Lunæ ob ejus velocitatem contemni poteſt.*

PROBLEMA 46.

850. *Data eccentricitate menſtrua* AC, *una cum argumento longitudinis annuo* HAD; *invenire particulam exſortem.*

RESOLUTIO.

1. Datis in triangulo BCA ad C rectangulo (§. 839) hypothenuſa AB & angulo CAB, inveniatur CB (§. 36 *Trigon.*).
2. Ducatur CB in ſemiſſem eccentricitatis menſtruæ AC: factum erit area trianguli ACB (§. 392 *Geom.*).
3. Quæratur etiam area circuli, ex radio eccentrici BL, tandemque.
4. Inferatur: ut area circuli ad 360° ſeu 129600", ita area trianguli ACB ad valorem ejus in iſtiuſmodi ſcrupulis.

Di-

(*a*) In Epit. Aſtron. Lib. VI. Part. 4. p. 800.

Dico, hunc valorem eſſe particulam exſortem.

Ex. gr. Sit HAD 36°, AB 4362, AC 3529, erit

Log. Sin. tot.	100000000
AB	36396857
Sin. BAC	97692187
Log. BC	[illegible]34089044, cui in

tabulis reſpondent 2564.

Ergo AC . ½CB = △ ACB = 4524178. Sed area circuli 31[illegible]00000 (*§.* 429 *Geom.*): quare ſi eadem ponatur 360° ſive 1296000″; reperietur valor trianguli ACB in iſtiuſmodi ſcrupulis, hoc eſt particula exſors 3′ 6″.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC=BZ (§. 257 *Geom.*) △ ALC : △ BLZ=LV : LT & BLZ : BAC=TL : TV (§. 389 *Geom.*). Cum ideo ſit BLZ : BLZ—ALC=LT : TV (§. 193 *Arithm.*) & hinc BLZ : BLZ—ALC=BLZ : BAC (§. 167 *Arithm.*); erit BLZ—ALC=BAC (§. 177 *Arithm.*). Eſt igitur △ BAC particula exſors (§. 845). *Q. e. d.*

PROBLEMA 47.

851. *Datis argumento menſtruo* LBP, *ſcrupulis menſtruis & particula exſorte; invenire æquationem menſtruam:*

RESOLUTIO.

1. Cum ſcrupula menſtrua ſint valor trianguli BNZ in iſtiuſmodi ſcrupulis, qualium idem in menſe pleno eſt 60, triangula vero BNZ & BLZ ſint ut BN ad LT (§. 389 *Geom.*), hoc eſt, ut ſinus totus ad ſinum argumenti menſtrui (§. 2 *Trigon.*); per regulam trium invenietur triangulum BLZ in iſtiuſmodi ſcrupulis, qualium maximum in menſe pleno eſt 60.
2. Quare cum maximum juxta KEPLERUM ſit 2° 30′, ex valore areæ circuli 360°: fiat ut 60′ ad 2° 30′ ita valor trianguli BLZ modo repertus ad valorem ejus in iſtiuſmodi particulis, qualium area circuli eſt 360°.
3. Ab hoc tandem valore ſubtrahatur particula exſors, reſiduum eſt triangulum ALC in iſtiuſmodi particulis qualium area circuli eſt 360° (§. 850); hoc eſt, æquatio menſtrua (*§.* 844). Quodſi △ BLZ < △ ALC, particula exſors addenda.

Ex. gr. Sit argumentum menſtruum LBP 45° 42′ 24″, ſcrupula menſtrua ſeu valor △ BNZ 48′ 33″: erit LT 71577 & reperientur ſcrupula △ BLZ debita 2085″. Quodſi ergo fiat ut 60′ ad 2° 30′, h. e. 3600″ ad 9000″, ſeu ut 4 ad 10, ita 2085 ad numerum quartum proportionalem 5212; erit is valor trianguli BLZ: quod ideo eſt 1° 26′ 52″. Auferatur particula exſors 3′ 6″, relinquetur æquatio menſtrua 1° 23′ 46″.

PROBLEMA 48.

852. *Data æquatione menſtrua & anomalia media quæ primo coæquatæ reſpondet; invenire mediam ſecundo coæquatæ convenientem.*

RESOLUTIO.

Quodſi Luna fuerit in L, apogæum in D, erit anomalia media area LAD (§. 648), quæ anomaliæ primo coæquatæ, hoc eſt, angulo LAD (§ 650) reſpondet. Si ergo in ſemicirculo HIG, poſita nempe HG linea apſidum menſtrua LAC addatur; prodibit anomalia media, quæ ſecundo coæquatæ reſpondet.

Contra ſi Luna ſit in M, triangulum menſtruum CAM ab anomalia media primo coæquatæ reſpondente HAMGN ſubducenda, ut relinqua-

Digitized by Google

tur media, quæ ſecundo coæquatæ convenit.

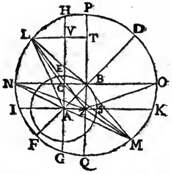
SCHOLION.

853. *In hoc Aſtronomia nova* KEPLERI *a veteri differt, quod in nova duplex inveniatur anomalia media, in veteri vero uni anomaliæ mediæ duæ aptentur coæquatæ.*

PROBLEMA 49.

854. *Data æquatione menſtrua & anomalia primo æquata; invenire anomaliam ſecundo æquatam.*

RESOLUTIO.



1. Inveniatur anomalia media anomaliæ ſecundo coæquatæ reſpondens (§. 852).
2. Ex anomalia hac media eruatur ſecundo æquata (§. 686).

Aliter.

Quoniam proceſſus iſte valde operoſus, KEPLERUS monet (*a*) poſſe etiam, ad imitationem aſtronomiæ veteris, anomaliæ primo æquatæ in ſemicirculo HLG ſubtrahi, in altero GMH addi æquationem menſtruam, ut prodeat æquatio ſecundo æquata. Vel æquationis menſtruæ loco utendum eſt angulo ALC vel AMC & ut ante procedendum.

(*a*) Epitom. Aſtron. Lib. VI. p. 839.

OBSERVATIO 61.

855. *Locus Lunæ ſecunda æquatione adhibita ſatisfacit in quadris, ſed extra eas ab obſervato differt, maxima quidem differentia in octantibus exiſtente, hoc eſt, Luna a Sole* 45, 135, 225 *&* 315 *gradibus elongata. Excreſcit autem uſque ad* 41' 32'' *& periodus ejus intra unam lunationem quater abſolvitur, eſtque ſubtractiva a novilunio uſque ad plenilunium, additiva vero a plenilunio uſque ad novilunium.*

SCHOLION.

856. *Hanc inæqualitatem primus obſervavit* TYCHO.

DEFINITIO 54.

857. *Variatio* ſeu *reflexio luminis* eſt tertia motus lunaris inæqualitas, qua locus ejus verus a loco bis æquato extra quadras differt. *Æquatio* vero *luminis* eſt æquatio ex menſtrua æquatione & variatione compoſita.

PROBLEMA 50.

858. *Invenire variationem maximam.*

RESOLUTIO.

Obſervetur longitudo Lunæ in octantibus (§. 741) & ad momentum obſervationis computetur locus Lunæ bis æquatus: differentia inter computatum & obſervatum eſt variatio maxima (§. 855. 857).

OBSERVATIO 62.

859. TYCHO *variationem maximam obſer-*

obſervavit 40′ 30″; KEPLERUS *vero* 51′ *eandem ſtatuit*.

PLOBLEMA 51.

860. *Data elongatione Lunæ a Sole* HAL; *invenire variationem*.

RESOLUTIO.

Fiat: ut ſinus totus ad ſinum duplæ elongationis Lunæ a Sole, ita variatio maxima ad variationem quæſitam.

Ex. gr. Sit elongatio ☽ a ☉ 42° 55′ 22″: erit ejus duplum 85° 50′ 44″, quod vocetur A, ideoque poſita variatione maxima 51′.

Log Sin. tot.	10000000
Log. Sin. A.	9998573
Log. 51′.	17075702
Log. Variat.	217064275, cui in

tabulis reſpondent 50 $\frac{84}{100}$ ſeu 50′ 51″.

SCHOLION.

861. *Hæc proportio ex collatione obſervationum eruta*.

DEFINITIO 55.

862. *Locus Lunæ fictus* eſt locus ejus primo æquatus: *locus prope verus* eſt locus bis æquatus: *locus verus* eſt locus ter æquatus.

PROBLEMA 52.

863. *Ad datum tempus locum Lunæ verum ſupputare*.

RESOLUTIO.

1. Quæratur locus Lunæ fictus eodem prorſus modo, quo locus Solis verus & planetarum eccentricus in orbita ſupputatur (§. 720), qui idem erit verus in copulis (§. 822).
2. Ad idem tempus ſupputetur locus Solis verus (§. 720), & inde conſtituatur argumentum tam annuum, quam menſtruum longitudinis (§. 846).
3. Quærantur ſcrupula menſtrua longitudinis (§. 848) cum particula exſorte (§. 850) & inde porro æquatio menſtrua (§. 851).
4. Ope hujus locus Lunæ fictus tranſmutetur in prope verum (§. 862).
5. Ab eo ſubtrahatur locus Solis verus, ut habeatur elongatio Solis a loco Lunæ prope vero.
6. Tandem beneficio hujus inveniatur variatio (§. 860), loco Lunæ prope vero vel addenda, vel demenda, ut verus obtineatur in orbita (§. 862): qui
7. Eodem, quo ſupra, (§. 786) modo ad eclipticam reducitur.

SCHOLION

864. *Cum in antecedentibus ſingula præcepta jam exemplo aliquo fuerint illuſtrata, ſi quis ibi repertis uti voluerit, prodibit exemplum calculi loci Lunæ veri extra ſyzygias & quadras quoad inæqualitatem menſtruam & variationem ſine tabulis computati. Sed ad abbreviandum calculum ſane tædioſum*, KEPLERUS tabulam æquationis luminis *condidit, in qua cum diſtantia Solis ab apogæo Lunæ & elongatione loci Lunæ primo æquati æquatio ex menſtrua & variatione compoſita una excerpitur*.

DEFINITIO 56.

865. *Latitudo Lunæ ſimplex* dicitur, quæ ex argumento latitudinis & angulo, ſub quo orbita Lunæ ad planum eclipticæ inclinatur in copulis, ut ſupra inclinatio planetarum primariorum, ſupputatur.

SCHOLION

866. *Coincidit in Luna latitudo cum inclinatione, quia Luna circa terram eadem lege movetur, qua primarii circa Solem feruntur*.

DEFINITIO 57.

867. *Latitudo vera* eſt diſtantia Lunæ ab ecliptica, prout e tellure ſpectatur.

SCHO-

Scholion.

868. *Ideo vera a ſimplice differt, quia planum orbitæ ad planum eclipticæ librabile (§. 839), ut adeo inclinatio eorundem planorum ſit variabilis.*

Definitio 58.

869. *Latitudo menſtrua* eſt arcus interceptus inter locum Lunæ verum & planum aliquod conſtante angulo 5 graduum ad planum eclipticæ in linea nodorum inclinatum, atque ad iſtud planum perpendicularis.

Definitio 59.

870. *Argumentum menſtruum latitudinis* eſt diſtantia loci veri Lunæ a loco vero Solis.

Definitio 60.

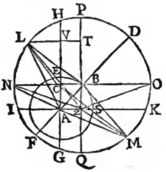
871. *Scrupula latitudinis* ſunt ſinus complementorum diſtantiæ Solis a ☊ Lunæ ad unum vel tres quadrantes aut exceſſuum ejus ſuper unum vel tres quadrantes in iſtiuſmodi ſcrupulis, qualium ſinus totus eſt 60 primorum.

Definitio 61.

872. *Inclinatio limitis menſtrui* eſt angulus, quo orbita Lunæ inclinatur ad planum in dato quolibet menſe, quod ipſum ad planum eclipticæ conſtanti angulo 5 graduum ſuper loca nodorum inclinatur. Maximus eſt juxta Keplerum 18′ ſeu arcus, qui angulum iſtum metitur. *Limites* enim ſunt puncta quadrantis intervallo a nodis remota.

Hypothesis 3.

873. *Si ad planum eclipticæ conſtante angulo 5 graduum in linea per nodorum loca tranſeunte aliud inclina-*



tum fuerit, in quo deſignata concipiatur linea copularum HG *per interſectionem plani per centra Solis ac Terræ tranſeuntis, ad planum eclipticæ recti; ſuper hac linea* HG *ita libratur orbita Lunæ, ut quando limes anomaliæ ſolutæ in linea* HG, *coincidat cum plano eccentrici* DLFM *inclinationis conſtantis quando is hæret in quadris, libratio maxima exiſtat, nempe* 18′, *ſive in auſtrum, ſive in boream, prout fert motus Lunæ; dum vero v. gr. Boreus ab oppoſitione* H *ad quadram* K *tendit, eſtque v. gr. in* D, *ſinus portionis librationis in boream ſe habeat ad ſinum maximæ, ut ſinus anguli* HAD *ad ſinum totum. Nimirum limes ſolutæ a plano priori verſus boream attollitur, donec in quadram* K *incidat & ibidem inclinatio ſit maxima; inde rurſus deſcendit ad planum prius, donec in* G *cum eodem coincidat: a quo tempore ſemicirculus* GIH *eadem lege verſus boream attollitur, donec in* I *ſit maxima inclinatio; inde vero rurſus deprimitur, donec in* H *denuo cum eo coinci-*

dat,

Digitized by Google

dat, alter vero ex adverſo in auſtrum vertitur.

SCHOLION.

874. *Hæc ita a* KEPLERO (*a*) *finguntur Phænomenis conformiter, ut ea ad calculum revocari poſſint, mere aſtronomia veteris.*

PROBLEMA 53.

875. *Data diſtantia Solis a nodo; invenire inclinationem limitis menſtrui* D.

RESOLUTIO.

Cum HG ſit linea copularum (§. 873), ideoque ☉ ex. gr. in H exiſtat, limes vero D a nodo quadrantis intervallo removeatur (§. 872); erit HAD complementum diſtantiæ ☉ a nodo ad quadrantem. Fiat igitur ut ſinus totus ad coſinum diſtantiæ ☉ a nodo, ita ſinus 18′ ad ſinum inclinationis limitis menſtrui D (§. 873).

Ex. gr. Sit diſtantia ☉ a nodo 30°, erit HAD 60ⁿ, ideoque

Lng. Sin. tot.	100000000
Sin. DAH	993753n6
Sin. 18′	77189966
Lng. Sin. inc. Lim. menſtr	x76565272, cui in Tabulis reſpondent 15′ 35″.

PROBLEMA 54.

876. *Data diſtantia Solis a nodo; invenire ſcrupula latitudinis.*

RESOLUTIO.

Fiat: ut ſinus totus ad ſinum complementi ad unum vel tres quadrantes (aut exceſſus ſuper unum vel tres quadrantes), ita 60 ſcrupula prima ad ſcrupula latitudinis quæſita (§. 871).

Ex. gr. Sit diſtantia ☉ a ☊ 30°, erit complementum ad quadrantem 6n° idenque

Log. Sin. tnt.	10nnnnnoo
Log. Sin. 6n	99375306
Log 60	17781512
Log. Scrup. Lat.	x17156818

(*a*) In Epit. Aſtron. Copern. Lib. V. p. 817.

cui in Canone Logarithmorum numerorum vulgarium reſpondent 51 $\frac{96}{100}$

Sunt ideo ſcrupula latitudinis 51′ 57″.

SCHOLION.

877. *Inveniuntur eadem, ſi fiat ut 3 ad 10, ita inclinatio limitis menſtrui, ex. gr. in noſtro caſu 15′ 35″ ſeu 935″ ad numerum quartum proportionalem, 3117″, quæ valent 51′ 57″ ut ante.*

PROBLEMA 55.

878. *Data inclinatione limitis menſtrui, una cum ſcrupulis latitudinis; invenire latitudinem menſtruam.*

RESOLUTIO.

Multiplicentur ſcrupula latitudinis per inclinationem limitis menſtrui: factum eſt portio latitudinis menſtruæ.

Ex. gr. Sit limitis menſtrui inclinatio 15′ 35″ ſeu 935″, ſint ſcrupula menſtrua 51′ 57″ ſeu 3117″, factum 2914395 eſt latitudinis menſtruæ portio in ſcrupulis quartis (§. 393 374 *Arithm.*). Eſt iden portio latitudinis menſtruæ 13′ 29″ 33‴ 15⁗ ſeu 13′ 30″.

SCHOLION.

879. *Ex circumſtantiis ſingularibus dijudicandum, utrum portio latitudinis menſtrua ſit Auſtralis an Borealis* (§. 873).

PROBLEMA 56.

880. *Ad datum tempus latitudinem Lunæ veram ſupputare.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur latitudo Lunæ ſimplex, ut ſupra inclinatio planetarum primariorum (§. 785).
2. Quæratur porro portio latitudinis menſtruæ (§. 878).
3. Quodſi utraque fuerit ejuſdem nominis *ve. gr.* Auſtralis, addantur: ſi vero fuerint diverſi nominis, nempe altera Auſtralis, altera Borealis, minore majori ſubtrahatur.

In

In caſu primo erit ſumma latitudo vera ejuſdem nominis cum ſimplici : in poſteriori differentia eadem latitudo erit ejus nominis, quod fuit majoris.

SCHOLION.

881. *Expoſuimus hactenus Theoriam, qua utitur* KEPLERUS *ad ſalvandas inæqualitates motuum lunarium. Cum linea apſidum motu angulari circa terram moveatur motu inæquabili & motus Lunæ a conjunctione & oppoſitione ad quadraturas retardetur, a quadraturis ad Syzygias acceleretur; orbita ejus continuo mutabilis : quam mutabilitatem ex cauſis Phyſicis demonſtravit* NEWTONUS. *Conſtat* Cel HALLEIUM *in perficienda theoria Lunæ ex obſervationibus quoad numeros deſudare, ut ideo dubitandum non ſit pertinaciam Lunæ tandem victum iri.*

PROBLEMA 57.

882. *Invenire tempora periodica ſatellitum Jovis atque Saturni.*

RESOLUTIO.

Inveniuntur ex eorum conjunctionibus cum Jove atque Saturno, vel etiam ex eorundem digreſſionibus maximis a ſuis primariis.

OBSERVATIO 63.

883. CASSINUS *reperit tempus periodicum ſatellitis*

♄	I.	1 d.	21 h.	18′	27″
	II.	2	17	41	22
	III.	4	12	25	12
	IV.	15	22	41	14
	V.	79	7	48	0
♃	I.	1 d.	18 h.	28′	36″
	II.	3	13	18	52
	III.	7	3	59	40
	IV.	16	18	5	6

NEWTONUS (*a*) *Periodos Satellitum Saturni circa primarios retinet, prouti a* CASSINO *definita, ſed Periodos Satellitum Jovis ita definit.*

I.	1 d.	18 h.	27′	34″
II.	3	13	13	42
III.	7	3	42	36
IV.	16	16	32	9

OBSERVATIO 64.

884. *Idem* CASSINUS *deprehendit diſtantiam Satellitis primi a Saturno* $1\frac{19}{20}$ *diametri annuli; ſecundi* $2\frac{1}{2}$; *tertii* $3\frac{1}{2}$; *quarti* 8, *quinti* 24 *diametrorum annuli. Eſt vero diameter ſaturni ad diametrum annuli juxta eundem ut* 5 *ad* 11, *juxta* HUGENIUM *ut* 4 *ad* 9, *juxta obſervationes in Anglia factas Teleſcopio* Hugeniano 123 *pedum, ut* 3 *ad* 7 : *quo eodem Teleſcopio elongatio maxima deprehenſa ſatellitis quarti a centro Saturni ſemidiametrorum* $8\frac{7}{10}$ *annuli. Primus ſatellitum Jovis juxta* CASSINUM *a centro Jovis diſtat* $5\frac{2}{3}$ *ſemidiametris Jovialibus, ſecundus* 9, *tertius* $14\frac{23}{60}$, *quartus* $25\frac{3}{10}$.

THEOREMA 34.

885. *Quadrata temporum periodicorum ſatellitum Jovis atque Saturni ſunt in ratione triplicata diſtantiarum a ſuis primariis.*

DEMONSTRATIO.

Non differt a demonſtratione *Theorem.* 33 (§. 799), niſi quod numeri ex §. 882 & 883 petendi.

Poteſt vero etiam hoc modo demonſtrari, ut ex temporibus periodicis & diſtantia unius ſatellitis a ſuo primario obſervatis per Theorema præſens eruantur diſtantiæ ceterorum, quæ cum proxime æquales reperiantur di-

(*a*) In Princip. Phil. Nat. Mat. Lib. III. p. 390.

Digitized by Google

diſtantiis obſervatis, veritas Theorematis a poſteriori patet.

SCHOLION.

886. *Poſteriori modo demonſtrandi utitur* NEWTONUS *tam in primariis, quam in ſecundariis. Quoniam vero non cujuſvis eſt calculorum tricis ſeſe implicare, ideo ſubjicimus tabulam, in qua diſtantiæ computatæ e regione obſervatarum collocantur.*

Nomina Planetarum.	Diſtantiæ obſervatæ a Sole.	Diſtantiæ computatæ.
Saturnus	951000	954006
Jupiter	519650	520096
Mars	152350	152369
Terra	100000	100000
Venus	72400	72333
Mercurius	38806	38710

Satelles Saturni	diſtantiæ a centro Saturni.		
I	$1\frac{19}{20}$	1	93
II	$2\frac{1}{2}$	2	47
III	$3\frac{1}{2}$	3	45
IV	8	8	00
V	24	23	25

Satelles Jovis	diſtantiæ a centro Jovis.		
I	$5\frac{2}{3}$	5	667
II	9	9	017
III	$14\frac{23}{60}$	14	384
IV	$25\frac{3}{10}$	25	299

Nemo deſideret conſenſum in fractionibus decimalibus: etenim non major eſt conſenſus in diſtantiis, quæ diverſis Aſtronomorum obſervationibus debentur, quemadmodum NEWTONUS (a) *probat.*

C A P U T VI.

De Solis & Planetarum Parallaxibus, Diſtantiis a Terra & Magnitudinibus.

PROBLEMA 58.

887. P*arallaxin altitudinis Lunæ obſervare.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur altitudo Lunæ meridiana ſumma cum cura (§. 134) noteturque momentum obſervationis quam accuratiſſime.
2. Tempore obſervationis æquato (§. 715) ſupputetur longitudo & latitudo Lunæ vera (§. 863).
3. Data longitudine & latitudine, quæratur ejus declinatio (§. 260).
4. Ope declinationis & elevationis Æquatoris inveniatur altitudo meridiana vera (§. 202). Quodſi altitudo obſervata non fuerit meridiana, ad tempus obſervationis reperietur vera (300).
5. Altitudo obſervata a refractione liberetur (§. 349) tandemque a vera ſubtrahatur, reſiduum eſt parallaxis altitudinis (§. 367).

Ex. gr. TYCHO (b) An. 1583 d. 12 Oct. hor. 5 19′ obſervavit altitudinem meridianam limbi ſuperioris ☽ 13° 38′. Erat ideo

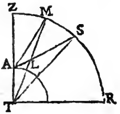
Wolfii Oper. Math. To. III. Bbbb Alt.

(a) Loc. cit.
(b) Progymnaſm. Lib. I. C. 6. p. 459.

Digitized by Google

Alt. limbi ☽ ſuper.	13°	38′	Long. ☽	15°	40′ ♑
Semidiam. ☽ app.		15	Lat. S.	2	42
Altitudo centri ☽	13	23	Decl.	19	57
Refract. aufer.		8	Alt. æqu.	34	6
Altitudo ☽ viſa	13	15	Alt. ☽	14	9
Altitud. Vera	14	9			
Parallaxis ☽		54			

PROBLEMA 59.



888. *Data altitudine Lunæ* SR *&* *ejus parallaxi* AST ; *invenire ejus a terra diſtantiam.*

RESOLUTIO.

Ob datam altitudinem ☽ viſam, datur ejus diſtantia viſa a Zenith, hoc eſt, angulus ZAS, aut ob veram angulus ZTS. Quare cum etiam detur angulus parallacticus S & ſemidiameter terræ AT ſit 1; invenietur diſtantia Lunæ a terra TS in ſemidiametris terreſtribus (§. 36 *Trigon.*)

Ex. gr. Vi obſervationis præcedentis ZAS 76° 45′, AST 54′. Ergo

Log. Sin. AST	8.1961020
Log. AT	0.0000000
Log. Sin. ZAS	9.9882821
Log. ST	1.7921801

cui in tabulis reſpondent 61 $\frac{47}{100}$, hoc eſt, fere 62.

Fuit ergo, vi obſervationis TYCHONIS, tunc temporis diſtantia ☽ a terra TS 62 Semid. terreſtrium.

COROLLARIUM 1.

889. Cum ex Theoria Lunæ detur ratio diſtantiarum a terra in ſingulis anomaliæ gradibus (§. 685); diſtantiæ eædem ope regulæ trium in ſemidiametris terreſtribus inveniuntur & inde porro parallaxis quoque ad ſingulos anomaliæ gradus (§. 388) reperitur.

COROLLARIUM 2.

890. Cognitis parallaxibus altitudinis, inveniuntur porro parallaxes longitudinis, latitudinis, aſcenſionis rectæ, declinationis (§. 390. 391).

SCHOLION.

891. *Patet ergo ratio conſtruendi* tabulas parallaxium ☽ horizontalium *ad ſingulos anomaliæ veræ gradus.*

OBSERVATIO 65.

892. PHILIPPUS DE LA HIRE (*a*) *parallaxin horizontalem maximam ſtatuit* 1° 1′ 25″, *minimam* 54′ 5″.

COROLLARIUM.

893. Ergo diſtantia ☽ a ♁ in Perigæo eſt 55 $\frac{77}{100}$, hoc eſt fere 56, in apogæo 63 $\frac{57}{100}$, hoc eſt, 63½ ſemidiametrorum terreſtrium.

PROBLEMA 60.

894. *Invenire diſtantiam Solis a terra.*

RESOLUTIO.

1. Sex circiter horis ante primam quadram aut ſex horis poſt ultimam ope Teleſcopii exquiſiti Micrometro instructi obſervetur Luna.
2. Notetur beneficio Horologii oſcillatorii (§. 994 *Mechan.*) ad motum Solis compoſiti (§. 127) temporis momentum, quo biſecta apparet ſeu facie dimidiata ſplendet.
3. Illo ipſo momento capiatur diſtantia

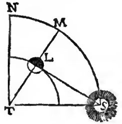
(*a*) In Tab Aſtron. p. 27.

Digitized by Google

tia ope ſextantis vel octantis exactiſſime diviſi a duabus Stellis fixis notæ longitudinis & latitudinis (§. 225).

4. Inde eruatur longitudo Lunæ (§. 741).

5. Ad idem momentum, poſtquam æquatum fuerit (§. 715), ſupputetur locus Solis verus (§. 720).



6. Locus Solis auferatur a longitudine Lunæ ante inventa, reſiduum eſt elongatio Lunæ a Sole, ſeu angulus LTS.

7. Ad tempus obſervationis ſupputetur anomalia Lunæ vera (§. 863) & inveniatur ejus a terra diſtantia TL (§. 889).

8. Datis ideo in triangulo TLS ad L rectangulo angulo LTS & latere TL, invenitur ☉ a ☽ diſtantia TS (§. 36 *Trigon.*).

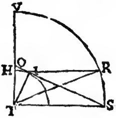
Ex. gr. WENDELINUS (*a*), per exquiſita Teleſcopis Dichotomias lunares obſervaos tandem deprehendit, angulum LTS eſſe 89° 45′, ideoque TSL 15′. Quodſi diſtantiam Lunæ TL mediocrem aſſumamus 60 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 893); erit

Log. Sin. S	76398159
TL	17781512
Sin. Tot.	100000000
Log. TS	41383363

cui in tabulis reſpondent 13751.

(*a*) Vid. Ricciolus in Almag. Lib. III. C. 7. Tom. I. f. 109.

COROLLARIUM 1.



895. Quodſi in triangulo HRT ad H rectangulo, diſtantia ☉ TR aſſumatur 13751 ſemidiametrorum terreſtrium; reperietur parallaxis horizontalis diurna (§. 36 *Trigon.*). Eſt nempe

Log. Sin. Tot.	100000000
TR	41383363
Log. Sin. HRT	58616637

cui in tabulis reſpondent 15″, quantam hanc parallaxin æſtimat WENDELINUS.

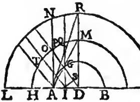
COROLLARIUM 2.

896. Quodſi vero cum *Cl.* DE LA HIRE (*b*) parallaxis horizontalis in diſtantia media aſſumatur omniſi 6″; reperietur diſtantia ☉ a terra media 34377 (§. 888).

PROBLEMA 61.

897. *Parallaxin Planetæ, ve. gr.* Martis, *diurnam obſervare.*

RESOLUTIO.

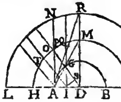


1. Sit Mars in Meridiano, atque in Æquatore in H, & obſervator ſub Æquatore in A conſtitutus eum cum Fixa aliqua obſervet culminantem.

 2. Quodſi

(*b*) In Tab. Aſtron. p. 6.

2. Quodſi in centro terræ D conſtituetur, *Martem* (quem tantiſper in orbita ſua immotum ſtatuimus) conſtanter cum Stella in eodem cœli puncto videret, ideoque & una in Horizonte ſeu plano horæ ſextæ. Sed cum jam Mars habeat aliquam parallaxin ſenſibilem, Fixa nullam (§. 384); Mars videbitur in Horizonte, quando eſt in P plano Horizontis ſenſibilis, Stella vero demum, quando in plano veri in R hæret. Notetur ideo tempus, quod intercedit inter tranſitum *Martis* & Stellæ per planum horæ ſextæ.



3. Hoc tempus in ſcrupula Æquatoris convertatur (§. 212): cum enim ita prodeat arcus PM, cui angulus PAM, conſequenter AMD (§. 233 *Geom.*), proxime æqualis, erit is Parallaxis horizontalis Martis (§. 371).

4. Quodſi Obſervator fuerit non ſub Æquatore, ſed in parallelo IQ, differentia illa erit arcus minor QM. Quare cum arcus exigui QM & PM ſint ut eorum ſinus AD & ID (§. 23. *Trig.*), ſitque ADG diſtantiæ loci ab Æquatore, hoc eſt elevationi poli æqualis, ideoque AD ad ID, ut ſinus totus ad coſinum elevationis poli (§. 11 *Trigon.*), fiat: ut coſinus elevationis poli ID ad ſinum totum AD, ita parallaxis in I obſervata ad parallaxin ſub Æquatore obſervandam.

5. Quoniam *Mars* & Fixa in horizonte non commode obſervantur, obſerventur ergo in circulo horæ tertiæ, cumque ſit parallaxis ibi obſervata TO ad horizontalem QM, ut IS ad ID, propterea quod IS & ID ſunt ſinus arcuum TO & QM, ideoque propter arcuum exiguitatem inter ſe ut arcus, erit ut ſinus anguli IDS ſeu 45° (quia planum DO medium inter meridianum DH & horizontem verum DM) ad ſinum totum, ita parallaxis TO ad horizontalem QM (§. 38 *Trigon.*).

6. Si etiam *Mars* fuerit extra planum Æquatoris, parallaxis inventa erit arcus paralleli, qui ideo ad arcum Æquatoris reducendus ut ſupra (§. 212).

7. Denique ſi *Mars* non fuerit ſtationarius, ſed vel directus, vel retrogradus, per aliquot dies obſervationes iterentur, ut conſtet quantum intervallo 24 horarum aſcenſio recta *Martis* a Fixa mutetur.

Hac methodo invenit CASSINUS, cui egregium hoc inventum debemus, & poſt eum FLAMSTEDIUS, parallaxin *Martis* horizontalem maximam eſſe quaſi 25″ aut paulo minorem.

COROLLARIUM I.

898. Quoniam eo tempore, quo CASSINUS *Martis* parallaxin ſcrutatus eſt, diſtantia ☉ a terra fuit plus quam altero tanto major diſtantia *Martis*, ſinus vero angulorum exiguorum ſunt

Digitized by Google

ſunt ut anguli ipſi (*ſ.* 23 *Trigon.*); ideo ☉ Parallaxin concludit 10 fere ſecundorum.

COROLLARIUM 2.

899. Quaodo parallaxis ☉ eſt 10″, diſtantia ejus a terra 22062 ſemidiametrorum terreſtrium.

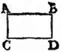
SCHOLION 1.

900. CASSINUS *eadem methodo parallaxin* Veneris *obſervavit & inde* Martis *parallaxin eruit, quam cum ea* 25 *ſecundorum optime conſentire di-dicit, ut adeo pro certo haberi poſſit, parallaxin* ♂ *non eſſe* 25, *Solis non* 10 *ſcrupulis ſecundis majorem. Et ad hanc parallaxin Solis* Caſſinianam *prope accedit* Wendelinianа.

SCHOLION 2.

901. *Parallaxin* Veneris *auxilio* Reguli *eadem methodo ſcrutatus eſt* BLANCHINIUS (*a*). *Reperit autem parallaxin horizontalem* A°. 1716 *a die* 1 *Julii uſque ad quartam* 24″ 20‴ *ac inde diſtantiam* Veoeris *a terra elicuit* 8000 *ſemidiametrorum terreſtrium, Solis vero diſtantiam a terra* 13403 *ſeu numero rotundo* 13400, *& inde porro parallaxin Solis horizontalem* 14″ 18‴. An. 1727 d. 19 *Septembr. cum* Venus & Saturnus *eundem paralielum deſcriberent, declinatione utriuſque exiſtente* 19°, *ope hujus planetæ, ſed multo operoſius* Veneris *parallaxin invenit* 22″ 12‴, *a priori nonniſi* 8‴ *diſſidentem: erat autem tunc temporis Venus telluri paulo proximior, quam in priori obſervatione, ut paulo major in hac ſecunda obſervatione prodire debuiſſet. Methodo tamen poſteriori minus fidendum, quam priori ſimpliciſſimæ.*

SCHOLION 3.



902. *Cæterum obſervatio inſtituenda eſt ope Teleſcopii exquiſiti, Micrometro inſtructi, in cujus foco extendenda fila quatuor ſe mutuo ad angulos rectos ſecantia* ABCD, *& teleſcopium tamdiu circumagendum, donec Stella aliqua* Marti *proxima per filum aliquod decurrere videatur, ut fila* AB *&* CD *ſint Æquatori parallela, atque ideo* AC *&* BD *repræſentent circulos declinationum. Nimirum ope filorum perpendicularium Stellæ fixæ, atque* Martis *ſitus in Meridiano & circulo horæ tertiæ determinatur.*

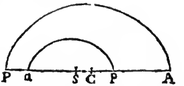
PROBLEMA 62.

903. *Data diſtantia Solis ad unum anomaliæ gradum; invenire eandem in Apogæo & Perigæo & ad quemcunque alium anomaliæ gradum, & diſtantiam quoque Planetæ alterius cujuſcunque a terra maximam, mediam & minimam.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur ad datum anomaliæ gradum, ad quem diſtantia Solis in ſemidiametris terræ reperta, eadem diſtantia in partibus, qualium radius eccentrici eſt 100000 (*ſ.* 798).
2. Cum ipſe radius eccentrici 100000 ſit diſtantia media, maxima vero in Apogæo (ob eccentricitatem 1800 (*ſ.* 798)) 101800, minima 98200; per regulam trium diſtantia Solis maxima, media & minima in ſemidiametris terræ inveniri poteſt.

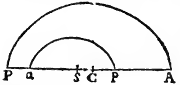
Ex. gr. Diſtantia ☼ a terra media ex parallaxi Solis horizootali 6″, quaotam ſtatuit DE LA HIRE, eſt 34377 Semidiametrorum terreſtrium. Quoniam itaque diſtantia media eſt ad maximam ut 100000 ad 101800 ſeu ut 1000 ad 1018, reperietur maxima 34995 ſemidiametrorum terreſtrium. Similiter quia media ad minimam ut 1000 ad 982, invenietur mioima 33758. Quodſi vero cum CASSINO diſtantia ☼ mediocris aſſumatur 22000 ſemidiametrorum terreſtrium, reperietur, ſuppoſita eccentricitate KEPLERIANA, diſtantia maxima 22396, minima 21604 ſemid. terreſt. CASSINUS 22 maximæ demit, minimæ addit; calculo ex ſua eccentricitate ducto.



3. Cum in tribus planetis ſuperioribus diſtantia omnium maxima a terra

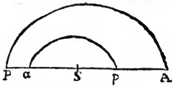
(*a*) In Heſperi & Phoſphori novis Phænomenis C. 8. ſ: 72. & ſeqq.

ra ſit, quando planetæ in Aphelio A, terra itidem in Aphelio ſuo *a* conſtituuntur, & Aphelia planetarum Aphelio terræ ex Sole S opponuntur; diſtantia eorum maxima a terra componitur ex diſtantia ipſorum maxima a ☉ SA & diſtantia telluris maxima ab eodem S*a*. Si-



militer cum diſtantia planetæ P a terra *a* minima ſit, ſi planeta fuerit in Perihelio P, terra in Aphelio *a*, & Aphelium planetæ A Aphelio telluris *a* ex Sole opponitur; diſtantia planetæ a terra minima P*a* eſt differentia inter diſtantiam minimam planetæ a Sole PS & diſtantiam maximam telluris ab eodem *a*S. Quoniam itaque diſtantiarum maximarum, mediarum & minimarum *Saturni*, *Jovis* & *Martis* ratio ad ſemidiametrum eccentrici telluris ſeu mediocrem Solis a terra diſtantiam datur (§. 798); reperientur, ut ante, diſtantiæ planetarum a Sole & inde porro ex ipſorum a Sole & Solis a tellure diſtantiis tandem diſtantiæ a terra eruuntur.

Ex. gr. Diſtantia ☉ mediocris a terra eſt ad diſtantiam minimam *Martis* ut 100000 ad 138235. Quare cum ☉ diſtantia mediocris a terra ſit 34377 Semid. terreſtr. reperietur diſtantia *Martis* minima a ☉ PS 47521: unde ſi ſubducatur diſtantia maxima telluris a Sole AS 34995, relinquitur diſtantia minima *Martis* a terra P*a* 12526. Eodem modo reperitur diſtantia *Martis* maxima a Sole 57225 & maxima a terra 92220.



4. Diſtantia *Veneris* & *Mercurii* a terra nunquam major eſt, quam ſi Aphelium terræ A Aphelio planetæ *a* opponatur & terra non minus quam planeta in ſuo Aphelio fuerit. Quare ſi ante reperiatur diſtantia planetæ inferioris maxima a Sole *a* S & diſtantiæ telluris maximæ A S addatur, prodibit maxima illius a centro hujus diſtantia A*a*. Similiter ſi terra fuerit in ſuo Perihelio P, *Venus* vel *Mercurius* in Aphelio *a*: relinquitur *Veneris* vel *Mercurii* diſtantia a terra minima P*a* ſi illorum diſtantia a Sole maxima *a* S ſubtrahitur a minima diſtantia telluris a Sole PS.

Ex. gr. Diſtantia mediocris *Solis* a terra eſt ad minimam *Veneris* a *Sole* ut 100000 ad 71900 (§. 798), hoc eſt, ut 1000 ad 719. Quare cum diſtantia mediocris telluris a Sole ſit 34377; reperitur *Veneris* minima a Sole diſtantia 24717, maxima 25660 Semid. terreſtr. ideoque a terra maxima 60655, minima 8099 Sem. terreſtr.

5. Denique ſi diſtantia a terra maxima addatur minimæ, ſemiſumma erit mediocris (§. 330 *Arithm.*).

Ex. gr. Diſtantia	maxima Martis	92220 S.T.
	minima	12526
	Summa	104746
	media	52373

Co-

COROLLARIUM I.

904. Suot ergo diſtantiæ planetarum a Sole & a terra in ſemidiametris terreſtribus, ſuppoſitis juxta *Cel.* DE LA HIRE parallaxi horizontali maxima 6″ & dimenſionibus orbitarum *Kepl rianis* ſequentes.

Diſtaot. a Sole	Maxima	Media	Minima
Saturni	345498	326894	308290
Jovis	187254	178640	170026
Martis	57225	52326	47521
Terræ	34995	34377	33759
Veoeris	25660	24889	24717
Mercurii	16142	13340	10537

Diſtant. a Terra	Maxima	Media	Mioima
Saturni	380493	326894	273295
Jovis	222249	178640	135051
Martis	92220	52373	12526
Solis	34995	34377	33759
Veneris	60655	34377	8099
Mercurii	51137	34377	17617

SCHOLION I.

905. *Juxta* CASSINUM (*a*) *diſtantiæ paulo minores prodeunt, ob majorem parallaxin Solis* (§. 898). *Ecce tibi eas*:

Diſtaut. a Terra	Maxima	Media	Minima
Saturni	244000	210000	176000
Jovis	143000	115000	87000
Martis	59000	33500	8000
Solis	22374	22000	21626
Veneris	38000	22000	6000
Mercurii	33000	22000	11000
Lunæ	61	57	53

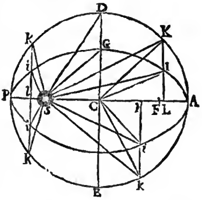
SCHOLION 2.

906. *Quoniam rariſſime contingit, ut planeta primaris maximam & minimam conſequantur a terra diſtantiam, quemadmodum ex anterioribus facile colligitur* (903); *ideo præſtat ad magnitudinem ſyſtematis ſolaris ex diſtantiis planetarum primariorum a Sole & orbitarum magnitudinibus cognoſcere, præſertim cum inde nullo negotio elongationes maximæ & minimæ a terra cognoſcantur. Lubet igitur diſtantias planetarum primariorum a Sole & Lunæ a terra hic exhibere, prouti extant in* Calendario Aſtronomico Academiæ Regiæ Scieotiarum Pariſinæ (*b*).

Diſtant. a Soie	Maxima	Media	Minima
Saturni	221870	209836	197802
Jovis	119900	114400	208900
Martis	36630	33528	30426
Terræ	22374	22000	21626
Veneris	16016	15906	15796
Mercurii.	10274	8514	6754
Lunæ a Terra.	62	58	54

Quodſi quis dimenſiones orbitarum deſideret in particulis, qualium radius eccentrici telluris eſt 100000, *ut pateat differentia a* Kepierianis *ſupra* (§. 798) *exhibitis; ope regulæ trium numeri tabulæ in quæſites facile tranſmutantur; ſunt enim dati ad quæſitos ut* 100 *ad* 22.

COROLLARIUM 2.



907 Si diſtantia a Sole oıaxima AS minimæ PS addatur: ſumma eſt ſemidiameter major ellipſis PA. Minima vero diſtantia a Sole eſt diſtantia foci a vertice (§. 633), differentia inter diſtantiam mediam PC & minimam PS eccentricitas, ſeu foci S a ceotro C diſtanria. Quia diſtantia media eſt radius eccentrici (§. *cit.*); cognita eccentricitate porro invenitur diameter minor (§ 696). Patet ideo, quomodo dimenſiones orbitarum in ſemidiametris terreſtribus iuveniantur.

SCHO-

(*a*) Vid. *Ozanam, Cours de Matimatique Tom.* 5. *Trait. de Geogr.* Part. 1. C. 2. p. 64.

(*b*) *Connoiſſance de Temps pour l'Annee* 17 5. p. 138. 139.

Digitized by Google

Scholion 3.

908. *Ecce tibi Diametros orbitarum cum eccentricitatibus, quæ ſunt diſtantiæ focorum a centro* (§. 633), *in Semidiametris terreſtribus* (§. 906).

	Diamer. Orbitarum	Eccentricitas
Saturni	419672	12034
Jovis	228800	5500
Martis	67056	3102
Terræ	44000	374
Veneris	31812	110
Mercurii	17028	1760
Lunæ	116	4

Problema 63.

909. *Invenire rationes, quas habent Diametri veræ planetarum ad diametrum Solis.*

Resolutio.

Cum ratio diſtantiæ planetarum a Sole ad diſtantiam mediam a terra detur (§. 796 904), una cum ſemidiametris apparentibus eorum ex terra viſorum (§. 557); inveniantur ſemidiametri apparentes ex ea diſtantia viſorum, qua Sol a terra abeſt (§. 212. *Optic.*): erunt enim ſemidiametri veræ ut apparentes modo repertæ (§. 245. *Optic.* & §. 23. *Trigon.*)

Ex. gr. Diameter apparens annuli *Saturni* in minima a terra diſtantia eſt 68″ ex obſervatione HUGENII (*a*): quare cum hæc ſit ad diſtantiam mediocrem Solis quam proxime ut 8 ad 1, diameter annuli Saturni ex ea diſtantia viſi, qua Sol a terra abeſt, foret 544″ ſeu 9′ 4″, conſequenter quia Solis diameter apparens juxta KEPLERUM 30′ 30″ ſeu 1830″ (§. 553), diameter annuli *Saturni* vera eſt ad diametrum Solis veram, ut 544 ad 1830, hoc eſt, (ſi utrinque per 49 dividas) fere ut 11 ad 37.

Corollarium 1.

910. Quoniam corpora planetarum ſunt ut cubi diametrorum (§. 579. *Geometr.*), ſuperficies eorundem ut diametrorum Quadrata (§. 554. 408. *Geom.*); data ratione diametrorum datur quoque ratio ſuperficierum ac ſoliditatum.

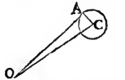
(*a*) In Syſtemate Saturnino p. 77.

Corollarium 2.

911. Quodſi ergo ſemidiametri apparentes ex obſervatione HUGENII aſſumantur (§. 557), reperietur.

Ratio Diametr. ad Diametrum Solis		Ratio Superficierum ad Superficiem Solis	Ratio Soliditatum ad Soliditatem Solis
Annul.	11 : 37		
♄	5 : 37	1 : 55	1 : 405
♃	2 : 11	1 : 30	1 : 166
♂	1 : 166	1 : 27556	1 : 4574296
♀	1 : 84	1 : 7056	1 : 592704
☿	1 : 290	1 : 84100	1 : 24389000

Problema 64.



912. *Data Semidiametro apparente* AOC, *& diſtantia ſideris a terra* OC; *invenire veram* AC.

Resolutio.

Cum in triangulo AOC ad A rectangulo detur angulus O & hypothenuſa OC, reperietur AC (§. 36. *Trigon.*).

Ex. gr. Diſtantia Lunæ Perigææ eſt 55 [illegible] Sem. terreſtrium (§. 893) & Semidiameter ejus apparens in perigæo juxta KEPLERUM 16′ 22″ (§. 555) Unde

Log. Sin. tot.	100000000
CO	17479553
Sin. AOC	76776811
	94256364
	— 0.5743636

qui

cui quam proxime reſpondent $\frac{266}{1000}$.
Eſt ergo Semidiameter Lunæ $\frac{266}{1000}$ Semid. Terreſtr.

Aliter.

Cum Semidiameter Telluris apparens ex Sole vel Luna viſa ſit æqualis parallaxi Solis & Lunæ ex terra viſorum (§. 371); erunt Semidiametri veræ Solis, Lunæ & terræ ut parallaxes Solis & Lunæ atque Semidiametri apparentes Solis & Lunæ.

Ex. gr. Parallaxis Lunæ in diſtantia minima eſt 1° 1′ 25″, Semidiameter ejus apparens 16′ 21″. Eſt ergo Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum terræ ut 981″ ad 3685″, hoc eſt, ut 266 ad 1000, ſeu ut 133 ad 500, prorſus ut ante. Similiter parallaxis Solis in media diſtantia eſt 6″ (§. 896), Semidiameter apparens 15′ 15″ (§. 553). Eſt ergo Semidiameter telluris vera ad Semidiametrum Solis veram, ut 6 ad 915, hoc eſt, ut 2 ad 305, ſeu ut 1 ad 152, vel ſi mavis, ut 1 ad $152\frac{1}{2}$.

COROLLARIUM I.

913. Superficies Lunæ eſt ad ſuperficiem terræ ut 17689 ad 250000 hoc eſt, ut 1 ad 14. (§. 554. 408. *Geom.*).

COROLLARIUM 2.

914. Lumen ideo a terra in Lunam reflexum, eſt ad lumen a Luna in terram reflexum ut 14 ad 1. Non ideo mirum, quod lucula illa circa novilunia in parte Lunæ a Sole averſa nobis ſit conſpicua.

COROLLARIUM 3.

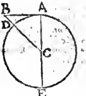
915. Luna eſt ad terram quoad ſoliditatem ut 2352637 ad 125000000 (§. 579 *Geom.*), hoc eſt, fere ut 1 ad 52.

COROLLARIUM 4.

916. Sol eſt ad terram quoad ſuperficiem ut 23104 ad 1, quoad ſolidi atem ut 3511808.

PROBLEMA 65.

917. *Data Semidiametro Lunæ vera* AC *& diſtantia verticis alicujus Montis* B *a limite illuminationis* A; *invenire altitudinem montis* BD.



Wolfii Oper. Math. To. III.

RESOLUTIO.

1. Addantur quadrata rectarum AC & AB, ſumma eſt quadratum BC (§. 417. *Geom.*).
2. Ex ea extrahatur radix quadrata (§. 269; *Arithm.*), quæ erit recta BC.
3. Inde auferatur Semidiameter Lunæ CD, relinquitur altitudo montis BD.

Ex. gr. HEVELIUS (*a*) in montibus altiſſimis deprehendit AB = $\frac{1}{13}$ AC. Quare cum AC ſit 266 partium, qualium Semidiameter telluris eſt 1000 (§. 912), erit AB = $\frac{266}{13}$. Eſt ideo AC : AB = 266 : $\frac{266}{13}$ = 133 : $\frac{133}{13}$ = 1729 : 133. Ergo

AC^2	=	2989441
AB^2	=	17689
BC^2	=	3007130
BC	=	1734
DC	=	1729
BD	=	5

Eſt ergo BD = $\frac{5}{1729}$ AC = $\frac{1}{346}$ AC.

Quodſi ex *Geographia* Semidiameter telluris aſſumatur 860 milliarium Germanicorum; reperietur AC 228 $\frac{76}{100}$ mill. ſeu $\frac{457}{2}$ mill. Ergo BD = $\frac{1}{346}$ AC, paulo major quam $\frac{1}{2}$ mill. Germ.

SCHOLION.

918. *Cum Montium Lunarium magnitudinem dimetiri liceat; non mirum, quod ab Aſtronomis ſingulis ſua impoſita ſint nomina.* HEVELIUS (*b*) *eadem a montibus telluris mutuatur:* RICCIOLUS (*c*) *eaſdem nominibus celebrium Aſtronomorum inſignivit, quem nunc plerique ſequuntur. Quoniam nomina montium Lunarium in obſervationibus Eclipſium lunarium uſurpantur; ideo Lunæ faciem cum nominibus præcipuis ex* Ephemeridibus Pariſinis *hic exhibere libet. Eſt nempe.*

(*a*) Selenogr. C. VIII. f. 266.
(*b*) Selenogr. C. VIII. f. 255.
(*c*) In Aſtron. Reform. Lib. III. C. IX. f. 163.

Digitized by Google



1 Grimaldus.
2 Galileus.
3 Ariſtarchus.
4 Keplerus.
5 Gaſſendus.
6 Schikardus.
7 Harpalus.
8 Heraclides.
9 Lansbergius.
10 Reinholdus.
11 Copernicus.
12 Helicon.
13 Capuanus.
14 Bullialdus.
15 Eratoſthenes.
16 Timocharis.
17 Plato.
18 Archimedes.
19 Insula sinus Medii.
20 Pitatus.
21 Tycho.
22 Eudoxus.
23 Ariſtoteles.
24 Manilius.
25 Menelaus.
26 Hermes.
27 Poſſidonius.
28 Dionyſius.
29 Plinius [*Theophilus.*
30 Catharina. Cyrillus.]
31 Fracaſtorius.
32 Promont.um acutum.
33 Meſſahala
34 Promont.um Somnii.
35 Proclus.
36 Cleomedes.
37 Snell. & Furnerius.
38 Petavius.
39 Langrenus.
40 Taruntius.
41 Ptolomeus.
A Mare Humorum.
B Mare Nubium.
C Mare Imbrium.
D Mare Nectaris.
E Mare Tranquillitatis.
F Mare Serenitatis.
G Mare Fecunditatis.
H Mare Criſium.

PRO-

PROBLEMA 66.

919. *Invenire Semidiametros Planetarum primariorum in Semidiametris terræ.*

RESOLUTIO.

Cum Semidiameter Solis vera ſit 152 Semidiametrorum terreſtrium (§. 912) & ratio Diametrorum planetarum primariorum ad Diametrum Solis detur (§. 911); reperientur Semidiametri planetarum primariorum in Semidiametris terreſtribus per regulam trium.

COROLLARIUM 1.

920. Eſt ergo Semidiameter

Saturn.	*Annuli.*	*Jovis.*	*Martis.*	*Vener.*	*Merc*
$20\frac{3}{7}$,	$45\frac{7}{11}$	$27\frac{7}{11}$,	$\frac{76}{83}$,	$1\frac{17}{22}$,	$\frac{76}{147}$.

COROLLARIUM 2.

921. Hinc patet eſſe rationem quam proximam.

	Diamet. Terræ ad diam. Planetarum.	Superfic. Terræ ad Superfic. Planet.	Solid. Terræ ad Solid. Planetarum.
Annuli	1 : 45		
♄	1 : 20	1 : 400	1 : 8000
♃	1 : 28	1 : 784	1 : 21952
☉	1 : 152	1 : 23104	1 : 3511808
♂	12 : 11	6 : 5 ſ. 1 : $\frac{5}{6}$	13 : 10 ſ. 1 : $\frac{10}{13}$
♀	4 : 7	1 : 3	3 : 16 ſ. 1 : $5\frac{1}{3}$
☿	19 : 4	5 : 1 ſ. 1 : $\frac{1}{5}$	9 : 7 ſ. 1 : $\frac{7}{9}$

SCHOLION.

922. *In* Calendario Aſtronomico Academiæ Regiæ Scientiarum (*a*) *magnitudines Planetarum in Semidiametris Terreſtribus ita determinantur:*

	Diam. Planetarum.	Superficies.	Soliditates.
♄	10 —	99,	980
♃	10 +	106	1170
♂	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
☉	100	10000	1000000
♁	1	1	1
♀	1	1	1
☿	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
☾	$\frac{1}{4}$ +	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{50}$

Notandum, quod ſignum + denotet, numerum, cui adjicitur, eſſe juſto paulo minorem; ſignum vero — indicet, eum eſſe juſto paulo majorem. Plurimum autem differunt numeri hi ab anterioribus, propterea quod ibidem Diametrum Solis ob parallaxin ejus admodum exiguam multo majorem aſſumſerimus. Diſcrepant nimirum adhuc Aſtronomi in magnitudine Solis definienda.

(*a*) Loc. cit.

PROBLEMA 67.

923. *Invenire diſtantias Satellitum* Jovis *&* Saturni *a ſuis primariis.*

RESOLUTIO.

1. Ope tubi Micrometro inſtructi obſervetur ratio diſtantiæ Satellitum ad ſuum primarium.
2. Cum diameter *Saturni* atque *Jovis* in Semidiametris telluris detur (§. 920); reperietur quoque in eadem menſura diſtantia ſatellitum a ſuis primariis.

COROLLARIUM 1.

924. Cum Satelles *Jovis* primus ab eo diſtet $5\frac{2}{7}$, ſecundus 9, tertius $14\frac{2}{5}$, quartus $25\frac{1}{3}$ Semidiametris *Jovis* (§. 886); Semidiameter vero *Jovis* ſit $27\frac{7}{11}$ Semidiametrorum terreſtrium (§. 920): erit diſtantia primi a centro *Jovis* 157, ſecundi 249, tertii 398, quarti 700 Semidiametrorum terreſtrium.

COROLLARIUM 2.

925. Similiter quoniam diſtantia ſatellitis primi a centro *Saturni* eſt $1\frac{19}{20}$, ſecundi $2\frac{1}{2}$, tertii $3\frac{1}{2}$, quarti 8, quinti 24 Semidiametrorum *Saturni*; Semidiameter vero *Saturni* $20\frac{3}{7}$ Semidiametrorum terreſtrium (§. 920); erit diſtantia primi 40, ſecundi 48, tertii 72, quarti 165, quinti 496.

CAPUT VII.

De Aſpectibus Planetarum & Eclipſibus Lunæ ac Solis.

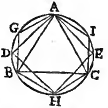
DEFINITIO 62.

926 ASpectus eſt concurſus radiorum luminoſorum a duobus planetis in terram demiſſorum, vel in unam rectam incidentium, vel angulum formantium, qui eſt vel pars, vel partes aliquotæ quatuor rectorum.

COROLLARIUM.

927. Eſt ideo Conjunctio aſpectuum principium (§. 535), Oppoſitio terminus maximus (§. 536).

DEFINITIQ 63.



928 Præter hos aſpectuum veluti terminos, *Conjunctionem* & *Oppoſitionem*, veteres numerant Trigonum, Tetragonum & Sextilem. *Trigonus* ſeu *Trinus* eſt angulus, quem metitur triens AB. *Tetragonus* ſeu *Quadratus* eſt angulus quem metitur quadrans AD. *Sextilis* eſt angulus, quem metitur ſextans AG.

DEFINITIO 64.

929. Signa ſunt, Conjunctionis ☌ Oppoſitionis ☍, Trigoni △, Quadrati □, Sextilis ✶.

SCHOLION.

930. *Aſpectuum doctrina ab Aſtrologis excogitata in uſum prædictionum omni ratione & experientia certa deſtitutarum atque hinc a recentioribus ex Matheſi profligatarum. Unde* KEPLERUS (*a*) *Aſpectum definit per angulum a radiis planetarum apud terram formatum, efficacem ad ſtimulandam naturam ſublunarem.*

DEFINITIO 65.

931. Recentiores addiderunt *Decilem*, qui decimam circuli partem comprehendit, *Tridecilem*, qui tres decimas, & *Biquintilem*, qui 4 decimas ſeu duas quintas intercipit. KEPLERUS ſuperaddit ex obſervationibus, ut ait, Meteorologicis *Semiſextum*, quem duodecima pars circuli; & *Quincuncem*, quem quinque duodecimæ metiuntur. Denique Medicis Aſtrologis debetur *Octilis*, qui unam; & *Trioctilis* ſeu *Seſquadrus*, qui tres octavas comprehendit.

COROLLARIUM.

932. Cedunt ideo Conjunctioni gradus 0, Semiſexto 30, Decili 36, Octili 45, Sextili 60, Quintili 72, Quadrato 90, Tridecili 108, Trino 120, Seſquadro 135, Biquintili 144, Quincunci 150, Oppoſitioni 180; ſigna vero Conjunctioni 0, Semiſexto 1, Sextili 2, Quadrato 3, Trino 4, Quincunci 5, Oppoſitioni 6.

DEFINITIO 66.

933. *Conjunctio magna* eſt conjunctio Saturni & Jovis; *Conjunctio* vero *maxima* eſt conjunctio eorundem planetarum ſupremorum in principio Arietis.

SCHO-

(*a*) Epit. Aſtron. Lib. VI. p. 840.

Digitized by Google

SCHOLION.

934. *Diviſio hæc in Aſtronomia parum habet utilitatis, ſed Aſtrologorum commentis debetur, qui conjunctionibus raro redeuntibus (magna enim intervallo 20, maxima intervallo 800 circiter annorum redeunt) magnam efficaciam tribuunt.*

DEFINITIO 67.

935. *Conjunctio corporalis* eſt, qua Stella inferior ſuperiorem tegit, eaque *centralis*, ſi centra ſiderum cùm centro terræ fuerint in eadem recta; *Platica* vero dicitur, quæ cum aliqua latitudine conjuncta.

PROBLEMA 68.

936. ***Datis Planetarum duorum longitudine ad meridiem, qui aſpectum præcedit, & motu utriuſque diurno, invenire momentum, quo is celebratur.***

RESOLUTIO.

1. E Longitudine remotioris ſubtrahantur tot ſigna vel gradus, quot cuilibet aſpectui cedunt (§. 932): nempe in ☍ 6, in △ 4 vel 8, in □ 3 & 9, in ⚹ 2 aut 10 ſigna & ita porro: ut ad eundem fere locum reducatur, in quo vicinior hæret.
2. Locus datus vicinioris & reductus remotioris a ſe invicem ſubtrahatur: quo facto
3. Fiat: ut differentia motuum diurnorum, (ſi Planeta uterque vel directus, vel retrogradus), ſeu ut ſumma eorundem motuum, (ſi alter directus, alter retrogradus) ad differentiam modo inventam; ita 24 horæ ad intervallum temporis a meridie dato uſque ad momentum aſpectus præterlapſum. Supponitur enim, motum diurnum in paucarum horarum intervallo eſſe tempori ad ſenſum proportionalem.

Ex. gr. Ex Ephemeridibus apparet A. 1711 d. 10. Nov. in ipſo meridie juxta Meridianum *Pariſinum* fuiſſe locum *Saturni* ♌ 14° 25′, motum ejus diurnum 2′; locum *Martis* ♂ 14° 18′ 36″, motum diurnum 44′ 24″. Cum ideo diſtantia ſit 4 fere ſignorum, patet eo die fuiſſe △♄♂: quæritur momentum hujus aſpectus.

Loc. ♂	8 S. 14°	18′	36″	Mot. ♂	44′	24″
Subt.	4			Mot. ♄	2	
Loc. ♂ red.	4 S. 14	18	36	Differ.	42	24
Loc. ♄	4 S. 14	25				
Different. Long.		6	24			

Eſt ideo differentia motuum diurnorum ad differentiam longitudinis ut 42′ 24″ ad 6′ 24″, hoc eſt, fere ut 53 ad 8. Fiat ergo 53 ad 8 ita 24 h. ad momentum trini 3h. 37′ 19″.

DEFINITIO 68.

937. *Eclipſis Lunæ* eſt privatio luminis in Luna ob interpoſitionem diametralem terræ inter Lunam & Solem. *Totalis* eſt, ſi Luna tota deficit; *partialis* vero, ſi tantum aliqua ejus pars deficit. Eſtque *totalis* vel *cum mora*, ſi defectus totalis aliquandiu durat; vel *ſine mora*, ſi inſtantanea.

SCHOLION.

938. *Veritas hujus definitionis patet ex ſuperioribus* (§. 459) *& mox evidentius adhuc patebit.*

PROBLEMA 69.

939. ***Ad datum quodcunque tempus invenire longitudinem coni umbroſi terræ.***

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus inveniatur diſtantia Solis a terra (§. 685).
2. Cum Diameter Solis in Semidiametris

metris terræ detur (§. 921. 922); invenietur Axis Coni umbroſi (§. 143. *Optic.*).

Ex. gr. Diſtantia Solis maxima a terra eſt 34995 Semidiametrorum terreſtrium (§. 904), Semidiameter Telluris 1, Solis 152 (§. 921): reperietur longitudo Coni umbroſi 231 fere. Similiter quia diſtantia Solis minima a terra 33759; in diſtantia Perigæa longitudo Coni umbroſi 223 Semidiametrorum terreſtrium.

Corollarium.

940. Cum diſtantia Lunæ maxima a terra ſit nondum 64 Semidiametrorum terreſtrium (§. 893); Luna in oppoſitione cum Sole prope nodos vel in iiſdem conſtituta in umbram terræ incidit, etiamſi Sol in Perigæo & Luna in Apogæo fuerit. Multo magis itaque in eandem immergitur, ſi Sol fuerit Apogæo & Luna Perigæo vicinior, quia tum umbra longior (§. 144. *Optic.*) & Luna baſi Coni umbroſi propior.

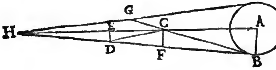
Problema 70.

941. *Invenire Semidiametrum apparentem umbræ terreſtris in loco tranſitus Lunæ ad datum tempus.*

Resolutio:

1. Ad datum tempus inveniantur diſtantiæ Lunæ ac Solis a terra (§. 889) & inde porro parallaxes horizontales (§. 387).
2. Parallaxes horizontales conjiciantur in unam ſummam.
3. Inde auferatur Semidiameter Solis apparens; quod relinquitur eſt Semidiameter apparens umbræ.

Ex. gr. Sit Parall. ☽ horizont.	56′	18″
Parall. ☉ horizont.		6
Aggregat.	56	24
Semid. ☉ appar.	16	5
erit Semid. Umbræ	40′	19″



Demonstratio.

Sit AB Semidiameter Solis, CF Telluris, ED Umbræ in tranſitu Lunæ: erit ACB Semidiameter apparens Solis, DCE umbræ; & CBF Parallaxis horizontalis Solis, CDF Lunæ (§. 371). Eſt vero GCE = ACB (§. 156. *Geom.*) & GCD = CDF + CBF (§. 239 *Geom.*). Ergo GCD − GCE (= ECD) = CDF + CBF − ACB (§. 91 *Arith.*). *Q. e. d.*

Scholion.

942. *Cum Parallaxis Lunæ ſit juxta* PHIL. DE LA HIRE, *non major 6″, ideoque fere inſenſibilis, ejus additionem omittit. Sed propter Umbram Atmoſphæræ Semidiametrum Umbræ apparentem integro ſcrupulo primo augeri jubet: unde juxta ipſum Semidiameter Umbræ in noſtro exemplo, 41′ 13″.*

Definitio 69.

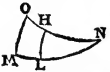
943. *Termini Eclipſium poſſibiles* dicuntur, intra quos fieri poteſt, ut aliquando Eclipſis contingat: *neceſſarii* appellantur, intra quos neceſſario Eclipſis contingit.

Problema 71.

944. *Terminos Eclipſis Lunaris cum poſſibiles, tum neceſſarios determinare.*

Re-

RESOLUTIO.



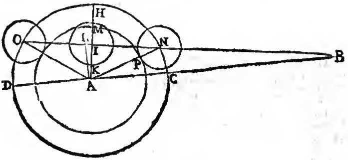
1. Cum nulla poſſibilis ſit Eclipſis, niſi aggregatum ex Semidiametris umbræ ac Lunæ ſit major latitudine Lunæ (alias enim Luna non incurrit umbram); addantur Semidiametri apparentes Lunæ Perigææ & umbræ, Sole Apogæo, ut habeatur latus MO.
2. Datis in △ Sphærico MNO angulo ad nodum, cujus menſura eſt latitudo Lunæ maxima in copulis, recto M & crure MO, inveniatur diſtantia Lunæ a nodo NO (§. 118 *Sphæric.*) : qui eſt terminus, ultra quem Eclipſis contingere nequit.
3. Eodem modo ſi Semidiametri apparentes Lunæ Apogææ & Umbræ, Sole Perigæo, addantur ut habeatur LH, in △ NLH invenietur diſtantia Lunæ a Nodo HN (§. 118. *Sphæric.*) : qui eſt terminus, intra quem Luna neceſſario Eclipſin patitur.

Ex. gr. Juxta KEPLERUM (a) Semidiameter umbræ in Sole Apogæo & Luna Perigæa 49′ 40″, Semidiameter Lunæ apparens in Perigæo 16′ 22″. Ergo MO 66′ ſeu 1° 6′ atque hinc nulla erit Eclipſis Lunæ ſi latitudo ejus vera major fuerit 1° 6′. Jam cum angulus N ab eodem KEPLERO (b) ſupponatur 5° 18′; erit.

Log. Sin. N.	89655317
Sin. MO.	82832434
Sin. tot.	100000000
Log. Sin. NO.	91177097

cui in Tabulis reſpondent 11° 59′ 43″, hoc eſt, fere 12°. Si ideo diſtantia Lunæ a nodo fuerit major quam 12°, nulla contingere poteſt Eclipſis.

Similiter juxta KEPLERUM Semidiameter umbræ in Sole Perigæo & Lunæ Apogæa eſt 43′ 50″, Semidiameter Lunæ Apogææ 15′, ideoque LH 58′ 50″, atque hinc neceſſario erit Eclipſis, ſi latitudo Lunæ vera non excedat 58′ 50″. In hoc vero caſu reperitur ut ante Argumentum latitudinis 1° 40′.



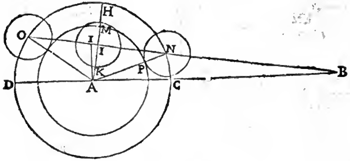
DEFINITIO 70.

945. *Arcus inter centra* eſt arcus AI ex centro umbræ A in orbitam Lunæ OB perpendicularis.

PROBLEMA 72.

946. *Data Lunæ latitudine vera* AL.

(a) Epit. Lib. VI. p. 862.
(b) In Rudolph. C. XXXI. f. 29.



AL *ad tempus oppoſitionis veræ, una cum angulo ad nodum* B; *invenire arcum inter centra* AI *&* *arcum* IL.

RESOLUTIO.

Cum in Triangulo Sphærico AIL ad I rectangulo detur latus AL, & angulus ALI, nempe ipſius LAI ſeu B complementum ad rectum; reperietur arcus inter centra AI (§. 116. *Sphæric.*).

Ex. gr. Sit AL 43′ 25″ ALI 84° 37′, erit

Log. Sin. tot.	100000000
Sin. LA	81013703
Sin. ALI	99980802
Sin. AI	x80994505

cui in Tabulis reſpondent 43′ 14″ ſeu 2594″.

Quoniam angulus LAI ipſi B æqualis, cum uterque cum IAB faciat rectum, & præterea detur latitudo Lunæ AL; reperietur arcus LI (§. 118. *Sphær.*).

Ex. gr. Sit AL 43′ 25″ 7 angulus B ſeu LAI 5° 23′; erit

Log. ſin. tot.	100000000
Sin. AL	81013703
Sin. LAI	89722895
Sin. LI	x70736598

cui in Tabulis reſpondent 4′ 4″ ſeu 4″.

SCHOLION.

947. *Quoniam latera* LA, AI *&* LI *exigua ſunt, erunt eadem ut eorum ſinus, ideoque inveniri quoque poteſt* AI *inferendo*: Ut ſinus totus ad ſinum anguli LAI, ita AL ad LI; & ut ſinus totus ad ſinum anguli ALI, ita AL ad AI.

COROLLARIUM.

948. Si ſumma ex arcu inter centra AI & ſemidiametro Lunæ apparente ſit æqualis ſemidiametro umbræ, Eclipſis eſt totalis ſine mora: ſi minor, totalis cum mora: ſi denique major, attamen minor ſumma ex ſemidiametris Lunæ & umbræ, partialis (§. 937).

DEFINITIO 71.

949. *Scrupula defectus* ſunt pars ſemidiametri lunaris MK, quæ umbram ingreditur, in iſtiuſmodi ſcrupulis, quibus exprimitur Diameter Lunæ apparens HK.

DEFINITIO 72.

950. *Digiti Ecliptici* ſunt partes duodecimæ Diametri lunaris, quæ obſcurantur. Dividuntur ſingulæ in minuta 60.

PROBLEMA 73.

951. *Datis Diametro Lunæ apparente*

Digitized by Google

rente HK, *Semidiametro Umbræ* AM *& arcu inter centra* AI; *invenire ſcrupula defectus* KM *& quantitatem Eclipſis determinare*.

RESOLUTIO.

1. Semidiameter Lunæ IK addatur ſemidiametro umbræ AM, erit $AM + IK = AI + IM + IK = AI + MK$.
2. Ex hac igitur ſumma ſubtrahatur arcus inter centra AI, relinquentur ſcrupula defectus MK.
3. Hinc fiat: ut diameter Lunæ KH ad ſcrupula defectus MK, ita 12 ad digitos Eclipticos.

Ex. gr. Sit KH 30′ 44″, ideoque IK 15′ 22″, AM 41′ 13″, AI 43′ 33″: erit

Semidiameter Lunæ		15′	22″
Umbræ		41	13
Summa		56	35
Arcus inter centra		43	33
Scrupula defectus		13	2 ſ. 782″
Fiat ergo:	1844 :	782 =	12
h. e.	461	3	3
	461)	2346	($5 \frac{41}{461}$ dig.
		2305	ſive 5. dig. 5′
		41	

Calculus facilior, ſi Logarithmis utaris.

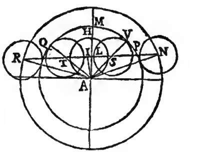
DEFINITIO 73.

952. *Scrupula durationis dimidiæ* ſunt arcus orbitæ lunaris, quem centrum Lunæ deſcribit ab initio Eclipſis uſque ad medium, vel a medio uſque ad finem NI vel IO.

DEFINITIO 74.

953. *Scrupula dimidiæ moræ* ſunt arcus orbitæ lunaris, SI vel IT: quem Centrum Lunæ deſcribit intra dimidiam moram obſcurationis totalis.

DEFINITIO 75.



954. *Scrupula incidentiæ* ſeu *caſus* ſunt arcus orbitæ lunaris SN, quem centrum Lunæ deſcribit ab initio Eclipſis uſque ad momentum, quo tota in umbram incidit.

DEFINITIO 76.

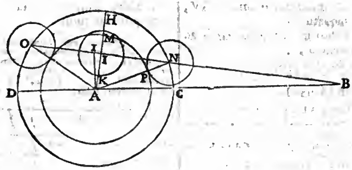
955. *Scrupula emerſionis* ſunt arcus orbitæ TR, quem centrum Lunæ percurrit ab eo momento, quo Luna ex umbra telluris emergit uſque ad finem Eclipſis.

PROBLEMA 74.

956. *Datis arcu inter centra* AI, (Vid. Fig. §. 950) *& Semidiametris umbræ* AP *atque Lunæ* PN; *invenire ſcrupula dimidiæ durationis* IN.

RESOLUTIO.

1. Semidiametri umbræ AP & Lunæ PN conjiciantur in unam ſummam, ut prodeat AN.
2. A quadrato AN ſubtrahatur quadratum AI, reſiduum eſt quadratum IN (§. 417. *Geom.*).
3. Ex hoc ideo reſiduo extrahatur radix, quæ erit arcus IN quæſitus.



Aliter.

Quodſi Logarithmis uti volueris.

1. Addantur AN & IA, ut habeatur ſumma AN + IA, iidemque arcus a ſe invicem ſubtrahantur, ut habeatur reſiduum AN—IA.
2. Logarithmi AN + IA atque AN —IA conjiciantur in unam ſummam.
3. Summa hæc dividatur bifariam: ita prodibit Logarithmus ſcrupulorum durationis dimidiæ IN.

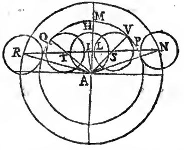
Ex. gr. Sit AP $41^{\prime}\ 13^{\prime\prime}$ ſeu $2473^{\prime\prime}$, PN $15^{\prime}\ 22^{\prime\prime}$ ſeu $922^{\prime\prime}$ ideoque AP + PN = AN = $3395^{\prime\prime}$. Sit porro arcus inter centra AI $2594^{\prime\prime}$: erit

AN	3395	AN	3395
AI	2594	AI	2594
AN + AI	5989	AN — AI	801
Log. AN + AI		37773543	
AN — AI		29036325	
Summa		66809868	
Log. IN		33404934	
cui in Tabulis reſpondent		$2190^{\prime\prime}$.	

DEMONSTRATIO.

Rectangulum ex AN + AI in AN — AI eſt æquale differentiæ quadratorum ex AN & ex AI (§. 86 *Anal. finit.*), hoc eſt, quadrato IN (§. 417. *Geom.*). Ergo ſumma Logarithmorum AN + AI & AN — AI eſt Logarithmus quadrati IN (§. 337. *Arithm.*). conſequenter ejus dimidium eſt Logarithmus ipſius IN (§. 341. *Arithm.*). *Q. e. d.*

PROBLEMA 75.



957. *Iiſdem datis, invenire in Eclipſi totali cum mora ſcrupula dimidiæ moræ* IS.

RESOLUTIO.

1. Semidiameter Lunæ SV ſubducatur

tur ex Semidiametro umbræ AV, ut relinquatur AS.

2. Datis ideo in triangulo AIS ad I rectangulo, arcu AS modo invento & arcu inter centra AI, invenitur IS ut in Problemate præcedente (§. 956).

Corollarium.

958. Quodſi ex ſcrupulis durationis dimidiæ IN ſubtrahantur ſcrupula moræ dimidiæ IS, relinquuntur ſcrupula incidentiæ SN, quibus ſcrupula emerſionis TR æqualia.

Problema 76.

959. *Ad datum quodcunque tempus invenire ætatem Lunæ mediam & novilunium atque plenilunium medium pro dato menſe.*

Resolutio.

1. Ad datum tempus ſupputentur locus Solis & locus Lunæ medius (§. 672. 827).
2. Locus Solis a loco Lunæ auferatur (aucto, ſi opus fuerit, integro circulo); reſiduum eſt elongatio Lunæ media a Sole.
3. Elongatio Lunæ a Sole media inventa dividatur per elongationem diurnam mediam a Sole (quæ eſt differentia inter motum medium diurnum Solis & motum medium diurnum Lunæ); quotus eſt media Lunæ ætas, hoc eſt, tempus a novilunio proximo præterlapſum.
4. Quodſi hoc tempus ex tempore dato ſubducas, relinquitur tempus novilunii medii proxime præterlapſi medium.
5. Et ſi ulterius addas ſemiſſem menſis Synodici, ſumma erit tempus plenilunii medii medium; integrum ſi addas tempus medium novilunii proxime futuri.

Ex. gr. Quæritur ætas Lunæ media d. 15 Sept. An. 1708 & tempus medium cum novilunii, tum plenilunii medii ejuſdem menſis. Erit per tabulas Cel. DE LA HIRE

Loc. ☉ med.	5 S.	24°	29′	7″
Æquat. tempor. ſubtr.				23
9′ 14″				
Loc. ☉ med. temp. med.	5 S.	24	28	44
Loc. ☽ med.	6 S.	1	49	30
Elong. ☽ a ☉	0 S.	7	20	46
		ſeu 26446″		
Mot. ☽ diurn.		13	10	35
Mot. ☉ diurn.			59	8
Mot. ☽ a ☉		12	11	27
		ſeu 43887″		

Inferatur: Ut 43887″ ad 86400 ſcrupula horaria (hoc eſt, 24 horas) ita 26446 ad ætatem Lunæ mediam 52064″ ſeu 14 h. 27′ 44″.

Ergo A. 1708 d. 14 Sept.	23 h.	50′	46″
Ætas Lunæ med.	14 h.	27	44
Novilun. med. d. 14 Sept.	9 h.	23	2
Semiſſ. m. Synod. 14 d.	18 h.	22	2
Plenilun. med. d. 29 Sept.	3 h.	45	4

poſt meridiem in Meridiano *Pariſino*, tempore medio.

Corollarium 1.

960. Quodſi eodem modo quæſiveris ætatem Lunæ mediam tempore medio diei primæ Januarii An. 1760. ſtyli novi, aut alterius cujuſcunque; prodibit Epocha Noviluniorum mediorum, quales exhibent Tabularum conditores.

Corollarium 2.

961. Quodſi ab Epocha Novilunii ſubtrahas ſemiſſem menſis Synodici, relinquitur Epocha Plenilunii ad idem tempus, ſeu tempus medium a Plenilunio medio proxime præcedente elapſum.

Ex. gr. An. 1700 ſtylo novo fuit

Epoch. Novilun.	21 d.	13 h.	5′	34″
Semiſſ. menſ. Synod.	14 d.	18	22	2
Epoch. Plenilun.	6 d.	18 h.	43	32

Scholion.

962. *Ut Novilunia & Plenilunia media facilius*

inveniantur, conditores Tabularum conſtruere ſolent Tabulas Epactarum *eo, qui ſequitur, modo.*

DEFINITIO 77.

963. *Epactæ* ſunt exceſſus menſis Solaris ſupra menſem Synodicum & anni Solaris ſuper 12 menſes Synodicos, vel etiam plurium menſium Solarium ſuper totidem Synodicos & plurium annorum ſuper totidem menſes Synodicos duodecies ſumtos.

SCHOLION

964. *In præſenti negotio aſſumimus menſes* Julianos, *qualibus in Calendariis noſtris utimur, & annos itidem Julianos 365 dierum: quia ad tales annos & menſes conſtructæ ſunt Tabulæ Aſtronomicæ.*

PROBLEMA 77.

965. *Invenire Epactam cujuslibet menſis per annum integrum & unius, duorum, trium &c. pluriumve annorum, data quantitate menſis Synodici.*

RESOLUTIO.

1. Quantitas menſis Synodici ſibi ipſi addatur, & aggregato eadem denuo adjiciatur, atque ita porro, ut conſtet quantitas duorum, trium, pluriumve menſium Synodicorum.
2. A quantitate menſis Januarii ſeu 31 diebus ſubtrahatur menſis Synodicus unus, relinquetur Epacta Januarii (§. 963). Et generaliter a diebus ab initio anni elapſis ſubtrahantur integri menſes Synodici interea elapſi *vi num.* 1. quod relinquitur eſt Epacta ejus menſis.
3. Cum Epacta duodecim menſium ſit Epacta unius anni, ſi eidem addas numerum dierum unius, duorum, trium &c. Annorum & inde auferas, ut ante, integros menſes Synodicos, qui in aggregato continentur; reſidua fient Epactæ duorum, trium, pluriumve annorum.

Ex. gr. Januarius	d. 30	h. 23	59′	60″
Menſ. Synod.	d. 29	h. 12	44	3
Epacta Januarii	d. 1	h. 11	15	57
Annus Julian.	d. 364	h. 23	59	60
12 Menſ. Synod.	d. 354	h. 8	48	38
Epacta Anni 1	d. 10	h. 15	11	22

COROLLARIUM 1.

966. Quodſi Radici Noviluniorum addantur Epactæ annorum & menſium datorum, una cum diebus, ac horis, atque ſcrupulis horariis datis & a ſumma ſubducantur menſes Synodici integri; relinquitur ætas media Lunæ ad tempus datum. Ex. gr. quæratur ætas media Lunæ An. 1708. d. 14. Sept. h. 23 50′ 46″ tempore medio: erit.

Radix 1700	21 d.	13 h.	5′	34″
A 7.	16	8	51	31
Aug. complet.	6	18	7	35
Tempus datum	14	23	50	46
Summa	59	15	55	26
2 Menſ. Synod.	59	1	28	6
ætas Lunæ media		14 h.	27	20

COROLLARIUM 2.

967. Cum ex ætate Lunæ media tempus Novilunii medii dato menſe erui poſſit (§ 959); ratio per Epactas inveniendi Novilunia & Plenilunia media manifeſta eſt.

PROBLEMA 78.

968. *Invenire motum Lunæ & Solis horarium verum ad tempus datum.*

RESOLUTIO.

1. Ad datum tempus medium & diem proxime præcedentem ſupputentur loca Solis atque Lunæ (§. 720. 863).
2. Loca Solis, itemque Lunæ, a ſe invicem ſubtrahantur.
3. Reſidua per 24 dividantur: quoti erunt

Digitized by Google

erunt motus horarius Solis atque Lunæ.

Aliter.

1. Ad datum tempus quæratur æquatio Solis, una cum æquatione, quæ anomaliæ uno gradu majori reſpondet.
2. Fiat: ut 60 ad motum horarium medium $2'\ 28''$ ſeu incrementum horarium anomaliæ Solis, hoc eſt, ut 900 ad 37, ita differentia æquationum modo repertarum ad differentiam motus horarii & medii Solis.
3. Quodſi ergo hæc differentia a motu horario medio Solis ſubtrahatur, quamdiu anomalia 93° minor eſt, eidem vero addatur, ſi hæc major 93° fuerit; prodibit motus horarius Solis verus.

Ex. gr. Si anomalia Solis fuerit 30° æquatio $56'\ 31''$, ſi 31°, æquatio $58'\ 14''$, ideoque differentia $1'\ 43''$ ſeu $103''$. Fiat ut 900 ad 37 ita $103''$ ad $4''$, quæ ex $2'\ 28''$ ſubducta relinquunt motum Solis horarium verum $2'\ 24''$.

Similiter quia anomalia vera a media differt una hora ante vel poſt copulam mediam, per motum horarium medium & æquationem centri, hoc eſt, per $41'\ 49''$, ſi loco rationis $60'$ ad $2'\ 28''$, aſſumatur ratio $60'$ ad $41'\ 49''$, reperietur ut ante differentia inter motum Lunæ horarium medium & verum, ſubtrahenda e motu medio horario Lunæ $32'\ 56''$, ſi anomalia minor 95°, addenda, ſi major.

Quodſi differentia æquationum compoſitarum utaris, eodem modo reperitur horarius Lunæ verus extra Copulas.

Scholion

969. *Per hanc regulam a* REGIOMONTANO (a) *traditam conſtrui ſolent ad ſingulos anomaliæ veræ gradus* Tabulæ motuum horariorum verorum Solis & Lunæ.

Problema 79.

970. *Dato tempore novilunii vel plenilunii medii; invenire tempus veri.*

Resolutio.

1. Ad tempus novilunii medii ſupputetur locus Solis verus & locus Lunæ verus in copulis, una cum utriuſque anomalia vera (§. 720. 863).
2. Quærantur porro motus horarii veri Solis atque Lunæ ad idem tempus (§. 968).
3. Locus Lunæ a loco Solis vel contra (minor nempe a majore) auferatur, ut relinquatur diſtantia Lunæ a copula.
4. Motus horarius verus Solis ab horario Lunæ vero ſubducatur, ut relinquatur horarius verus Lunæ a Sole.
5. Fiat: ut horarius Lunæ a Sole verus ad horam unam ſeu $3600''$, ita diſtantia Lunæ a copula ad differentiam temporis copulæ mediæ a tempore copulæ veræ.
6. Differentia hæc addatur tempori copulæ mediæ, ſi locus Lunæ minor loco Solis; dematur, ſi major fuerit: ita prodibit tempus Syzygiæ veræ, raro tamen exactum.
7. Quærantur ideo denuo ad hoc tempus locus Solis verus & locus Lunæ verus (§. 720. 863) cum motibus horariis veris utriuſque luminaris (§. 968) & ſi loca Lunæ ac So-

(a) In Epit. Almag. Liv. VI. Prop. 4.

Digitized by Google

Solis differunt, differentia temporis antea reperti a tempore exacto Syzygiæ veræ reperiatur ut ante.

8. Hæc operatio tamdiu repetenda, donec differentia temporis inventa non exceſſerit 5″ : tum enim locus Solis repertus erit locus utriuſque lunaris in copula.

9 Dato loco Solis ad tempus Syzygiæ veræ, inveniatur æquatio temporis (§. 715), quæ ei addita vel demta producet tempus verum Syzygiæ veræ.

Ex. gr. An. 1708. Plenilunium medium contigit d. 29. Sept. 3. h. 45′ 4″ poſt meridiem: quæritur tempus veri.

Per Tabulas Cel. DE LA HIRE tum erat

Loc. ☉ verus	6 S	6°	40′	38″
Loc. ☾ ad Eclipt. reduct.	0	3	50	9
Diſt. ☾ ab opp. ☉		2	40	29
		ſive	9629″	

Hor. Lunæ	32′	17″
Hor. Solis	2	28
Differ.	29	49
Reduct. ſubt.		8
Hor. Lunæ a Sole	29.	41 ſive 1781″.

Fiat, ut 1781 ad 3600, ita 9629″ ad 19463″

ſeu	5 h.	24′	23″
Plen. med.	3	45	4
Plen. ver.	9 h.	9′	27″

Erat tum per eaſdem Tabulas

Loc. ☉ verus	6 S,	6°	43′	57″
Loc. ☾ in Eclipt.	0	6	43	52
Diſt. ☾ ab opp. ☉				5

Horar. ☾ a ☉ 29′ 30″ ſeu 1770″

Fiat, ut 1770 ad 3600, ita 5″ ad 10″

Ergo plen. veri tempus 9 h. 9′ 37″

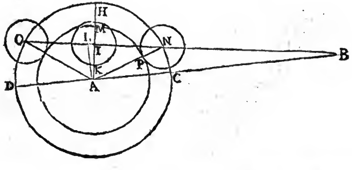
Ad hoc tempus reperitur

Loc. ☉ verus	6 S	6°	43′	57″
Loc. ☾ in Eclipt.	0 S	6	43	55
Diſt ☾ ab opp. ☉				2,

unde ut ante elicitur tempus a copula deficiens 4″. Eſt itaque

Temp. Plenilunii veri	9 h.	9′	39″
Æquat. temp. add.		14	10
Tempus appar. Plen. veri	9 h.	23	49″

Celebrata igitur eſt copula vera ☉ & ☾ A. 1708. die 29. Sept. 9 h. 23. 49″ poſt meridiem in Meridiano *Pariſino*, tempore apparente.



PROBLEMA 80.

971. *Datis ſcrupulis dimidiæ durationis* IN, *una cum tempore apparente Plenilunii veri & horario Lunæ a Sole,*

arcu-

arcuque LI; *invenire medium, initium ac finem Eclipſis lunaris & durationem ejus definire.*

R E S O L U T I O.

1. Fiat : Ut Horarius Lunæ a Sole verus ad 3600 ſcrupula ſecunda horaria , ita ſcrupula arcus LI ad ſcrupula horaria eidem æquivalentia.
2. Hæc ſcrupula in primo & tertio quadrante Anomaliæ a tempore plenilunii veri ſubtrahantur, in ſecundo & quarto addantur, ut prodeat tempus Eclipſis mediæ.
3. Fiat : Ut motus horarius Lunæ a Sole verus ad ſcrupula horaria ſecunda 3600, ita ſcrupula dimidiæ durationis IN ad tempus durationis dimidiæ : cujus ideo duplum integram durationem definit.
4. Tempus dimidiæ durationis a tempore Eclipſis mediæ ſubtrahatur, reſiduum erit Eclipſis initium : idem eidem addatur, aggregatum erit finis ejus.

Ex. gr. LI = 4′ 5″ = 245″, IN = 2190″, tempus Plenilunii veri h. 9 23′ 49″, horarius Lunæ a Sole verus 30′ 12″ ſeu 1812″ : erit

Log. Hor. ☾ a ☉	32581582
Log. 3600	35563025
Log. LI	23891661
	59454686
Log. temp. quæſ.	26873104

cui in Tabulis quam proxime reſpondent 486″ ſeu 8′ 6″

Temp. Plenil. veri	h. 9 23′ 49″
Tempus Eclipſ. mediæ	h. 9 15 43
Log. Hor. Lunæ a Sole	32581582
Log. 3600	35563025
Log. IN	33404441
	68967466
Log. dur. dimid.	36385884

cui in Tabulis reſpondent 4351″ ſeu 1 h. 12′ 31″

			2
Duratio Eclipſis	2 h. 25	2′	
Tempus Eclipſ. med.	h. 9	15′	43″
Duratio dimid. ſubtr.	h. 1	12	31
Initium Eclipſ.	h. 8	3	12
Tempus Eclipſ. med.	h. 9	15	43
Durat. dimid. add.	h. 1	12	31
Finis Eclipſis	h. 10	28	14

P R O B L E M A 81.

972. *Datis Semidiametris Lunæ atque Solis apparentibus in Apogæo; invenire eaſdem in quocunque alio Anomaliæ gradu.*

R E S O L U T I O.

1. Inveniatur ratio diſtantiæ in dato Anomaliæ gradu ad diſtantiam Apogæam (§. 685).
2. Cum Semidiametri apparentes ſint ut diſtantiæ reciproce (§. 212. *Optic.*); reperientur eædem ope regulæ trium (§. 302 *Arith.*).

S C H O L I O N.

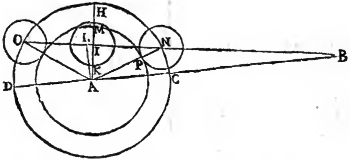
973. *Hoc modo conduntur* Tabulæ Semidiametrorum apparentium Solis & Lunæ *ad quinot Anomaliæ gradus.*

P R O B L E M A 82.

974. *Eclipſin Lunæ ſupputare.*

R E S O L U T I O.

1. Ad tempus Plenilunii medii (§. 959) datum ſupputetur diſtantia a nodo, ut conſtet, utrum illud ſit Eclipticum, nec ne (§. 944).
2. Supputetur ulterius tempus Plenilunii veri cum loco Solis vero & Lunæ ad Eclipticam reducto (§. 970).
3. Ad momentum Plenilunii veri ſupputetur latitudo Lunæ vera (§. 880) & utriuſ-



& utriuſque luminaris a terra diſtantia (§. 889) cum Parallaxibus horizontalibus (§. 387) & Semidiametris apparentibus (§. 972).

4. Ad idem momentum inveniatur horarius Lunæ verus & horarius Solis verus (§. 968).

5. Hinc porro inveſtigetur Semidiameter umbræ apparens AP (§. 941) &

6. Arcus inter centra AI cum arcu LI (§. 946).

7. Supputentur ſcrupula dimidiæ durationis IN (§. 956) & inde

8. Duratio, initium, medium ac finis Eclipſis definiatur (§. 971).

9. Quærantur tandem ſcrupula defectus & inde quantitas Eclipſis determinetur (§. 951).

Ex. gr. An. 1708. Plenilunium medium contigit die 29. Sept. 3 h. 45′ 4″ poſt meridiem. Erat tum diſtantia ☾ a ☊ 0S 5° 22′ 36″ juxta Tabulas Cel. DE LA HIRE. Eſt ergo Plenilunium Eclipticum (§. 944). Ad illud vero tempus reperimus

Plenilunium verum	h.	9	23′	49″
Locum ☉ verum	6 S.	6°	43′	47″
Loc. ☾ in ecliptica	6 S.	6	43	47
Latit. ☾ veram Bor.			43	25

Parallaxin horizont. ☉			6
Parallaxin horizont. ☽		56	18
Semid. apparent. ☉		16	5
Semid. apparent. ☽		15	22
Horar. verum ☽ a ☉		30	12
Semid. umbræ		41	13
Arcum inter centra		43	14
LI		4	5
Scrupula dimidiæ durationis		36	30
Scrupula defectus		13	21
Durationem Eclipſis	h. 2.	25	2
Initium	8.	3	12
Medium	9.	15	43
Finem	10.	28	14
Quantitatem	5. dig.	13′	

SCHOLION.

975. *Ad calculum Eclipſium abſolvendum utendum eſt tabulis, quarum conſtructio ex antecedentibus manifeſta: ubi autem tabulæ deficiunt, ſupputatio fit per Problemata a nobis expoſita. Moleſtiſſima in toto calculo eſt Plenilunii veri inventio, unde tamen reliqua omnia pendent. Illo dato reliqua nihil tædii habent.*

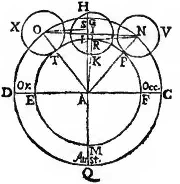
PROBLEMA 83.

976. *Datis Semidiametris Lunæ & Umbræ terræ, una cum latitudine ad initium & finem Eclipſis; Typum Eclipſis lunaris in plano deſcribere.*

RE-

Digitized by Google

RESOLUTIO.



1. Deſignet CD Eclipticam, ſitque in A centrum umbræ: per quod agatur recta GQ ad DC perpendicularis. Supponatur in D Oriens, in C Occidens, in Q Meridies, in G Septentrio.
2. Ex A intervallo aggregati AN ex Semidiametro umbræ AP & Semidiametro Lunæ PN deſcribatur circulus DGCQ & intervallo Semidiametri umbræ ſolius AP alius concentricus EMFR, qui ſectionem umbræ in tranſitu Lunæ exhibebit.
3. Fiat AL æqualis latitudini Lunæ ad initium Eclipſis & in L erigatur perpendicularis LN occurrens Peripheriæ majori in N verſus Occidentem: erit ergo in N centrum Lunæ initio Eclipſis.
4. Similiter fiat AS æqualis latitudini Lunæ ad finem Eclipſis & in S erigatur perpendicularis OS, quæ cum ipſi DC parallela (§. 256 *Geom.*) diſtantiam ab ea non mutet (§. 81 *Geom.*), erit in O centrum Lunæ in fine Eclipſis.
5. Connectantur puncta O & N recta: erit ON arcus orbitæ, quem centrum Lunæ durante obſcuratione percurrit.
6. Ex O & N intervallo Semidiametri lunaris deſcribantur circuli PV & TX, quæ Lunam in initio ac fine Eclipſis exhibebunt.
7. Denique ex A demittatur ad ON perpendicularis AI; erit in I centrum Lunæ in media obſcuratione. Quare ſi
8. Ex I intervallo Semidiametri lunaris circulus HK deſcribatur, repræſentabit is Lunam in obſcuratione maxima & quantitatem Eclipſis definiet.

PROBLEMA 84.

977. *Eclipſin Lunæ obſervare.*

RESOLUTIO.

1. Horologium oſcillatorium ad motum Solis componatur (§. 125) aut ejus motus ex obſervatis ſtellarum altitudinibus aut altitudine Solis diurna rectificetur (§. 299).
2. Tubus Micrometro exquiſito inſtructus convertatur in Lunam & notetur ope Horologii oſcillatorii tempus, quo peripheria lunaris rotunditatem amittere incipit, umbra inſtar ungulæ limbum Lunæ orientalem delibante: ut conſtet initium obſcurationis.
3. Notentur ſimiliter tempora, quibus ſectio umbræ tranſit per macu-

Digitized by Google

las lunares ex *Selenographia* cognitas (§. 918).

4. Eodem modo notetur tempus, quo umbra Lunam deſerit, ut conſtet finis Eclipſis: a quo ſi ſubtrahatur initium, relinquetur duratio integra, ejuſque dimidium exhibebit tempus mediæ obſcurationis.

5. Ope Micrometri definiatur quantitas Diametri obſcurata (§. 547).

SCHOLION.

978. *Placet hic exhibere ex literis admodum* R. P. HEINRICH in Academia Leopoldina Theologiæ moralis & Mathematum Profeſſoris *die 15 Febr. An. 1712 ad me datis peculiare Micrometri genus, quod ad obſervandos digitos Lunæ obſcuratæ feliciſſime invenit & ad uſum tranſtulit. Ita autem ille:* ,, Pro diſcernenda obſcurationis magnitudine adhibui, *inquit*, Micrometrum extemporaneum & facillime parabile. Deſcripſi in tenui folio vitri Moſcovitici acus cuſpide tredecim parallelas ad æqualia duodecim intervalla in charta ſuppoſita accurate prius deſignata, quæ omnia ſimul ſumta Diametrum Lunæ non adæquabant, quemadmodum in Teleſcopio exploravi per aliud ſimile folium eidem, ut mos eſt, inſertum. Pro juſta autem Diametri lunaris menſura obtinenda per folium parallelis diſtinctum & Teleſcopio reſciſſis ſuperfluis inferium extendi capillum tranſverſum, utrinque limbo fiſtulæ Teleſcopii affixum ejuſque longitudinem a parallelis interceptam ſæpius cum Luna contuli & una cum obliquitate eo uſque mutavi, donec Diametrum lunarem perfecte adæquaret. Quo caſu ſimul exhibuit deſideratam in 12 digitos diviſionem, juxta quam Lunæ applicatam de partis inumbratæ quantitate judicium tuli, quantum in ejuſmodi Eclipſibus aliquo uſque dubia, ut ſemper eſſe ſolent, lucis & umbræ confinia patiuntur. Dicta obliquitatis & longitudinis interceptæ mutatio reddi facilior poteſt, & primo ſtatim aſpectu continuato juſta quam citiſſime obtineri, ſi duplicata fiſtula adhibeatur, unique foliolum Parallelogrammi, alteri capillus affigatur: ſic enim ſeorſim poterunt moveri, donec Lunæ congruant. Inſuper ut conſtet, quænam obliquitas ac longitudo in aliqua obſervatione adhibita fuerit eademque alio tempore repeti, vel cum alia comparari vel etiam pro exploranda ſiderum diſtantia adhiberi queat, poterit exterius in ſuperficie fiſtularum earundem ſitus notari per certa ſigna, etiam facta, ſi placuerit, regulari totius circuli diviſione. Quæ omnia & plura alia commoda per experientiam deinceps deprehendenda, nec fiſtularum in Teleſcopio perforatione, nec Laminarum artificioſa connexione, nec difficillime per adamantem practibili circulorum adeo parvulorum deſcriptione indigent, ut facile patet conſideranti.

PROBLEMA 85.

979. *Initio vel fine Eclipſeos lunaris aut iiſdem phaſibus quibuſcunque in diverſis locis terræ obſervatis, invenire differentiam horariam Meridianorum.*

RESOLUTIO.

Cum in ſingulis obſervationum locis horæ earumque ſcrupula numerentur ab appulſu centri Solis ad Meridianum, Sol vero ad Meridianum Occidentaliorem tardius appellat, præterea que eædem Phaſes Eclipſium lunarium eodem articulo temporis phyſico ubique terrarum contingant (§. 937); non alia re opus eſt quam ut tempora, quibus eædem ejuſdem Eclipſis phaſes diverſis in locis obſervatæ, a ſe invicem ſubtrahantur, reſiduum enim eſt differentia Meridianorum quæſita, indicatque horarum numerus major locum Orientaliorem.

Ex. gr. An. 1701. d. 22. Febr. initium Eclipſis obſervatum eſt

Berolini	h. 10	59′	36″
Pariſiis	10	15	23
Eſt ergo Diff. Meridianorum		44	13

hoc eſt *Berolini* 44′ 13″ citius Sol Meridianum attingit quam *Pariſiis*.

SCHOLION.

980. *Hoc artificio conſtructæ ſunt* Tabulæ differentiarum horariarum Meridianorum: *noſtro tamen tempore utuntur etiam Eclipſibus Satellitum* Jovis, *ob earum præſertim frequentiam*.

Co-

Corollarium.

981. Quodſi Eclipſis initium, medium ae finis ad Meridianum tabularum fuerint computata; differentia Meridianorum addita, vel ſubducta, eadem momenta definientur in aliis Meridianis Orientalioribus & Occidentalioribus. Ex. gr. in noſtro caſu in Meridiano *Obſervatorii Regii Pariſini* initium Eclipſis fuit h. 8 3′ 12″ medium h. 9. 15′ 43″, finis h. 10 28′ 14″ (§. 972); fuit ergo *Berolini* initium h. 8 47′ 25″, medium h. 9 59′ 56″, finis h. 11 12′ 38″.

Definitio 78.

982. *Eclipſis Solis* eſt occultatio Solis facta per interpoſitionem Diametralem Lunæ inter Solem ac terram. Diſtinguitur æque ac lunaris (§. 937.) in *totalem* & *partialem*.

Scholion.

983. *Veritas definitionis patet ex ſuperioribus* (§. 452), & *mox adhuc evidentius patebit.*

Corollarium 1.

984. Quia Luna parallaxin altitudinis (§. 887), ideoque & latitudinis (§. 372. 377) ſenſibilem habet; Eclipſis ſolaris accidit, quando latitudo Lunæ ex terris viſa minor eſt aggregato Semidiametrorum apparentium Solis ac Lunæ.

Corollarium 2.

985. Eclipſis ideo contingit, Luna Soli vel in nodis, vel prope nodos juncta (§. 765).

Corollarium 3.

986. Unde Eclipſis Solis, quæ Chriſto patiente accidit in ipſo Plenilunio, præternaturalis fuit, quippe in oppoſitione facta.

Definitio 79.

987. *Latitudo Lunæ viſa* eſt, qualis ex terra ob parallaxin ſpectatur; ſeu diſtantia loci viſi ab Ecliptica.

Corollarium.

988. Invenitur ideo, ſi ex latitudine Boreali Parallaxis latitudinis ſubtrahatur; Auſtrali vero addatur (§. 372).

Definitio 80.

989. *Longitudo Lunæ viſa* eſt, qualis ex terra ob Parallaxin ſpectatur, ſeu arcus Eclipticæ inter locum opticum viſum & O♈ interceptus.

Corollarium.

990. Invenitur ideo, ſi longitudini veræ parallaxis longitudinis in parte Cœli orientali addatur, in occidentali dematur (§. 372).

Definitio 81.

691. *Parallaxis Lunæ a Sole* eſt exceſſus parallaxeos Lunæ ſupra parallaxin Solis.

Corollarium.

992. Cum parallaxis Solis diurna juxta *Cl.* DE LA HIRE ſit fere inſenſibilis (§. 869); parallaxis Lunæ a Sole vix differt a parallaxi Lunæ.

Scholion.

993. *Juxta aliorum tamen Hypotheſes, parallaxis Solis ſenſibilis, qui eam ex. gr. cum* KEPLERO *integro ſcrupulo primo æqualem conſtituunt.*

Definitio 82.

994. *Horarius Lunæ a Sole viſus* eſt arcus eclipticæ, quo locus Lunæ viſus intervallo unius horæ a loco Solis removetur.

Problema 86.

995. *Terminos Eclipſeos ſolaris determinare.*

Resolutio.

Si Lunæ parallaxis eſſet inſenſibilis, termini eclipſeos ſolaris eodem modo determinarentur, quo ſupra lunares conſtituuntur (§. 944) ſed quia parallaxis ſenſibilis eſt, paulo aliter procedendum. Nimirum

1. Colligantur in unam ſummam ſemidiametri apparentes luminarium tum apogææ, quam perigææ.
2. Quia parallaxis minuit latitudinem

Digitized by Google

Borealem) §. 372); aggregato priori addatur parallaxis latitudinis maxima, quæ eſſe poteſt; quia vero eadem latitudinem auſtralem auget (§. *cit.*) eidem aggregato poſteriori dematur parallaxis latitudinis maxima, ita in utroque caſu prodibit latitudo vera, ultra quam eclipſes contingere nequeunt.

3. Data hac latitudine invenietur diſtantia Lunæ a nodo ultra quam Eclipſes accidere nequeunt, ut ſupra (§. 944).

S c h o l i o n.

996. *Quoniam diverſi autores diverſas de Diametris apparentibus luminarium & parallaxi latitudinis maxima hypotheſes ſequuntur, ideo non eosdem definiunt terminos Eclipſium Solarium. Sane terminus poſſibilis ... neceſſarius*

PTOLEMÆO	19° 25′	}	a ☊	{	16° 42′
COPERNICO	19 12				16 25
TYCHONI	18 25				17 9
KEPLERO	17 16				15 55
RICCIOLO	18 49				15 58

P r o b l e m a 87.

997. *Data longitudine & latitudine Lunæ vera, una cum loco Solis vero; invenire longitudinem & latitudinem viſam ad tempus datum in loco dato.*

R e s o l u t i o.

1. Ex data longitudine & latitudine Lunæ, quæratur ejus declinatio & aſcenſio recta (§. 260).
2. Inde porro eruatur ipſius altitudo ſub elevatione loci dati (§. 300).
3. Quæratur ad tempus idem diſtantia ejus a terra (§. 903) & parallaxis horizontalis (§. 387).
4. Hinc invenietur parallaxis altitudinis modo repertæ (§. 388).
5. Ex dato loco Solis vero ſupputetur ſub elevatione Poli data, ad tempus datum, punctum eclipticæ oriens & Nonageſimus eclipticæ atque angulus Orientis ſeu altitudo Nonageſimi (§. 218).
6. His cognitis, reperietur parallaxis longitudinis & latitudinis (§. 391), tandemque.
7. Longitudo ac latitudo Lunæ viſa (§. 372).

Aliter.

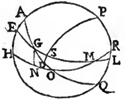
Quoniam inventio parallaxeos altitudinis perquam moleſtum calculum reddit, ideo Keplerus calculum non parum abbreviare docuit, regula tradita, qua ſine parallaxeos altitudinis inventione, parallaxes longitudinis & latitudinis eruuntur ex datis parallaxi Lunæ horizontali a Sole, diſtantia Solis a nonageſimo & angulo Orientis. Quæratur ergo

1. Ut ante, angulus Orientis, parallaxis horizontalis & nonageſimus: a quo ſi ſubducatur locus Solis datus, prodibit diſtantia ejus a nonageſimo.
2. Addantur in unam ſummam logarithmi ſinuum anguli Orientis & diſtantiæ Solis a nonageſimo atque logarithmus parallaxeos horizontalis Lunæ a Sole.
3. A ſumma ſubtrahatur duplum ſinus totius: quod relinquitur, eſt logarithmus parallaxeos longitudinis.
4. Similiter ſi logarithmus ſinus anguli Orientis ſeu altitudinis nonageſimi & logarithmus parallaxeos horizontalis Lunæ a Sole colligan-

gantur in unam ſummam & ab ea ſubducatur logarithmus ſinus totius : qui relinquitur, eſt logarithmus parallaxeos latitudinis.

5. Datis autem parallaxibus longitudinis & latitudinis, longitudines & latitudines viſæ reperientur, ut ante (§. 391).

Ex. gr. Juxta WINGIUM (*a*) conjunctio luminarium *Londini* contigit An. 1661. d. 19 Martii h. 21 41′ 3″ tempore apparente, fuitque verus locus Solis & Lunæ ♈ 10° 19′ 48″, parallaxis horizontalis Lunæ a Sole 58′ 6″, latitudo vera borealis deſcendens 34′ 49″, altitudo denique Æquatoris 38° 28′. Quare



Log. Coſ. Obl. Eclipt.		199624527		
Cotang. Long. ☉		107435973		
Tang. Aſc. rect. ☉		92188554		
cui in Canone reſpondent	9°	23′	55″	
Temp. app. Conj. h. 21	41	3		ſubtr.
h. 24 ſeu	23	59	60	
Temp. ad mer. reſ.	2	18	57	
h. 2	30°			
18′	4	30′		
57″		14	15″	
AD	34	44	15	
AO	89	59	60	
DO	55	15	45	
Aſc. recta ☼ GD	9	23	55	
Aſc. obl. Or. GD	64	39	40	
Log. Coſin. GO		96314147		
Cotang. O		100999134		
Cotang. NGO		95315013,		
cui in Canone reſpondent	18°	46′	44″	
Ergo NGO	71	13	16	
MGO	23	29		(§. 168)
MGN	94	42	16	

(*a*) Aſtron. Britan. lib. 5. præc. 36. f. 237.

Log. Coſ. MGN		89138975		
Cot. GO		96753461		
Summa		185892436		
Coſ. NGO		95077436		
Cotang. GM		90815000, cui in Canone		
reſpondent	6°	52′	42″	
Eſt ergo GM	96	52	44	(§. 135. *Sphær.*)
Subtr.	90			
Nonag. Eclipt.	6	52	44	
Loc. ver. ☼	10	13	48	
Diſt. ☼ a Non.	3	21	4	verſ. Ortum.
Log. Coſin. GM		90783518		
Cotang. MGN		89153631		
Cotang. NMG		101629887, cui in Canone		
ne reſpondent	55°	30′	37″.	

Ergo angulus Orientis NMG ſeu altitudo Nonageſimi 34° 29′ 23″.

Log. ſin. diſt. ☼ a Nonag.		87668186		
Sin. ang. Orient.		97530146		
Parall. horiz. ☾ a ☼		35423273		
Log. Parall. longit. ☾ a ☼		~~2~~20621605,		
cui in Tabulis reſpondent 115	ſeu	1′	55″.	
Log. coſin. ang. Orient.		99160472		
Parall. hor. ☾ a ☼		35423273		
Log. Parall. latit.		~~2~~34583745,		
cui in Tabulis reſpondent 2873″	ſeu	47′	53″.	
Loc. Lunæ verus ♈	10°	13′	48″	
Parall. longit. add.		1	55	
Loc. ☽ viſus ♈	10	15	43	
Lat. Lunæ vera Bor.		34	49	
Parall. latit.		47	53	
Lat. Lunæ viſa merid.		13	4	

PROBLEMA 88.

998. *Invenire motum Lunæ a Sole viſum in tempore propoſito.*

RESOLUTIO.

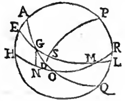
1. Quæratur ad initium & finem temporis propoſiti Parallaxis longitudinis Lunæ, ut in Problemate præcedente.
2. Si illo tempore Luna fuerit in quadrante Orientali & parallaxis longitudinis major fuerit in fine, quam in principio temporis, differentia parallaxium addatur motui Lunæ a Sole vero ad illud tempus ; in caſu

caſu contrario (ſi nempe parallaxis decreſcit) ſubtrahatur, ut prodeat motus Lunæ a Sole viſus (§. 361).

3. Si Luna fuerit toto tempore in quadrante Occidentali, contraria ratione operandum, in caſu nempe priori differentia parallaxium ſubtrahenda, in poſteriori addenda (§. *cit.*).

4. Denique ſi Luna initio fuerit in quadrante Orientali, in fine vero in Occidentali: differentia parallaxium ſubtrahenda (§. *cit.*).

Ex. gr. Quæratur motus ☽ a ☉ viſus ad quadrantem horæ in ☌ ☽ ☉, quæ An. 1661. die 19. Mart. hor. 21. 41′ 3″ accidit. Inveſtigetur ut in Probl. præced. parallaxis longitudinis ad quadrantem horæ antecedentem, hoc eſt, ad h. 21. 26′ 3″.



Fuit tum loc: ☉ verus ♈	10°	13′	11″	
Aſcenſio recta ☉	9	23	20	
AD	38	29	15	
GO	60	54	5	
Nonag. eclipt. ♈	3°	38′	10″	
Loc. ☉ ver. ♈	10	13	11	
Diſt. ☉ a Nonag.	6	35	1	verſ. Ortum
Parallaxis longitud.			3′	38″
Sed eadem in Conj. erat			1	55
Ergo differentia			1	43
Motus ☽ a ☉ verus in quad. hor.			8	46
Motus ☽ a ☉ viſus in quad. hor.			7	3

PROBLEMA 89.

999. *Dato momento conjunctionis veræ Luminarium; invenire momentum viſæ.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur ad momentum conjunctionis veræ parallaxis longitudinis Lunæ a Sole (§. 997).

2. Quæratur quoque ad illud tempus motus Lunæ a Sole viſus in quadrante horæ (§. 998).

3. Inferatur: ut motus Lunæ a Sole viſus in quadrante unius horæ ad 900 ſcrupula ſecunda ſeu horæ quadrantem, ita parallaxis longitudinis ad intervallum Synodi veræ atque viſæ.

4. In quadrante Orientali intervallum a momento veræ Synodi ſubtrahatur, ut relinquatur momentum viſæ: in Occidentali vero eundem in finem addatur (§. 372).

Ex. gr. In noſtro caſu tempus Synodi veræ eſt hor. 21. 41′ 3″, & illo tempore parallaxis longitudinis 1′ 55″, ſeu 115″, motus Lunæ a Sole viſus in quadrante horæ 7′ 3″ ſeu 423″.

Log. Quadr. hor.	29542425
Parall. Long.	20606978
Summa	50149403
Log. Mot. ☽ a ☉ viſ.	26263403
Intervall. Conj. ver. & viſ.	23886000
cui in Tabulis reſpondent	244″
ſeu	4′ 4″
Tempus Synodi veræ	h. 21 41 3
Tempus Synodi viſæ	h. 21 36 59

PROBLEMA 90.

1000. *Ad datum tempus Synodi viſæ invenire latitudinem viſam.*

RESOLUTIO.

1. Inferatur: ut intervallum unius horæ ſeu ſcrupula ſecunda 3600 ad motum horarium Lunæ a Sole verum, ita intervallum Synodi veræ ac viſæ ad motum Lunæ intervallo congruentem.

2. Quodſi

2. Quodſi Synodus vera præcedat viſam, motus Lunæ repertus loco ejus in conjunctione vero addatur; ſi illa ſequatur, dematur: ita obtinetur locus Lunæ verus tempore Synodi viſæ.
3. Dato loco Lunæ vero invenitur more vulgari latitudo Lunæ vera eidem reſpondens; ſeu ut declinatio Solis (§. 198).
4. Et hinc tandem latitudo viſa (§. 997).

Ex. gr. in noſtro caſu intervallum Synodi veræ & viſæ eſt 4′ 4″ ſeu 244″ & horarius Lunæ a Sole verus 35′ 3″ ſeu 2103″.
Quare

Log. Hor. veri Lunæ a Sole	33228392		
Intervalli Conj. ver. & viſ.	238738,8		
Summa	57102290		
Log. 3600	35563025		
Log. mot. Lunæ interv. reſp.	21539265		
cui in Tabulis reſpondent	143″ fere		
ſeu		2′	23″
Loc. Lunæ verus in Conj. vera ♈	10°	13′	48″
Scrupul. ſubtr.		2	23
Locus ☽ verus in conj. viſa ♈	10	11	25
cui reſp. latit. vera Sept. deſc.		34	49
Sed cum aſc. recta Solis	9	29	17
AD	35	45	15
DO	54	14	45
reperitur ideoque GO	63	44	2
NGO	70	37	44
& ob MGO	23	29	
NGM	94	6	44
hinc nonag. eclipt. ♈	6	5	24
Angul. Orientis GNM	34	8	34
Unde parallaxis latitudinis		48	9
Latit. Lunæ vera Sept. deſc.		34	49
Latit. viſa Merid.		13	20

PROBLEMA 91.

1001. *Data latitudine Lunæ viſa ad tempus Synodi viſæ, una cum ſemidiametris apparentibus luminarium; invenire ſcrupula defectus & digitos eclipticos.*

RESOLUTIO.

1. Semidiametri apparentes luminarium conjiciantur in unam ſummam.
2. Ab ea auferatur latitudo Lunæ viſa: relinquuntur ſcrupula defectus.
3. Fiat: Ut ſemidiameter Solis ad ſcrupula defectus, ita ſex digiti in ſcrupula redacti ſeu 360 ad digitos eclipticos in ſimilibus ſcrupulis.

Ex. gr. in noſtro caſu

Semidiameter Solis	16′	19″ ſeu 979″
Lunæ	16	40
Aggregatum	32	59
Lat. ☾ viſa	13	20
Scrupula defectus	19	39 ſeu 1179″
Log. ſcrup. 6. dig.		25563025
ſcrup. defect.		30715138
Summa		56278163
Log. ſemid. ☉		29907826
Log. dig. Eclipt.		26370337

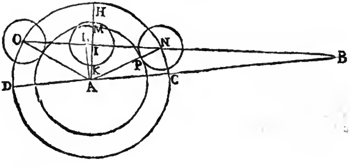
Log. dig. Eclipt. 26370337, cui in Tabulis reſpondent 434′.

Eſt ergo quantitas Eclipſeos 7. dig. 14′.

SCHOLION.

1002. *Qui ſcrupuloſius quantitatem Eclipſeos definire intendunt, non latitudinem viſam, ſed arcum inter centra ſubtrahunt, quo ſuperius in Eclipſi Lunari uſi ſumus* (§. 951).

PRO-



Problema 92.

1003. *Datis ſemidiametris apparentibus luminarium* AP *&* PN, *una cum latitudine viſa* AI (*aut, ſi mavis arcu inter centra* AL); *invenire ſcrupula dimidiæ durationis ſeu lineam incidentiæ* IN.

Resolutio.

Eadem eſt, quæ Problematis 74 (§. 956)

Ex. gr. in noſtro caſu AP 16′ 19″ ſ. 979″, PN 16′ 40″ ſeu 1000″ AI 13′ 20″ ſeu 800″: erit

AN	1979	AN	1979
AI	800	AI	800
AN + AI	2779	AN — AI	1179

Log. AN + AI	34438885
AN — AI	30715138
Summa	65154023
Log. IN	32577011, cui in

Tabulis reſpondent 1811″.

Sunt ideo ſcrupula dimidiæ durationis 30′ 11″.

Problema 93.

1004. *Datis ſcrupulis dimiæ durationis; tempus incidentiæ ac repletionis definire, totamque Eclipſeos Solaris durationem determinare.*

Resolutio.

1. Quæratur horarius Lunæ a Sole viſus pro hora una ante Synodum viſam & pro hora una poſt eandem (§. 998).
2. Inferatur: Ut motus horarius prior ad ſcrupula ſecunda unius horæ, ita ſcrupula dimidiæ durationis ad tempus incidentiæ, & ut motus horarius poſterior ad eadem ſcrupula horaria, ita eadem ſcrupula dimidiæ durationis ad tempus repletionis.
3. Tempus incidentiæ addatur tempori repletionis: aggregatum eſt duratio totalis.

Ex. gr. in noſtro caſu reperitur motus horarius Lunæ a Sole viſus hora una ante Synodum viſam 28′ 55″, & hora una poſt eandem 27′ 31″ ſcrupula durationis dimidiæ ſunt 30′ 11″. Ergo

Logar. ſcrup. hor. 3600	35563025
Scrup. dur. dim.	32577011
Summa	68140036
Log. horar. viſ. ante ☌	32392994
Log. temp. incid.	35747042, cui in

Tabulis reſpondent 3756″ ſeu 1h. 2′ 36″

Log.

Digitized by Google

Logar. ſcrup. hor. 3600	35563025
Scrup. dur. dim.	32577011
Summa	68140036
Log. hor. viſ. poſt ☌	32177470
Log. temp. replet.	35962566, cui in

Tabulis reſpondent 3947″ ſeu 1h. 5′ 47″.

	h	′	″
Tempus incidentiæ	1h	2′	36″
repletionis	1	5	47
Duratio tota	2h.	8	23

Problema 94.

1005. *Eclipſeos Solaris medium, initium ac finem determinare.*

Resolutio.

1. Ex latitudine Lunæ viſa ad tempus ſynodi viſæ inveſtigetur arcus IL (*vid. Fig. pag. præced.*) ſeu diſtantia maximæ obſcurationis a conjunctione viſa (§. 946).
2. Fiat: Ut horarius Lunæ a Sole viſus ante ſynodum viſam ad 3600 ſcrupula horaria, ita diſtantia maximæ obſcurationis a conjunctione viſa ad intervallum temporis inter maximam obſcurationem & ſynodum viſam.
3. Hoc intervallum in primo & tertio quadrante anomaliæ a tempore ſynodi viſæ ſubtrahatur, in reliquis eidem addatur, ut prodeat tempus maximæ obſcurationis.
4. Denique tempori maximæ obſcurationis dematur tempus incidentiæ, addatur tempus repletionis; erit illic differentia initium, hic ſumma finis Eclipſeos.

Enimvero quia intervallum inter ſynodum viſam & maximam obſcurationem valde exiguum & admodum dubium; vix operæ pretium videtur, tanta accuratione uti: unde plerique tempore ſynodi viſæ utuntur tanquam tempore maximæ obſcurationis.

Ex. gr. in noſtro caſu

Tempus ſynodi viſæ	h.	21	36′	59″
Tempus incidentiæ		1	2	36
Initium Eclipſeos	hor.	20	34	23
	ſeu h. 8 mat.		34	23
Tempus ſynodi viſæ	h.	21	36	59
Tempus repletionis		1	5	47
Finis Eclipſeos	h.	22	42	45
	ſeu h. 10. mat.		42	46

Quodſi ſerupuloſius ea definire volueris, duo circiter minuta, ob diſtantiam ſynodi viſæ a maxima obſcuratione, deprehendentur ſubtrahenda.

Problema 95.

1006. *Invenire latitudinem Lunæ viſam, initio & fine Eclipſeos Solaris.*

Resolutio.

1. Argumento latitudinis ad tempus ſynodi viſæ computatæ demantur ſcrupula dimidiæ durationis una cum motu Solis tempori incidentiæ conveniente: quod relinquitur eſt argumentum latitudinis initio Eclipſeos.
2. Eidem addantur eadem ſcrupula una cum motu Solis tempori repletionis reſpondente: aggregatum eſt argumentum latitudinis in fine Eclipſeos.
3. Dato argumento latitudinis invenitur more vulgari latitudo Lunæ vera (§. 880), & hinc tandem viſa (§. 1000).

Problema 96.

1007. *Data latitudine Lunæ viſa, initio & fine Eclipſeos Solaris, typum ejus formare.*

RESOLUTIO.

Non differt a reſolutione Problematis 83 (§. 976).

PLOBLEMA 97.

1008. *Eclipſin Solis ſupputare.*

RESOLUTIO.

1. Supputetur Novilunium medium (§. 959) & hinc porro verum (§. 970) una cum loco luminarium ad tempus apparens veri.
2. Ad tempus apparens Novilunii veri ſupputetur tempus apparens viſi (§. 999).
3. Ad tempus apparens viſi ſupputetur latitudo viſa (§. 1000) &
4. Inde digiti Ecliptici determinentur (§. 1001).
5. Quæratur tempus maximæ obſcurationis, incidentiæ ac repletionis (§. 1004) &
6. Inde initium ac finis Eclipſeos eruantur (§. 1005).

SCHOLION.

1009. *Ad Problemata præcedentia attendentibus ſatis liquet, omnia calculi tædia a parallaxibus longitudinis & latitudinis procreari; quæ ſi abeſſent calculus Eclipſium Solarium non differret a Lunarium calculo. Quoniam vero parallaxes longitudinis & latitudinis a parallaxi altitudinis (§. 391), hæc vero ab horizonte pendet (§. 73); calculus Eclipſium Solarium non univerſalis eſt; ſed tantummodo particularis pro dato loco (§. 59. 67).* KEPLERUS (a) *Eclipſes Solares tanquam Terræ Eclipſes conſiderare cœpit: ita enim calculus univerſalis inſtitui & calculus partialis a parallaxium tricis liberari poteſt, quemadmodum ex ſequentibus patet.*

PROBLEMA 98.

1010. *Obſervare Eclipſin Solarem.*

RESOLUTIO.

1. Species Solis in cameram obſcuram intromittatur ut ſupra (§. 427) & diſcus per ſex circulos concentricos in 12 digitos dividatur.
2. Ope horologii oſcillatorii notetur tempus, quo Eclipſis incipit ac deſinit, & quo unuſquiſque digitus integer obſcuratus cernitur ut ſupra (§. 977).

CAPUT VIII.

De Eclipſi Terræ, & motu vertiginis Lunæ.

DEFINITIO 83.

1011. **E***clipſis Terræ* eſt privatio luminis Solaris vel totius, vel alicujus partis propter interpoſitionem diametralem Lunæ inter Solem atque Terram facta in diſco Telluris, qualis oculo in Luna poſito apparet.

(a) In Epitome Aſtron. Copern. lib. 6. p. 175.

SCHOLION.

1012. *Convenit Eclipſis Terræ cum Eclipſi Lunari, ſi Lunæ ac Telluris loca invicem permutes. Nimirum in Eclipſi Lunari Luna privatur vel lumine Solis toto, vel aliqua ejus parte ob Terram inter ipſam & Solem interpoſitam; in Eclipſi terreſtri Terra ob Lunæ interpoſitionem ſimilem luminis Solaris patitur defectum.*

DEFINITIO 84.

1013. *Diſcus Terræ* eſt circulus, in quem

quem projicitur hemiſphærium Terræ luminoſum, quantum ex aliquo puncto in Luna apparet.

THEOREMA 35.

1014. ***Hemiſphærium Terræ oppoſitum Lunæ in eadem inſtar diſci apparere debet & quidem luminoſi, quando a Sole illuminatur.***

DEMONSTRATIO.

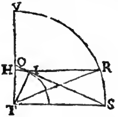
Luna ob diſtantiam, ex qua videtur (§. 277. *Optic.*), inſtar diſci plani apparet, & quidem luminoſi, quando hemiſphærium a Sole illuminatum nobis obvertit (§. 456). Quamobrem cum per ea, quæ in *Geographia* inde pendenter a propoſitione præſente demonſtrabuntur, Terra figuram habeat propemodum ſphæricam & in Luna ex eadem diſtantia videatur, ex qua Luna in Tellurem conſpicitur; illa quoque in Luna inſtar diſci plani apparere debet. Cumque lumen Solare, quod a Terra in Lunam reflectitur, ſit ad lumen a Luna in Terram reflexum ut 14 ad 1 (§. 914); diſcus Terræ ex Luna viſus luminoſus apparere debet, quando a Sole illuminatur. *Q. e. d.*

THEOREMA 36.

1015. *Semidiameter apparens Telluris in Sole vel Luna eſt æqualis parallaxi horizontali Solis vel Lunæ in Terra; in genere ſemidiameter Terræ in quavis ſtella tanta videtur, quanta eſt parallaxis ejus horizontalis in Terra.*

DEMONSTRATIO.

Sit Sol in S, HI horizon ſenſibilis & ſpectator in I, centrum Telluris in T; erit angulus IST parallaxis Solis horizontalis (§. 371). Quoniam



vero ex S ſemidiameter Telluris TI videtur ſub eodem angulo IST; erit idem ſemidiameter apparens terræ in Sole (§. 207. 208. *Optic.*). Eſt igitur ſemidiameter apparens Telluris in Sole æqualis parallaxi horizontali Solis in terra. Et quia in puncto S, loco Solis, Lunam vel quamcumque Stellam aliam ſupponere licet, ceteris omnibus manentibus & conſequentibus iiſdem; in genere patet, magnitudinem Terræ in Stella qualibet tantam apparere, quanta ejus in Tellure percipitur parallaxis. *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

1016. Quoniam parallaxis Solis horizontalis nonniſi 6 (§. 896) vel 10 ſcrupulorum ſecundorum (§. 898); ſemidiameter Telluris ex Sole viſæ apparens eſt nonniſi 6 vel 10 ſcrupulorum ſecundorum.

COROLLARIUM 2.

1017. Similiter quia parallaxis Lunæ horizontalis maxima, quam ſcilicet habet in minima a Terra diſtantia (§. 897), eſt 1° 1′ 25″ minima vero, quam in maxima diſtantia habet, 54′ 5″ (§. 892), ſemidiameter Terræ apparens maxima in Luna eſt 1° 1′ 25″; minima 54′ 5″.

COROLLARIUM 3.

1018. Diameter apparens Terræ in Sole inſenſibilis (§. 1016).

Digitized by Google

THEOREMA 37.

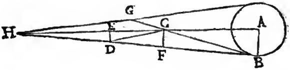
1019. *Diameter apparens Lunæ in Sole inſenſibilis.*

DEMONSTRATIO.

Si diſtantia Solis a Terra fuerit 34377 ſemid. terreſtr. parallaxis horizontalis 6 ſcrupulorum ſecundorum (§. 896); ſi vero 22062 ſemid. terreſtr. eadem evadit 10″ (§. 899), conſequenter ſi Terra propius admoveatur Soli intervallo 12315 ſemidiametrorum terreſtrium, parallaxis nonniſi quatuor ſcrupulis ſecundis augetur. Quamobrem ſi ponamus eandem propius ad Solem accedere non niſi intervallo 62 ſemidiametrorum terreſtrium, qualis maxima Lunæ a Terra diſtantia eſſe poteſt (§. 906); parallaxis Solis horizontalis vix unico ſcrupulo tertio augebitur, conſequenter diameter Terræ apparens in Sole eadem adhuc erit, quæ erat in diſtantia remotiori. Jam cum diameter Lunæ vera ſit quarta circiter pars diametri terreſtris (§. 922) & diametri apparentes Terræ atque Lunæ in Sole in eadem diſtantia ſint ut veræ (§. 212. *Optic.*); erit diameter Lunæ inter Solem atque Tellurem interpoſitæ in Sole vix major $1\frac{1}{2}$, aut $2\frac{1}{2}$ ſcrupulorum ſecundorum (§. 1016). Eſt igitur multo magis inſenſibilis, quam diameter apparens Terræ in Sole. *Q. e. d.*

THEOREMA 38.

1020. *Semiangulus coni umbroſi* AHB *eſt ad ſenſum æqualis ſemidiametro apparenti Solis ex Terra ſpectati, ſi ad eam refertur conus umbroſus, vel ex Luna viſi, ſi conus umbroſus fuerit Lunaris.*



DEMONSTRATIO.

Si in C ſit centrum Terræ, erit ACB ſemidiameter apparens Solis ex Terra viſi, & CBF ſemidiameter apparens Terræ ex Sole ſpectatæ (§. 207. 208. *Optic.*). Eſt igitur ſemidiameter apparens Solis ACB æqualis ſemidiametro apparenti Terræ CBF ex Sole viſæ & angulo dimidio coni umbroſi terreſtris CHF (§. 239. *Geom.*). Enimvero diameter apparens Terræ ex Sole viſæ inſenſibilis (§. 1018), paucorum ſcilicet ſcrupulorum ſecundorum (§. 1016). Quare ſemiangulus coni umbroſi terreſtris CHF diametro Solis apparenti propemodum æqualis. *Quod erat unum.*

Quodſi ponamus in C eſſe centrum Lunæ; erit ACB diameter apparens Solis ex Luna viſi, & CBF diameter apparens Lunæ ex Sole ſpectatæ. Quamobrem cum diameter apparens

Lunæ

Lunæ in Sole ſit inſenſibilis (§. 1019), eodem, quo ante, modo patet ſemiangulum coni umbroſi Lunaris eſſe diametro apparenti Solis ex Luna ſpectati æqualem. *Quod erat alterum.*

Corollarium.

1021. Eadem igitur manente ſemidiametro apparente Solis, ſectiones triangulares coni umbroſi CHF ſunt ſibi mutuo æquiangulæ (§ 239. *Geom*), conſequenter axis CH ad ſemidiametrum CF eandem rationem habet (§. 267 *Geom.*), ideoque coni ipſi ſibi mutuo ſimiles ſunt (§. 570. *Geom.*).

Scholion.

1022. *Non modo diameter Solis apparens eadem eſt in Terra in eadem Solis diſtantia ab Apogæo vel Telluris a Perihelio, ac pro eadem habetur toto illo tempore, quo nonniſi paucis ſcrupulis ſecundis mutatur; verum etiam pro eadem eodem tempore in Luna & Sole habetur: quemadmodum in Theoremate ſequente demonſtrare lubet.*

Theorema 39.

1023. *Diameter apparens Solis in Luna eodem tempore ad ſenſum non differt a diametro apparente ejuſdem in Terra.*

Demonstratio.

Differentia ſemidiametri apparentis in maxima & minima a Sole diſtantia non differt niſi 1′ 5″ ſeu 65″ (§. 553). Eſt vero juxta Cassinum differentia diſtantiæ maximæ & minimæ Solis a Terra 748. ſemidiametrorum terreſtrium (§. 905). Quamobrem ſi Terra propius admoveatur Soli intervallo 748 ſemidiametrorum terreſtrium, diameter apparens nonniſi 65 ſcrupulis ſecundis augetur. Enimvero maxima Lunæ a Terra diſtantia nunquam 62 ſemidiametros terreſtres excedit (§. 906): quæ cum ſit vix decima pars illius intervalli, ſi Luna in maxima a Terra diſtantia inter Terram & Solem interponitur, ſemidiameter apparens Solis in Luna a ſemidiametro apparente ejuſdem in Terra vix ſex ſcrupulis ſecundis differre poteſt. Eſt igitur eodem tempore in Luna & Terra ad ſenſum eadem. *Q. e. d.*

Corollarium.

1024. Coni igitur umbroſi Terræ & Lunæ eodem tempore ſimiles (§. 1021).

Problema 99.

1025. *Data ſemidiametro Lunæ veræ & ſemidiametro apparente Solis; invenire longitudinem axis coni umbroſi lunaris.*

Resolutio & Demonstratio.

1. Si in C fuerit Terra, (*v. Fig. pag. præc.*) in △ CHF ad F rectangulo præter ſemidiametrum Terræ CF = 1 datur ſemiangulus coni umbroſi CHF, utpote ſemidiametro apparenti Solis æqualis (§. 1020). Inveniri igitur poteſt longitudo axis coni umbroſi CH (§. 36. *Trigon.*), qui etiam ex diſtantia Solis a Terra & ejus diametro vera reperiri poterat, ut ſupra (§. 939).
2. Quoniam eodem tempore conus umbroſus lunaris ſimilis cono umbroſo terreſtri (§. 1024), ideoque Lunæ ſemidiameter ad illius axem eandem rationem habet, quam habet ſemidiameter Terræ ad axem coni umbroſi terreſtris (§. 570. *Geometr.*), conſequenter ſemidiameter Terræ ad ſemidiametrum Lunæ eſt ut axis coni umbroſi terreſtris ad axem coni umbroſi lunaris (§. 173. *Arithm.*): hic per regulam trium porro invenitur.

Ex.

Digitized by Google

Ex. gr. Semidiameter Solis apparens in media diſtantia 16′ fere (§. 553). Quare cum ſemidiameter Terræ ſit 1; erit

Log. ſin. CHF	76678445
CF	00000000
Sin. tot.	100000000
HC	23321555,

cui in Tabulis quam proxime reſpondent $214\frac{8}{10}$. Eſt igitur longitudo axis coni umbroſi terreſtris $214\frac{4}{5}$, hoc eſt; fere 215 ſemidiametrorum terreſtrium. Jam Lunæ ſemidiameter propemodum pars quarta ſemidiametri terreſtris (§. 922). Eſt igitur longitudo axis coni umbroſi lunaris fere $53\frac{1}{5}$ ſemidiamatrorum terreſtrium.

Similiter in maxima diſtantia Terræ a Sole ſemidiameter Solis apparens 15′ 49″ (§. 553). Quamobrem ut ante

Log. ſin. CHF	76632969
Sin. tot.	100000000
HC	23367031,

cui in Tabulis quam proxime reſpondent 217. Eſt igitur in diſtantia maxima Telluris a Sole axis coni umbroſi terreſtris 217 ſemidiametrorum terreſtrium. Quodſi ergo Lunæ diameter ponatur quarta pars diametri terreſtris; erit axis coni umbroſi $54\frac{3}{4}$ ſemidiametrorum terreſtrium. Quodſi diametrum Terræ ad diametrum Lunæ ponas ut 1000 ad 266 (§. 912), reperietur axis coni umbroſi lunaris in caſu priori $57\frac{1}{10}$ ſemidiametrorum terreſtrium; in poſteriori $57\frac{7}{10}$.

Corollarium 1.

1026. Quoniam axis coni umbroſi major eſſe nequit 58 ſemidiametris terreſtribus, Lunæ autem a Terra diſtantia media 58 ſemidiametrorum terreſtrium eſt (§. 906), vel juxta CASSINUM 57 (§. 905); ſi diſtantia Lunæ a Terra fuerit major diſtantia media, Terra in umbram Lunæ incurrere nequit.

Corollarium 2.

1027. Quoniam vero diſtantia Lunæ minima a Terra eſt 54 (§. 906) vel 53 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 905) longitudo vero coni umbroſi minor eſſe nequit 53 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 1025); ſi diſtantia Lunæ a Terra fuerit minor diſtantia media, Terra in umbram Lunæ incurrere poteſt.

Scholion.

1028. *Non tamen ideo actu incurrit, neceſſe enim eſt ut Luna ſit nodo vicina vel in ipſo nodo, ubi id fieri debet* (§. 985).

Definitio 85.

1029. ***Umbra Lunæ*** appellatur circulus in diſco Terræ, qui a Luna obumbratur, ſeu in quem Luna umbram projicit. Diameter hujus circuli dicitur ***Diameter Umbræ***, & quidem vera. Aſt angulus, ſub quo ſemidiameter umbræ in Luna videtur ***ſemidiameter Umbræ Lunaris apparens*** appellatur.

Problema 100.

1030. ***Invenire ſemidiametrum apparentem umbræ Lunaris.***

Resolutio.

1. Ad datum tempus inveniatur intervallum Solis atque Lunæ (§. 645) indeque porro diameter apparens utriuſque luminaris (§. 213. *Optic.*).
2. A ſemidiametro apparente Lunæ ſubtrahatur ſemidiameter apparens umbræ: Quod relinquitur eſt ſemidiameter apparens umbræ lunaris.

Demonstratio.

Ponamus in C eſſe Lunam, (*vide Fig. 1. pag. ſeq.*) DE ſemidiametrum umbræ Lunaris, CHF ſemiangulum coni umbroſi: erit CDF ſemidiameter apparens Lunæ, ECD ſemidiameter apparens umbræ (§. 1029). Eſt vero ſemidiameter apparens Lunæ CDF æqualis ſemidiametro apparenti umbræ ECD & ſemiangulo coni umbroſi lunaris CHD (§. 239. *Geom.*). Quamobrem cum ſemiangulus coni umbroſi CHF æqualis ſit ſemidiametro apparenti Solis (§. 1021. 1023); ſi a ſemidiametro apparente Lunæ

CDF

CDF ſubtrahitur ſemidiameter apparens Solis, ſeu angulus CHF, relinquitur ſemidiameter apparens umbræ. *Q. e. d.*

COROLLARIUM.

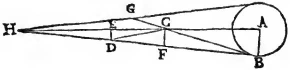
1031. Quodſi ergo ſemidiameter Lunæ æqualis vel minor fuerit ſemidiametro Solis, nulla quoque umbra Lunæ in diſcum Terræ cadit.

SCHOLION I.

1032. *Monet* KEPLERUS (*a*) *diametrum umbræ Lunaris hoc pacto inventam eſſe prope veram. Quoniam enim parallaxin Solis horizontalem adhuc ſenſibilem ſtatuit; ſemiangulus coni umbroſi ſemidiametro apparenti Solis non prorſus æqualis haberi poteſt.*

SCHOLION 2.

1033. *Ad facilitandum calculum conſtructæ ſunt* Tabulæ ſemidiametrorum apparentium, parallaxium horizontalium & diſtantiarum a Terra *pro Sole & Luna ad ſingulos quinos Anomaliæ coæquatæ gradus* (*b*).



PROBLEMA 101.

1034. *Data ſemidiametro umbræ Lunaris apparente* ECD *& diſtantia Lunæ a Terræ diſco* CE, *invenire veram* ED.

RESOLUTIO.

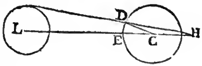
Quoniam in triangulo CED ad E rectangulo datur angulus ECD & latus EC, invenietur latus ED (§. 36. *Trigon.*).

COROLLARIUM.

1035. Quia diameter vera umbræ ED minor diametro vera Lunæ CF, Lunæ vero diameter multo minor diametro Telluris (§. 912): umbra Lunæ nunquam integrum diſcum Terræ obtegere poteſt; ſed nonniſi partem aliquam tegit.

PROBLEMA 102.

1036. *Datis axe coni umbroſi* LH *per centrum Telluris* C *tranſeuntis & diſtantia Lunæ a centro Terræ* LC *una cum ſemiangulo coni umbroſi* EHD; *determinare ſpatium diſci, quod occupat umbra Lunæ.*



RESOLUTIO.

1. Quoniam in triangulo CDH præter ſemiangulum coni umbroſi Lunaris H datur ſemidiameter Terræ CD = 1 & exceſſus longitudinis coni umbroſi ſupra diſtantiam Lunæ a Terræ centro CH, inveniri poteſt angulus CDH (§. 38. *Trigon.*).
2. Addatur huic angulo ſemiangulus coni umbroſi H; aggregatum erit angulus ECD (§. 239. *Geom.*), cujus menſura eſt arcus ED.
3. Duplum hujus arcus ſi convertatur in milliaria Germanica, quemad-

(*a*) In Ep. Aſtron. Copern. lib. VI. p. 875.

(*b*) *De la Hire* in Tab. Aſtron. p. 10. 17.

Digitized by Google

admodum in *Geographia* docebitur; prodibit longitudo ſpatii, quod dato momento umbra Lunæ occupat.

Corollarium.

1037. Quia Looa continuo movetur ab occaſu verſus ortum & Terra vertigine eietur; umbra quoqoe Luoæ ab occaſu lu ortum eontinuo movetur io diſco Terræ, eooſequenter *Selenitis* l ıſtar mseulæ per diſeum Terræ trajieientis sppareť (§. 1035).

Scholion.

1038. *Obtinet caſus problematis in conjunctione centrali* (§. 935). *Quodſi enim platica fuerit conjunctio, axis ad diſcum Terræ obliquus eſt, ideoque conum umbroſum oblique ſecat, conſequenter ſectio Ellipſis eſt. Cum vero rarius Luna in ipſo nodo eſt, quando Terram obumbrat; figura quoque umbræ plerumque elliptica eſt.*

Definitio 86.

1039. *Penumbra* eſt ſpatium diſci Terræ, quod aliqua luminis Solaris parte illo momento privatur.

Ex. gr. Sit Sol in S, Luns in L, Terra in T. Ducatur ex H recta BH taogeos Lunsm in E & Soiem in B. Ducatur itidem recta AG tangens Lunam in E & Soiem in A. Erit in GH penumbra. Idem intelligitur ex altera parte ioter radios ID & DF.

Definitio 87.

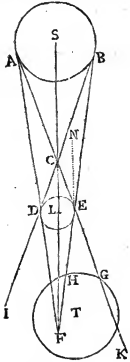
1040. *Conus penumbroſus* dicitur is, qui deſcribi concipitur, ſi radius CK circa punctum fixum C ita moveri in gyrum concipiatur, ut continuo contingat Lunam. Punctum C, in quo radii Lunam contingentes BD & AE ſe mutuo interſecant, dicitur *Vertex Coni penumbroſi*.

Scholion.

1041. *In natura rerum formatur Conus umbroſus per radios, qui ex ſingulis limbi Solis punctis per punctum C tranſeunt & Lunam contingunt, antequam ulterius progrediantur.*

Corollarium 1.

1042. Quooiam radius CK in ifinitum protenditur, conus penumbroſus in iufinitum exporrigitur.



Corollarium 2.

1043. Conus umbroſus DFE totus iotra penumbroſum ICK contioetur.

Corollarium. 3.

1044. Quia eonus DCE totus toto lumine Solari illuſtratur; eonus penumbroſus proprie loquendo eſt eoous truneatus DIEK.

Theorema 40.

1045. *Semiangulus coni penumbroſi*

Digitized by Google

ſi ECL *eſt ſemidiametro apparenti Solis æqualis*.

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta EN per punctum E ad centrum Solis tendens; erit angulus AEN ſemidiametro apparenti Solis æqualis (§. 207. 208. *Optic.*) & recta EN ipſi LS ex centro Solis eductæ ad ſenſum parallela (§. 93. *Optic.*). Quoniam itaque angulus AEN ipſi LCE æqualis (§. 233. *Geom.*); ſemiangulus coni penumbroſi ſemidiametro apparenti Solis æqualis. *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

1046. Quoniam etiam ſemiangulus coni umbroſi LFE ſemidiametro apparenti Solis æqualis (§. 1020); conus umbroſus lunaris & penumbroſus ſunt ſibi mutuo ſimiles eodem tempore (§. 1021).

COROLLARIUM 2.

1047. Et quia conus umbroſus Telluris cono umbroſo Lunari ſimilis (§. 1024); etiam conus penumbroſus Lunaris cono umbroſo Telluris eodem tempore ſimilis eſſe debet.

COROLLARIUM 3.

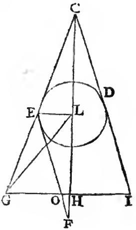
1048. Quoniam pars ſectionis coni umbroſi FLE & penumbroſi inter Solem & Lunam interjacentis LCE communem baſin & angulos ad eandem æquales habent æquales ſunt (§. 251. *Geom.*), conſequenter conus umbroſus Lunaris & penumbroſi pars ea, quæ inter Lunam & Solem interjacet, æquales ſunt (§. 467 *Geom.*).

COROLLARIUM 4.

1049. Eodem igitur modo invenitur axis ejus partis coni penumbroſi, quæ inter Lunam & Solem interjacet, quo axis coni umbroſi Lunaris reperitur (§. 1025).

DEFINITIO 88.

1050. Si conus penumbroſus ICG, ubi terram contingit, ſecetur plano ad axem CF recto, diameter hujus circuli dicitur *Diameter penumbræ*, & ejus pars dimidia HG *Semidiameter penumbræ*.



COROLLARIUM.

1051. Semidiametri igitur penumbræ, HG pars eſt ſemidiameter umbræ, ſi qua datur; centrum vero H penumbræ idem eſt cum centro umbræ, ſi qua datur.

SCHOLION.

1052. *Studio dico, ſi qua datur: conſtat enim ex ſuperioribus* (§. 1026), *umbram Lunæ non ſemper attingere Terræ ſuperficiem, etſi penumbra involvatur.*

DEFINITIO 89.

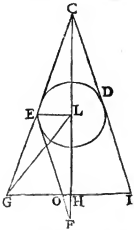
1053. Differentiam umbræ a penumbra, ſi qua umbra datur, dicemus *Latitudinem penumbræ*.

Ex. gr. Si HG fuerit ſemidiameter penumbræ, HO ſemidiameter umbræ, erit OG latitudo penumbræ.

SCHOLION.

1054. *Nimirum quando umbra Lunæ incidit in ſuperficiem Terræ, penumbra mera in diſco Terræ annulum occupat, cujus latitudo eſt differentia inter ſemidiametrum penumbræ & umbræ plenariæ.*

Definitio 90.



1055. *Semidiameter apparens penumbræ* eſt angulus HLG, ſub quo ſemidiameter penumbræ ex Luna videtur. *Latitudo penumbræ apparens* eſt angulus OEG, ſub quo latitudo penumbræ ex Luna videtur.

Problema 103.

1056. *Invenire ad datum tempus ſemidiametrum apparentem penumbræ, una cum latitudine apparente ejuſdem.*

Resolutio.

1. Inveniantur ad datum tempus ſemidiametri apparentes Solis atque Lunæ, ut ſupra (§. 548).
2. Semidiametri luminarium ad ſe invicem addantur, erit aggregatum ſemidiameter penumbræ apparens.
3. Semidiameter Solis apparens multiplicetur per binarium, erit factum latitudo penumbræ apparens.

Demonstratio.

Sit L centrum Lunæ, ducaturque LG; erit HLG ſemidiameter apparens penumbræ (§. 1055); angulus vero LGE ſemidiameter apparens Lunæ e Terra viſæ. Quoniam angulus HLG æqualis angulis LCG & LGC (§. 239. *Geom.*), ſemiangulus vero coni umbroſi ſemidiametro Solis apparenti æqualis (§. 1020); evidens eſt, ſemidiametrum apparentem penumbræ eſſe aggregatum ex ſemidiametris apparentibus Solis atque Lunæ. *Quod erat unum.*

Sit jam porro in F vertex coni umbroſi, erit ſemiangulus ejuſdem ſemidiametro apparenti Solis (§. 1020), quemadmodum ſemiangulus coni penumbroſi ECL æqualis (§. 1045). Quamobrem cum angulus GEO ſit duobus ſemiangulis conorum ECF & CFE æqualis (§. 239. *Geom.*); erit latitudo apparens penumbræ LEG duplæ ſemidiametro apparenti æqualis. *Quod erat alterum.*

Scholion.

1057. Cum KEPLERUS *in ſemiangulo coni umbroſi definiendo, cui ſemiangulum coni penumbroſi æqualem eſſe conſtat* (§. 1048), *parallaxeos Solis, quam ſenſibilem ſtatuit, rationem habeat; ideo quoque in definienda diametro apparente penumbræ eandem non negligit.*

Problema 104.

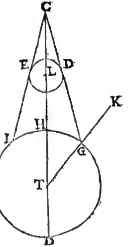
1058. *Determinare longitudinem ſpatii in ſuperficie Terræ, quam penumbra Lunæ occupat dato tempore.*

Resolutio.

Ponamus ut ſupra (§. 1036), axem coni penumbroſi CL tranſire per centrum Terræ T.

1. In-

1. Inveſtigetur longitudo axis coni umbroſi (§. 1025), cui æqualis eſt longitudo partis penumbroſi LC inter Solem & Lunam interjacentis (§. 1048).



2. Inveſtigetur porro ad datum tempus diſtantia Lunæ a Terra TL (§. 903), eique

3. Addatur pars axis coni penumbroſi LC modo inventa (*n.* 1), ut habeatur TC.

4. Quoniam itaque præter latera TC & TG, diſtantiam verticis coni penumbroſi a centro Terræ & Terræ ſemidiametrum, in △ TCG datur ſemiangulus coni penumbroſi TCG (§. 1045); reperietur angulus CGK (§. 38. *Trigon.*), conſequenter angulus CTG innoteſcit (§. 245. *Geom.*), quem metitur arcus HG (§ 57. *Geom.*).

5. Quodſi tandem duplum arcus HG, arcum ſcilicet IG, per ea, quæ in *Geographia* independenter ab his traduntur, in milliaria Germanica convertas; prodibit longitudo ſpatii, quod penumbra dato momento occupat, in milliaribus Germanicis.

Ex. gr. Ponamus Terram eſſe in perihelio, in quo cum Solis ſemidiameter apparens maxima ſit, erit ſemiangulus coni penumbroſi TCG maximus, qui eſſe poteſt (§. 1045), nimirum 16′ 22″$\frac{1}{2}$ ſive 16′ 23″ (§. 552).

Log. ſin. tot.	10000000
ſemid. app. ☉	7678122 0
Log. axis coni umbroſi Terr.	2.3218780,

cui in tabulis quam proxime reſpondent 209,$\frac{4}{5}$. Eſt igitur axis coni umbroſi terreſtris in perihelio 209$\frac{4}{5}$ ſemidiametrorum terreſtrium.

Jam cum ſemidiameter Telluris ſit ad ſemidiametrum Lunæ ut 1000 ad 266 (§. 912), reperietur axis coni umbroſi Lunaris 55,$\frac{4}{5}$ ſive 56 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 1025), cui LC æqualis (§. 1048).

Ponamus jam porro Lunam eſſe in apogæo ſuo, erit TL 62 ſemidiametrorum terreſtrium (§. 906), ideoque TC = 118 ſemid. terreſt. Quamobrem

Log. ſin. TCG			76781220
TC			20718820
Log. ſin. CGK			97500040,

cui in tabulis reſpondent

	34°	13′	10″
TCG		16	23
arc. HG	33	56	47
IG	67	53	34

Eſt igitur IG fere 68°. Quoniam itaque uni gradui reſpondent 15 milliaria Germanica; erit longitudo ſpatii, quod occupat penumbra 1020 milliarium Germanicorum.

Patet vero intra ſpatium, quod per Problema præſens determinatur, contineri quoque in medio illo ſpatium, ab umbra plenaria occupatum, ſi quod datur, cujus longitudo per Problema 102 (§. 1036) invenitur.

DEFINITIO 91.

1059. *Ecliptica in diſco Terræ* eſt linea recta, quæ repræſentat interſectionem plani Eclipticæ & diſci Terræ.

Digitized by Google

Corollarium.

1060. Cum Ecliptica ſit circulus ſphæræ maximus (§. 171); idem cum centro ſphæræ mundanæ (§. 15. *Sphæric.*), conſequenter Terræ centrum habet, ac ideo per centrum diſci Terræ tranſit (§. 1013).

Definitio 92.

1061. *Via Penumbræ* eſt recta, quam centrum penumbræ in diſco Terræ deſcribit. Dici etiam ſolet *Via Lunæ a Sole*.

Corollarium.

1062. Quoniam centrum umbræ idem eſt cum centro penumbræ, ſi qua datur umbra; via penumbræ eſt etiam via umbræ.

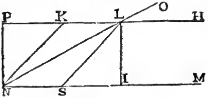
Scholion.

1063. *Si Sol aut potius Terra quieſceret, nec una cum Luna ſecundum Eclipticam, etſi motu multo tardiore, progrederetur verſus eandem plagam, nimirum ab Occidente verſus Orientem, via penumbræ eadem foret cum orbita Lunæ. Enimvero ob motum Solis ſeu Terræ proprium in Ecliptica accidit, ut ſit diverſa: id quod ſequente Theoremate demonſtratur.*

Theorema 41.

1064. *Via penumbræ diverſa eſt ab orbita Lunæ & ſub majore angulo, quam orbita Lunæ, ad eandem inclinatur, angulo tamen conſtante.*

Demonstratio.



Ponamus NM eſſe Eclipticam, NO orbitam Lunæ, in N nodum aſcendentem & angulum ideo ONM inclinationem orbitæ Lunaris ad Eclipticam. Ponamus porro Solem & Lunam in ipſo nodo N conjungi & interea, dum Luna in orbita ſua pervenit ad L, Solem ex N progredi in S; Luna a Sole recedere videtur per rectam SL. Jam cum motus Lunæ a Sole idem ſit, ſive Sol una cum Luna verſus eandem plagam progrediatur, ſive Sol quieſcat & Luna differentia celeritatum progrediatur; ponamus Solem in nodo quieſcere & Lunam differentia celeritatum ſecundum Eclipticam moveri. Ducatur itaque per centrum Lunæ L recta PH Eclipticæ NM parallela & in nodo N erigatur perpendicularis NP. Demittatur etiam ex L ad NM perpendicularis LI. Erit LI = PN (§. 226. *Geom.*), conſequenter cum NI deſignet motum Lunæ ſecundum Eclipticam (§. 237. 241), etiam PL eundem deſignabit. Fiat LK æqualis ipſi NS motui Solis ſecundum Eclipticam; erit PK differentia motuum Solis & Lunæ ſecundum Eclipticam, & KL parallela ipſi NS (§. 257. *Geom.*), conſequenter Luna a Sole in nodo S quieſcente recedere videbitur per rectam NK. Quamobrem recta NK = SL (§. 257. *Geom.*), erit via penumbræ, quam ideo diverſam eſſe ab orbita Lunæ NO patet. *Quod erat unum.*

Jam angulus LSI æqualis eſt angulis LNS & NLS ſimul ſumtis (§. 239. *Geom.*), conſequenter major eſt inclinatione orbitæ Lunaris ad Eclipticam LNS. Quare cum angulus KNS ſit ipſi LSI æqualis (§. 233. *Geom.*); erit etiam KNS inclinatio viæ penumbræ ad Eclipticam major inclinatione orbitæ Lunaris ad eandem. *Quod erat alterum.*

De-

Digitized by Google

DEFINITIO 93.

1065. *Inclinatio viæ penumbræ* eſt angulus KNM, quem via penumbræ KN cum Ecliptica NM in nodo N efficit. (*v. Fig. pag. præced.*)

PROBLEMA 105.

1066. *Invenire inclinationem viæ penumbræ.*

RESOLUTIO.

1. Inveniatur motus Solis & motus Lunæ horarius ad datum tempus ſecundum Eclipticam (§. 968).
2. Inferatur: Ut motus Lunæ ſecundum Eclipticam ad differentiam motuum Lunæ ac Solis ſecundum eandem; ita inclinatio orbitæ Lunaris ad inclinationem viæ penumbræ.

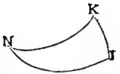
DEMONSTRATIO.

Sint omnia ut in Theoremate præcedente (§. 1064); erit PL motus Lunæ ſecundum Eclipticam, PK differentia motuum Solis ac Lunæ ſecundum eandem. Jam anguli PKN & PLN ſunt anguli, ſub quibus in diſtantiis PL & PK ſpectatur PN, ideoque magnitudines apparentes ejuſdem objecti in diverſis diſtantiis (§. 207. 208. *Optic.*). Quamobrem cum anguli iſti ſint valde exigui; erit angulus PLN ad angulum PKN, uti PK ad PL (§. 212. *Optic.*). Conſtat ex demonſtratione theorematis præcedentis, rectas PL & NI eſſe parallelas. Eſt igitur angulus PKN ipſi KNM, hoc eſt, inclinationi viæ penumbræ (§. 1065), & PLN ipſi LNI, hoc eſt, inclinationi orbitæ Lunaris æqualis (§. 233. *Geom.*). Quamobrem inclinatio orbitæ Lunaris LNM eſt ad inclinationem viæ penumbræ KMN ut motuum Lunæ ac Solis ſecundum Eclipticam differentia PK ad motum Lunæ ſecundum eandem PL. *Q. e. d.*

PROBLEMA 106.

1067. *Invenire angulum, quem circulus latitudinis in dato Eclipticæ puncto efficit cum via penumbræ.*

RESOLUTIO.



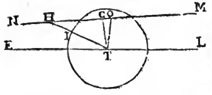
Sit NI Ecliptica, NK via penumbræ, quæ licet arcus circuli ſit, in diſco tamen Lunæ perinde ac Ecliptica inſtar lineæ rectæ repræſentatur, & KNI inclinatio viæ penumbræ. Cum arcus KI tanquam pars circuli latitudinis cum Ecliptica NI efficiat rectum ad I (§. 237), præter angulum rectum dantur in △ KNI angulus KNI & latus NI. Invenitur itaque angulus NKI, quem efficit circulus latitudinis cum via penumbræ, (§. 121. *Sphær.*).

DEFINITIO 94.

1068. In Eclipſi Terreſtri *motus horarius* eſt pars viæ penumbræ, quam a centro penumbræ intra unius horæ ſpatium Luna conficit.

DE-

Definitio 95.



1069. Recta TC ex centro diſci T in viam penumbræ NM perpendiculariter ducta dicitur *Arcus Latitudinarius*, cum ex adverſo recta TO in centro diſci ad Eclipticam EL perpendicularis deſignet ipſam latitudinem Lunæ in O, tempore veræ copulæ ſeu conjunctionis Lunæ cum Sole.

Corollarium 1.

1070. Arcus ideo latitudinarius reſpondet arcui inter centra, quo ſupra in Eclipſibus Lunaribus & Solaribus ſuimus uſi (§. 945).

Corollarium 2.

1071. Quando centrum penumbræ pervenit in O, conjunctio vera accidit; quando vero in C conſtituitur, obſcuratio maxima eſt.

Corollarium 3.

1072. Si arcus latitudinarius TC fuerit æqualis ſummæ ſemidiametrorum diſci Terræ atque penumbræ vel hoc aggregato major; nulla datur Eclipſis Terræ. In utroque enim caſu penumbra Lunæ Terram minime ferit, ideoque nullus datur in hemiſphærio Terræ illuminato locus, quod aliqua luminis parte privetur, conſequenter nulla eſt Eclipſis Terræ (§. 1011).

Corollarium 4.

1073. Si arcus latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex ſemidiametro diſci Terræ & ſemidiametro penumbræ; penumbra Terræ ſuperficiem ferit, ideoque aliqua ſuperficiei pars lumine Solari privatur, conſequenter Terra alicubi eclipſatur.

Corollarium 5.

1074. Si denique arcus latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex ſemidiametro diſci & ſemidiametro umbræ; umbra per diſcum Terræ movetur, ideoque idem alicubi plene obſcuratur.

Theorema 42.

1075. *Qui in umbra Lunæ conſtituuntur, Eclipſin Solis vident totalem; qui vero in penumbra conſtituuntur, nonniſi partialem, tanto tamen majorem, quo centro penumbræ propiores ſunt.*

Demonstratio.

Qui enim in umbra Lunæ conſtituuntur, ad eos nulli prorſus radii Solis directi pertingere poſſunt. Nihil igitur Solis vident (§. 42. *Optic.*), ſed Sol ipſis totus tegitur (§. 122. *Optic.*). Sol igitur totus iiſdem obſcuratus videtur; conſequenter Eclipſin Solis vident totalem (§. 982). *Quod erat primum.*

Enimvero qui in penumbra conſtituuntur, ad eos ex aliqua tantummodo diſci Solaris parte radii nulli pertingere poſſunt, cum tamen ex reliqua ad eos propagentur. Aliquam igitur tantummodo Solis partem non vident, vident vero reliquam (§. 42. *Optic.*) conſequenter Luna ipſis tantummodo aliquam diſci Solaris partem occultat, ac ideo Eclipſin vident Solis nonniſi partialem. *Quod erat ſecundum.*

Quodſi vero ſchema delineare volueris, facile conſtabit, quo quis umbræ, conſequenter centro penumbræ fuerit propior, eo majorem Solis partem a Luna eidem occultari. Atque ideo Eclipſis partialis tanto videbitur major, quo quis centro penumbræ fuerit propior. *Quod erat tertium.*

Co-

COROLLARIUM 1.

1076. Quando igitur *Selenitæ* vident Eclipſin Terræ, alicubi locorum in Terra videtur Eclipſis Solis.

COROLLARIUM 2.

1077. Quamobrem ſi arcus latitudinarius TC fuerit æqualis aggregato ex ſemidiametro diſci Terræ & ſemidiametro penumbræ, vel eodem major; nullus datur in Terra locus, ubi aliqua videtur Eclipſis Solis (§ 1072.).

COROLLARIUM 3.

1078. Quando arcus latitudinarius TC fuerit minor aggregato ex ſemidiametro diſci Terræ & ſemidiametro penumbræ; alicubi Terrarum videtur Eclipſis Solis (§. 1073).

COROLLARIUM 4.

1079. Quando arcus latitudinarius fuerit minor aggregato ex ſemidiametro diſci & ſemidiametro umbræ; alicubi Terrarum videtur Eclipſis Solis totalis (§. 1074).

COROLLARIUM 5.

1080 Quando denique arcus latitudinarius fuerit major aggregato ex ſemidiametro diſci & ſemidiametro umbræ, vel eidem æqualis, minor tamen aggregato ax ſemidiametro diſci atque penumbræ; nullibi Terrarum Eclipſis Solis totalis eſt (§. 1074), ſed alicubi Terrarum nonniſi partialis (§. 1078).

COROLLARIUM 6.

1081. Quoniam tam umbra, quam penumbra per ſuperficiem Terræ ab Occaſu in Ortum movetur; in omnibus illis locis, per quæ umbra incedit, Eclipſis Solis totalis eſt, in ceteris, per quæ penumbra ſerpit, partialis eſt. Sed quia umbra & penumbra non omnia loca, quæ in alterutram incidunt, eodem tempore involvunt; Eclipſis quoque non omnibus in locis, in quibus videtur, eodem temporis momento incipit ac deſinit, nec totalis, ubi datur, obſcuratio eodem momento accidit.

PROBLEMA 107.

1082. *Terminos Eclipſium terreſtrium definire.*

RESOLUTIO.

Eadem eſt quæ ſuperius in Sole & Luna (§. 995), niſi quod hic arcus latitudinarius inter centra TC ſumitur æqualis ſemidiametris apparentibus diſci atque penumbræ, cum ultra diſtantiam a nodo, quæ eidem reſpondet, nulla Eclipſis alicubi Terrarum videri poſſit.

PROBLEMA 108.

1083. *Invenire arcum latitudinarium* TC, (v. Fig. pag. præced.) *una cum arcu* CO, *ad momentum copulæ.*

RESOLUTIO.

Cum in momento copulæ centrum penumbræ ſit in O ex datis in △ TCO ad O rectangulo, quod ob arcus exiguos TC & TO pro rectilineo haberi poteſt, detur latitudo Lunæ TO in copula & angulus TOC (§. 1067.); reperientur latera TC & CO (§. 36. *Trigon.*).

PROBLEMA 109.

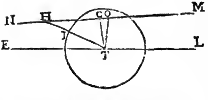
1084. *Dato arcu* CO, *diſtantia maximæ obſcurationis in* C *a copula in* O; *invenire tempus obſcurationis maximæ.*

RESOLUTIO.

I. Quoniam in momento, quo copula contingit, centrum penumbræ eſt in O, quando vero obſcuratio maxima, in C; ex motu Lunæ a Sole horario invento (§. 968.), quæratur tempus, quo centrum penumbræ arcum CO percurrit.
2. Hoc tempus a momento copulæ ſubducatur, vel eidem addatur ut ſupra (§. 971): ita prodibit tempus obſcurationis maximæ.

PRO-

Problema 110.



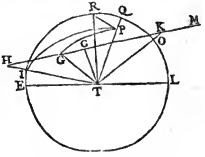
1085. *Dato arcu latitudinario* TC *& ſemidiametris apparentibus diſci* TI *atque penumbræ* HI ; *invenire tempus dimidiæ obſcurationis una cum initio ac fine Eclipſis univerſalis.*

Resolutio.

1. Datis in triangulo TCH ad C rectangulo hypothenuſa TH, æqualis aggregato ex ſemidiametris apparentibus penumbræ & diſci, atque arcu latitudinario TC, invenitur portio viæ penumbræ CH, quam centrum penumbræ a momento dimidiæ obſcurationis uſque ad finem Eclipſeos deſcribit (§. 36. *Trigon.*).
2. Ex motu Lunæ a Sole horario inveniatur tempus, quo centrum penumbræ rectam CH percurrit: quod erit tempus dimidiæ durationis.
3. Hoc tempus ad momentum conjunctionis addatur, ita prodit Eclipſis initium, hoc eſt momentum, quo alicubi terrarum Sol videtur eclipſari (§. 1075).
4. Idem a momento conjunctionis ſubtrahatur, ita relinquitur finis Eclipſis, hoc eſt momentum, quo nullus amplius in Terra locus eſt, ubi Sol eclipſari videtur (§. *cit.*).

Theorema 12.

1086. *Elevatio Poli ſuper diſco Terræ eſt æqualis declinationi Solis.*



Demonstratio.

Quoniam enim Sol imminet centro diſci Telluris T, per quod tranſit planum Eclipticæ, eundem ſecans in EL; arcus inter Solem & horizontem interceptus eſt quadrans ſeu 90°. Eſt vero etiam arcus inter Polum & Æquatorem interceptus quadrans (§. 49). Quamobrem ſi utrinque auferas arcum inter Solem & Polum interceptum; relinquentur utrinque arcus æquales (§. 91. *Arithm.*). Enimvero qui inter Solem & Æquatorem intercipitur arcus, declinatio Solis eſt (§. 76); qui vero inter Polum & Horizontem interjacet; elevatio Poli (§. 99). Patet itaque elevationem Poli ſuper diſco Terræ eſſe declinationi Solis æqualem. *Q. e. d.*

Definitio 96.

1087. *Meridianus univerſalis* TQ appellatur, qui tranſit per Solem centro T imminentem, ſeu Zenith ipſius diſci & Polum P (§. 72).

Co-

Digitized by Google

COROLLARIUM.

1088. Quoniam Diſcus Terræ reſpectu Telluris tanquam immotus ſpectatur, terra vero motu vertiginis convertitur ab occaſu verſus ortum, alia aliaque continuo loca ad Meridianum univerſalem deferuntur, & in iis locis dato momento meridies eſt, qui ſub eodem conſtituuntur; in eo autem Sol verticalis eſt, qui in centro diſci ex Luna apparet.

PROBLEMA III.

1089. *Data diſtantia Polorum Eclipticæ & declinatione Solis; invenire poſitionem Meridiani univerſalis* TQ (Vid. Fig. §. 1086) *ſuper Diſco Terræ.*

RESOLUTIO.

Ex centro diſci terræ erigatur Eclipticæ EL perpendicularis TR; erit in R Polus Eclipticæ (§. 25. *Sphær.*) Sit Polus Æquatori ſeu mundi in P; erit RP diſtantia Polorum Eclipticæ & Æquatoris, quæ per obſervationes datur (§. 179) & angulus ad P rectus quia RP diſtantia. Et quia elevatio Poli PQ eſt declinationi Solis æqualis (§. 1086), quæ datur *per hypoth.* ideo in triangulo RPQ invenitur ex datis cruribus RP & PQ Hypothenuſa RQ (§. 120 *Sphær.*): quæ cum ſit menſura anguli RTQ; hoc ipſo poſitio Meridiani univerſalis TQ ſuper diſco Terræ innoteſcit.

PROBLEMA 112.

1090. *Determinare locum, cui Sol dato momento eſt Verticalis.*

RESOLUTIO.

Oſtendemus in *Geographia* loca telluris per longitudinem & latitudinem determinari, quarum illa eſt diſtantia a quodam Meridiano tanquam primo aſſumto verſus occaſum ſecundum Æquatorem; hæc vero declinationi Stellarum in Aſtronomicis reſpondet. Itaque

1. Quæratur ad datum tempus locus Solis (§. 720) & ejus declinatio (§. 198), quæ erit latitudini loci æqualis.
2. Tempus a meridie convertatur in gradus Æquatoris (§. 212), ita prodibit arcus Æquatoris inter Meridianum datum, in quo tempus numeratur, & Meridianum loci, cui Sol iſto momento verticalis eſt, interceptus. Atque ita patet, cuinam Terræ loco, momento iſto, Sol ſit verticalis.

COROLLARIUM.

1091. Quoniam Solis Centrum, toto Eclipſeos tempore, centro Diſci T imminere ſupponitur; patet quomodo determinentur loca, quæ ab initio Eclipſeos Terræ uſque ad finem ejuſdem a centro diſci repræſentantur.

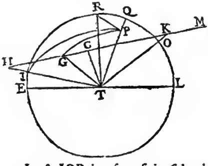
PROBLEMA 113.

1092. *Determinare loca Terræ, quibus Sol oritur & occidit, in principio ac fine Eclipſeos Terreſtris.*

RESOLUTIO.

Quoniam Sol oritur in aliquo loco, quando vertigine Telluris in Peripheriam diſci Terræ defertur (§. 1013). Eclipſis vero Terræ incipit, quando Peripheria penumbræ Peripheriam diſci primum contingit (§. 1075); in principio Eclipſeos Terreſtris Sol oritur eo in loco, qui eſt in contactu I penumbræ atque diſci Terræ. Quamobrem per ea, quæ ad Problema præcedens dicta ſunt, non alia re opus eſt, quam ut loci I longitudo & latitudo determinetur.

1. Demittatur ex T ad viam penumbræ HM perpendicularis TC : in △ TCH ad C rectangulo, datur arcus latitudinarius TC (§. 1083) & recta TH compoſita ex ſemidiametro diſci TI & ſemidiametro penumbræ HI (§. 1015. 1056), invenitur angulus HTC (§. 38. *Trigon.*); cui ſi addatur angulus CTP (in alio caſu ſubtrahendus, quod pro re nata per ſe patet), prodibit angulus ITQ; conſequenter arcus IQ innoteſcit.



2. In △ IQP in ſuperficie ſphærica Telluris ſphærico & ad Q rectangulo, dantur latera QP (§. 1086) & IQ *vi num.* 1. ideoque reperitur IP complementum latitudinis loci I ad quadrantem (§. 119. *Sphæric.*), quæ ideo innoteſcit, ſi arcum IP ex 90° ſubducas.
3. In eodem △ IQP ex iiſdem datis reperitur angulus IPQ (§. 117. *Sphær.*), cujus complementum ad duos rectos IPT eſt menſura diſtantiæ meridianorum loci I, & alterius, ubi Sol verticalis eſt.
4. Quæratur igitur locus cui Sol verticalis eſt (§. 1090): cujus ideo longitudine cognita, innoteſcet quoque longitudo loci I, conſequenter cum jam longitudo & latitudo ejuſdem nota ſit, in ſuperficie Terræ ſphærica determinatus eſt.
5. Quodſi jam aſſumas punctum contactus penumbræ ac diſci in fine Eclipſeos Terreſtris, eodem prorſus modo determinatur locus, ubi Sol in fine Eclipſeos occidit.

PROBLEMA 114.

1093. *Determinare locum Terræ, ubi Sol totus eclipſatus oritur, vel occidit.*

RESOLUTIO.

Quodſi in I fuerit contactus umbræ & diſci Terræ; evidens eſt, in I eſſe locum, ubi Sol totus eclipſatus oritur. Et ſimiliter ſi in O fuerit contactus umbræ & diſci Terræ; patet in O eſſe locum, ubi Sol totus eclipſatus occidit. Quamobrem cum cetera omnia eadem maneant, quemadmodum in Problemate præcedente, niſi quod HI hic ſit ſemidiameter umbræ, quæ ibidem erat ſemidiameter penumbræ, Problema præſens eodem prorſus modo reſolvitur, quo præcedens.

PROBLEMA 115.

1094. *Determinare locum Terræ ad quem dato quolibet momento ante vel poſt Eclipſeos medium, centrum penumbræ pervenit.*

RESOLUTIO.

1. Dato motu Lunæ horario a Sole inveſtigetur pars viæ penumbræ GC, quam centrum penumbræ tempore

a me-

a medio Eclipſeos dato deſcribit. Ita enim dabitur punctum G, cujus longitudo & latitudo inveſtiganda, ut conſtet, quinam ſit ille locus Terræ, in quo tunc centrum penumbræ & umbræ, ſi qua datur, hæret.

2. Datis itaque arcu latitudinario TC (§. 1083) & portione viæ penumbræ GC in triangulo rectilineo ad C rectangulo invenitur GTC (§.38. *Trigon.*) & latus TG (§.36 *Trigon.*).

3. Addatur (vel ſi res ita ferat, dematur) angulus CTP ex ſuperioribus notus (§.1083. 1089) modo invento GTC, ut prodeat angulus GTP.

4. Quodſi ſemidiameter diſci Terræ ſumatur pro Sinu toto, erit GT ſinus circuli verticalis, qui tranſit per Solem centro T imminentem & per Zenith loci G. Quamobrem ſi inferatur: ut ſemidiameter diſci TE ad rectam TG, ita ſinus totus ad ſinum diſtantiæ Solis a vertice. Ita enim hæc ipſa diſtantia reperitur.

5. Jam in triangulo ſphærico in ſuperficie Terræ GTP datur PT diſtantia Solis a Polo, quæ complemento declinationis ejuſdem æqualis, TG diſtantia ejuſdem a vertice loci dati G modo inventa, & angulus GTP paulo ante repertus. Invenietur itaque angulus GTP & GP diſtantia loci a Polo P (§. 165. 163. *Sphær.*)

6. Quodſi ergo GP ex quadrante auferas, relinquitur diſtantia loci G ab Æquatore, ſeu latitudo ejuſdem.

7. Et quia angulus GPT eſt differentia meridianorum loci G, ad quod pervenit centrum umbræ, & loci, ubi Sol verticalis eſt; longitudo autem loci, ubi Sol verticalis eſt, inveniri poteſt (§. 1090); igitur dato angulo GPT datur etiam loci G longitudo.

Problema 116.

1095. *Viam umbræ atque penumbræ in ſuperficie Globi Terreſtris, vel Mappa quadam Geographica delineare.*

Resolutio.

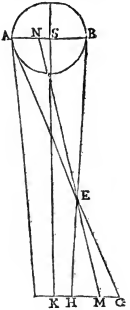
1. Quærantur plura loca, ad quæ ante vel poſt medium eclipſeos pervenit centrum umbræ vel penumbræ (§.1094), una cum locis ubi eclipſis incipit & finitur (§. 1092. 1093): ita enim via, quam in ſuperficie Terræ, centrum Umbræ percurrit, deſignari poterit.

2. Quodſi jam in diſtantia ſemidiametrorum umbræ, atque penumbræ ducantur eidem utrinque parallelæ; totum prodibit ſuperficiei terreſtris ſpatium, quod tam umbræ, quam penumbræ ſucceſſive involvitur.

Theorema 44.

1096. *Pars diametri Solis loco intra penumbram dato a Luna tecta, eſt ad diametrum Solis integram, ut diſtantia loci a margine penumbræ ad latitudinem penumbræ.*

Demonstratio.



Sit latitudo penumbræ GH, locus intra penumbram datus M; erit ejus a margine diſtantia MG. Ducatur ex M recta MN, quæ lunam contingat & diametro Solis in N occurrat. Patet, in M partem diametri Solaris AN tegi. Quoniam NM Lunam tangit non procul a puncto E, ubi radii AG & BH eandem contingunt; Punctum contactus E pro eodem haberi poteſt. Erunt itaque anguli HEG & AEB, itemque AEN & MEG inter ſe æquales (§. 156. *Geom.*), cumque latitudo penumbræ HG ſit diametro Solis AB parallela, etiam HGE = EAB (§. 233. *Geom.*). Eſt itaque EG : EA = GH : AB = GM : AN (§. 267. *Geom.* & 167. *Arithm.*). Quamobrem GH : GM = AB : AN (§. 173. *Arith.*) vel invertendo AN : AB = GM : GH (§. 169. *Arithm.*). *Q. e. d.*

Corollarium.

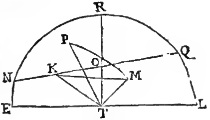
1097. Data ratione partis tectæ AN ad integram diametrum AB, ſi diameter concipiatur in 12 digitos diviſa, tanquam as in ſuas partes; inveniri jam porro poterit, quot digitis dato in loco M Sol obſcuretur (§. 302. *Arithmet.*).

Scholion

1098. *Hactenus dicta ſufficiunt, ut intelligatur, quomodo Eclipſium Terreſtrium calculus inſtitui poſſit, qui Eclipſium Solarium calculus univerſalis eſt. Ut vero porro intelligatur, quomodo inde calculus ſpecialis pro loco quodam dato deducatur, ſequentia addere lubet.*

Problema 117.

1099. *Ad datum tempus, invenire diſtantiam loci dati* M *a centro penumbræ* K.



Resolutio.

Sit EL Ecliptica, NQ via penumbræ. Erigatur ex centro diſci T recta TR ad Eclipticam perpendicularis; erit in O centrum penumbræ in momento veræ copulæ & TO, latitudo Lunæ vera eodem momento & KO diſtantia centri penumbræ a vera

ra

Digitized by Google

ra copula. Sit denique in P Polus. Itaque

1. In triangulo rectilineo TKO cum dentur latera KO & TO, ac præterea angulus TOK, quem circulus latitudinis cum via penumbræ efficit (§. 1089), reperietur angulus OTK (§. 40. *Trigon.*), & inde porro latus TK (§. 36. *Trigon.*).
2. Porro in triangulo PTM, quod in ſuperficie Terræ ſphæricum, dantur latera PT complementum declinationis Solis & PM complementum latitudinis loci & angulus TPM, quem circulus horarius efficit cum Meridiano. Invenitur ergo diſtantia Solis a vertice arcus TM (§. 163. *Trig. Sphær.*), cujus ſinus æqualis eſt rectæ TM, ſumta ſemidiametro diſci TR pro ſinu toto, atque angulus PTM (§. 165. *Sphær.*).
3. Jam cum angulus PTR ex poſitione Meridiani univerſalis in diſco notus ſit (§. 1089.), ſi in præſente caſu ab angulo PTM ſubtrahatur PTO, relinquetur angulus OTM, qui angulo KTO *num.* 1. invento additus prodit angulum KTM.
4. Datis jam, in triangulo rectilineo KTM, lateribus KT (*num.* 1.) & TM (*num.* 2) una cum angulo intercepto KTM *num.* 3.), reperitur tandem KM diſtantia loci dati M a centro Penumbræ K dato tempore (§. 40. 36. *Trig.*).

Corollarium.

1100. Quodſi a diſtantia loci dati M a centro Penumbræ K Semidiametrum Penumbræ ſubtrahas, relinquetur diſtantia marginis Penumbræ a dato ioco tempore dato.

Problema 118.

1101. *Invenire initium & finem Eclipſeos in dato loco.*

Resolutio.

1. Quæratur ad duo tempora, quæ horæ intervallo a ſe invicem diſſident, diſtantia centri Penumbræ a loco dato (§. 1099.) & inde porro diſtantia marginis penumbræ a dato loco.
2. Quoniam in utroque caſu margo penumbræ eſt loco occidentalior; differentia diſtantiarum modo repertarum erit acceſſus marginis penumbræ intra horam unam.
3. Quamobrem ſi fiat: ut acceſſus horarius marginis penumbræ ad diſtantiam hujus marginis a loco dato tempore primo, ita ſcrupula ſecunda unius horæ ad intervallum temporis inter tempus primum aſſumtum & initium eclipſeos intercedens.
4. Quodſi tempus modo inventum addas tempori primo, quo diſtantia marginis penumbræ a loco dato fuit computata; prodibit tempus, quo Eclipſis Solis in dato loco incipit.
5. Non abſimili modo finem Eclipſeos reperire licet.

Scholion.

1102. *Plura de Calculo ſpeciali jam non addimus, cum in ſuperioribus jam communem methodum computandi Eclipſes pro dato loco tradiderimus.* Cel. DE LA HIRE *in Tabulis Methodum iſtam explicat &* Cl. BOSIUS (*a*) *exemplo luculento eandem quoad ſingulas partes illuſtrat. Si locum datum in Diſcum Terræ proiicere velis absque Calculi moleſtia, ope Scalæ eum in finem paratæ Eclipſeos quantitatem, initium, finem & tem*

pus

(*a*) In Commentatione in Eclipſin Terræ 1733. d. 13. Maii.

jus maximæ obſcurationis definire licet, quemadmodum docet JOHANNES KEIL (a).

OBSERVATIO 66.

1103. *Luna fere ſemper eandem ſui faciem nobis oſtendit, niſi quod partes quædam in Limbo Occidentali quodam temporis intervallo nunc in conſpectum veniant, nunc eidem ſeſe ſubducant.*

DEFINITIO 97.

1104. Motus iſte Lunæ, quo in Limbo Occidentali nunc partes quædam antea viſæ occultantur, nunc aliæ, quæ occultatæ fuerunt, iterum reteguntur, *Motus Librationis* dici ſolet.

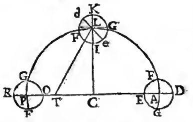
SCHOLION.

1105. *Phænomena hujus motus multo ſtudio obſervavit* HEVELIUS *& prolixam de eodem Epiſtolam ad* R. P. RICCIOLUM *perſcripſit, quam* Aſtronomiæ *ſuæ* Reformatæ (b) *totam inſeruit.*

THEOREMA 45.

1106. *Si Luna interea temporis, dum Orbitam ſuam peragrat, motu æquabili circa Axem convolvitur, motu Libratorio cieri videtur, cujus duæ Periodi intra unam Lunæ revolutionem ſeu menſem Periodicum abſolvuntur.*

DEMONSTRATIO.



Sit ALP Orbita Lunæ Elliptica, cujus Centrum in C, Focus, in quo Terra hæret, in T, Apogæum in A, Perigæum in P. Patet, ſi Luna fuerit in ſuo Apogæo, Meridianum ED per centrum Terræ T tranſire & Lunam faciem FEG Terræ obvertere. Quodſi motus vertiginis eſſet nullus & Luna in orbita ſua motu æquabili incederet; cum Diameter ED ſibi continuo maneat parallela, ubi quadrantem AL abſolvit, erit punctum D in G & E in F, ideoque Diameter in FG ipſi Lineæ Apſidum AP parallela. Movetur autem Diameter ED ob motum vertiginis Lunæ motu angulari circa Centrum & ob motum huncce æquabilem quarta parte menſis Periodici angulum rectum emetitur. Quare ſi in orbita ſua motu æquabili incederet, punctum E jam eſſet in I & D in K, ideoque eadem Meridiani Diameter ad centrum C tenderet, conſequenter Luna Spectatori in Centro C conſtituto eandem ſemper ſui faciem obverteret. Enimvero quando Luna pervenit in L, tempus, quo ex Apogæo A ad Punctum L pervenit, eſt ut Area Ellipſeos LTA (§. 822. 633), quæ quarta Ellipſeos parte LCA major, ideoque majus quarta parte menſis Periodici. Punctum igitur E ultra I promotum, quod ipſi E in Apogæo reſpondebat. Quamobrem in L jam in conſpectum veniunt partes, quæ Luna in Apogæo verſante inconſpicuæ erant. Dum vero Luna in Perigæum pervenit, ſi nullus eſſet motus vertiginis, punctum D jam foret in O & E in R, conſequenter Telluri in T partem ſui averſam jam obverteret. Sed quia motu

(a) In Introduct. ad veram Aſtronom. Lect. 14. pag. 163. & ſeqq.
(b) Lib. III. C. 12. f. 169. & ſeqq.

tu vertiginis æquabili circumvertitur & dimidio menſis Periodici ſpatio orbita dimidia deſcribitur (§. §. *cit.*), Diameter Meridiani ED integrum ſemicirculum abſolvit, atque adeo in O denuo conſtituitur Punctum E & in R Punctum D, quemadmodum in Apogæo, ſicque partes, quæ in F in conſpectum productæ fuerant, eidem rurſus eripiuntur & Luna eandem ſui faciem Telluri in T obvertit, quæ in Apogæo eidem obvertebatur. Patet itaque ſi Luna motu vertiginis convertitur menſtruo ſpatio, quo Orbitam ſuam Ellipticam percurrit, eam motu librationis cieri debere (§. 1103). *Quod erat unum.*

Jam vero non minus liquet, quæ de Luna ab Apogæo uſque ad Perigæum mota oſtenſa fuere, eadem quoque ad eandem applicari poſſe, dum a Perigæo ad Apogæum reſtituitur. Librationis igitur periodi duæ, intervallo unius menſis periodici abſolvuntur. *Quod erat alterum.*

Corollarium.

1107. Quoniam de Sole (§. 422.) & pleriſque Planetis primariis conſtat (§ 496), quod motu vertiginis gaudeant; naturæ ordini conveniens videbatur, Lunam quoque circa Axem ſuum converti. Quamobrem cum experientia conſtet, eidem motum librationis convenire (1103. 1104.), motus vero librationis oriatur ex motu revolutionis inæquabili in orbita & motu æquabili vertiginis menſis periodici intervallo abſoluto (§. 1106.); quin Luna motu vertiginis moveatur & motus hic æqualis ſit motui revolutionis in orbita dubitandum non eſt.

Scholion.

1108. *Noſtrum jam non eſt pluribus edocere, quomodo Phænomena librationis particularia per motum vertiginis Lunæ motui revolutionis æqualem demonſtrentur. Diſcuſſio enim prolixior eſt, quam ut eandem ferat præſens inſtitutum.*

CAPUT IX.

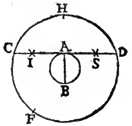
De Stellis fixis, & novis, atque Cometis.

Theorema 46.

1109. **S***tellæ fixæ ſunt Terra noſtra majores.*

Demonstratio.

Sint duæ ſtellæ C & D, quarum una videatur in horizonte ortivo, altera in occiduo; C autem ipſi D diametraliter oppoſita. Quam primum ſtella D pervenit in C, ſtella C apparet in D. Sed cum eadem celeritate utraque moveatur, dum ſtella C arcum CHD deſcribit, ſtella D per



arcum ipſi CHD æqualem incedens erit in F. Quare ſi ſtellæ C & D

ſunt

Digitized by Google

ſunt Terra minores, nondum videbitur in horizonte ortivo ſtella D, dum altera C ad occiduum pervenit; quod cum experientiæ repugnet, neceſſe eſt ſtellas in L & S conſtitutas & a ſpectatoribus A & B una integras viſas, eſſe Terra AB majores. *Q. e. d.*

THEOREMA 47.

1110. *Fixæ ultra Saturni ſphæram a Tellure diſtant.*

DEMONSTRATIO.

Fixæ a Saturno terriculis tegi poſſunt (§. 542): eſt ergo Saturnus terricolis propior fixis, ideoque fixæ ultra Saturni ſphæram a Tellure diſtant. *Q. e. d.*

OBSERVATIO 67.

1111. *Stellæ fixæ, primæ licet magnitudinis, etiam per Teleſcopia exquiſita ſpectatæ, veluti puncta lucentia ſine omni viſibili magnitudine refulgent, ipſo* HUGENIO (*a*) *obſervante.*

SCHOLION

1112. *Deficiunt ideo data ad magnitudinem fixarum accurate æſtimandam.*

OBSERVATIO 68.

1113. *Per Teleſcopia ſtellæ longe plures quam nudo oculo conſpiciuntur Ita* GALILÆUS (*b*) *in* Plejadibus 36 *ſtellas nudo oculo inconſpicuas notavit, in* Enſe & Cingulo Orionis 80, *in Nebuloſa* Capitis Orionis 21, *in Nebuloſa* Præſepis 36 *numeravit.* RHEITA (*c*) *in Sidere* Orionis 2000 *detexit, in* Plejadibus *ultra* 188. *Quemadmodum autem ſtellæ nebuloſæ non ſunt niſi ſtellarum minutarum conglomeratio; ita ſimiliter integra* Via Lactea *innumerarum ſtellularum congeries deprehenditur. Cum* HUGENIUS An. 1656 *ſtellam mediam in* Enſe Orionis *per tubum inſpiceret; pro una* 12 *ſeſe ipſi obtulerunt. Ex his tres pene inter ſe contiguæ una cum quatuor aliis velut trans nebulam lucebant, ita ut ſpatium circa ipſas multo illuſtrius appareret reliquo omni Cœlo: quod cum apprime ſerenum eſſet ac cerneretur nigerrimum, velut hiatu quodam interruptum videbatur, per quem in plagam magis lucidam eſſet proſpectus. Et mirum ſane hoc phænomenon conſtans in Cœlo deprehendit* (*d*).

COROLLARIUM 1.

1114. Non ideo credibile eſt fixas omnes eidem ſuperficiei inhærere.

COROLLARIUM 2.

1115. Unde porro probabile fit; fixas alias aliis minores apparere, quia longius a Terra diſtant, non quod revera minores ſint.

PROBLEMA 119.

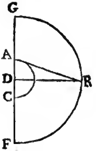
1116. *Invenire diſtantiam fixarum a terra.*

RESOLUTIO.

Quodſi parallaxis fixarum annua duorum ad ſummum ſcrupulorum ſecundorum (§. 608) omni dubio careret, haud difficulter earum a Terra diſtantia definiretur. Sit enim AD Semidiameter orbis annui, *Sirius* in R, Tellus in A; erit angulus Parallacticus ARD unius circiter ſcrupuli ſecundi, ideoque AD ad AR, ut Si-

(*a*) In Coſmothero Lib. II. pag. 717 & ſeqq. Oper. Var. Tom. 2.
(*b*) In Nuncio ſidereo p. 31. 32.
(*c*) In Oculo Enochi atque Eliæ Lib. IV. C. 1. membro 7. f. 197.

(*d*) In Syſtemate Saturn. pag. 8.



Sinus unius ſecundi ad Sinum totum (§. 2. *Trigon.*) hoc eſt, per Canonem PITISCI ut 48481 ad 10000000000 ſeu fere ut 1 ad 206262. Quare cum AD ſit 22000 (§. 906), reperietur AR = 4537764000. Tanta nimirum eſt diſtantia fixarum propiorum, admiſſa parallaxi Solis CASSINIANA & parallaxi fixarum annua duorum ſcrupulorum ſecundorum.

Aliter.

CHRISTIANUS HUGENIUS pro ſumma, qua pollebat, Ingenii vi, Methodum conjecturalem excogitavit (*a*) rationem diſtantiæ fixarum ad diſtantiam Solis inveſtigandi: Nimirum

1. Tubi vacui 12. circiter pedes longi aperturam alteram occluſit Lamella tenuiſſima, in cujus medio tam exiguum erat foramen, ut lineæ partem duodecimam non ſuperaret, & oculo alteri aperturæ admoto particula Solis cerneretur, cujus Diameter ad totius Diametrum erat ut 1. ad 182.
2. Cum ea particula multo clarior adhuc appareret, quam noctu *Sirius*, foramini globulum vitreum ejuſdem cum ipſo Diametri objecit & contecto undique capite per tubum in Solem intuens non minorem ejus claritatem quam *Sirii* deprehendit.
3. Quoniam itaque tum Diametrum Solis $\frac{1}{182}$ ejus particulæ centeſimæ octogeſimæ ſecundæ, quam per foramen exiguum prius conſpexerat, deprehendebat (§. 256 *Dioptr.*); ductis in ſe $\frac{1}{182}$ in $\frac{1}{182}$ diametrum Solis reperit $\frac{1}{27664}$ ejus, quam nudo oculo in Cœlo contuemur.
4. Quia hinc conſtabat, Solem appariturum inſtar *Sirii*, ſi eouſque contrahatur ejus Diameter, ut nonniſi $\frac{1}{27664}$ ejus amplius videatur; evidens erat diſtantiam Solis a Terra tum fore ad præſentem, ut 27664 ad 1 (§. 212. *Optic.*), & diameter apparens, quam nunc intuemur, diviſa per 27664 prodebat diametrum Solis in tanta diſtantia quatuor ſcrupulis tertiis paulo majorem.
5. Cum denique mox oſtenſuri ſimus, probabile eſſe, quod *Sirius* Sole non minor exiſtat; *Sirii* quoque diſtantia a Terra ad diſtantiam Solis ab eadem concluditur ut 27664 ad 1 & Diameter apparens 4 circiter ſcrupulorum tertiorum.
6. Quod ſi ergo diſtantia Solis a Terra fuerit 34377 Semidiametrorum Terreſtrium (§. 904); erit diſtantia fixarum 951005328 ſemidiametrorum terreſtrium. Si vero eam cum CASSINO ponas 22000 ſemidia-

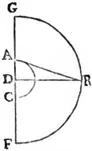
(*a*) In Coſmothero Lib. II. pag. 717. & ſeqq. Oper. Var. Vol. 2.

metrorum terreſtrium (§. 905); erit diſtantia proxima Fixarum 608608000 ſemidiametrorum terreſtrium.

COROLLARIUM.

1117. Cum diſtantia media *Saturni* a Terra ſit 326894 Semidiametrorum Terreſtrium (§ 904); ſi diſtantia priori 4537764000 utaris, ſpatium inter *Saturnum* & fixas erit 4537437106; ſin poſterior magis arriſerit: idem deprehendetur 950678434 Semidiametrorum Terreſtrium: quod poſterius ſpatium nimis forſan enorme videri poterat. Quodſi diſtantiam mediam *Saturni* cum CASSINO facias 210000 Semidiametrorum Terreſtrium; erit in caſu primo ſpatium inter *Saturnum* & fixas 4537554000, in poſteriori 608398000 Semidiametrorum Terreſtrium.

SCHOLION.



1118. *Quamvis autem deſint principia ſatis firma, unde diſtantia fixarum a Terra ſatis tuto concludi poſſit; illud tamen dubio caret, quod vaſtum admodum ſpatium inter* Saturnum *& fixas intercedat: alias enim Parallaxis Orbis annui foret ſenſibilis admodum, qua tamen aut nulla, aut certe valde exigua deprehenditur. Facile id experieris, ſi diſtantiam fixarum* AR *in Triangulo* ARD *non multo majorem diſtantia* Saturni *aſſumas & inde angulum* ARD *inveſtiges.*

THEOREMA 48.

1119. *Fixæ fulgent proprio lumine.*

DEMONSTRATIO.

Longius enim a Sole diſtant *Saturno* (§. 1110) ipſoque minores multo apparent (§. 542). Cum tamen, hoc non obſtante, multo clarius fulgeant *Saturno*, ita ut ipſorum lumen non imminuatur, quemadmodum Planetarum, ubi per Teleſcopia conſpiciuntur; a Sole lumen mutuari nequeunt. Quoniam itaque præter Solem non aliud in Cœlo comparet Corpus lucidum, unde lumen ipſorum derivari poſſit; neceſſe eſt ut proprio lumine fulgeant. *Q. e. d.*

COROLLARIUM 1.

1120. Sunt adeo fixæ totidem Soles.

COROLLARIUM 2.

1121. Sole igitur noſtro non minores eſſe probabile exiſtit.

COROLLARIUM 3.

1122. Unde porro colligitur, circa quamlibet fixam moveri perinde ac circa Solem noſtrum Planetas ſive Tellures, hoc eſt, Corpora Opaca, quæ lumine ipſarum illuſtrantur, caleſiunt & fœcundantur.

SCHOLION.

1123. *En vaſtitatem Univerſi, quæ omnes imaginandi vires longe excedit. Utrum vero infinitum ſit, nec ne; ego non definivero.* KEPLERUS *equidem (a) negat, circa quamlibet fixam dari Syſtema Planetarium noſtro ſimile (quod aſſeruerat* JORDANUS BRUNUS) *quia duplo aut triplo longius diſtantes duplo aut triplo minores apparere deberent, poſitis earum magnitudinibus æqualibus, atque ita Stellæ pauciſſimæ & in maxima magnitudinum differentia viderentur. Enimvero non modo* HUGENIUS *jam notavit (b) ignes & flammas ex iis diſtantiis videri, unde alia corpora ſub æque exiguis angulis comprehenſa evaneſcunt, propter luminis ſcilicet intenſitatem; verum etiam mihi videtur Theorema Opticum de Diametris objectorum apparentibus earum ab oculo diſtantiis reciproce proportionatis tantum locum habere, quamdiu Diameter objecti ad ejus diſtantiam rationem non nimis magnam habet. Notandum præterea etiam in vicinia objecta minuta videri ſub iis angulis, ſi fuerint luminoſa vel fortiter illuminata, ſub quibus obſcuriora evaneſcunt.*

Ob-

(a) In Epit. Aſtron. Lib. I. p. 35. & ſeqq.
(b) In Coſmoth. Lib. II. p. m. 110.

Observatio 69.

1124. *Inter fixas quædam comparent, quæ certas apparitionis & diſparitionis Periodos amant. Pertinet huc Stella in* Collo Ceti, *quam* Miram *appellat* HEVELLIUS *a* BAYERO *pro Stella ſemper apparente habita, ſed a* JOHANNE PHOCYLIDE Holwardo A. 1638 *pro nova agnita &* A. 1640 *peculiari libello deſcripta. Evaneſcentem is obſervavit* A. 1639 *circa æſtatem, & ſeptima Decembris eodem præciſe loco ac ſitu, quo ante annum conſpecta fuerat, redeuntem,* A. 1641 d. 23 Sept. *poſt alteram diſparitionem reverſam vidit* FUILENIUS, *annis ſubſequentibus* 1647 & 1648 *eandem Stellam obſervavit* JUNGIUS, *ab anno* 1648 *litteris* JUNGII *ad* EICHSTADIUM *datis excitatus* HEVELIUS (*a*). *Aliam ipſi ſimilem in* Collo Cygni *detexit* KYRCHIUS (*b*) *litera x notata & inter Stellas apparitionis conſtantis relata, quæ Periodum admodum regularem* 404½ *dierum obſervat. Illud autem notatu dignum eſt, Stellarum iſtarum magnitudinem ſub initium apparitionis creſcere, ſub finem vero decreſcere, & per Tubos adhuc videri, quando nudis oculis non amplius apparent. Alias iſtiuſmodi Stellarum obſervationes reperire licet in* Tranſactionibus Anglicanis (*c*).

Corollarium.

1125. Has Stellas eſſe e numero Planetarum, qui circa fixas tanquam Soles ſuos Periodos ſuas abſolvunt, probabile foret (§. 1122), modo concipi poſſet, quo modo corpora luminoſa mutuatitio ſplendeſcentia in tanta diſtantia videri poſſint.

Scholion.

1126. *Vir acumine ſingulari præditus* Cel. DE MAUPERTUIS (*d*) *demonſtravit, vi mo ut vertiginis Aſtrorum fieri poſſe, ut inducant figuram Diſceam, ac inde rationem reddit, cur nunc appareant, nunc iterum diſpareant.*

Observatio 70.

1127. *Obſervantur quoque nonnunquam Stellæ temporaneæ, quæ, ubi diſparuerunt, non amplius redire videntur. Talem circa* A. 125 *ante Chriſtum natum obſervavit* HIPPARCHUS, *anſam inde arripiens loca fixarum determinandi, ut poſteris conſtaret, an Stellæ abirent naſcerenturve* (*e*). *Eminet inter illas Stella nova, quæ ab* A. 1572 *uſque ad* A. 1574 *in* Cathedra Caſſiopeæ *effulſit eidem toto apparitionis tempore loco veluti affixa. Figura erat prorſus rotunda, qualis reliquas Stellas ornat: magnitudo initio major, poſtea ſucceſſive decreſcebat. Menſe nimirum Novembri* A. 1572. *quo primum conſpecta*, Venerem *Perigæam, per Decembrem* Jovem *Acronychium æmulabatur, interdiu conſpicua. Menſe Januario anni ſequentis Stellis fixis primæ magnitudinis paulo major cernebatur, ad quam menſe Februario & Martio accedebat. Aprili & Majo ad fixas ſecundi honoris accedebat, ſucceſſive ita decreſcens per Junium, ut in Julio & Auguſto Stellis tertiæ magnitudinis par eſſet. Per Septembrem magis magiſque extenuata Octobri & Novembri quartas in ordine repræſentabat; in fine vero anni ejuſdem & Januario ſequen-*

(*a*) Vid. Hiſtoriola Stellæ Miræ, quam Mercurio in Sole viſo ſubjunxit Hevelius.
(*b*) Miſcell. Berolin. p. 208. & ſeqq.
(*c*) Vide J. Lovvthorp. in Epit. Tranſact. Vol. 2. pag. 47. & ſeqq.

(*d*) *Diſcours ſur les Differentes figures des Aſtres* pag. 77. & ſeqq.
(*e*) Vid. Plinius Lib. II. C. 26. Hiſt. natur.

quentis quintas; in Februario ſextas: donec tandem menſe Martio ob exilitatem ſuam conſpectui ſe prorſus eriperet. Color non minus variabilis erat, quam magnitudo. Ab initio enim albicanti, claro ſplendentique lumine, gratoque & jucundo vultu Veneri *atque* Jovi *aſſimilabatur: circa initium Verni temporis nitens jubar in* Martiam *quandam rutilantiam degenerabat, ita ut inſtar* Aldebaran (*ſeu* Oculi Tauri) *rubeſceret. Menſe Majo albedinem quandam ſublividam induebat, qualis* Saturni *eſſe ſolet: quam uſque ad finem apparitionis retinuit, ſucceſſive tamen obtuſiorem factam. Ad ultimum uſque evaneſcentiæ terminum ſcintillabat* (*a*).

Scholion.

1128. *De natura Stellarum novarum nihil aſſerere audeo: quamvis enim ſuſpicer, eas in Cometarum numerum referendas eſſe, qui in Syſtematibus Planetarum ſuperioribus circa Soles ſuos, hoc eſt fixas, feruntur, nondum tamen adſunt rationes ad idem perſuadendum ſufficientes.*

Observatio 71.

1129. *Notatu digniores ſunt obſervationes* Montanarii *atque* Cassini (*b*) *quorum ille diſparuiſſe notavit fixas conſtantis alias apparitionis; hic novas ſimiles ante in Cœlo non viſas detexit.*

Scholion.

1130. *Optandum ſane foret, ut, qui obſervationibus rerum Cœleſtium incumbunt, ad iſtiuſmodi mutationes diligentius attenderent, ut tandem certo conſtaret Corporum Mundi totalium ortus & interitus.*

Definitio 98.

1131. *Cometæ* ſunt Stellæ plerumque caudatæ, ſubito in Cœlo exortæ & per aliquod tempus apparentes, poſtea rurſus diſparentes, toto autem apparitionis tempore Planetarum inſtar in propriis orbitis dietim certo intervallo promoveri ſolitæ.



Problema 120.

1132. *Cometæ in Cœlo apparentis longitudinem & latitudinem determinare.*

Resolutio.

1. Obſervertur diſtantia Cometæ a duabus Stellis fixis notæ longitudinis & latitudinis (§. 225).
2. Inde per calculum trigonometricum eruatur Cometæ longitudo & latitudo, prout oſtendimus ſupra Probl. 4. (§. 559.).

Aliter.

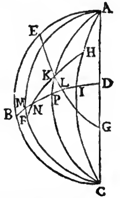
Quodſi ſine Inſtrumentorum apparatu locum Cometæ admodum accurate determinare voluerimus, utendum eſt methodo ingenioſa per *Extenſionem filarem* a Longomontano (*c*) adhibita. Nimirum.

1. Filum extenſum aut Regula oculo ita obiiciatur, ut Cometa (aut quod-

(*a*) Vid. Tycho de Brahe Progymnaſ. Lib. I. Cap. 3. p. m. 300. & ſeqq.
(*b*) In Tranſact. Anglic. N. 73. p. 2201. 2202.

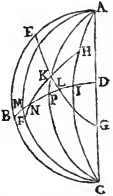
(*c*) Sphæric. Lib. II. Probl. 5. f. 117. Aſtron. Dan.

quodcunque aliud Phænomenon cœleſte) K cum duabus Stellis fixis notæ longitudinis ac latitudinis E & G in eadem recta appareat.



2. Situs Regulæ vel Fili ita mutetur, ut idem Cometa K cum duabus fixis aliis H & F in eadem recta appareat, quarum itidem longitudo ac latitudo ex fixarum Catalogo (§. 244.) nota eſt.
3. Sint jam A & C poli Eclipticæ, BD Ecliptica, erit AE complementum latitudinis BE Stellæ E (§. 236. 240.), AG aggregatum ex quadrante AD & latitudine DG Stellæ G (§. *cit.*) & BD menſura anguli BAD (§. 25. 31. *Sphæric.*) longitudinum Stellarum B & G differentia (§. 241). Datis ideo in Triangulo EAG duobus lateribus AE & AG cum angulo intercepto A invenitur latus EG (§. 163. *Sphæric.*) & angulus EGA (§. 165. *Sphær.*).
4. Porro cum angulus ad D ſit rectus (237.) & angulus LGD modo repertus, DG vero latitudo Stellæ G, reperietur in triangulo LGD angulus GLD (§. 121. *Sphær.*) & latus DL (§. 124. *Sphær.*).
5. Similiter in triangulo FHC erit FC complementum latitudinis FM Stellæ F (§. 236. 240), HC aggregatum ex quadrante CI & latitudine HI Stellæ H (§. *cit*), MI vero menſura anguli FCH (§. 25. 31. *Sphær.*) differentia longitudinum Stellarum F & H (§. 241). Datis ideo in triangulo FCH duobus lateribus FC & CH cum angulo comprehenſo FCH invenitur latus FH (§. 163. *Sphær.*) & angulus HFC (§. 165. *Sphæric.*): quo dato, datur etiam HFA (§. 43. *Sphæric.*).
6. Porro, cum angulus ad M ſit rectus (§. 237), angulus MFN ſeu HFA modo repertus, FM vero latitudo Stellæ F (§. 236. 240); reperietur in triangulo FMN angulus MNF (§. 121. *Sphær.*) & latus MN (§. 124. *Sphær.*).
7. Addantur latera DL & MN ante inventa & aggregatum ſubtrahatur ex DM differentia longitudinum Stellarum F & G (§. 241) ut relinquatur NL.
8. Datis jam in triangulo NKL latere NL & angulis adjacentibus N & L, ſuis quippe verticalibus MNF & GLD ante repertis æqualibus (§. 43. *Sphær.*), reperietur latus NK (§. 161. *Sphær.*).
9. Denique datis in triangulo KNP ad P rectangulo latere KN & angulo

gulo N, invenitur latus KP (§. 116. *Sphær.*), quod eſt Cometæ latitudo (§. 236.) & latus NP (§. 127. *Sphæric.*), quod ipſi MN ſupra invento additum, efficit arcum MP ulterius longitudini Stellæ F addendum, ut prodeat longitudo Cometæ P.



Exemplum LONGOMONTANUS exhibet in *Marte*, quem A. 1610. die 10. Decembris hor. 9. veſpertina obſervavit in recta eum *Lucida Arietis* H & poſteriore in *Dorſo Ceti* F, itemque in alia recta cum extrema *Ala Pegaſi* E & ea, quæ eſt in *Cuſpide narium Ceti* G. Prima Stella apud BAYERUM littera α, ſecunda littera β, tertia littera γ, quarta denique littera λ, notatur. Fuit tum

	Longitudo			Latitudo		
Stellæ α	2°	14′	♉	9°	57′	B.
β	6	20	♈	16	55	A.
γ	3	46	♈	12	35	B.
λ	9	39	♉	7	50	A.

Calculo rite Inſtituto reperitur longitudo *Martis* ad tempus obſervationis 23° 59′ ♈, latitudo vero ejus Borealis 1° 12′.

S C H O L I O N.

1133. *Non abſimili modo calculus inſtituitur, ſi Stellæ omnes fuerint Boreales, vel Auſtrales, niſi quod ſchema paulo aliter ſit deſcribendum. Exemplum dedit* MOESTLINUS *in demonſtratione Aſtronomica loci Stellæ novæ in* Caſſiopæa (*a*).

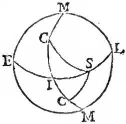
C O R O L L A R I U M.

1134. Cognita longitudine ac latitudine Cometæ reperitur ejus aſcenſio recta & declinatio (§. 260).

P R O B L E M A 121.

1135. *Data Cometæ longitudine & latitudine una cum longitudine Solis; invenire ejus a Sole diſtantiam.*

R E S O L U T I O.



Cum in triangulo CIS ad I rectangulo (§. 237) detur latitudo Cometæ CI & differentia longitudinum IS Solis S & Cometæ C; invenitur diſtantia Cometæ a Sole CS (§. 120. *Sphær.*).

Ex. gr. HEVELIUS (*b*) An. 1652. die 20. Decembr. hor. 7. veſpertina reperit longitudinem Cometæ tunc fulgentis 68° 24′ 24″, latitudinem 30° 49′ 1″. Sed longitudo Solis ex ejus calculo tunc erat 269° 39′ 12″, quæ ex illa integro circulo aucta ſubducta relinquit IS 158° 45′ 12″. Eſt itaque

Log. coſin. IS			99694293	
IC			99338963	
Log. coſin. CS			x99033256, cui in tabulis reſpondent	
	53°	10′	18″.	
Eſt ergo CS	143°	10′	18″.	

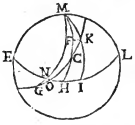
PRO-

(*a*) pag. 31. Legitur etiam apud Tychonem Progymnaſm. lib. 1. pag. 545.

(*b*) Cometogr. lib. 1. ſect. 8. fol. 80.

Problema 122.

1136. *Datis longitudinibus* H *&* I *atque latitudinibus* CH *&* KI *Cometæ ad duos dies ſe invicem immediate ſequentes; invenire arcum* KC, *quem Cometa motu diurno proprio deſcripſit.*



Resolutio.

Quoniam in triangulo KMC datur angulus cognominis, quem nempe metitur arcus IH longitudinum differentia (§. 31. *Sphæric.*), una cum lateribus KM & CM, quæ latitudinum KI & CH complementa exiſtunt; reperietur arcus KC (§. 163. *Sphæric.*).

Ex. gr. HEVELIUS obſervavit An. 1653 die 2. Jan. hor. 6. veſp. 27′ 50″ longitudinem H Cometæ tunc temporis fulgentis 20° 28′ ♉, latitudinem Borealem CH 27° 9′; ſed die 3. Jan. hor. 6. veſp. 47′ 30″ longitudinem I 20° 10′ 41″ ♉, latitudinem IK 29° 2′ 40″; erit IH 17′ 19″, KM 60° 57′ 20″, CM 62° 50′. Demiſſo itaque perpendiculo KF erit

Log. coſ. M	19999945
Cot. MK	97445460
Tang. MF,	10155485, cui in tabulis reſpondent
	60° 57′ 18″
Sed MC	62 49 60
Ergo FC	1 52 42
Quare porro	
Log. coſ. MK	96861784
Log. coſ. FC	99997665
	196859449
Log. coſ. MF	96861860
Log. coſ. CK	99997589, cui in tabulis reſpondent
	88° 5′ 10″.
Eſt ergo CK	1° 54′ 50″.

Quodſi latitudo altera fuerit Auſtralis CH, altera Borealis GN, latus GM eſt aggregatum ex latitudine GN & quadrante NM; arcus vero GC reperitur prorſus ut ante.

Scholion.

1137. *Præſtat obſervationes pluribus diebus a ſe invicem diſtantes aſſumere, & motum iis competentem indagare, ſiquidem Cometæ motum diſtinctius cognoſcere libuerit.*

Problema 123.

1138. *Datis duabus Cometæ* C *longitudinibus* H *&* I, *una cum latitudinibus reſpondentibus* KI *&* CH; *invenire nodum* O *orbitæ Cometæ & angulum ad nodum* COH.

Resolutio.

1. Datis in triangulo MCK lateribus MC & MK una cum angulo intercepto M, quem nempe metitur longitudinum datarum differentia HI (§. 31. *Sphæric.*), inveniatur angulus MKC (§. 165. *Sphæric.*), qui ex 180° ſubductus relinquit angulum OKI (§. 43. *Sphæric.*).
2. Datis ideo in triangulo OKI ad I rectangulo (§. 237) latitudine IK & angulo OKI modo invento, reperitur angulus IOK (§. 121. *Sphæric.*) & arcus OI (§. 124. *Sphæric.*) quo longitudini I addito, habetur Nodi O diſtantia a o ♈.

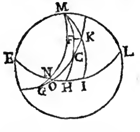
Scholion.

1139. *Non abſimili modo ex datis duabus aſcenſionibus rectis & declinationibus motus Cometæ proprius, inclinatio orbitæ ejus ad Æquatorem & punctum, in quo ea Æquatorem interſecat, invenitur.*

Problema 124.

1140. *Inveſtigare tempus, quo Cometa*

meta per Eclipticam trajecit; dato ejus motu ad ſingulos dies apparitionis, una cum latitudine IK *ad tempus primæ apparitionis; ejus longitudine* I *ad idem tempus & diſtantia nodi* O *ab* ○♈.



R E S O L U T I O.

1. A loco Nodi O ſubtrahatur longitudo Cometæ I, ut relinquatur arcus OI.
2. Datis ideo in triangulo KOI ad I rectangulo (§. 237) lateribus KI & OI, invenitur arcus KO (§. 120. *Sphæric.*), quem a primo apparitionis die uſque ad Eclipticam emetiri debuit Cometa.
3. Arcus KO inventus conferatur cum arcubus ab initio apparitionis ad datum uſque aliquod momentum ſingulorum dierum, deſcriptis, qui per Problema 122 (§. 1136) jam ſupputati ſupponuntur: ita enim innoteſcit tempus quæſitum, adhibita, ſi quidem opus fuerit, uti in Aſtronomia moris eſt, parte proportionali.

S C H O L I O N.

1141. *Non abſimili modo inveſtigatur tempus, quo Cometa Æquatorem tranſit.*

P R O B L E M A 125.

1142. *Viam Cometæ in Globo deſignare.*

R E S O L U T I O.



1. Obſervetur per extenſionem filarem Cometa A cum fixis C & B, itemque cum duabus aliis D & E in eadem recta, quemadmodum ſupra præcepimus (§. 1132).
2. In ſuperficie Globi Cœleſtis, quo Stellæ quatuor B, C, D, E depictæ ſunt, a Stella B uſque ad alteram C, & a Stella D uſque ad Stellam E extendatur aliquod Filum: ubi enim bina hæc Fila ſeſe mutuo interſecant, ibi erit ad tempus datum locus Cometæ.
3. Quodſi ad plures dies loca Cometæ hoc pacto determinentur, via ejuſdem in ſuperficie Globi Cœleſtis delineabitur.

C O R O L L A R I U M 1.

1143. Quodſi loca Stellarum in ſuperficie Globi accurate fuerint deſignata & in locis Cometæ deſignandis omnem adhibueris diligentiam, filum duobus locis applicatum tranſibit etiam per cetera omnia, ſicque innoteſcit ea eſſe in peripheria circuli maximi, conſequenter Cometam ex Terra in peripheria circuli maximi moveri videri.

C O R O L L A R I U M 2.

1144. Quodſi ideo filum per duo loca tranſiens extendatur, donec Eclipticam & Æquatorem interſecet; patebit locus nodi & inclinatio orbitæ Cometæ, ſimulque punctum Æquatoris, per quod tranſit, aut tranſiturus eſt.

S C H O L I O N.

1145. *Nemo non videt, per extenſionem filarem etiam loco Planetæ ad datum tempus in ſuperficie Globi delineari poſſe.*

PRO-

PROBLEMA 126.

1146. *Datis aſcenſione recta Solis & ejus a meridiano elongatione, atque declinatione & aſcenſione recta Cometæ veris; invenire parallaxin altitudinis Cometæ.*

RESOLUTIO.

1. Obſervetur altitudo Cometæ quadrante exactiſſime diviſo, ſumma, qua fieri poteſt, cum cura.
2. Ad idem tempus ex datis ſupputetur altitudo vera (§. 300).
3. Altitudo viſa a vera ſubtrahatur: quod relinquitur, eſt parallaxis quæſita (§. 367).

Ex. gr. Die 24. Decembris hor. 1. 44′ 15″ mat. HEVELIUS *Danſiſci* obſervavit altitudinem Cometæ An. 1652. 30° 53′. Juxta eundem tum erat aſcenſio recta Solis 273° 16′ 42″, ejus elongatio a Meridiano 206° 3′ 45″, aſcenſio recta Cometæ 56° 49′ 44″, declinatio ejus 19° 0′ 4″. Reperitur ideo altitudo vera 31° 15′ 31″, unde ſubducta viſa 30° 53′, relinquitur parallaxis 22′ 31″.

SCHOLION.

1147. *Operoſius multo* TYCHO DE BRAHE *ex diſtantiis eruit parallaxin* (*a*). *Enimvero methodis hiſce nihil efficitur, niſi parallaxis fuerit ſcrupulo primo major. Si ſubtilius exquirenda, utendum eſt methodo* CASSINIANA *ſuperius expoſita* (§. 897).

COROLLARIUM.

1148. Data altitudine Cometæ & ejus parallaxi invenitur diſtantia a Terra in ſemidiametris terreſtribus (§. 888).

PROBLEMA 127.

1149. *Invenire utrum Cometa habeat parallaxin ſenſibilem nec ne.*

RESOLUTIO.

1. Quoniam motus Cometæ circa finem apparitionis fit adeo tardus, ut intra aliquot horarum intervallum pro immoto haberi poſſit, per extenſionem filarem exploretur cum quibuſnam fixis vertici proximus ſit in eadem recta.
2. Ubi horizonti occiduo appropinquat, exploretur denuo per extenſionem filarem, num adhuc cum iiſdem Stellis in eadem recta deprehendatur. Quodſi enim eundem habeat ad Fixas eaſdem ſitum prope Horizontem, quem tenet in loco altiori; parallaxis ſenſibilis in Cometa, perinde ac in fixis (§. 384), nulla erit.

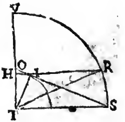
Patet Cometam quoque cum fixis in eadem recta obſervari poſſe prope Horizontem ortivum & prope verticem, prout occaſio tulerit.

SCHOLION.

1150. *Hoc pacto etiam exploratur, num Planetæ habeant parallaxin ſenſibilem, ſi eo tempore fiat obſervatio, quo ſtationarii deprehenduntur.*

PLOBLEMA 128.

1151. *Determinare diſtantiam* TR, *ultra quam Cometa aut aliud Phænomenon in Æquatore poſitum a centro Terræ removeri debet, ut datum tempus ſuper Horizonte apparente* HR *conſumat.*

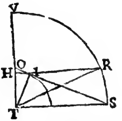


RESOLUTIO.

1. Tempus dimidiæ moræ ſuper Hori-

(*a*) Progymnaſm. lib. 2. pag. 106. & ſeqq.

rizonte apparente HR convertatur in gradus & ſcrupula Æquatoris (§. 212), ut habeatur arcus VR, conſequenter angulus HTR (§. 57 *Geom.*).



2. Datis jam in triangulo HTR ad H rectangulo, latere TH ſeu Terræ Semidiametro, quæ ſit 1, vel per ea, quæ in *Geographia* oſtendentur, 860 milliarium Germanicorum, & angulo HTR modo invento, reperitur TR (§ 36. *Trig.*).

Ex. gr. Sit tempus dimidiæ moræ ſuper Horizonte 5 h 55′, ſeu tempus moræ integræ 11 h. 50′, erit VR ſeu HTR 88° 45′, adeoque

Log. Sin. R	83387529
TH	29344984
Sin. tot.	100000000
Log. TR	45957455, cui in

magno Canone BRIGGII reſpondent 39423

Eſt igitur TR 39423 milliarium Germanicorum ſeu 46 fere Semidiametrorum Terreſtrium. Quodſi mora ſuper Horizonte dimidia ponatur 5 h. 57′ 30″, ſeu integra 11 h. 55′, erit VR 89° 22′ 30″; unde TR reperitur 91 Semidiametrorum terreſtrium, adeoque Lunæ diſtantia a terra major (§. 906).

Observatio 72.

1152. Hevelius (*a*) *obſervavit, Cometam* A. 1652 d. 26 Dec. *cum duabus Stellulis in* Pede Perſei *una ortum eſſe & occidiſſe, adeoque per 17 horas ſupra Horizontem extitiſſe. Et ſimilis mora Cometarum aliorum ſuper Horizonte ab aliis annotata eſt.*

Corollarium.

1153. Fieri ideo nequit, ut Cometæ in Aere noſtro commorentur, ſed ingenti admodum intervallo a centro Terræ remoti ſint opus eſt, immo cum inter moram fixarum & Cometarum ſuper Horizonte nulla differentia ſenſibilis intercedat, ultra Lunam a Terra diſtare debent.

Scholion.

1154. *Abſurda igitur eſt* Ariſtotelicorum *Hypotheſis de Cometarum exhalationibus e Terra in Atmoſphæram elevatis ortu.*

Observatio 73.

1155. *Idem* Hevelius (*b*) *eodem die hor. 6. circiter veſpertina Cometam in eadem fere linea recta cum duabus fixis in* Pede Perſei *notavit, non tamen æquali omnino ſpatio ab invicem remota, diſtantia nimirum inter Cometam &* Calcaneum Perſei 1° 45′, *inter* Calcaneum *& ſequentem* ſiniſtri pedis 2° 10′ *exiſtente. Eodem die h.* 16′ *veſp.* Bullialdus *Pariſiis in eadem recta linea vidit ambas* ſiniſtri pedis Perſei *& Cometam* Calcaneo *quam alteri propiorem & ipſe Borealiorem & Occidentaliorem, ſatiſque diu Cometam in hoc poſitu perſtitiſſe deprehendit, ita ut circa hor. 9. non multum rectam iſtam lineam ſuperaverit. Immo hoc ipſum plane Phænomenon eodem die etiam* Regiomonti, Hafniæ, Monaſterii, Lugduni Batavorum, Bruxellis, Bononiæ *in* Provincia Galliæ *alibique obſervatum eſſe*, Hevelius *autor eſt. Similiter* A. 1577. d. 16. Novembr. *eandem Cometæ a* Vulture *in circulo Verticali diſtantiam obſervavit* Uraniburgi Tycho; Pragæ *autem* Hagecius (*c*). Co-

(*a*) Cometogr. Lib. III. f. 151.

(*b*) Loc. cit. f. 154.

(*c*) Tychonis Progymnaſm. Lib. II. C. 6. p. 24.

Digitized by Google

Corollarium.

1156. Cum Luna parallaxin admodum ſenſibilem habeat (§. 892), Cometa autem tunc temporis parallaxi ſenſibilis fere deſtitutus fuerit (§. 1155. 368); dubio ſane caret, quod ultra regionem Lunæ a Terra diſtiterit.

Scholion.

1157. *Idem ſane manifeſtum eſt, ex comparatione parallaxium Lunæ atque Cometæ* (§. 1146).

Observatio 74.

1158. *Cometarum motus proprius omni tempore, quo accuratius in eundem inquiſiverunt Aſtronomi, admodum regularis deprehenſus: prout obſervationes* Tychonis (*a*), Hevelii (*b*). Cassini (*c*) *aliorumque abunde loquuntur. Quodſi cum* Cassino *motus Cometarum, qui diverſis temporibus apparuerunt, proprios inter ſe conferre libuerit; mira inter veteres & recentiores obſervabitur convenientia. Ex. gr. Cometa* A. 1680 *iiſdem prorſus legibus motus, quas Cometa* A. 1577 Tychoni *obſervatus reſpexit. Uterque nimirum ſub initium apparitionis motu diurno* 4° 16′ *verſus Orientem gaviſus eſt: eadem in utriuſque motu notantur decrementa, cumque prior evaneſceret, minuta nonniſi* 16, *poſterior in eodem ſtatu* 18 *per diem conficere viſus eſt. Uterque Eclipticam circa* 21° *interſecavit & ſub eodem fere angulo, cum Æquatore angulum* 33° *effecit & prope trecenteſimum a* o ♈ *gradum per eum trajecit. Uterque ſub iiſdem plane Stellis fixis inceſſit. Eadem fere ſemita fuit Cometarum annorum* 1665, 1672 & 1677. *immo omnium Cometarum notatur quaſi aliquis Zodiacus, cujus Conſtellationes* Cassinus *his verſiculis comprehendit:*

(*a*) Progymnaſm. Lib. II. p. 86.
(*b*) Cometogr. Lib. II. f. 105. & ſeqq.
(*c*) In Libello de Cometis.

Antinous, Pegaſuſque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

Nec id negligi debet, quod, cum Cometa anni 1680 & 1681 *nudis oculis non amplius appareret, per Teleſcopium tamen videri adhuc potuerit & quidem facilius per Teleſcopium* 4 *pedum, quam per aliud excellentius* 20 *pedum, ipſoque* Jove *major apparuerit.*

Corollarium.

1159. Cum Cometæ adeo regularem obſervent motum; Corpora Mundo coæva eſſe videntur, quæ in orbitis valde eccentricis feruntur, adeoque non videntur, niſi quando noſtu circa Perihelium verſantur.

Scholion.

1160. *Atque hinc apparet, quod vaſtum illud ſpatium inter* Saturnum *atque fixas interjectum* (§. 1117), *non ſit prorſus inane; ſed motibus Cometarum locum concedat.*

Observatio 75.

1161. *Inprimis vero notatu dignum eſt, quemadmodum annotavit* Newtonus (*d*), *Cometas ſecundum ordinem Signorum progredientes ſub exitu apparitionis omnes eſſe aut ſolito tardiores, aut retrogrados, ſi terra eſt inter ipſos & Solem; at juſto celeriores, ſi terra vergit ad oppoſitionem: & contra, qui pergunt contra ordinem Signorum eſſe juſto celeriores in fine apparitionis, ſi terra verſatur inter ipſos & Solem, & juſto tardiores vel retrogrados, ſi terra ſita eſt ad partes contrarias.*

Corollarium.

1162. Quoniam Planetæ eodem modo retrogradi cernuntur (§. 562) ob motum telluris annuum circa Solem (§. 585. 587); & præterea motus eorundem proprius ex eadem cauſa inæqualitati obnoxius eſt (§. 775); Cometas in regione Planetarum verſari, dum conſpectui noſtro ſeſe ſiſtunt; palam eſt.

(*d*) In Princip. Phil. Nat. Mathem. Tom. 3. Lem. 4. p. 476. Edit. nov.

SCHOLION.

1163 *Inæqualitas iſta in Planetis dicitur Parallaxis orbis annui* (§. 776), *cum revera ſit Parallaxis, quæ in motum ipſorum redundat ob motum annuum telluris circa Solem. Atque ideo patet ob parallaxin orbis annui, quam patiuntur Cometæ, fixæ non item* (§. 608), *innotuiſſe eorum in regionem Planetarum deſcenſum.*

LEMMA 6.

1164. *Si in ellipſi centrum a Foco intervallo infinito removeatur; portio, cujus abſciſſa finita eſt, in parabolam degenerat.*

DEMONSTRATIO.

Sit axis tranſverſus ellipſis $=a$, parameter $=b$, erit diſtantia foci a centro $=\sqrt{(\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{4}ab)}$ (§. 428. *Anal.*). Quamobrem cum hæc ſit infinita *per Hypoth.* erit $\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{4}ab=\infty^2$, ſeu quadratum hujus diſtantiæ erit infinities infinitum, conſequenter ſi eandem dividas per quantitatem infinitam $\frac{1}{4}a$ *ex hypoth.* erit $a-b=\infty$, & hinc b reſpectu ipſius a infinite parva. Jam in ellipſi $y^2=bx-bx^2:a$ (§. 421. *Analyſ.*) Quamobrem cum x, quæ abſciſſam denotat, ſit quantitas finita *per hypoth.* erit $bx^2:a$ quantitas infinite parva, adeoque reſpectu ipſius $bx=0$ (§. 3. *Analyſ. infin.*). Eſt itaque in caſu præſente $y^2=bx$: quæ cum ſit æquatio ad parabolam (§. 338. *Analyſ.*); portio ellipſeos, quamdiu abſciſſa finita eſt, in parabolam degenerat. *Q. e. d.*

HYPOTHESIS 4.

1165. *Cometæ moventur in orbitis ellipticis valde eccentricis, circa Solem, qui in earum Foco uno exiſtit, ea lege, ut radius vector verrat areas tempori a peribelio proportionales.*

CORROLARIUM.

1166 Quoniam orbita Cometarum admodum eccentrica (§. 1159), & portio, quam deſcribunt, quamdiu apparent, valde exigua, cum nonniſi exiguo temporis ſpatio conſpicui ſint; orbita ipſorum tempore apparitionis in parabolam degenerat (§. 1164).

SCHOLION.

1167. KEPLERUS *Trajectoriam Cometarum, hoc eſt, lineam in qua incedunt, eſſe lineam rectam ſtatuit* (a) *& in trajectoria rectilinea ex quibuſdam locis obſervatis locum Cometæ per calculum eruere docuit* CASSINUS. *Enimvero agnovit jam* HEVELIUS (b), *trajectoriam rectilineam non omnino ſatisfacere Phænomenis & in Linea Parabolica Cometas univerſos moveri ſibi perſuaſit. Cum anno 1680 ingens ille Cometa exoriretur,* DOERFFELIUS, *vir rerum Aſtronomicarum peritiſſimus, ex obſervationibus loca Cometæ in orbita Parabolica repræſentavit, in cujus Foco eſt Sol, obſervatis legibus* Keplerianis. *Scriptum patrio idiomate editum paucis plagulis conſtat. Mox vero vir ſummus* NEWTONUS (c) *idem accuratius demonſtravit &* HALLEIUS (d) *docuit, quomodo loca Cometæ per calculum in orbita Parabolica inſtitutum erui poſſint. Nimirum quemadmodum de orbitarum Ellipticarum veritate conſtat ex conſenſu calculi cum obſervationibus; ita quoque de Cometarum orbitis Parabolicis ex eodem conſenſu certi reddimur. Tanto minus igitur nunc dubitari poteſt, Cometas eſſe corporum Mundi totalium peculiare quoddam genus inſtar Planetarum, cum eadem lege circa Solem moveantur, quemadmodum Planetæ.*

OBSERVATIO 76.

1168. *Per teleſcopia ſi ſpectantur Cometarum capita, longe aliam ſui faciem exhibent quam fixæ atque Planetæ. Sane* Cel. STURMIUS (e) *fatetur, ſe teleſcopium primum in Cometam anni* 1680, *deinde in* Venerem *ac vicinam* Jovem *& in* Aquilæ Lyræque Lucidas *dirigentem, prunæ obſcurius candenti, aut maſſæ inter-*

(a) Vid. Libri tres de Cometis.
(b) Cometograph. Lib. IX. f. 659.
(c) In Princip. Phil. Nat. Math. Lib. III. Prop. 42. & ſeqq. p. 485. & ſeqq.
(d) In Synopſi Aſtron. Comet. quæ legitur in tranſact. Anglic. n. 1833. p. 218. & Actis Erud. A. 1707. p. 297.
(e) In Diſſert. de Nat. Comet. C. II. Phæn. 12. p. 124. Tom. 2. Phil. Elect.

Digitized by Google

terminatæ triſti ac fumido quaſi lumine, in medio paulo magis, ad extrema minus, colluſtratæ potius, quam Stellæ diſco rotundo ac vivida luce coruſcanti ſimilem vidiſſe. HEVELIUS *(a) de Cometa* A. 1661. *ſequentia annotavit.* D. 3 Febr. *Caput ſubflavi coloris, clarum & conſpicuum, nullo tamen vibranti præditum erat lumine. In meditullio unum denſum & ſubrufum referebat nucleum, ipſi* Jovi *propemodum æqualem: quem autem materia longe dilutior & tenuior cingebat.* D. 5 Febr. *Caput aliquanto majus & clarius aurei coloris; lumen triſtius, quam reliquarum Stellarum apparebat. At vero nucleus ille unicus in diverſas partes jam diſſectus erat.* Die 6 Febr. *Cometa eundem fere adhuc referebat colorem, non diſſimilem ei, paulo tamen obtuſiorem, quem Stella in* Humero Aquilæ *alias exhibet. Diſcus ex parte decreverat; nuclei autem plerique etiam minores exiſtebant: quorum alius in parte diſci inferiori ad ſiniſtram præ reliquis omnibus multo denſior clariorque corpore rotundo, inſtar lucidiſſimæ alicujus Stellulæ extitit: quos nucleos alia materia, ut ſemper, omnino circumdabat.* D. 7 Febr. *Caput a priore facie paululum recedebat, ſic ut nucleus iſte clarior non adeo jam eſſet conſpicuus: interea tamen fere adhuc ejuſdem erat coloris & magnitudinis.* D. 10 Febr. *Caput jam aliquanto obſcurius atque nuclei confuſiores; in parte tamen inferiori clariores, quam in ſuperiori: cujus alias magnitudo quoad nucleos pene erat eadem.* D. 13 Febr. *caput multum decreverat tam ratione magnitudinis, quam claritatis.* D. 17 Febr. *Cometa conſpicuæ adhuc erat magnitudinis, etiam* Luna *ſplendente. Nuclei ſiquidem propemodum Diametrum* Veneris *æquabant; etiam ratione luminis & coloris fere eandem ſpeciem, niſi quod aliquanto turbidum & hebetudine languidum exhiberet.* D. 20. Febr. *totus Cometa ob* Lunæ *ſplendorem, una cum nucleis & materia circumſtante pallidior & languidior videbatur.* D. 2 Mart. *ſatis adhuc conſpicuus, magnitudine aliquot minutorum in Diametro; non tamen omnino rotundus, adhæc circumcirca laceratus & diſperſus exiſtebat.* Die 10. Mart. *eandem fere præ ſe ferebat magnitudinem, niſi quod totum corpus cum nucleis obtuſius triſtiuſque exiſteret.* D. 28 Martii *Cometa pallidiſſimus & tenuiſſimus, maxime vero ratione materiæ erat valde diſperſus, ut nulli omnino nuclei diſcrete animadverterentur, quanquam magnitudo ejus parum decreverat.* ERHARDUS WEIGELIUS, *cui Cometam* A. 1664 *una cum* Luna *& nubecula aliqua a Solè illuminata ſimul contueri datum eſt, advertit (b), quod* Luna *per Tubum conſpecta continuam exhibeat ſuperficiem luminoſam; Cometa vero non item, nubeculæ in vicinia Horizontis a Sole adhuc illuminatæ ſimillimus.*

COROLLARIUM.

1169. Patet ideo, Cometas proprio luminè deſtitui, & hinc a Sole illuſtrari: id quod etiam

(a) Cometogr. Lib. VII. f. 317.

(b) Vid. *Die Fortſetzung des Himmels-Spiegels*, Cap. 11. §. 5. p. 96.

Digitized by Google

etiam inde confirmatur, quod dum terra recedunt ad Solem, decreſcente Diametro augeatur ſplendor.

Scholion.

1170. *Ex iiſdem obſervationibus* HEVELIUS *aliique concludunt, Cometas ad inſtar macularum Solis, quibus nempe ſimillimi (§. 411), ex ejus exhalationibus seu fuliginibus concreſcere*, KEPLERO (*a*) *calculum adiiciente, qui Cometas in Æthere inſtar piſcium in Oceano magno numero gigni ſtatuit, etſi non omnes in oculum incurrant, vel quia minores, vel quia interdiu ſuper Horizonte exiſtunt. Quamvis autem hæc Hypotheſis probabilitate ſua non destituatur, præſertim ſi obſervationes* Hevelianæ *fuerint ſatis accuratæ; rationes tamen ſuperius allatæ faciunt, ut in eorum ſententiam magis propendeam, qui Cometas corpora Mundo coæva eſſe ſtatuunt, præſertim poſtquam vir ſummus* NEWTONUS (*b*) *oſtendit, Cometam* A. 1680 *in tranſitu ſuo per viciniam Solis ſtatim diſſipari debuiſſe, ſi ex Solis & Planetarum exhalationibus conſtitiſſet. Si Cælum nobis in poſterum aliquot adhuc Cometas ſpectandos exhibuerit; nullus dubito fore, ut tandem certiora de eorum natura tradantur.*

Observatio 77.

1171. CASSINUS *autor eſt, Cometas Annorum* 1665 *&* 1680, *cum* 22 *&* 23 *gradibus a Sole tantum diſtarent, pleno orbe fulſiſſe.*

Corollarium.

1172. Cum ideo a Sole illuminentur (§. 1169); evidens eſt, Cometas annorum 1665 & 1680 ſupra Solem extitiſſe.

(*a*) *In ausfuhrlichen Berichte von den Cometen des 1607ten Jahres.*

(*b*) In Princip. Phil. Natur. Lib. III. Prop. 41. pag. 508. Edit. nov.

Observatio 78.

1173. *Caudæ Cometarum ſemper projiciuntur in partem a Sole averſam, etſi* TYCHO *in Cometa* A. 1577 *&* HEVELIUS *in Cometa* A. 1652 *aliquam inclinationem calculo ſcrupuloſius ſubducto, notaverint. Longitudo caudarum in uno Cometa diverſis temporibus varia. Sane Cometæ, qui* A. 1680 *apparuit, cauda circa* 20 *Nov. obſervante* STURMIO (*c*) *gracilis ſatis & ad ſummum* 20 *gradus longa, mox ſtupenda pluſquam* 50 *graduum longitudine per aliquot noctes conſpicua fuit, deinceps autem indies fere magis magiſque decrevit. Stellas fixas per caudas Cometarum tralucentes viderunt* CYSATUS, CRUGERUS, TYCHO, KEPLERUS, SCHICKARDUS, HEVELIUS (*d*). *Plerumque tamen caudæ Stellas occultant.*

Corollarium.

1174. Patet ideo, Caudas Cometarum eſſe congeriem exhalationum e Capite aſcendentium.

Scholion.

1175. *Prolixius hoc adſtruit* NEWTONUS (*e*) *& ſingularia eorum Phænomena explicat, refutatis quoque opinionibus nonnullorum oppoſitis.*

(*c*) Philoſ. Eclect. Tom. 2. p. 133.

(*d*) Vid. Hevelii Cometogr. Lib. VIII. f. 516. 517.

(*e*) Loc. cit. p. 509. & ſeqq.

FINIS TOMI TERTII.

Digitized by Google

Pagina	Col.	Linea	ERRORI.	CORREZIONI.
4 in Præfatione		6 a fine	Keplerus ipſa	Keplerus ipſe
507	2	17	& rectæ CG	& C rectæ CG
511	1	18	12 Sept. h. 12'	12. Sept. 21 h. 12'
512	1	4 a fine	ut 1693	ut 1963
515	1	7 a fine	area eſt 31403140100	area eſt 31415900000
518	2	10	CK. $\frac{1}{2}$ CK	CD. $\frac{1}{2}$ CK
519	2	13 a fine	SK	SI
524	2	12 a fine	(§. 75)	(§. 715)
ibidem		11 a fine]	Solis apparens	Solis ad apparens
529	2	2 a fine	per eorundem	per eundem
548	2	26	RST	RTS
574	1	2 a fine	Cum parallaxis Lunæ	Cum parallaxis Solis
591	1	4 a fine	GNM	GMN

Digitized by Google

NOI RIFORMATORI
Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Reviſione, ed Approbazione del P. F. *Giacinto Maria Medolago* Inquiſitor General del Santo Officio *di Verona* nel Libro intitolato: *Elementa Matheſeos Univerſæ Tomo III. Auctore Chriſtiano VVolſio* non v' eſſer cos' alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e buoni coſtumi, concediamo Licenza a *Dioniſio Ramanzini* Stampator *di Verona*, che poſſa eſſere ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, e preſentando le ſolite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Dat. li 3. Gennajo 1750. M. V.

[

[Giovanni Querini Proc. Rif.

[Daniel Bragadin Cav. Proc. Rif.

Regiſtrato in Libro a Carte 39. al Num. 408.

Michel Angelo Marino Segretario.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google